

文章编号: 1006-2343(2022)01-094-04

# 基于改进蝴蝶优化算法的 冗余机器人逆运动学求解

邵长春<sup>1</sup>, 胡国明<sup>2</sup>, 陶汉卿<sup>\* 1</sup>

(1. 柳州铁道职业技术学院 自动控制学院 广西 柳州 545616, E-mail: shaochangchun\_123@163.com;  
2. 武汉大学 动力与机械学院 武汉 430072)

**摘 要:** 为提高冗余机器人逆运动学求解的精度, 在研究蝴蝶优化算法(BOA)的基础上, 将反向学习策略、柯西变异机制、余弦指引机制引入 BOA 中, 提出了改进蝴蝶优化算法(IBOA)并将其应用于冗余机器人逆运动学求解中。3 个典型测试函数的结果表明, IBOA 的求解精度、求解速度和计算稳定性比 BOA 和两种改进型 BOA 更优; 冗余机器人逆运动学求解实例结果表明, IBOA 的求解结果更佳, 机器人位姿误差更小, 具有一定的优势。

**关键词:** 蝴蝶优化算法; 柯西变异; 冗余机器人; 逆运动学解

中图分类号: TP206.3

文献标识码: A

DOI:10.13952/j.cnki.jofmdr.2022.0081

## Research on Solving Inverse Kinematics Problem of Redundant Robot Based on Improved Butterfly Optimization Algorithm

SHAO Changchun<sup>1</sup>, HU Guoming<sup>2</sup>, TAO Hanqing<sup>\* 1</sup>

(1. School of Automatic Control Technology, Liuzhou Railway Vocational Technical College, Liuzhou Guangxi 545616, China;  
2. Faculty of Power and Mechanical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of inverse kinematics of redundant robots, on the basis of studying of butterfly optimization algorithm (BOA), the reverse learning strategy, Cauchy mutation mechanism and cosine guidance mechanism are introduced into BOA and an improved butterfly optimization algorithm (IBOA) is proposed and applied to inverse kinematics of redundant robots. The results of three typical test functions show that the accuracy, speed and stability of the IBOA are better than BOA and two improved BOAs. The results of inverse kinematics solution of redundant robots show that the result of the IBOA is better and the robot pose error is smaller, which has certain advantages.

**Key words:** butterfly optimization algorithm; cauchy mutation; redundant robot; inverse kinematics problem

冗余机器人的逆运动学求解问题, 实质上是对一个复杂非线性超越方程组的求解问题, 对该问题进行合理的求解, 才能保证后续的动态特性分析、运动控制和路径规划等工作得以更好的进行<sup>[1-2]</sup>。关于机器人逆运动学求解的方法, 传统主要有数值法、几何法、迭代法等<sup>[3-4]</sup>。随着一些智能仿生优化算法的提出, 很多学者将逆运动学求解问题转化为复杂函数的极值优化问题, 从而通过智能算法实现逆运动学解

的高效准确求取。如, 邵长春等<sup>[5]</sup>针对模块化 6 轴机器人, 利用改进后的阻尼最小二乘法, 对奇异位置进行适应性运算, 算法的实时效益得到体现, 模块化机器人实现了笛卡尔空间逆运动轨迹规划; 白文峰等<sup>[6]</sup>通过对 KUKA 机器人的正运动学分析, 将正运动学求解的结果作为 DE-BP 优化网络的训练样本, 对机器人逆运动学问题进行了优化; 石建平等<sup>[7]</sup>提出了基于改进粒子群算法的冗余机械臂逆运动学求解新方法, 减小了位姿误差且速度较快; 郑涛等<sup>[8]</sup>提出了基于 Halton 序列布谷鸟算法的机械臂逆运动学求解方法, 获得了比布谷鸟算法更好的求解效果。吉阳珍等<sup>[9]</sup>在鲸鱼优化算法的基础上, 提出了组合优化鲸鱼算法, 实现了 6 自由度机器人逆运动学解的有效求解, 得到了比鲸鱼算法更优的结果。

蝴蝶优化算法<sup>[10]</sup> (Butterfly Optimization Algorithm,

收稿日期: 2021-06-18

基金项目: 2021 年度广西高校中青年教师科研基础能力提升项目 (桂教科研【2021】1 号:《基于机器视觉的焊接工件缺陷检测系统研究及应用 (2021KY1392)》); 2021 年度广西高校中青年教师科研基础能力提升项目 (桂教科研【2021】1 号:《城市轨道交通车载 ATP 计算机实验装置的研制 (2021KY1384)》); 柳州铁道职业技术学院 2020 年度校级立项项目《工业机器人操作与运维“1+X 证书”在线考核系统研发及应用 (2020-KJA02)》

\*: 通讯作者

BOA) 同前文提到的一些智能仿生优化算法一样, 在很多优化问题<sup>[11-13]</sup>的求解中都得到了应用且具有不错的效果。同样的, 将其应用于机器人逆运动学求解中, 也是可行的。但是, BOA 算法同前文提到的一些算法相似, 同样存在有陷入局部最优、后期收敛精度不高等问题<sup>[14, 15]</sup>, 如忽视其不足而直接将其应用于机器人的逆运动学求解中, 则可能得不到最理想的求解效果, 从而影响后续的机器人运动控制、路径规划等。因此, 有必要对 BOA 存在的不足加以改进, 提升其在机器人逆运动学求解中的应用效果。

综上分析, 本文为提高 BOA 在机器人逆运动学求解中的应用效果, 将反向学习策略、柯西变异机制、余弦指引机制引入到 BOA 中, 提出了改进蝴蝶优化算法(Improved Butterfly Optimization Algorithm, IBOA), 克服了 BOA 存在的不足, 提升了算法的寻优能力, 达到了提升逆运动学求解精度的目的。

## 1 冗余机器人运动学分析

本文以 7 自由度的 YuMi-14000-ABB 型工业机器人作为研究对象, 进行机器人逆运动学求解问题讨论与分析。该型机器人左臂连杆坐标系如图 1 所示, D-H 参数及关节角的上、下限如表 1 所示。

表 1 中,  $\theta_i$ 、 $\alpha_i$ 、 $d_i$ 、 $\alpha_i$ 、 $l_i$  和  $u_i$

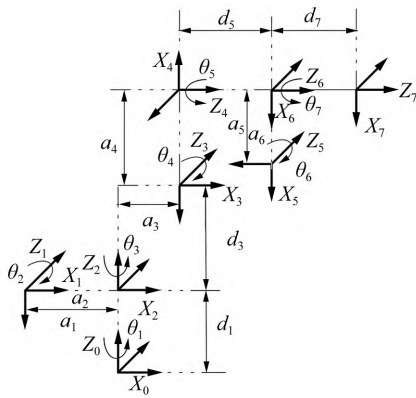
分别表示表示关节角、连杆扭转角、连杆偏距、关节角下限和关节角上限。通过 D-H 参数, 就可以得到关节  $i$  的齐次变换矩阵 ${}^{i-1}T_i$ , 如下所示:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\alpha_i s\theta_i & s\alpha_i s\theta_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\alpha_i c\theta_i & -s\alpha_i c\theta_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $s\theta_i$  和  $c\theta_i$  分别表示  $\sin(\theta_i)$  和  $\cos(\theta_i)$ ;  $s\alpha_i$  和  $c\alpha_i$  分别表示  $\sin(\alpha_i)$  和  $\cos(\alpha_i)$ 。由此, 据正运动学方程的 D-H 表示法, 得到末端位姿矩阵与各关节变量之间的关系如式(2)所示。

表 1 左臂 D-H 参数

$i$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/(\circ)$	$a_i/\text{mm}$	$\alpha_i/(\circ)$	$l_i/(\circ)$	$u_i/(\circ)$
1	166	0	-30	-90	-168.5	168.5
2	0	0	30	90	-143.5	43.5
3	251.1	0	40.5	-90	-123.5	80
4	0	-90	40.5	-90	-290	290
5	265	180	27	-90	-88	138
6	0	0	-27	90	-229	229
7	36	0	0	0	-168.5	168.5



▲图 1 连杆坐标系

$${}^0_7T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  ${}^0_7T$  为末端位姿矩阵;  $n_x$ 、 $n_y$ 、 $n_z$ 、 $o_x$ 、 $o_y$ 、 $o_z$ 、 $a_x$ 、 $a_y$  和  $a_z$  分别表示位姿矩阵中的转动元素;  $p_x$ 、 $p_y$  和  $p_z$  分别表示位置矢量元素。通过式(1)和式(2), 即可知末端位姿矩阵中各元素的计算公式, 这里不再详述。

通过上述分析可以看出, 冗余机器人的位姿矩阵是关节变量的函数。在给定关节变量的情况下, 通过位姿矩阵可以计算出机器人末端执行器相对于参考坐标系的位姿, 且结果是唯一的, 也就是说, 正运动学解是一对一的关系。但是, 给定末端执行器的位姿, 对应的关节变量将不是唯一的, 即逆运动学是一对多的关系。

## 2 改进蝴蝶优化算法

通过对蝴蝶的觅食行为、繁衍行为等进行研究, 文献[10]根据相关研究结果提出了蝴蝶优化算法(BOA), BOA 算法的相关原理和具体步骤可参考文献<sup>[10-15]</sup>, 本文不再赘述。

虽然 BOA 算法在很多优化问题的求解中得到了应用, 但研究也表明其仍然存在有陷入局部最优、后期种群多样性降低等问题。为解决上述问题, 本文对其进行改进设计, 主要在以下几个方面进行:

(1) 引入反向学习策略, 主要是为了在初始时构建精英种群, 提高搜索到最优解所在空间的概率, 反向学习策略如下:

$$\left. \begin{aligned} x'_{ij} &= m(a_{ij} + b_{ij}) - x_{ij} \\ x'_{ij} &= a_{ij}, & x'_{ij} > a_{ij} \\ x'_{ij} &= b_{ij}, & x'_{ij} < a_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $x_{ij}$  为第  $i$  只蝴蝶在第  $j$  维的值;  $x'_{ij}$  为  $x_{ij}$  的反向解;  $m$  为精英反向学习系数, 在  $[0, 1]$  范围内随机取值;  $a_{ij}$  和  $b_{ij}$  分别表示  $x_i$  在  $j$  维中的最大值和最小值。

(2) 引入柯西变异, 对全局最优解所在位置进行柯西变异, 增强算法跳出局部最优的能力, 达到搜索到更优解的目的, 对最优解进行柯西变异的方式如下:

$$x_{\text{newbest}} = x_{\text{best}} + x_{\text{best}} \cdot \text{Cauchy}(0, 1) \quad (4)$$

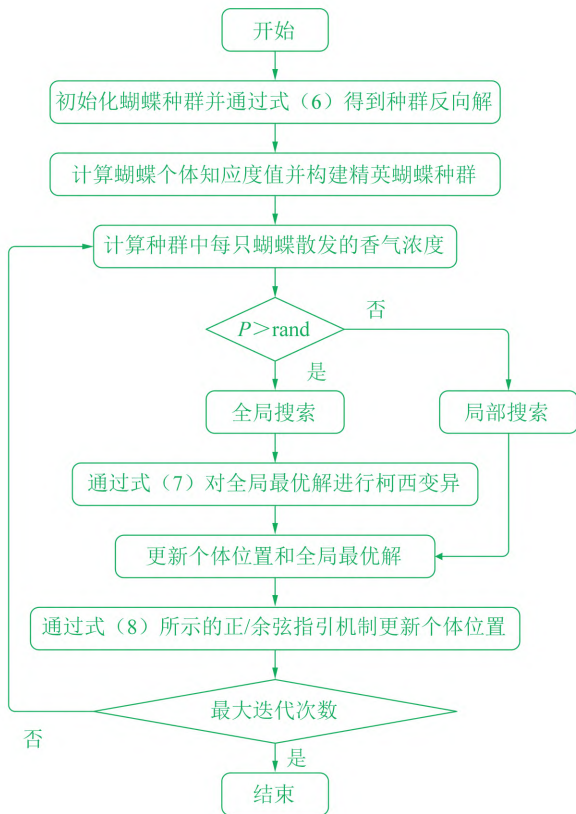
式中:  $\text{Cauchy}(0, 1)$  表示标准的柯西函数,  $x_{\text{best}}$  为当前全局最优解,  $x_{\text{newbest}}$  为柯西变异后的全局最优解。从式(4)中可知, 对最优解进行柯西变异, 相当于在最优解周围进行了一次局部的搜索。通过式(4)产生的新解, 并不一定比原解更优。因此, 在计算中, 如新解的适应度值更好, 则对原解进行替换, 否则保持不变。

(3) 引入余弦指引机制, 主要在蝴蝶种群完成全局和局部搜索后, 进一步对蝴蝶个体的位置进行优化更新, 从而提高蝴蝶种群的多样性和稳定性, 引入余弦指引机制后的蝴蝶位置更新公式为:

$$\left. \begin{aligned} x_i^{t+1} &= x_i^t + R_1 \cdot \sin R_2 \cdot |R_3 M_i^t - x_i^t|, & R_4 \leq 0.5 \\ x_i^{t+1} &= x_i^t + R_1 \cdot \cos R_2 \cdot |R_3 M_i^t - x_i^t|, & R_4 < 0.5 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中:  $R_1$  决定了下一次迭代中第  $i$  只蝴蝶的移动方向;  $R_2$  决定了下一次迭代中第  $i$  只蝴蝶的移动距离, 为  $[0, 2\pi]$  范围内的随机数;  $R_3$  为权重系数, 为  $[0, 2]$  范围内的随机数;  $R_4$  决定了蝴蝶是通过正/余操作进行位置更新, 为  $[0, 1]$  范围内的随机数; 为截止到当前的全局最优解。

在 BOA 算法中引入方向学习策略、柯西变异和余弦指引机制后, 就可以得到改进蝴蝶优化算法 (IBOA), 其主要流程如图 2 所示。



▲图 2 IBOA 流程

### 3 算法测试与实例分析

#### 3.1 有关说明

为验证本文 IBOA 的有效性, 本文首先通过 4 个典型测试函数对 IBOA 的性能进行验证。在此基础上, 利用 IBOA 对图 1 所示 7 自由度冗余机器人的逆运动学进行求解。在典型函数测试和机器人逆运动学求解中, 还融入了对比分析, 主要包括基本 BOA 算法和 2 种改进型 BOA 算法 (分别为: 文献 [14] 中的算法, 简称为 IBOA-1; 文献 [15] 中的算法, 简称为 IBOA-2)。在 4 种算法中, 设置蝴蝶种群的数量为 50, 最大迭代次数为 1000; IBOA-1 和 IBOA-2 算法的相关参数按照原文献进行设置。

#### 3.2 典型函数测试

本文通过 3 个典型测试函数对 4 种方法的优劣进行对比分析。3 个典型测试函数的相关信息如表 2 所示, 其中, Sphere 为单峰值函数, 主要用于对算法的收敛速度和精度进行测试; Rastrigin 和 Griewank 为多峰值函数, 主要用于对算法的全局搜索能力进行测试。

为避免随机误差对计算结果的影响, 依次使用 4 种方法

对表 2 中的 3 个

函数进行 50 次独立的计算, 得到如表 3 所示的计算结果。从表 3 中可知, 对于 3 个函

数整体而言, 均是本文的 IBOA 方法得到的计算结果最佳; 对于 Sphere 函数而言, IBOA 的最差值比其余 3 种方法最优的 IBOA-1 算法的最优值都还提高了近 200 个数量级; 对于 Rastrigin 函数而言, 同样可以发现 IBOA 得到的最差值比其余 3 种方法得到的最优值都还要好; 对于 Griewank 函数而言, 本文的 IBOA 算法在 50 次计算中均找到了其理论极值, 而其余 3 种方法中只有 IBOA-1 方法在部分计算中找到了其理论极值。以上结果表明本文提出的 IBOA 在求解精度和求解稳定性上均更胜一筹。

表 3 计算结果

方法	结果	Sphere	Rastrigin	Griewank
IBOA	最差值	3.78E-196	1.76E-141	0
	最优值	1.27E-283	4.76E-158	0
	平均值	6.74E-256	2.59E-151	0
	标准差	3.19E-316	4.32E-164	0
IBOA-1	最差值	4.73E-34	3.97E-54	3.78E-14
	最优值	3.28E-87	4.56E-77	0
	平均值	5.76E-56	4.22E-63	2.81E-21
	标准差	4.37E-67	2.53E-56	4.13E-12
IBOA-2	最差值	2.97E-16	3.42E-41	4.53E-08
	最优值	7.57E-24	5.69E-54	7.89E-12
	平均值	5.54E-21	4.33E-46	3.32E-10
	标准差	3.78E-17	7.82E-32	4.17E-16
BOA	最差值	2.12E-06	4.89E-11	3.27E-02
	最优值	2.99E-12	3.93E-16	8.99E-04
	平均值	7.11E-08	4.16E-14	5.34E-03
	标准差	4.27E-06	2.99E-14	3.18E-05

#### 3.3 冗余机器人逆运动学求解

在 7 自由度冗余机器人逆运动学求解中, 需要进行求解的是  $\theta_1 \sim \theta_7$  等 7 个关节角, 为此, 将蝴蝶  $i$  的位置信息设定为 7 个关节角, 即  $x_i = [x_{i1}, \dots, x_{i7}] = [\theta_{i1}, \dots, \theta_{i7}]$ , 从而可以设定冗余机器人末端执行器的期望位姿矩阵为:

$${}^0_7T^* = \begin{bmatrix} n_x^* & o_x^* & a_x^* & p_x^* \\ n_y^* & o_y^* & a_y^* & p_y^* \\ n_z^* & o_z^* & a_z^* & p_z^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

将蝴蝶  $i$  的位置信息代入式 (2) 中, 即可得末端位置及姿态矩阵  ${}^0_7T$ 。如果满足  ${}^0_7T = {}^0_7T^*$ , 那么此时的  $x_i$  就是相应的逆运动学解。因此, 利用 IBOA 进行逆运动学求解的实质就是通过不断的调整矩阵  ${}^0_7T$ , 使其无限的接近于  ${}^0_7T^*$ 。对于机器人的末端执行器而言, 其方向误差和位置误差可表示为:

$$\begin{aligned} f_1 = & (n_x^* - n_x)^2 + (n_y^* - n_y)^2 + (n_z^* - n_z)^2 \\ & + (o_x^* - o_x)^2 + (o_y^* - o_y)^2 + (o_z^* - o_z)^2 \\ & + (a_x^* - a_x)^2 + (a_y^* - a_y)^2 + (a_z^* - a_z)^2 \end{aligned} \quad (7)$$



$$f_2 = (p_x^* - p_x)^2 + (p_y^* - p_y)^2 + (p_z^* - p_z)^2 \quad (8)$$

由此可得冗余机器人逆运动学求解的适应度函数为:

$$f = \min(f_1 + \lambda f_2) \quad (9)$$

其中  $\lambda$  为权重系数。

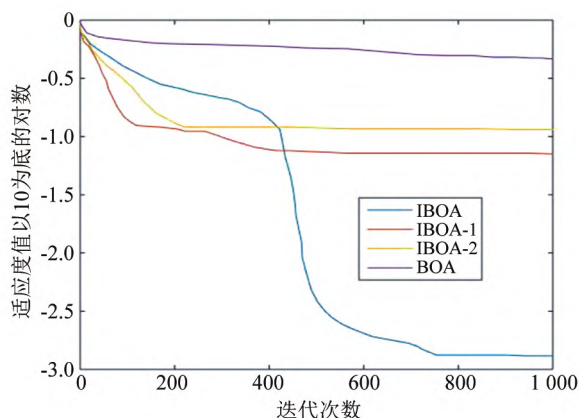
在本文研究中, 设置  $\lambda = 0.01$ , 期望末端位置矩阵为:

$${}^0_7T^* = \begin{bmatrix} -0.4294 & -0.3634 & 0.8268 & 16.0541 \\ 0.8451 & 0.1611 & 0.5098 & 66.8595 \\ -0.3184 & 0.9176 & 0.2380 & 243.1491 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

为了验证算法的可靠性, 分别利用 4 种方法进行 50 次独立的计算, 得到如表 4 所示的计算结果和图 3 所示的平均适应度收敛迭代曲线。其中, 表 4 中“成功率”为计算合格次数除以总次数。从表 4 中可知, 在最优值、最差值、均值和标准差 4 个评价指标上, 本文 IBOA 的结果均比其余 3 种方法的结果要好, 且 IBOA 的成功率达到了 94%, 而其余 3 种方法的成功率均为 0。从图 3 中可知, IBOA 在收敛速度和收敛精度上同样优势明显。

表 4 四种方法计算结果统计

算法	IBOA	IBOA-1	IBOA-2	BOA
最优值	4.8729E-4	1.4389E-3	8.6641E-3	2.3612
最差值	9.1342E-2	0.7635	1.0372	5.3678
均值	2.1047E-3	3.1920E-1	3.4561E-1	4.3329
标准差	1.5731E-2	2.1920E-1	7.4611E-1	4.7310E-1
成功率	94%	0	0	0



▲图 3 收敛曲线

表 5 给出了 4 种方法机器人末端执行器的姿态误差, 从

表 5 五种方法得到的姿态误差

算法	IBOA	IBOA-1	IBOA-2	BOA
$n_x^* - n_x$	0	5.12E-17	-5.56E-17	-7.13E-1
$n_y^* - n_y$	0	-1.07E-16	0	-7.34E-2
$n_z^* - n_z$	0	-4.58E-17	-1.13E-16	-5.09E-1
$o_x^* - o_x$	-5.72E-17	-1.33E-17	-5.43E-17	3.44E-1
$o_y^* - o_y$	-1.13E-16	-2.29E-17	-8.97E-17	-0.24E-1
$o_z^* - o_z$	0	0	1.31E-16	1.4671
$a_x^* - a_x$	1.11E-16	2.21E-16	2.11E-16	1.4438
$a_y^* - a_y$	0	-1.11E-16	-2.35E-16	5.13E-1
$a_z^* - a_z$	1.90E-17	0	-1.12E-17	-5.41E-1
$p_x^* - p_x$	-2.79E-15	5.29E-08	-1.21E-2	4.68E+2
$p_y^* - p_y$	-1.42E-14	-8.79E-1	-2.79E-6	1.33E+2
$p_z^* - p_z$	0	0	3.88E-3	-2.78E+2

中可知, 本文 IBOA 得到的方向误差和位置误差均是最小; 而 BOA 的在方向误差和位置误差上均是最差的, 尤其是位置误差最高达到了  $10^2$  mm, 这说明 BOA 的误差太大, 计算结果是不理想的; IBOA-1 和 IBOA-2 得到的方向误差很小, 计算精度很高, 和 IBOA 的差距不大, 但从位置误差上看, 二者的结果则明显不如 IBOA, 误差最高达到了  $10^{-1}$  mm 和  $10^{-2}$  mm。

表 4、图 3 和表 5 的结果表明, 对于冗余机器人逆运动学求解而言, 本文的 IBOA 算法比其余 3 种方法更优, 可以获得更好的计算结果, 减小位姿误差, 是一种可靠有效的逆运动学求解方法。

## 4 结论

针对冗余机器人逆运动学求解问题, 提出了基于改进蝴蝶优化算法的逆运动学求解新方法。3 个典型测试函数的结果表明, IBOA 具有更好的寻优效果; 冗余机器人逆运动学求解实例结果表明, IBOA 能够有效降低机器人的位姿误差, 在机器人逆运动学求解方法具有明显的优势。

## 参考文献

- [1] 王波, 王琪, 吴磊. 基于 ANFIS 的 6R 机械臂新逆运动学模型[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(6): 77-81.
- [2] 马金琦, 郭冰菁, 韩建海, 等. 冗余自由度协作机器人运动规划研究[J]. 计算机仿真, 2021, 38(3): 309-315.
- [3] 李梅红. 求冗余机器人手臂逆解的反向认知果蝇优化算法[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(5): 6-10.
- [4] 李梅红. 动态变步长果蝇算法求冗余机械臂逆运动学解[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(3): 50-53.
- [5] 邵长春, 李水明. 模块化 6 轴机器人运动学的一种逆解算法[J]. 轻工科技, 2016, 11(11): 82-83.
- [6] 白文峰, 刘纪阳, 雷宇欣. 微分进化优化神经网络 KUKA 机器人逆运动学求解[J]. 长春工业大学学报, 2017(2): 162-166.
- [7] 石建平, 刘鹏, 陈冬云. 基于改进粒子群优化算法的冗余机械臂逆运动学求解[J]. 机械传动, 2021, 45(2): 69-75.
- [8] 郑涛, 李海, 张晓庆, 等. 基于 Halton 序列布谷鸟算法的机械臂逆运动学分析[J]. 机械设计与研究, 2020, 36(5): 60-63.
- [9] 吉阳珍, 侯力, 罗岚, 等. 基于组合优化算法的 6R 机器人逆运动学求解[J]. 中国机械工程, 2021, 32(10): 1222-1232.
- [10] ARORA S S. Butterfly optimization algorithm: A novel approach for global optimization [J]. Soft Computing, 2019, 23(3): 715-734.
- [11] 曾箫潇, 周慧, 冯文健. 求解非线性方程组系统的改进蝴蝶优化算法[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(17): 114-123.
- [12] 李斌, 柳超, 康颖, 等. 基于矩量法和蝴蝶交配优化算法的甚低频发射天线顶线绝缘子均压环优化设计[J]. 高压电器, 2020, 56(5): 94-100.
- [13] 董传成. 基于网络日志的入侵检测算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2020.
- [14] 和树森, 刘天羽. 基于改进蝴蝶算法的冷热电联供微网日前优化调度研究[J]. 电气技术, 2021, 22(3): 14-19.
- [15] 李鹏, 李立伟, 杨玉新. 基于 IBOA-PF 的锂电池健康状态预测[J]. 储能科学与技术, 2021, 10(2): 705-713.

作者简介: 邵长春(1985—), 男, 硕士, 副教授, 主要研究方向: 工业机器人及自动化控制, 已发表论文 8 篇。