Nome	RA	Curso / Turma
Vitor Hugo Ferrari Ribeiro	112481	Física / 34

Experimento VII

Circuito RC

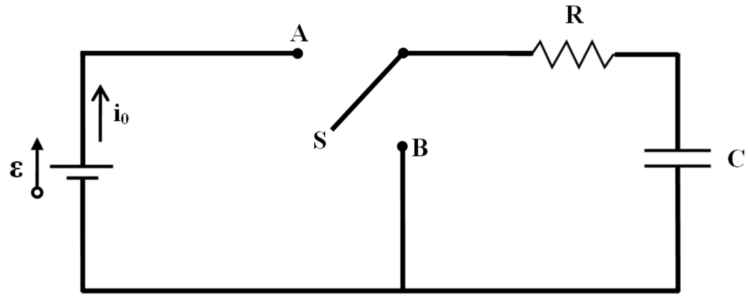


Figura 1. Circuito RC-série sob corrente contínua: (ε) f.e.m. da fonte contínua; (i_0) corrente inicial; (S) chave; (A e B) posições no circuito para conexão da chave S; (R) resistor ôhmico e (C) capacitor.

I. Considerações Gerais

Processo de carga do capacitor

Considerando o circuito RC em série mostrado na Fig. 1, com a chave S na posição A, aplicando a lei das malhas obtemos a equação diferencial que descreve o circuito:

$$R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon \quad (1)$$

Sendo, Q a carga no capacitor, $C(Q/V)$ a capacitância do capacitor, R a resistência do resistor e ε a f.e.m. da fonte contínua. Resolvendo a eq.(1) para a carga, temos:

$$Q(t) = Q_{máx} \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right) \quad (2)$$

Na qual, $Q_{máx}(C\varepsilon)$ é a carga máxima no capacitor e $\tau(RC)$ é a constante de tempo para o processo de carga do capacitor.

Com a solução para o processo de carga do capacitor (eq. (2)), podemos obter as demais equações que descrevem o processo:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \ (corrente\ elétrica\ do\ circuito) \quad (3)$$

$$V_R(t) = i(t) \cdot R \ \ (d.d.p\ \ no\ \ resistor) \quad (4)$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \ (d.d.p\ \ no\ \ capacitor) \quad (5)$$

Processo de descarga do capacitor

Considerando o circuito RC em série mostrado na Fig. 1, com a chave S na posição B, aplicando a lei das malhas obtemos a equação diferencial que descreve o circuito:

$$R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (6)$$

Sendo Q a carga no capacitor, $C(Q/V)$ a capacitância do capacitor e R a resistência do resistor.

Resolvendo a eq.(6) para a carga, temos:

$$Q(t) = Q_{máx} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad (7)$$

Na qual, $Q_{máx}(C\varepsilon)$ é a carga máxima no capacitor e $\tau(RC)$ é a constante de tempo para o processo de carga do capacitor. Com a solução para o processo de carga do capacitor (eq. (2)), podemos obter as demais equações que descrevem o processo:

$$i(t) = \frac{-\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \ \ (corrente\ elétrica\ do\ circuito) \qquad (8)$$

$$V_R(t) = i(t) \cdot R \ \ (d.d.p\ no\ resistor) \qquad (9)$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \ \ (d.d.p\ \ no\ \ resistor) \qquad (10)$$

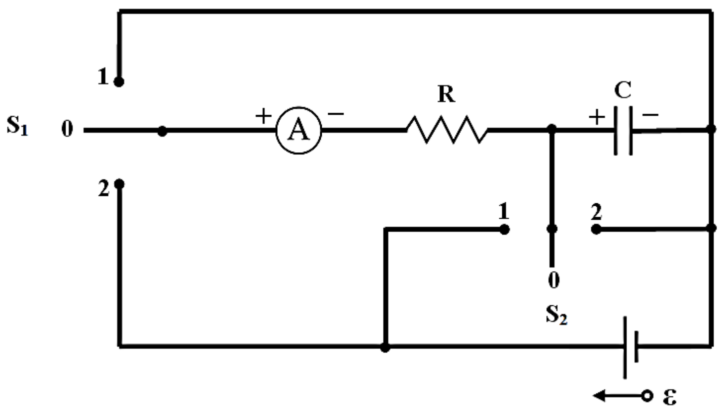


Figura 2. Esquema para a montagem do circuito RC-série sob corrente contínua.

1. Anote os valores da capacitância (C) e da resistência (R) do capacitor e do resistor, respectivamente;

   $C = 5000\,\mu F$ e $R = 9826\,\Omega$
2. Monte o esquema da Fig. 2, observando com cuidado as polaridades do capacitor, amperímetro e da fonte. Posicione as chaves S_1 e S_2 na posição “0” (posição central);
3. Ligue a fonte e ajuste-a para 20 V;

   Observação: Antes de posicionar as chaves S_1 e S_2, leiam a Tabela 3 e observem quais os circuitos deverão obter para as combinações das chaves.

1ª Parte - Análise da corrente

II. Processo de carga do capacitor

4. Conecte o voltímetro no capacitor e verifique se a *d.d.p* é nula, caso não seja descarregue o capacitor instantaneamente (ver Tabela 3);
5. Conecte o voltímetro no resistor. Você pode optar por conectar simultaneamente um voltímetro no capacitor e um no resistor;
6. Posicione, sucessivamente, S_1 e S_2 na posição "2", e anote os valores iniciais da corrente elétrica (i_0), da d.d.p no capacitor (V_{C_0}) e da d.d.p no resistor (V_{R_0}) na Tabela 1. Caso esteja com o voltímetro conectado apenas no resistor, você deve conectar, posterior a medida de V_{R_0}, o voltímetro no capacitor e proceder com a medida;
7. Registre o tempo para os valores da corrente no circuito, **em intervalos de 0,2 mA (entre 2,0 e 0,6 mA) e intervalos de 0,1 mA (entre 0,5 e 0,1 mA)**, após ligar simultaneamente, o cronômetro e a chave S_2 na posição "0". Mantenha o cronômetro ligado até o capacitor se carregar totalmente;
8. Posicione a chave S_1 para a posição "0". Assim, você terá, as duas chaves na posição "0". Mantenha o(s) voltímetro(s) conectado(s);

III. Processo de descarga no capacitor

9. Posicione, sucessivamente, S_1 e S_2 na posição "1", e anote os valores iniciais da corrente elétrica (i_0), da d.d.p no capacitor (V_{C_0}) e da d.d.p no resistor (V_{R_0}) na Tabela 2. Caso esteja com o voltímetro conectado apenas no resistor, você deve conectar, posterior a medida de V_{R_0}, o voltímetro no capacitor e proceder com a medida;
10. Da mesma maneira que foi realizado para o processo de carga, registre o tempo para os valores da corrente no circuito, em **intervalos de 0,2 mA (entre 2,0 e 0,6 mA) e intervalos de 0,1 mA (entre 0,5 e 0,1 mA)**, após ligar simultaneamente, o cronômetro e a chave S_2 na posição "0". Mantenha o cronômetro ligado até o capacitor se descarregar totalmente;

2ª parte - Análise da d.d.p nos terminais do resistor (V_R) e do capacitor (V_C)

11. Certifique-se de que o capacitor está descarregado, caso não esteja descarregue o capacitor instantaneamente (ver Tabela 3);
12. Posicione as chaves S_1 e S_2 na posição "0";
13. Com o voltímetro conectado ao resistor, posicione a chave S_1 na posição "2" e registre para os mesmos valores das correntes elétricas medidas no processo de carga, a *d.d.p* no resistor (V_R) até que a corrente atinja o valor mínimo medido anteriormente, e anote os valores medidos na Tabela 1;
14. Posicione as chaves S_1 e S_2 na posição "0";
15. Com o voltímetro conectado ao resistor, posicione a chave S_1 na posição "0" e registre para os mesmos valores das correntes elétricas medidas no processo de descarga, a $d.d.p$ no resistor (V_R) até que a corrente atinja o valor mínimo, em módulo, medido anteriormente, e anote os valores medidos na Tabela 2;
16. Posicione as chaves S_1 e S_2 na posição "0";
17. Certifique-se de que o capacitor está descarregado, caso não esteja descarregue o capacitor instantaneamente (ver Tabela 3);

18. Com o voltímetro conectado ao capacitor, posicione a chave S_1 na posição “2” e registre para os mesmos valores das correntes elétricas medidas no processo de carga, a *d.d.p* no capacitor (V_C) até que a corrente atinja o valor mínimo medido anteriormente, e anote os valores medidos na Tabela 1;
19. Posicione as chaves S_1 e S_2 na posição “0”;
20. Com o voltímetro conectado ao capacitor, posicione a chave S_1 na posição “0” e registre para os mesmos valores das correntes elétricas medidas no processo de descarga, a *d.d.p* no capacitor (V_C) até que a corrente atinja o valor mínimo, em módulo, medido anteriormente, e anote os valores medidos na Tabela 2;

Tabela 1. Dados experimentais para o processo de carga do capacitor.

$\boldsymbol{t}\ (\boldsymbol{s})$	$\boldsymbol{i \pm \Delta i}\ (\boldsymbol{mA})$	$\boldsymbol{V_R \pm \Delta V}\ (\boldsymbol{V})$	$\boldsymbol{V_C \pm \Delta V}\ (\boldsymbol{V})$
0	$i_0 = 2{,}05 \pm 0{,}01$	$V_{R_0} = 20{,}04 \pm 0{,}01$	$V_{C_0} = 0{,}00 \pm 0{,}01$
$1{,}32$	$2{,}00 \pm 0{,}01$	$19{,}61 \pm 0{,}01$	$0{,}40 \pm 0{,}01$
$6{,}96$	$1{,}8 \pm 0{,}01$	$17{,}64 \pm 0{,}01$	$2{,}35 \pm 0{,}01$
$13{,}32$	$1{,}6 \pm 0{,}01$	$15{,}70 \pm 0{,}01$	$4{,}46 \pm 0{,}01$
$20{,}52$	$1{,}4 \pm 0{,}01$	$13{,}66 \pm 0{,}01$	$6{,}25 \pm 0{,}01$
$28{,}55$	$1{,}2 \pm 0{,}01$	$11{,}77 \pm 0{,}01$	$8{,}32 \pm 0{,}01$
$38{,}48$	$1{,}0 \pm 0{,}01$	$9{,}79 \pm 0{,}01$	$10{,}27 \pm 0{,}01$
$51{,}12$	$0{,}8 \pm 0{,}01$	$7{,}80 \pm 0{,}01$	$12{,}23 \pm 0{,}01$
$64{,}2$	$0{,}6 \pm 0{,}01$	$5{,}90 \pm 0{,}01$	$14{,}18 \pm 0{,}01$
$70{,}8$	$0{,}5 \pm 0{,}01$	$4{,}93 \pm 0{,}01$	$15{,}14 \pm 0{,}01$
$79{,}2$	$0{,}4 \pm 0{,}01$	$3{,}92 \pm 0{,}01$	$16{,}13 \pm 0{,}01$
$90{,}0$	$0{,}3 \pm 0{,}01$	$2{,}95 \pm 0{,}01$	$17{,}09 \pm 0{,}01$
$130{,}8$	$0{,}2 \pm 0{,}01$	$1{,}96 \pm 0{,}01$	$18{,}09 \pm 0{,}01$
$189{,}6$	$0{,}1 \pm 0{,}01$	$0{,}97 \pm 0{,}01$	$19{,}80 \pm 0{,}01$

Tabela 2. Dados experimentais para o processo de descarga do capacitor.

$t\ (s)$	$i \pm \Delta i\ (mA)$	$V_R \pm \Delta V\ (V)$	$V_C \pm \Delta V\ (V)$
0	$i_0 = 2{,}05 \pm 0{,}01$	$V_{R_0} = -20{,}04 \pm 0{,}01$	$V_{C_0} = -20{,}06 \pm 0{,}01$
5,97	$1{,}85 \pm 0{,}01$	$-18{,}07 \pm 0{,}01$	$18{,}14 \pm 0{,}01$
11,97	$1{,}65 \pm 0{,}01$	$-16{,}11 \pm 0{,}01$	$16{,}20 \pm 0{,}01$
19,03	$1{,}45 \pm 0{,}01$	$-14{,}03 \pm 0{,}01$	$14{,}13 \pm 0{,}01$
26,60	$1{,}25 \pm 0{,}01$	$-12{,}22 \pm 0{,}01$	$12{,}73 \pm 0{,}01$
36,40	$1{,}05 \pm 0{,}01$	$-10{,}27 \pm 0{,}01$	$10{,}26 \pm 0{,}01$
47,42	$0{,}85 \pm 0{,}01$	$-8{,}33 \pm 0{,}01$	$8{,}34 \pm 0{,}01$
60,6	$0{,}65 \pm 0{,}01$	$-6{,}44 \pm 0{,}01$	$6{,}39 \pm 0{,}01$
66,0	$0{,}55 \pm 0{,}01$	$-5{,}43 \pm 0{,}01$	$5{,}47 \pm 0{,}01$
73,2	$0{,}45 \pm 0{,}01$	$-4{,}42 \pm 0{,}01$	$4{,}41 \pm 0{,}01$
81,6	$0{,}35 \pm 0{,}01$	$-3{,}44 \pm 0{,}01$	$3{,}44 \pm 0{,}01$
93,0	$0{,}25 \pm 0{,}01$	$-2{,}44 \pm 0{,}01$	$2{,}45 \pm 0{,}01$
135,0	$0{,}15 \pm 0{,}01$	$-1{,}46 \pm 0{,}01$	$1{,}46 \pm 0{,}04$
198,6	$0{,}05 \pm 0{,}01$	$-0{,}49 \pm 0{,}01$	$0{,}49 \pm 0{,}01$

IV. Discussão dos resultados obtidos:

1) **Demonstre as equações de (1) a (5) para o processo de carga no capacitor.**

Partindo da análise do circuito, vemos que o resistor R e o capacitor C estão em série; quando é aplicado uma diferença de potencial, teremos um potencial sobre o resistor V_R e um potencial sobre o capacitor V_C, aplicando a segunda lei de Kirchhoff, temos:

$$\varepsilon - V_R - V_C = 0$$

O potencial de um capacitor é dado por:

$$V_C = \frac{Q(t)}{C}$$

Sendo Q a carga no capacitor, e C a capacitância do mesmo.

O potencial do resistor é dado pela lei de Ohm, ou seja:

$$V_R = R \cdot i$$

Combinando as três equações anteriores, temos:

$$R \cdot i + \frac{Q(t)}{C} - \varepsilon = 0$$

Lembrando que $i = dQ/dt$, temos:

$$R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon$$

A equação acima é equação diferencial de primeira ordem e linear; manipulando seus termos podemos chegar a seguinte E.D.O. separável:

$$\frac{dQ}{C \cdot \varepsilon - Q(t)} = \frac{dt}{R \cdot C}$$

Podemos resolver a E.D.O. acima, integrando os dois lados da igualdade, aplicando os limites de integração de zero até a carga máxima Q_{max} e de um tempo inicial zero até um tempo t qualquer. Dessa forma, temos:

$$\int_{0}^{Q_{max}} \frac{dQ}{C \cdot \varepsilon - Q(t)} = \int_{0}^{t} \frac{dt}{R \cdot C}$$

Resolvendo a integral, temos:

$$Q(t) = Q_{max} \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

Sendo $Q_{max} = C \cdot \varepsilon$ a carga máxima no capacitor, e $\tau = R \cdot C$ a constante de tempo para o processo de carga do capacitor.

Partindo da equação anterior, podemos encontrar uma função que descrever a corrente i em função do tempo t. Lembrando que $i = dQ/dt$, temos:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Observamos que $\varepsilon/R = i_{max}$, ocorre quando a corrente é máxima no circuito.

Da equação:

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

Podemos rescrever, a diferença de potencial para o capacitor em função do tempo:

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \varepsilon \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

Da equação:

$$V_R = R \cdot i$$

Podemos rescrever, a diferença de potencial para o resistor em função do tempo:

$$V_R(t) = R \cdot i(t) = \varepsilon \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

2) Demonstre as equações de (6) a (10) para o processo de descarga no capacitor.

Analisando o circuito novamente, mas agora com o capacitor devidamente carregado, podemos aplicar a lei das malhas para calcular o potencial do circuito:

$$V_C + V_R = 0$$

Desenvolvendo a equação, obtemos mais uma vez uma equação diferencial separável:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{-Q}{R \cdot C}$$

Podemos resolver essa equação integrando os dois lados da igualdade, com os limites de integração indo de Q_{max} até $Q(t)$ e zero até um t qualquer respectivamente;

$$\int_{Q_{max}}^{Q(t)} \frac{dQ}{Q} = \int_{0}^{t} \frac{dt}{R \cdot C}$$

Resolvendo a integral, temos uma função da carga dependente do tempo para o processo de descarga do capacitor:

$$Q(t) = Q_{max} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

Da equação acima podemos obter:

$$i(t) = -i_{max} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

$$V_R(t) = -R \cdot i_{max} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

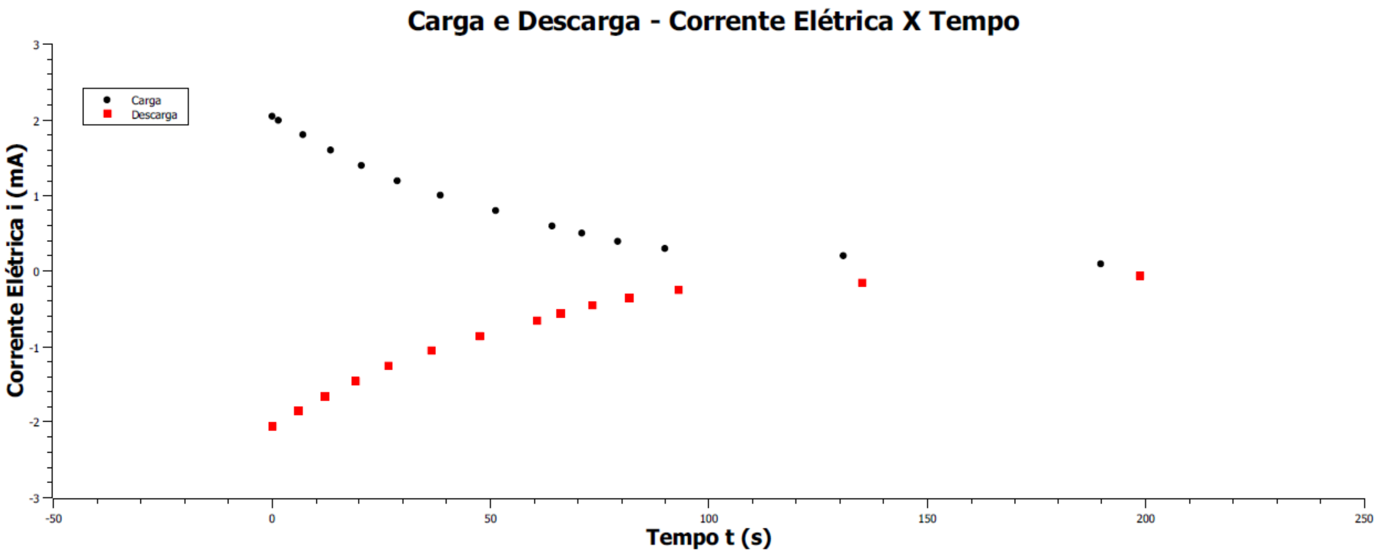
$$V_C(t) = \varepsilon \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

3) Calcule o valor da constante τ, e mostre que a mesma tem unidade de tempo.

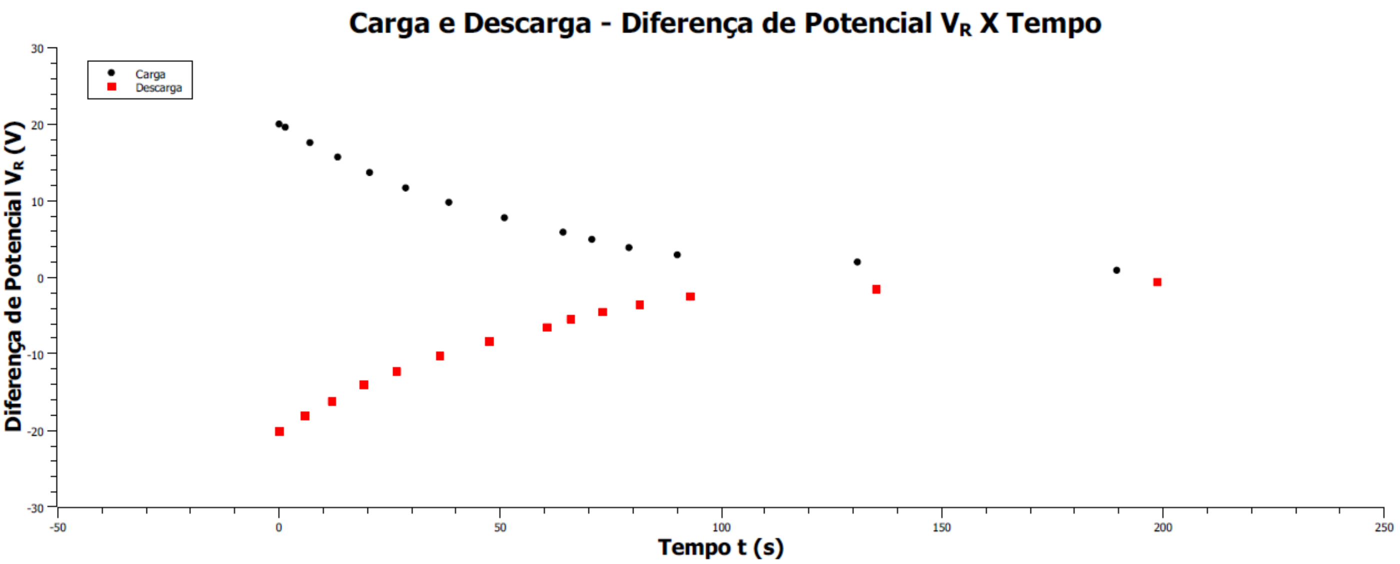
Dos dados coletados no experimento podemos calcular τ*, utilizando os nominais da resistência* $R = 9800\ \Omega$ *e a capacitância* $C = 5000\ \mu F$ *;*

$$\tau = R \cdot C \Rightarrow \tau = 9800 \cdot 5000 = 49{,}15\ s$$

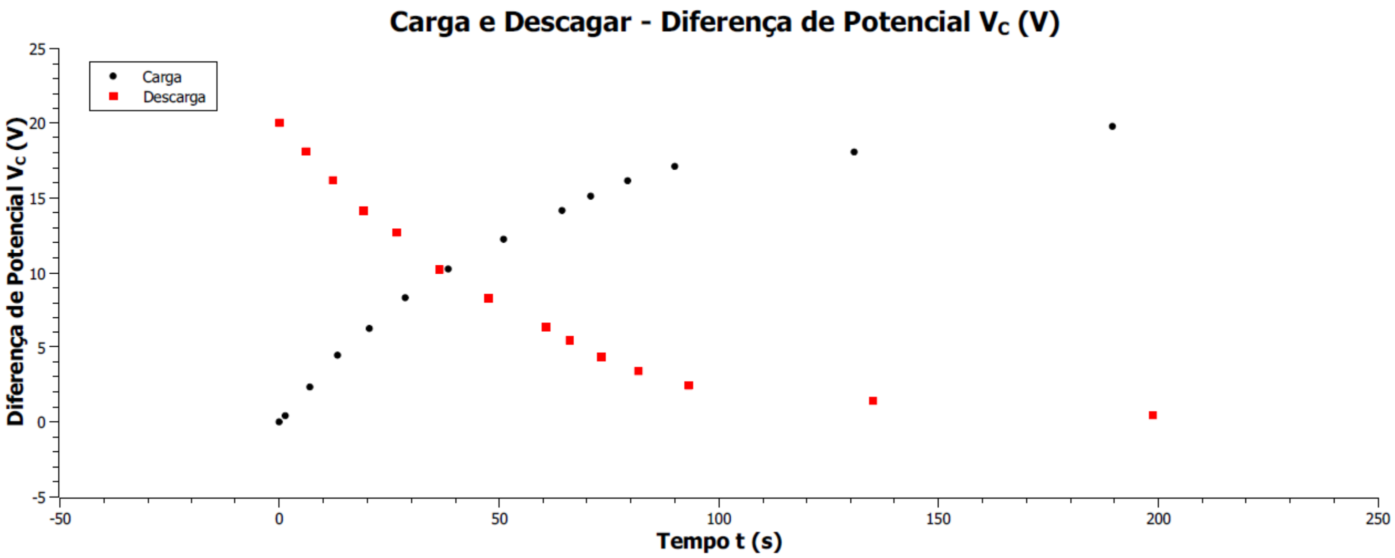
4) Construa o gráfico, para os processos carga e descarga, da corrente elétrica em função do tempo.



5) Construa o gráfico, para os processos carga e descarga, da *d.d.p* no resistor em função do tempo.



6) Construa o gráfico, para os processos carga e descarga, da *d.d.p* no capacitor em função do tempo.



7) Obtenha o valor da constante τ por meio dos gráficos construídos nos itens 4) a 6), e compare com o valor calculado no item 3).

Podemos obter por meio da seguinte equação:

$$i(t) = i_{max} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Lembrado que $\tau = R \cdot C$*, temos:*

$$i(t) = 0{,}37 \cdot i$$

Analisando a corrente na carga:

$$\tau = 0{,}37 \cdot i_0$$

$$\tau = 0{,}76$$

Analisando a corrente na descarga, temos:

$$\tau = 0{,}37 \cdot i_0$$

$$\tau = -0{,}76$$

Analisando a diferença de potencial no capacitor, pela equação:

$$V_C(t) = \varepsilon \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

$$V_C(t) = \varepsilon \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

Lembrado que $\tau = R \cdot C$*, temos:*

$$V_C(t) = \varepsilon \cdot (1 - 0{,}37)$$

$$V_C(t) = 0{,}67 \cdot \varepsilon$$

Lembrado também que $\varepsilon = 20\ V$*;*

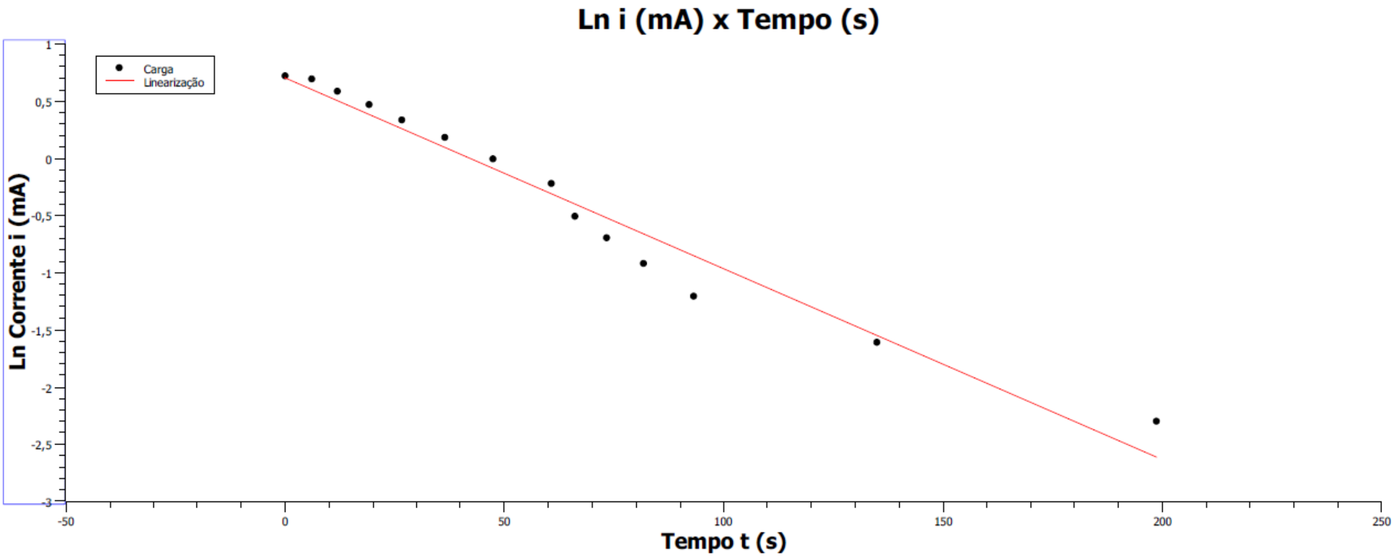
Na carga, temos:

$$\tau = 12{,}6$$

Na descarga, temos:

$$\tau = 12{,}6$$

8) Linearize o gráfico da corrente elétrica, para o processo de carga, e determine o valor da constante τ.



9) Descreva as características dos circuitos resultantes (Tabela 3), nos processos de carga e descarga, para cada uma das combinações entre as chaves S_1 e S_2, exceto os processos instantâneos.

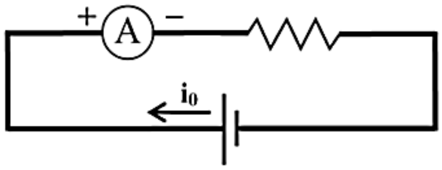
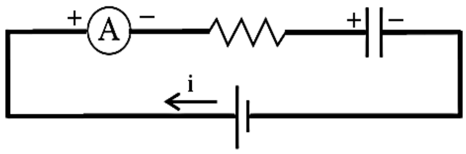
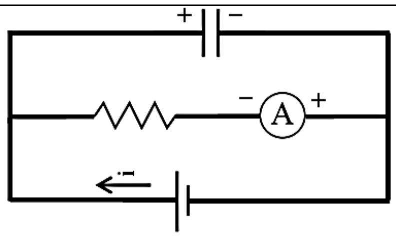
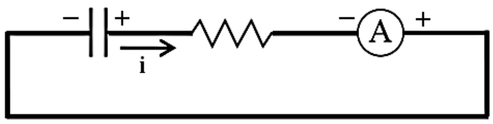
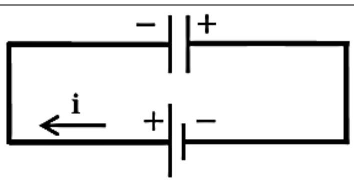
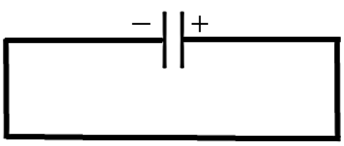
Quando as chaves se encontram nas posições $S_1 \rightarrow 2$ *e* $S_2 \rightarrow 2$*, temos que a fonte fornece uma corrente* i *ao circuito que possui o amperímetro e o resistor* R *em série, a corrente por sua vez entra no polo positivo e sai pelo negativo do mesmo, logo em seguida passa pelo resistor e retorna à fonte.*

Quando as chaves se encontram nas posições $S_1 \rightarrow 2$ *e* $S_2 \rightarrow 0$*, temos que a fonte fornece uma corrente* i *ao circuito que possui o amperímetro, o resistor* R *e o capacitor em série, a corrente por sua vez entra no polo positivo e sai pelo negativo do mesmo, logo em seguida passa pelo resistor - o que consome grande parte do potencial do circuito - , passa pelo capacitor, induzindo carga no mesmo, que por sua vez começa a inibir a passagem da corrente proporcionalmente à quantidade de carga induzida - o que também diminui a passagem de corrente pelo resistor e amperímetro - só então a corrente retorna à fonte.*

Quando as chaves se encontram nas posições $S_1 \rightarrow 1$ *e* $S_2 \rightarrow 1$*, temos que a fonte fornece uma corrente* i *ao circuito que possui o capacitor em paralelo com o resistor e o amperímetro que se encontrar em série um com o outro. Neste caso a corrente* i *se divide de modo que uma parte da corrente passa pelo resistor e logo após pelo amperímetro, por outro lado, a outra parte da corrente passa pelo capacitor induzindo carga no mesmo, que por sua vez começa a inibir a passagem da corrente proporcionalmente à quantidade de carga induzida - o que resulta em aumentar a corrente que passa pelo resistor e amperímetro - após isto, se "junta" novamente com a parte que passou pelo resistor e capacitor e finalmente retorna à fonte.*

Quando as chaves se encontram nas posições $S_1 \rightarrow 1$ *e* $S_2 \rightarrow 0$*, o capacitor, que por sua vez está carregado e ligado em série com o resistor e o amperímetro, fornece uma corrente contínua ao circuito que por sua vez passa pelo resistor - que acaba por amortecer a corrente e colabora com a dissipação de potência — o que resulta atraso comparado à descarga espontânea.*

Tabela 3. Posições das chaves S_1 e S_2 e seus circuitos resultantes.

	S_1	S_2	**Circuito**
I	2	2	
I	2	0	
II	1	1	
II	1	0	
III	0	1	
IV	0	2	

I: Processo de carga; II: processo de descarga; III: carga instantânea; IV: descarga instantânea.

Anotações____