

Experimento da Gota de Óleo de Millikan

(Millikan oil drop experiment)

Gabriel Tolardo Colombo¹, Giovanna Maria Oliveira Nogueira²,
Vitor Hugo Ferrari Ribeiro³

¹ Estudante do terceiro ano da graduação em licenciatura plena em Física pela Universidade Estadual de Maringá;

² Estudante do terceiro ano da graduação do bacharelado em Física pela Universidade Estadual de Maringá;

³ Estudante do terceiro ano da graduação do bacharelado e licenciatura em Física pela Universidade Estadual de Maringá.

Grupo de Laboratório de Física, Universidade Estadual de Maringá, Paraná, PR, Brazil
Laboratório de Física Moderna

Data de Entrega: 28/09/2021

1. Introdução

A realização deste experimento permitiu a determinação da carga elétrica do elétron a qual, aliada aos trabalhos de Thomson (acerca da razão q/m), possibilitou obter os valores da massa do elétron e da constante de Avogadro. O experimento conduzido por Robert Andrews Millikan recebeu o Prêmio Nobel de Física de 1923, demonstrando tamanha importância de suas conclusões.

Estritamente relacionado ao experimento da gota de óleo, e que será objeto desta prática, vale mencionar como suas principais características: a precisão na determinação da carga elétrica elementar, e a demonstração de que esta é quantizada.

O experimento consiste em medir o tempo de descida e subida de gotículas de óleo, previamente eletrizadas, em duas situações distintas: sujeitas apenas à influência da força da gravidade, e sob a ação de um campo elétrico externo a favor **e/ou** contra a força da gravidade. Millikan conseguiu medir a carga elétrica do elétron balanceando cuidadosamente as forças elétrica e gravitacional por meio de um capacitor; dessa forma, conhecendo o campo elétrico gerado por duas placas paralelas

submetidas a uma diferença de potencial, podemos determinar com certa maestria o valor da carga elétrica do elétron.

2. Fundamentação Teórica

Em primeiro lugar, deve-se definir algumas propriedades fundamentais para o entendimento do experimento de Millikan. É necessário entender e compreender o diagrama de corpo livre, tendo em vista as forças que agem nas gotas de óleo, além disso, o fato delas serem aproximadamente esféricas, implica na definição do cálculo do volume de uma esfera que se move em um fluido de baixa viscosidade através da lei de Stokes, e portanto, é interessante definir a densidade volumétrica de matéria; por fim, porém não menos importante, definir o campo elétrico gerado por um capacitor de placas paralelas.

O diagrama de corpo livre, pode ser definido como sendo o desenho esquemático apresentando todas as forças que atuam em um corpo isolando-o do sistema a qual está inserido, dessa forma, facilitando o entendimento de diversas situações físicas e exemplificando a construção do raciocínio para a resolução de sistemas de equações.

Adiante, temos o volume, pode ser entendido como sendo a quantidade de espaço ocupado por um corpo situado no espaço tridimensional num instante de tempo conhecido. Para o caso de uma esfera, estamos interessados em saber o espaço interno ocupado devido a sua forma geométrica, temos então:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (1)$$

Pode-se definir então, a densidade de matéria; entendesse por densidade a razão entre a massa de um determinado material e o volume ocupado por ele, isso significa que a densidade é uma propriedade específica de cada material e pode ser calculada para fluidos e sólidos por meio da seguinte expressão.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

Vale ressaltar que a densidade é uma grandeza que depende da temperatura e da pressão.

A lei de Stokes, formulada em 1851 por George Gabriel Stokes, descreve o comportamento da força de atrito de objetos esféricos submetidos a um regime de escoamento viscoso, num regime laminar de número Reynolds de valores baixos. De maneira geral, a lei de Stokes relaciona o tamanho de uma esfera e a velocidade de queda dela, ela é válida para o movimento de partículas esféricas pequenas, movendo-se a velocidades baixas.

Existem três forças que atuam sobre a esfera: a força gravitacional descendente (F_g), a força de flutuação ascendente (F_b) e uma força de arraste de sentido para cima (F_d), como pode-se observar na imagem 1.

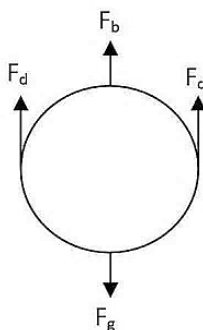


Imagem 1 – Diagrama de corpo livre das forças que atuam na esfera

Da lei de Stokes, é possível deduzir a equação que descreve o raio da esfera mediante a todo formalismo levado em consideração em sua formulação, temos então:

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta v_q}{2 g \rho}} \quad (3)$$

Como as gotículas de óleo estão submetidas a uma câmara onde o fluido é menos denso do que as gotas, é necessário fazer uma pequena correção na equação de Stokes, dessa forma:

$$\eta_e = \eta \left(\frac{1}{1 + \frac{b}{pr}} \right) \quad (4)$$

Adiante, é necessário entender o funcionamento de um capacitor; pode ser entendido como um sistema composto por dois condutores isolados e separados por um meio dielétrico; um dos condutores apresenta carga $+q$ e o outro com carga $-q$. São utilizados para armazenar cargas elétricas em um campo elétrico, quando uma diferença de potencial é aplicada entre os terminais de um capacitor, cargas elétricas são acumuladas entre suas placas.

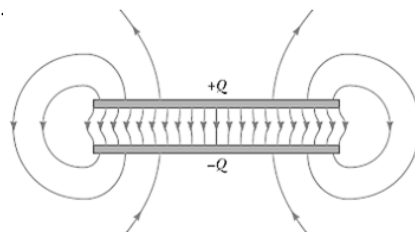


Imagem 2 – Campo elétrico gerado por um capacitor de placas paralelas

Como visto na imagem 2, as cargas nas placas do capacitor criam um campo elétrico no espaço ao redor delas devido a uma diferença de potencial. Vale ressaltar que ambas as placas apresentam área A e estão separadas por uma distância d ; o campo elétrico entre as placas e longe das bordas é uniforme e próximo as bordas das placas, o campo elétrico não é uniforme.

A capacitância é uma grandeza que mede a quantidade de cargas que um capacitor pode armazenar para uma determinada diferença de potencial. Como as placas do capacitor são condutoras, elas formam superfícies equipotenciais.

A carga nas placas é proporcional à diferença de potencial entre elas, ou seja:

$$Q = C \cdot V$$

Onde C é a capacitância do capacitor, Q a carga acumulada e V a diferença de potencial. Logo:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Devido a simetria apresentada pelo capacitor de placas paralelas, deve-se aplicar a lei de Gauss para determinar o campo elétrico formado entre as placas, dessa forma:

$$\varphi = \oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} \cdot dA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$V = V_f - V_i = - \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} \Rightarrow V = E d \quad (5)$$

$$q = C \cdot V \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Isolando o campo elétrico E na equação 5, temos:

$$E = \frac{V}{d} \quad (6)$$

Por fim, tem-se a carga elétrica; sabe-se que ela é uma propriedade fundamental das partículas elementares que compõem o átomo, lembrando que a carga do próton é positiva e a do elétron é negativa e a carga resultante no interior de um nêutron é nula. Um dos princípios da eletrostática é a quantização da carga elétrica, de acordo com o mesmo, a carga elétrica é quantizada, ou seja, ela sempre assume um múltiplo do valor da carga elétrica elementar. Pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$Q = n e \quad (7)$$

3. Montagem Experimental

3.1. Materiais Utilizados

- Cabos de borne;
- Multímetro;
- Suporte tripé com capacitor de placas paralelas;
- Microscópio e chave inversora;
- Fonte de tensão contínua;

- Paquímetro;
- Nebulizador com óleo;
- Escala graduada para calibração da escala na ocular.

3.2 Procedimento Experimental

O objetivo principal de Millikan foi encontrar a carga elétrica fundamental do elétron. Para isto utilizou um nebulizador que produz gotas extremamente pequenas, e também eletricamente carregadas, pelo fato das gotas serem atritadas no orifício do nebulizador ao saírem. Imediatamente após caírem, as gotículas de óleo já atingem a velocidade terminal, por conta de seu tamanho.

Assim, Millikan percebeu que as gotículas forem posicionadas entre as placas metálicas de um capacitor e, na condição de elas não estarem eletricamente carregadas, for aplicado uma diferença de potencial, então não serão afetadas pelo campo elétrico mas se estão ionizadas terão carga elétrica e ficarão suscetíveis a um forte campo elétrico e começarão a subir sob a ação do campo, adquirindo velocidade terminal imediatamente após a aplicação deste.

No caso, Millikan utilizou uma fonte radioativa para ionizar essas gotículas de óleo e observou experimentalmente que a soma das velocidades de subida e de descida estavam diretamente relacionadas com a quantidade de carga carregada por cada gotícula. Tendo em vista toda a minuciosidade do experimento, a montagem dele exige muitos cuidados tais como: garantir que o jato de gotas de óleo seja eficiente, a necessidade de calibrar os planos ópticos com a menor defasagem possível, e principalmente, garantir que todo o experimento esteja nivelado em relação ao plano da mesa.

Além disso, deve-se tomar os devidos cuidados com a alta diferença de potencial entre as placas do capacitor e com a fonte radioativa, e ainda, seguindo a risca o manual da Pasco, os erros experimentais serão diminuídos drasticamente.

4. Resultados

4.1 Resultados Obtidos

Com um cronômetro de mão, pode-se medir o tempo que as gotas demoraram para percorrer determinada distância, além disso, essa distância também pode ser medida através do plano milimetrado ao fundo. Nesse sentido, os tempos de subida e de descida, bem como a distância de subida e de descida estão expostos na tabela 1.

Além disso, através do multímetro na função ohmímetro, ao medir o valor da resistência do resistor, pode-se encontrar a temperatura da sala, através de uma tabela de conversão fornecida pelo próprio aparato, sendo ela aproximadamente $T = 31\text{ }^{\circ}\text{C}$. E por fim, conhecendo a diferença de potencial presente nas placas do capacitor e a distância entre elas, pode-se encontrar a intensidade do campo, sendo $E = ddp/distancia$.

Gotas	Tempo descida	Tempo subida	Distância descida	Distância subida
1	$3,33 \pm 0,01$	$1,18 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,05$
2	$10,19 \pm 0,01$	$2,55 \pm 0,01$	$0,5 \pm 0,05$	$0,5 \pm 0,05$
3	$6,87 \pm 0,01$	$1,64 \pm 0,01$	$0,4 \pm 0,05$	$0,4 \pm 0,05$
4	$3,92 \pm 0,01$	$1,83 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,05$
5	$5,02 \pm 0,01$	$2,10 \pm 0,01$	$0,4 \pm 0,05$	$0,4 \pm 0,05$
6	$4,44 \pm 0,01$	$2,12 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,05$
7	$5,03 \pm 0,01$	$1,89 \pm 0,01$	$0,3 \pm 0,05$	$0,3 \pm 0,05$
8	$5,25 \pm 0,01$	$1,63 \pm 0,01$	$0,3 \pm 0,05$	$0,3 \pm 0,05$
9	$3,35 \pm 0,01$	$1,20 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,05$
10	$5,52 \pm 0,01$	$1,88 \pm 0,01$	$0,4 \pm 0,05$	$0,4 \pm 0,05$
11	$5,13 \pm 0,01$	$1,72 \pm 0,01$	$0,3 \pm 0,05$	$0,3 \pm 0,05$
12	$3,64 \pm 0,01$	$1,52 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,05$

Tabela 1. Dados experimentais

Considerando uma agora em particular, pode-se descrever o diagrama de corpo livre; para os casos em que o campo está atuando e não está atuando sobre a gota.

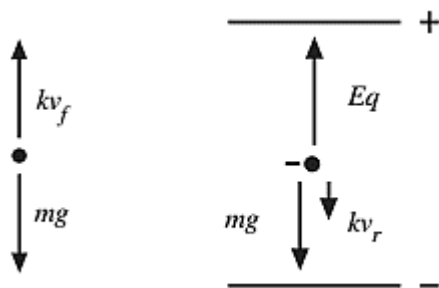


Imagem 3. Diagrama de corpo livre das forças que atuam na gota de óleo

Onde mg é o peso da gota, kv_f é a força de arraste com o meio (se não tiver arraste a gota não atinge a velocidade terminal); v_q é a velocidade de queda e k é a constante de atrito com o ar. Na parte da direita da imagem 3, tem-se o surgimento da força elétrica, denominada por Eq , sendo E o campo entre as placas do capacitor e q a carga da gota. Nesse caso v_1 representa a velocidade de subida da gota. Além disso, ambas as velocidades são consideradas terminais e constantes, isto é, pelo fato da gota ter baixa massa, sua velocidade terminal é atingida quase que instantaneamente, lembrando que g representa a aceleração da gravidade.

$$\left. \begin{aligned} mg &= kv_q \\ k &= \frac{mg}{v_q} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$Eq = mg + kv_s \quad (9)$$

Substituindo 8 em 9:

$$\begin{aligned} Eq &= mg + \frac{mg v_s}{v_q} \Rightarrow Eq = \frac{v_q mg + mg v_s}{v_q} \\ \therefore q &= \frac{mg(v_q + v_s)}{E v_q} \quad (10) \end{aligned}$$

Considerando que a gota seja um corpo esférico, pode-se expressar sua massa em termos de sua densidade:

Da equação 2, temos:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

Como apresentado anteriormente em 1, segue que:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Substituindo 1 em 2, tem-se:

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad (11)$$

Onde r é o raio da gota e ρ a densidade do óleo.

Substituindo 11 em 10, obtém-se:

$$q = \frac{4 g \pi r^3 \rho (v_q + v_s)}{3 E v_q} \quad (12)$$

Para encontrar o valor do raio, pode-se aplicar a lei de Stokes, que relaciona o raio de um corpo com a viscosidade do meio onde ele está caindo. Assim, de 3, tem-se:

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta v_q}{2 g \rho}} \quad (13)$$

Onde η representa a densidade do meio.

Entretanto, a lei de Stokes falha neste caso, pois as gotas possuem um raio muito pequeno, se comparado com o fluido pelo qual elas estão submetidos (ar). Isso quer dizer que elas possuem um caminho livre pelas moléculas de ar, de modo que quase não possuem contato com o fluido. Isso viola a lei de Stokes, de modo que deve-se multiplicar η por um fator de correção, de tal modo que o termo é dado por 4:

$$\eta_{efetivo} = \eta \left(\frac{1}{1 + \frac{b}{p r}} \right)$$

Onde, b é uma constante; p é a pressão atmosférica e r o raio da gota calculado pela forma incorreta da lei de Stokes.

Substituindo 4 em 3, obtém-se:

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2 p} \right)^2 + \frac{9 \eta v_q}{2 g \rho} - \frac{b}{2 p}} \quad (14)$$

Substituindo 14 em 12, tem-se:

$$q = \frac{4}{3} \pi \rho g \left[\sqrt{\left(\frac{b}{2 p} \right)^2 + \frac{9 \eta v_q}{2 g \rho} - \frac{b}{2 p}} \right]^3 \frac{(v_q + v_s)}{E v_q}$$

Por fim, o campo E de um capacitor de placas paralelas dado por 5:

$$E = \frac{V}{d}$$

Onde V é o potencial entre as placas do capacitor e d é a distância entre as placas.

Substituindo 5 em 14, resulta em:

$$q = \frac{4}{3} \pi \rho g \left[\sqrt{\left(\frac{b}{2 p} \right)^2 + \frac{9 \eta v_q}{2 g \rho} - \frac{b}{2 p}} \right]^3 \frac{d (v_q + v_s)}{V v_q} \quad (15)$$

Onde ρ é a densidade do óleo, b é uma constante, p é a pressão atmosférica, η é a densidade do meio, v_q é velocidade de queda, v_s é a velocidade de subida, V é a diferença de potencial, d a distância percorrida e g é a aceleração da gravidade.

Como a equação 15 depende das velocidades v_q e v_s , pode-se construir uma tabela 2 a partir dos dados da tabela 1, expressando v_q , v_s e calculando então a carga q de cada gota.

A tabela 2 se encontra ao final deste artigo.

A tabela 2 foi construída calculando as velocidades de queda e de subida v_q e v_s , respectivamente, a partir das medidas das posições e dos tempos obtidos na tabela 1. Teoricamente, sabemos que $e \approx 1,6 \times 10^{-19}$. Dessa forma, pode-se desconsiderar as cargas obtidas na tabela 2 que são menores do que a carga elementar, ajustando os valores em ordem crescente, constrói-se a tabela 3.

A tabela 3 se encontra ao final deste artigo.

E por fim, utilizando os dados da tabela 3, pode-se construir um gráfico, como mostrado na imagem 3.

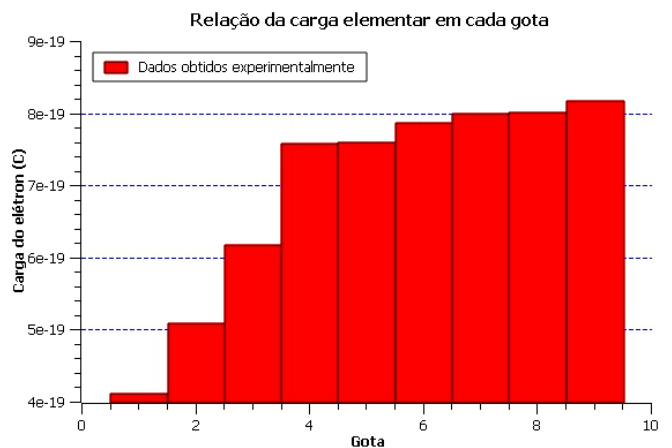


Imagem 3. Relação da carga elementar em cada gota.

Do gráfico percebe-se que a carga não tem um comportamento contínuo, ela é dividida em partes, ou seja, ela é quantizada, conforme a equação 7. Do gráfico, tem-se então gotas cuja carga Q varia, isso quer dizer que a quantidade de elétrons muda de gota para gota.

Para as gotas cuja carga Q está localizada no primeiro intervalo (linhas horizontais azuis), o número de elétrons $n = 1$, para o segundo intervalo $n = 2$ e assim por diante. Por conta de algumas flutuações, a carga Q obtida no experimento não é exatamente um múltiplo exato do número de elétrons.

Uma forma de mostrar que esses erros de fato existem, é calculando o desvio percentual da carga elementar obtido experimentalmente com o valor teórico. Para isso, encontra-se a carga elementar de cada gota da tabela 3, dividindo a carga da gota pela quantidade de elétrons presentes nela, em seguida, calcula-se a média aritmética dessas cargas elementares experimentais. Através deste procedimento, obtém-se:

$$\bar{e}_E = 1,561612222 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$e_T = 1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Onde \bar{e}_E é o valor médio da carga elementar obtido experimentalmente e \bar{e}_T é o valor teórico da carga elementar.

Calculando o desvio percentual, tem-se:

$$\Delta = \left| \frac{e_T - \bar{e}_E}{e_T} \right| 100 = 2,53 \%$$

5. Conclusão

Numa análise mais rigorosa, percebe-se que alguns fatores não podem ser desprezados na conclusão final da análise dos dados. Alguns desses fatores são a qualidade do vídeo, o erro humano na imprecisão da medição dos tempos de queda e subida, interferências nas leituras do equipamento e, principalmente, a defasagem entre o plano focal das gotas com o plano milimetrado.

Inúmeros são os fatores que podem atuar como interferências no experimento, mesmo fazendo o máximo para evitá-los.

Todavia, os dados obtidos neste experimento não extraviaram as tolerâncias admitidas. A carga do elétron se aproximou muito do valor teórico considerado pela comunidade científica, razão pela qual o desvio percentual foi baixo mediante as medições que foram realizadas nas condições experimentais.

6. Referências Bibliográficas

- [1] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Mecânica**: curso de física básica. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2017. 394 p
- [2] TIPLER, Paul A.; LLEWELLYN, Ralph A.. **Física Moderna**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2019. 487p.
- [3] GRIFFITHS, David J. **Eletrodinâmica**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 2011. 402 p.
- [4] Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model AP-8210

Gotas	Velocidade de Descida (m/s)	Velocidade de Subida (m/s)	Carga (C)
1	$(6 \pm 2) \times 10^{-05}$	$(17 \pm 4) \times 10^{-05}$	$8,01 \times 10^{-19}$
2	$(5,0 \pm 0,5) \times 10^{-05}$	$(19,6 \pm 2) \times 10^{-05}$	$7,60 \times 10^{-19}$
3	$(6,0 \pm 0,7) \times 10^{-05}$	$(24 \pm 3) \times 10^{-05}$	$1,03 \times 10^{-18}$
4	$(5 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(11 \pm 3) \times 10^{-05}$	$5,08 \times 10^{-19}$
5	$(8 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(19 \pm 2) \times 10^{-05}$	$1,11 \times 10^{-18}$
6	$(5 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(9 \pm 2) \times 10^{-05}$	$4,11 \times 10^{-19}$
7	$(6 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(16 \pm 3) \times 10^{-05}$	$7,59 \times 10^{-19}$
8	$(6 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(18 \pm 3) \times 10^{-05}$	$8,17 \times 10^{-19}$
9	$(6 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(17 \pm 4) \times 10^{-05}$	$7,87 \times 10^{-19}$
10	$(7,0 \pm 0,9) \times 10^{-05}$	$(21 \pm 3) \times 10^{-05}$	$1,11 \times 10^{-18}$
11	$(6 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(17 \pm 3) \times 10^{-05}$	$7,00 \times 10^{-19}$
12	$(5 \pm 1) \times 10^{-05}$	$(13 \pm 3) \times 10^{-05}$	$6,18 \times 10^{-19}$

Tabela 2. Cálculo das velocidades de descida e subida e suas incertezas para cada gota e sua respectiva carga.

Gotas	Carga em ordem crescente
1	$4,11 \times 10^{-19}$
2	$5,08 \times 10^{-19}$
3	$6,18 \times 10^{-19}$
4	$7,59 \times 10^{-19}$
5	$7,60 \times 10^{-19}$
6	$7,87 \times 10^{-19}$
7	$8,00 \times 10^{-19}$
8	$8,01 \times 10^{-19}$
9	$8,17 \times 10^{-19}$

Tabela 3. Valor da carga elétrica em ordem crescente.