Конспект по математическому анализу

Голубов Владислав

Сентябрь 2025

Содержание

$$Ax+by+Cz+D=0$$

Я всё проебал, надо написать хз что это.
Определение. Отклонение точки от плоскости

$$M_0(x_{0,0}, z_0)$$

$$\delta(M_0,\pi)=x_0\cos\alpha+y_0\cos\beta z_0\cos\gamma$$

1 §8. Прямая в пространстве.

OXYZ - ДПСК
Определение. Направленный вектор L.

$$\overline{p}\neq 0,\ \ \overline{q}||L$$

$$M_0=(x_0,y_0,z_0)$$

$$\overline{q}=l,m,n$$

$$M=(x,y,z)$$

$$M\in L\Leftrightarrow\overline{M_0M}||\overline{q}$$

1. $$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$$

   Канонические уравнения L.

2. $$\overline{M_0M}=t\overline{q}$$

   $$\begin{cases}x=x_0+lt, t\in(-\infty,+\infty)\\ y=y_0+mt\\ z=z_0+nt\end{cases}$$

2. $\begin{cases}1:\mathrm{A}_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\ 2:\mathrm{A}_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}\quad\overline{q}=[\overline{N_1},\overline{N_2}]$

Определение. Угол между прямой и плоскость - это угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.

$$\overline{q}=l,m,n$$

$$\overline{N}=A,B,C$$

$$\cos\psi=\sin\phi=\frac{Al+Bm+Cn}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$$

2 Алгебраические линии и кривые 2 порядка

2.1 Элипс. Вывод канонического уравнения. Свойства элипса.

Элипс - множество точек плоскости таких, что сумма расстояний от них до фиксированных точек той же плоскость постоянна и равна 2a. $r_1 + r_2 = 2a$
Фиксированные точки F1, F2 - фокусы.
Длинны r1, r2 - факальные радиусы.
Расстояние между F1, F2 - фокусное расстояние = 2c. c может быть равен 0, тогда будет окружность.
Окружность частный случай элипса с фокусным растоянием 0.
По неравенству треугольника: $a > c$

2.2 Вывод уравнения элипса

Пусть фокусное расстояние не равно 0.
!!! INSERT IMAGE.

$$r_1 + r_2 = 2a \tag{1}$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \tag{2}$$

$$x^2 + 2cy + c^2 + y^2 + x^2 - 2cx + c^2 + y^2 + 2\sqrt{(x^2 + 2cx + c^2 + y^2)(x^2 - 2cx + c^2 + y^2)}$$

$$2(x^2 + y^2 + c^2) + \sqrt{(x^2 + y^2 + c^2)^2 - 4c^2x^2} = 4a^2$$

$$x^2 + y^2 + c^2 = t^2$$

$$\sqrt{t^4 - 4c^2x^2} = 2a^2 - t^2 \Rightarrow t^4 - 4c^2x^2 = 4a^4 - 4a^2t^2 + t^4 - c^2x^2 = a^4 - a^2(x^2 + y^2 + c^2)$$

$$x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2 = a^2(a^2(a^2 - c^2) =$$

$$(a^2 - c^2) > 0$$

$$= \underline{a^2 - c^2 = b^2} \qquad \underline{a \geq b}$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{3}$$

(3) $\Rightarrow$ (2)$-$?

$$y^2 = (1 - \frac{x^2}{a^2})b^2$$

$$r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + 2cx + c^2 + b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2} = \sqrt{x^2 + 2cx + c^2 + a^2 - c^2 - \frac{a^2 - c^2}{a^2}x^2} =$$

$$\sqrt{a^2 + 2cx + (\frac{c}{a}x)^2} = \sqrt{(a + \frac{c}{a}x)^2} = |a + \frac{c}{a}x|$$

$$r_1 = |a + \frac{c}{a}x| \qquad r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$r_2 = |a - \frac{c}{a}x|$$

1. $r_1 = |a + \frac{c}{a}x| = a + \frac{c}{a}x$
   $|x| \le a,\ c < a$

2. $r_2 = |a - \frac{c}{a}x| = a - \frac{c}{a}x$

Т.о. мы доказали равносильность преобразования и вывода формулы (3).
a - большая полуось
b - малая полуось
Прямоугольник со сторонами a, b - основной прямоугольник для элипса.

$$\begin{cases} r_2 = a + \frac{c}{a}x \\ r_2 = a - \frac{c}{a}x \end{cases} \tag{4}$$

Гипербола - Множество точек плоскости таких, что модуль разности расстояний до двух фиксированных точек плоскости величина постоянная и равная 2a.
Фиксированные точки F1, F2 - фокусы.
Длинны r1, r2 - факальные радиусы.
Расстояние между F1, F2 - фокусное расстояние = 2c.

$$c > a \qquad c > 0$$

Вводим каноническую систему координат.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$