

Determinação da Razão Carga/Massa. Experiência de J.J Thomson

(Determination of the Charge/Mass Ratio. J.J'Thomson's Experience)

Amanda Nunes Lopes da Silva¹, Gabriel Tolardo Colombo², Giovanna Maria Oliveira Nogueira³, Vitor Hugo Ferrari Ribeiro⁴

¹ Estudante do terceiro ano da graduação em licenciatura plena em Física pela Universidade Estadual de Maringá;

² Estudante do terceiro ano da graduação em licenciatura plena em Física pela Universidade Estadual de Maringá;

³ Estudante do terceiro ano da graduação do bacharelado em Física pela Universidade Estadual de Maringá;

⁴ Estudante do terceiro ano da graduação do bacharelado e licenciatura em Física pela Universidade Estadual de Maringá.

Grupo de Laboratório de Física, Universidade Estadual de Maringá, Paraná, PR, Brasil
Laboratório de Física Moderna

Data de Entrega: 14/09/2021

1. Introdução

O experimento de J.J. Thomson consiste em um tubo de raios catódicos posicionado no interior de um par de bobinas de Helmholtz que produzem um campo magnético uniforme, um canhão de elétrons tem a função de produzir um feixe de elétrons que é disparado do cátodo em direção ao ânodo, no ânodo se tem um pequeno orifício por onde o elétron atravessará.

O feixe de elétron estará mergulhado em um campo magnético uniforme e este estará sujeito a força de Lorentz. Assim o feixe entrará em uma trajetória curvilínea e criará um raio catódico circular.

Como resultado, tem-se, além de um “rastros” visível da trajetória descrita pelo feixe de elétrons, a possibilidade de determinar a razão carga massa do elétron.

2. Fundamentação Teórica

Quando um campo magnético uniforme de intensidade B é aplicado perpendicularmente à direção de movimento de partículas carregadas, as partículas passam a se mover em uma trajetória

circular. O raio R da trajetória pode ser calculado a partir da segunda lei de Newton, que aplicada ao movimento circular resulta em uma força centrípeta atrelada a uma aceleração centrípeta, descrita pela equação 1.

$$\vec{F}_c = m \vec{a}_c \Rightarrow \vec{F}_c = m \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

Um elétron com massa m_e e carga elétrica e , acelerado por uma diferença de potencial igual a V_A , adquire uma velocidade de magnitude v e correspondente energia cinética dada por:

$$e V_A = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (2)$$

A aplicação de um campo magnético \vec{B} leva ao surgimento da força de magnética:

$$\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

Se \vec{B} for uniforme e \vec{v} for perpendicular a \vec{B} , o feixe descreverá uma trajetória circular cujo raio r será dado por:

$$r = \frac{m_e v}{e B} \quad (4)$$

A partir das equações 2 e 4, obtém-se a relação e/m_e :

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 V_A}{B^2 r^2} \quad (5)$$

Sendo, em cada bobina, N é o número de espiras e i a corrente que flui (suposta igual), e μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e R é o raio médio comum das bobinas, o campo magnético gerado pelas bobinas de Helmholtz no ponto médio sobre o eixo comum das bobinas pode ser obtido pela expressão abaixo:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N i}{R} \quad (6)$$

No arranjo de Helmholtz, as duas bobinas idênticas são posicionadas paralelamente de forma que a distância entre seus planos seja igual ao seu raio comum. Para a montagem empregada nessa experiência temos $R = 15 \text{ cm}$.

3. Montagem Experimental

3.1. Materiais Utilizados

- 2 Multímetros
- 1 Fonte DC para baixas tensões (0V a 24V)
- 1 Fonte DC para altas tensões (0V a 500V)
- 1 Tubo de raios catódicos
- 1 Suporte acoplado a 2 bobinas de Helmholtz
- Cabos para conexão
- Régua

3.2. Procedimento Experimental

Para a realização da montagem experimental foi fundamental seguir as instruções do manual de experimento PASCO científico modelo SE- 9638.

O primeiro passo é alimentar a bobina de Helmholtz, para isto se repetiu o diagrama da imagem 1 com os cabos de bornes.

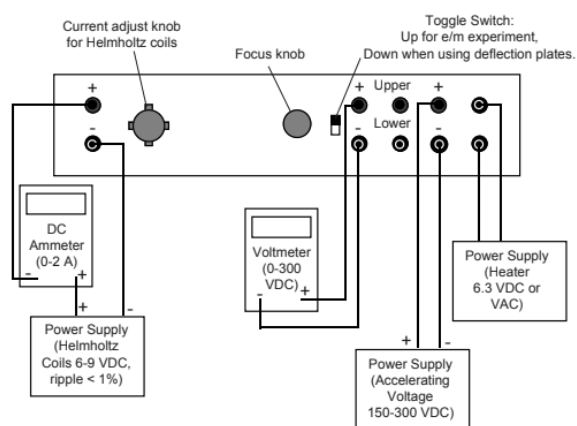


Imagem 1 – Diagrama esquemático da ligação elétrica

1. Conectar um cabo de borne no terminal negativo da bobina e o outro lado, no terminal negativo da fonte.
2. Terminal positivo da fonte entrando no terminal positivo do amperímetro, sempre em série.
3. Terminal negativo do amperímetro entrando no terminal positivo da bobina, formando um circuito em série

O amperímetro deve estar na função de corrente contínua.

Na base da bobina de Helmholtz encontra-se um potenciômetro que irá controlar a corrente que será aplicada a esta mesma bobina .

O objetivo é atingir uma corrente de 1,6 amperes, assim a bobina estará sendo alimentada e se formará um campo magnético .

Alimentando o canhão de elétrons:

1. Terminal negativo do canhão de elétrons conectado no terminal negativo da fonte de alta tensão
2. Terminal positivo da fonte de alta tensão entrando no terminal positivo do canhão de elétrons.

Depois de ter aquecido o filamento para equilibrar o feixe de elétrons, em aproximadamente um minuto, deve-se começar a variar a tensão entre o cátodo e o ânodo.

4. Resultados

4.1 Resultados Obtidos

Do experimento, em primeira instância, foram obtidos os valores dos diâmetros das circunferências feitas pelo elétron, associados a cada valor de diferença de potencial controlada pela fonte de bancada. A diferença de potencial foi medida em Volts e o diâmetro, relacionado a cada potencial elétrico, foi medido em centímetros. Todos esses valores estão mostrados na *tabela 1*.

Além disso, através do diâmetro obtido, pode-se calcular o quadrado do raio da circunferência, medido em cm^2 .

Diâmetro (cm)	Raio ² (cm ²)	Potencial Elétrico (V)
6,8 ± 0,8	11,6 ± 0,8	150,0 ± 0,1
6,9 ± 0,8	11,9 ± 0,8	160,0 ± 0,1
7,2 ± 0,8	13,0 ± 0,8	170,0 ± 0,1
7,4 ± 0,8	13,7 ± 0,8	180,0 ± 0,1
7,7 ± 0,8	14,8 ± 0,8	190,0 ± 0,1
7,9 ± 0,8	15,6 ± 0,8	200,0 ± 0,1
8,0 ± 0,8	16,0 ± 0,8	210,0 ± 0,1
8,2 ± 0,8	16,8 ± 0,8	220,0 ± 0,1
8,6 ± 0,8	18,5 ± 0,8	230,0 ± 0,1
8,7 ± 0,8	18,9 ± 0,8	240,0 ± 0,1
8,9 ± 0,8	19,8 ± 0,8	250,0 ± 0,1
9,1 ± 0,8	20,7 ± 0,8	260,0 ± 0,1
9,2 ± 0,8	21,2 ± 0,8	270,0 ± 0,1
9,4 ± 0,8	22,1 ± 0,8	280,0 ± 0,1
9,5 ± 0,8	22,6 ± 0,8	290,0 ± 0,1
9,7 ± 0,8	23,5 ± 0,8	300,0 ± 0,1

Tabela 1 – Valores obtidos experimentalmente

Para os valores da diferença de potencial, a incerteza de 0,1 foi colocada tendo em vista a menor medida da fonte de bancada. ¹ Além disso, a incerteza para o diâmetro deve ser a metade da menor medida da

régua, entretanto foi posto 0,8 com o intuito de considerar os efeitos da paralaxe. Além disso a incerteza nunca deve diminuir ¹ o que garante que a incerteza do raio ao quadrado se mantém a mesma.

4.2 Analise dos Resultados

A lei da Indução de Faraday, enunciada da seguinte forma, afirma que:

“A variação no fluxo de campo magnético através de materiais condutores induz o surgimento de uma corrente elétrica”.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} \quad (7)$$

O campo magnético produzido por duas bobinas de Helmholtz é dado pela equação abaixo:

$$\vec{B} = \frac{N \mu_0 I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} a} \quad (8)$$

Onde :

- $a \rightarrow$ Raio da bobina de Helmholtz;
- $N \rightarrow$ Número de espiras de cada bobina;
- $I \rightarrow$ Corrente que atravessa a bobina;
- $\mu_0 \rightarrow$ Permeabilidade Magnética

A força magnética em módulo é dado por:

$$|\vec{F}| = e \vec{v} \times \vec{B} \quad (9)$$

E a força centrípeta:

$$\vec{F}_c = m \vec{a}_c \Rightarrow \vec{F}_c = m \frac{v^2}{R} \quad (10)$$

Igualando a força centrípeta com a força magnética, obtém-se:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c \Rightarrow e \vec{v} \times \vec{B} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow e \vec{v} \vec{B} \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$$

Considerando apenas a componente perpendicular de \vec{B} em \vec{v} , tem-se:

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Obtém-se então, após alguns ajustes:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B R}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{\left(\frac{N \mu_0 I}{\left(\frac{5}{4} \right)^{3/2} a} \right) R} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^{3/2} a v}{N \mu_0 I R}$$

No experimento, não foi medido a velocidade v do elétron. Mas ele foi disparado no feixe devido a diferença de potencial V , fazendo o elétron ganhar certa energia cinética, dada por:

$$e V = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \left(\frac{2 e V}{m} \right)^{1/2}$$

Portanto:

$$\frac{e}{m} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^{3/4} \sqrt{2} \sqrt{e} \sqrt{V}}{\sqrt{m} N \mu_0 I R} \Rightarrow \frac{e^{1/2}}{m^{1/2}} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^{3/2} \sqrt{2} \sqrt{V} a}{N \mu_0 I R}$$

Elevando todos os termos ao quadrado:

$$\frac{e}{m} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^3 2 V a^2}{(N \mu_0 I R)^2} \quad (11)$$

Da equação 11 pode-se obter os valores da razão carga massa, para cada valor do potencial V e do raio R . Assim, constrói-se a tabela 2 com os valores da razão carga massa, obtidos através da equação 11.

Raio ² (cm ²)	Potencial Elétrico (V)	Carga/Massa
11,6 ± 0,8	150,0 ± 0,1	1,66 × 10 ¹¹
11,9 ± 0,8	160,0 ± 0,1	1,73 × 10 ¹¹
13,0 ± 0,8	170,0 ± 0,1	1,68 × 10 ¹¹
13,7 ± 0,8	180,0 ± 0,1	1,69 × 10 ¹¹
14,8 ± 0,8	190,0 ± 0,1	1,65 × 10 ¹¹
15,6 ± 0,8	200,0 ± 0,1	1,65 × 10 ¹¹
16,0 ± 0,8	210,0 ± 0,1	1,69 × 10 ¹¹
16,8 ± 0,8	220,0 ± 0,1	1,68 × 10 ¹¹
18,5 ± 0,8	230,0 ± 0,1	1,60 × 10 ¹¹
18,9 ± 0,8	240,0 ± 0,1	1,63 × 10 ¹¹
19,8 ± 0,8	250,0 ± 0,1	1,62 × 10 ¹¹
20,7 ± 0,8	260,0 ± 0,1	1,62 × 10 ¹¹
21,2 ± 0,8	270,0 ± 0,1	1,64 × 10 ¹¹
22,1 ± 0,8	280,0 ± 0,1	1,63 × 10 ¹¹
22,6 ± 0,8	290,0 ± 0,1	1,65 × 10 ¹¹
23,5 ± 0,8	300,0 ± 0,1	1,64 × 10 ¹¹

Tabela 2 – Valores obtidos experimentalmente

Os valores da razão carga massa expostos na tabela 2 não estão com suas respectivas incertezas, isto por que o objetivo é calcular apenas uma única razão carga massa média e ajustada. Para isso, foi usado os valores da ddp e do quadrado raio e suas respectivas incertezas, conforme o gráfico 1. Dessa forma, tem-se uma única incerteza referente ao coeficiente angular do gráfico, que engloba as incertezas do quadrado do raio e da diferença de potencial, assim ao levar em conta a incerteza de b para o cálculo da razão carga massa definitiva, já está sendo considerada as incertezas referentes ao quadrado do raio e da diferença de potencial.

Reajustando a equação 11, tem-se:

$$\frac{e}{m} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^3 2 V a^2}{(N \mu_0 I R)^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = C \frac{V}{R^2}$$

Onde:

$$C = \text{constante} = \frac{\left(\frac{5}{4} \right)^3 2 a^2}{(N \mu_0 I)^2}$$

Mas como R está relacionado implicitamente com V , pois ao aumentar V , aumenta-se R . De modo que $R = R(V)$ e portanto, a razão carga massa pode ser expressa na forma:

$$\frac{e}{m} = \frac{e}{m}(V, R) \Rightarrow \frac{e}{m} = (V, R(V)) \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{e}{m}(V)$$

Ou seja, analiticamente, conhecendo a maneira como R se comporta em função de V , a razão carga massa pode ser obtida apenas através de V . A princípio, essa relação é desconhecida, mas ela pode ser obtida geometricamente, fazendo um gráfico de $R^2 \times V$. Expressando $R^2 = R^2(V)$, a razão carga massa torna-se função de uma única varável, de modo que:

$$R^2(V) \propto V$$

$$R^2(V) = b V$$

Pode-se expressar o raio $R^2(V)$ através de um gráfico, cujo o coeficiente linear é nulo e o coeficiente angular é b . $R^2(V) = b V$ tem um comportamento linear conforme mostra a imagem 2;

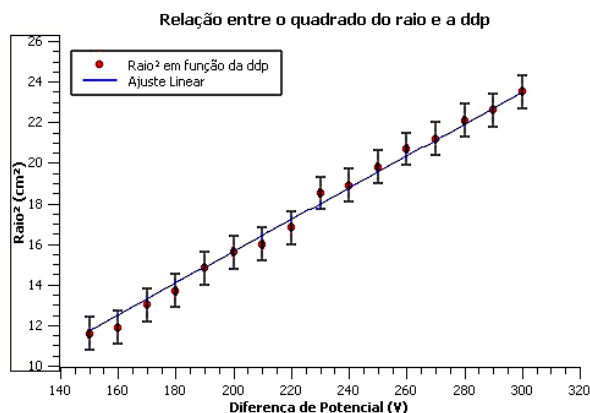


Imagem 2 – Relação entre o quadrado do raio e a ddp

Faz-se um ajuste linear dos valores experimentais, conforme mostra a reta azul do gráfico; a função de ajuste possui coeficiente linear nulo sendo escrita então, de modo genérico, como uma $f(x) = b x$, onde $b = 0,0781 \pm 0,0003$ e x é a variável.

Adaptando a função de ajuste aos valores experimentais tem-se que:

$$f(x) = b x \Rightarrow R(V) = b V$$

Lembrando que a razão carga/massa pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{e}{m} = \frac{C V}{R(V)}$$

Onde C representa todas as constantes da equação 11.

Substituindo $R(V) = b V$, obtém-se:

$$\frac{e}{m} = \frac{C V}{b V} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{C}{b} \quad (12)$$

Sendo $C = 12864596080$ e $b = 0,0781$, obtém-se:

$$e/m = 1,65 \times 10^{11} C/kg$$

Que é o valor ajustado da razão carga massa.

Da equação 12, segue que a razão carga massa depende de C e b . Como C é uma constante conhecida, ela não possui incerteza, assim, a incerteza da razão carga massa provém apenas da incerteza de b . A incerteza de b representa um erro de 0,38% associado ao seu respectivo valor, nesse sentido a razão carga massa deve ter o mesmo erro também associado ao seu valor, assim, podemos descrever a razão carga massa com o seu respectivo erro, sendo:

$$\frac{e}{m} = (16472000000 \pm 600000) C/kg$$

Este valor pode ser expresso de forma mais refinada, como sendo:

$$\frac{e}{m} = (164719,5 \pm 0,6) C/kg$$

Fazendo o desvio percentual, temos:

$$\Delta = \left| \frac{\frac{e}{m} - \frac{e^*}{m}}{\frac{e^*}{m}} \right| \times 100 \Rightarrow \left| \frac{1,75 \times 10^{11} - 1,65 \times 10^{11}}{1,75 \times 10^{11}} \right| \times 100 = 5,7 \%$$

Onde:

$$\frac{e}{m} = \text{Valor teórico} = 1,75 \times 10^{11}$$

$$\frac{e^*}{m} = \text{Valor experimental} = 1,65 \times 10^{11}$$

5. Conclusão

Numa análise mais rigorosa, percebe-se que alguns fatores não podem ser desprezados na conclusão final da análise dos dados. Alguns desses fatores são: a qualidade do vídeo, o erro humano na imprecisão da medição dos raios, interferências nas leituras do equipamento e, principalmente, a paralaxe entre o observador e a régua. Inúmeros são os fatores que podem atuar como interferências no experimento, mesmo fazendo o máximo para evitá-los.

Todavia, os dados obtidos neste experimento não extraviaram as tolerâncias admitidas. A razão carga massa se aproxima muito do valor teórico considerado pela comunidade científica, razão pela qual o desvio percentual foi baixo mediante as medições que foram realizadas nas condições experimentais.

6. Referências Bibliográficas

- [1] VUOLO, José Henrique. **Fundamento da Teoria dos Erros**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- [2] TIPLER, Paul A.; LLEWELLYN, Ralph A.. **Física Moderna**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2019. 487 p.
- [3] INSTRUCTION Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model SE-9638. Roseville, Ca: Pasco, 1987.