| Nome | RA | Curso/Turma |
|---|---|---|
| Vitor Hugo Ferrari Ribeiro | 112481 | Física / 34 |

# Experimento V

# Princípios de Kirchhoff

## I. Circuito Com Duas Fontes Contínuas

1. Selecione três resistores com resistências nominais de $R_1 = 800\,\Omega$ , $R_2 = 2.200\,\Omega$ e $R_3 = 1.000\ \Omega$, meça suas resistências e anote na Tabela 1 (vídeo “I.Resistores.m4v”);
2. Para o circuito da Fig.1, considerando $\varepsilon_A = 15\ V$, $\varepsilon_B = 12\ V$ e os resistores ($R_1$, $R_2$ e $R_3$) selecionados no item anterior, calcule os valores da corrente elétrica ($I_{calc}$), d.d.p ($V_{calc}$) e a potência dissipada ($P_{calc}$) em cada resistor, e anote na Tabela 1;
3. Monte o circuito da Fig. 1 e ajuste as fontes de tensão para $\varepsilon_A = 15\ V$ e $\varepsilon_B = 12\ V$ (vídeo “II.Montagem.m4v”);

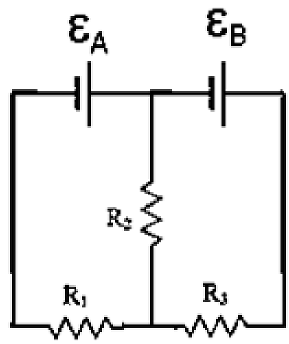


**Figura 1:** Circuito de duas malhas.

**Tabela 1.** Valores calculados e experimentais para o circuito da Figura 1, utilizando $\varepsilon_A = 15\ V$ e $\varepsilon_B = 12\ V$.

| | $R \pm \Delta R\ (\Omega)$ | $I_{calc}\ (mA)$ | $V_{calc}\ (V)$ | $P_{calc}\ (W)$ | $I \pm \Delta I\ (mA)$ | $V \pm \Delta V\ (V)$ | $P_{dissp} \pm \Delta P\ (W)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $R_1$ | $818{,}8 \pm 0{,}1$ | 15,6253 | 12,7741 | 0,1996 | $15{,}601 \pm 0{,}001$ | $12{,}794 \pm 0{,}001$ | $1/8 \pm 5\%$ |
| $R_2$ | $2.207{,}0 \pm 0{,}1$ | 1,1790 | 2,6020 | 0,0031 | $1{,}179 \pm 0{,}001$ | $2{,}602 \pm 0{,}001$ | $1/4 \pm 5\%$ |
| $R_3$ | $996{,}1 \pm 0{,}1$ | 14,4784 | 14,3747 | 0,2081 | $14{,}431 \pm 0{,}001$ | $14{,}422 \pm 0{,}001$ | $1/2 \pm 5\%$ |

4. Meça a d.d.p (vídeo “III.Tensão.m4v”), a corrente elétrica (vídeo “IV.Corrente.m4v”) e calcule a potência dissipada em cada resistor. Anote os valores na Tabela 1.
5. Diminua o valor da tensão da fonte A ($\varepsilon_A$), mantendo $\varepsilon_B = 12\ V$, e meça a corrente ($i_2$) no resistor $R_2$ (vídeo “V.Variando_Tensão_Va.m4v”). Anote na Tabela 2 os valores da corrente $i_2$ para os três diferentes valores da tensão $\varepsilon_A$;

**Tabela 2.** Corrente no resistor $R_2$ para diferentes tensões na fonte A.

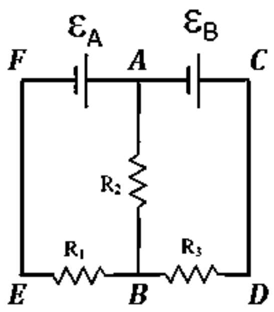
| $\varepsilon_A\ (V)\ sugerido$ | $\varepsilon_A \pm \Delta\varepsilon_A\ (V)$ | $i_2 \pm \Delta i_2\ (mA)$ |
|---|---|---|
| 15,0 | $15{,}414 \pm 0{,}001$ | $1{,}177 \pm 0{,}001$ |
| 9,7 | $9{,}737 \pm 0{,}002$ | $0{,}002 \pm 0{,}001$ |
| 4,0 | $4{,}024 \pm 0{,}005$ | $-1{,}181 \pm 0{,}001$ |

## II. Discussão Dos Resultados Obtidos:

**1) Aplicando os princípios de Kirchhoff ao circuito da Fig. 1, mostre que o sistema de equações associado a este circuito pode ser escrito como:**

$$\begin{aligned} \boldsymbol{i_1 - i_2 - i_3 = 0} \\ \boldsymbol{\varepsilon_A - R_1 \cdot i_1 - R_2 \cdot i_2 = 0} \\ \boldsymbol{\varepsilon_B + R_2 \cdot i_2 - R_3 \cdot i_3 = 0} \end{aligned} \qquad \mathbf{(1)}$$

*Analisando o circuito da figura 1 e nomeando suas extremidades, temos:*




*Analisando as fontes, vamos adotar: Corrente da fonte* $\varepsilon_A = i_A$ *e corrente da fonte* $\varepsilon_B = i_B$.

*Analisando a malha formada por ABEFA do circuito, observamos que os pontos A e B são nós, aplicando a Lei dos Nós nesses pontos, podemos afirmar que as correntes se dividem e se completam de forma que:*

*É fácil observar que* $i_A = i_1$, *então temos:*

- *Em A:* $i_A = i_2 + i_B$
- *Em B:* $i_1 = i_2 + i_3$

*Na malha formada por ACDBA, podemos observar que* $i_B = i_3$.

*Destas informações, temos que* $i_1 = i_2 - i_3$, *ou seja:*

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \; *$$

*Agora, aplicando a Lei das Malhas, na malha ABEFA, temos:*

$$\varepsilon_A - V_2 - V_1 = 0$$

*Aplicando a Lei de Ohm (*$V = R \cdot i$*), temos:*

$$\varepsilon_A - R_2 \cdot i_2 - R_1 \cdot i_1 = 0 \; **$$

*De maneira análoga, para a malha ACDBA, temos:*

$$\varepsilon_B - V_3 + V_2 = 0$$

*Aplicando a Lei de Ohm (*$V = R \cdot i$*), temos:*

$$\varepsilon_B - R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 = 0 \; ***$$

*Portanto, de (*), (**) e (***), temos o seguinte sistema:*

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ \varepsilon_A - R_2 \cdot i_2 - R_1 \cdot i_1 = 0 \\ \varepsilon_B - R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 = 0 \end{cases}$$

**2) Mostre que as soluções para as correntes elétricas do circuito (Fig. 1) são dadas por:**

$$\boldsymbol{i_1 = \frac{\varepsilon_A \cdot (R_2 + R_3) + \varepsilon_B \cdot R_2}{(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)}} \, \mathbf{(2)} \qquad \boldsymbol{i_2 = \frac{\varepsilon_A \cdot R_3 - \varepsilon_B \cdot R_1}{(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)}} \, \mathbf{(3)} \qquad \boldsymbol{i_3 = \frac{\varepsilon_A \cdot R_2 + \varepsilon_B \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)}} \, \mathbf{(4)}$$

*Utilizando o método de Laplace para a resolução do sistema linear obtido anteriormente:*

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ \varepsilon_A - R_2 \cdot i_2 - R_1 \cdot i_1 = 0 \\ \varepsilon_B - R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 = 0 \end{cases}$$

*Temos:*

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_A \\ \varepsilon_B \end{bmatrix}$$

$$\det_i = \det \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{bmatrix} = R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3$$

- *Para $i_1$, temos:*

$$\det_{i_1} = \det \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ \varepsilon_A & R_2 & 0 \\ \varepsilon_B & -R_2 & R_3 \end{bmatrix} = \varepsilon_A \cdot (R_2 + R_3) + \varepsilon_B \cdot R_2$$

*Portanto:*

$$i_1 = \frac{\det_{i_1}}{\det_i}$$

*Dessa forma, temos:*

$$i_1 = \frac{\varepsilon_A \cdot (R_2 + R_3) + \varepsilon_B \cdot R_2}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3}$$

- *Para $i_2$, temos:*

$$\det_{i_2} = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_1 & \varepsilon_A & 0 \\ 0 & \varepsilon_B & R_3 \end{bmatrix} = \varepsilon_A \cdot R_3 - \varepsilon_B \cdot R_1$$

*Portanto:*

$$i_2 = \frac{\det_{i_2}}{\det_i}$$

*Dessa forma, temos:*

$$i_2 = \frac{\varepsilon_A \cdot R_3 - \varepsilon_B \cdot R_1}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3}$$

- *Para $i_3$, temos:*

$$\det_{i_3} = \det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 & \varepsilon_A \\ 0 & -R_2 & \varepsilon_B \end{bmatrix} = \varepsilon_A \cdot R_2 + \varepsilon_B \cdot (R_1 + R_2)$$

*Portanto:*

$$i_3 = \frac{\det_{i_3}}{\det_i}$$

*Dessa forma, temos:*

$$i_3 = \frac{\varepsilon_A \cdot R_2 + \varepsilon_B \cdot (R_1 + R_2)}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3}$$

**3) Compare os valores medidos para a *d.d.p*, corrente elétrica e potência dissipada em cada resistor, com os calculados pelos princípios de Kirchhoff.**

*Essa comparação foi feita na tabela 1, calculado os desvios percentuais, temos:*

$$\Delta = \left|\frac{V_1 - V_1^{calculado}}{V_1}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{12{,}794 - 12{,}774}{12{,}794}\right| \times 100 \approx 0{,}15\%$$

$$\Delta = \left|\frac{V_2 - V_2^{calculado}}{V_2}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{2{,}602 - 2{,}602}{2{,}602}\right| \times 100 \approx 0\%$$

$$\Delta = \left|\frac{V_3 - V_3^{calculado}}{V_3}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{14{,}422 - 14{,}375}{14{,}422}\right| \times 100 \approx 0{,}33\%$$

$$\Delta = \left|\frac{i_1 - i_1^{calculado}}{i_1}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{15{,}601 - 15{,}625}{15{,}601}\right| \times 100 \approx 0{,}15\%$$

$$\Delta = \left|\frac{i_2 - i_2^{calculado}}{i_2}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{1{,}179 - 1{,}179}{1{,}179}\right| \times 100 \approx 0\%$$

$$\Delta = \left|\frac{i_3 - i_3^{calculado}}{i_3}\right| \times 100 \Rightarrow \Delta = \left|\frac{14{,}431 - 14{,}478}{14{,}431}\right| \times 100 \approx 0{,}33\%$$

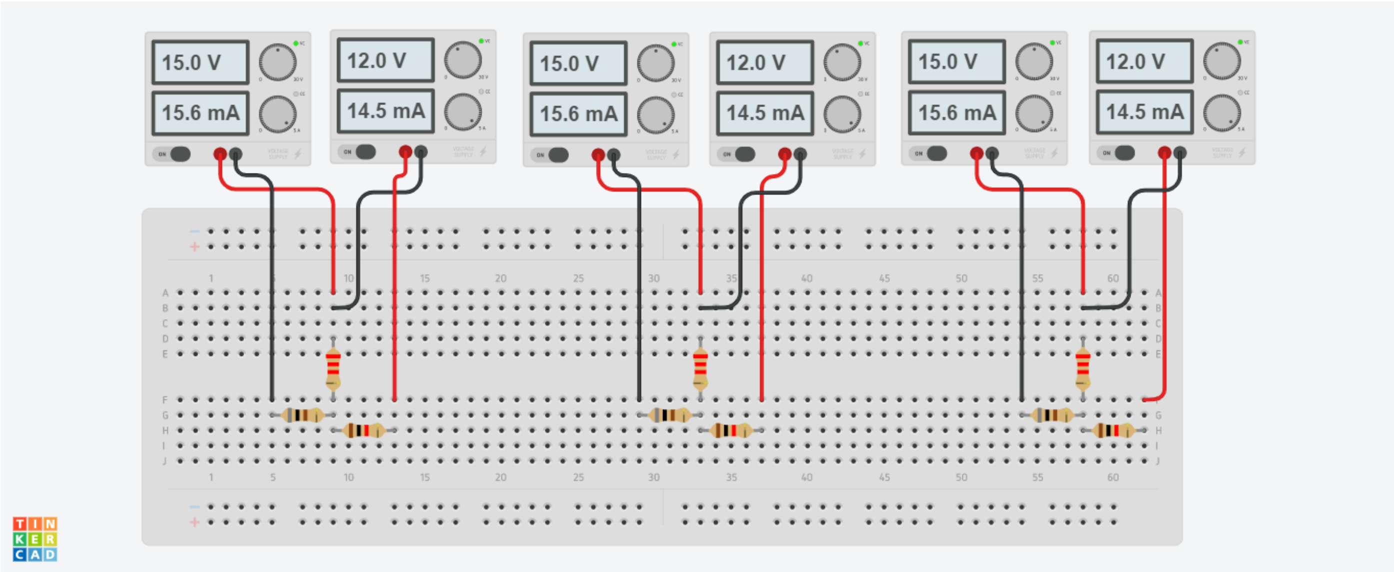
*Podemos observar que os desvios percentuais são extremamente baixos.*

**4) Discuta o resultado obtido no item (6) baseando-se na equação (3).**

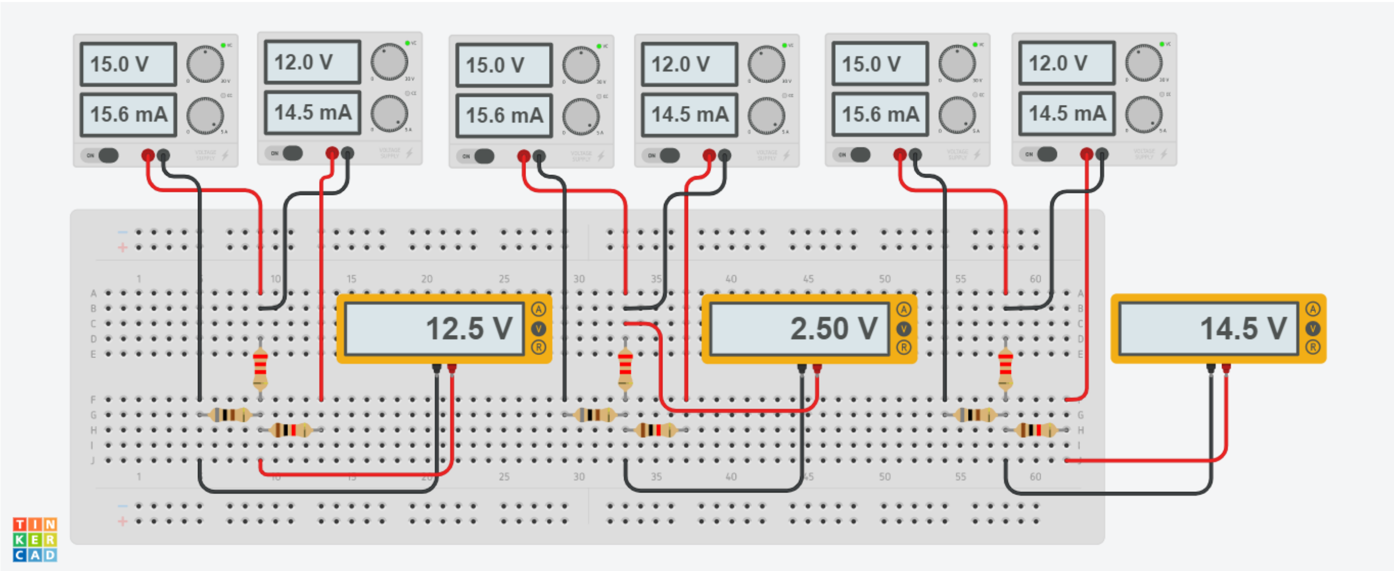
*Para explicar o efeito das correntes que foram observadas no experimento, precisamos partir e analisar a diferença de potencial nas quais os resistores estavam submetidos, mais especificamente o resistor 2 (*$R_2 = 2.200\ \Omega$ *); quando as duas fontes estavam funcionando normalmente (*$15V$ *e* $12V$*), a corrente no circuito fluía de do maior potencial para o menor, observando a equação a parte positiva do numerador era maior do que a parte negativa do numerador. Quando diminuímos a diferença de potencial da fonte A para cerca de* $9{,}7\ V$*, o potencial dela se torna equivalente ao potencial da fonte B (pois a ocorre uma queda de potencial em* $R_3$*, para um valor próximo de* $9{,}7\ V$*), de modo que a diferença de potencial entre os dois terminais do resistor* $R_2$ *é praticamente nula, o que explica a ausência de corrente atravessando-o. Ao diminuir ainda mais o potencial de A e alisando novamente a equação, a parte negativa do numerador se sobrepõe à parte positiva, resultando em uma corrente negativa, que fisicamente significa uma inversão de sentido no caminho da corrente que passa por* $R_2$*.*

5) **Utilizando a interface de simulações do site TinkerCad, realize as seguintes atividades:**

**a. Monte o circuito ilustrado na figura 1, utilizando os valores medidos de tensão e resistência incluídos na tabela 1.**




**b. Faça a medida das tensões em cada um dos resistores. Compare com os valores adquiridos nos vídeos.**




**c. Realize a medida da corrente que atravessa cada um dos resistores. Os valores obtidos concordam com os resultados obtidos a partir das equações 2, 3 e 4?**