

## Семинары

### 1 Неопределённые функции

Доопределять надо так, чтобы получился лучший результат. Для ДНФ доопределяем единицами, чтобы результат был короче. Для КНФ - нулями. 3 этапа:

1. Доопределение
2. Минимизация
3. Коррекция

Алгоритм минимизации существует в 2 вариантах и содержит оба варианта все 3 этапа.

Вариант 1.

- Вводится вспомогательная функция  $\tilde{f}$  совпадающая с исходной на тех наборах на которых функция определена и принимающая значение 1 на запрещённых наборах.
- Выполняется минимизацию вспомогательной функции любым удобным способом.
- Строится импликантная матрица. Заголовками столбцов которой являются термы исходной функции, а заголовками строк - термы, полученные в результате минимизации вспомогательной функции. Проставляются метки, отмечающие вхождение строки в столбец и выбирается такая минимальная совокупность столбцов и строк, которая покроет всю функцию.

Вариант 2

- Вводится вспомогательная функция  $\tilde{f}$  которая совпадает с исходной функцией на наборах, где она определена и принимает значение 0 на запрещённых наборах.
- Выполняется минимизацию вспомогательной функции любым удобным способом.
- Строится импликантная матрица. Заголовками столбцов которой являются термы исходной функции, а заголовками строк - термы, полученные в результате минимизации вспомогательной функции. Проставляются метки, отмечающие вхождение строки в столбец и выбирается такая минимальная совокупность покрывающая все столбцы.

Условные обозначения  $f(a, b, c) = \begin{cases} \sum_1(1, 2, 3) \\ X(4, 5) - \text{запрещённые наборы} \end{cases}$

**Пример**

$$f(a, b, c, d) = \begin{cases} \sum_1(0, 5, 8, 12, 15), \\ X(1, 2, 3, 10, 13, 14) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\tilde{f}(a, b, c, d) = \begin{cases} \sum_1(0, 5, 8, 12, 15, 1, 2, 3, 10, 13, 14) \end{cases}$$

	b	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$
a	1	1	1	$\bar{c}$
a	1	1	1	c
$\bar{a}$			1	c
$\bar{a}$		1	1	$\bar{c}$
$\bar{d}$	d	d	$\bar{d}$	

$$f(a, b, c, d) = ab + \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{d} + \bar{a}\bar{c}\bar{d}$$

11-	0000	0101	1000	1100	1111
00-		x		x	
-0-0	x			x	
0-01		x			

$$\bar{b}\bar{d} + \bar{a}\bar{c}\bar{d} + ab$$

### Пример (минКНФ)

$$f(a, b, c, d) = \begin{cases} \Pi(3, 6, 7, 9, 11), \\ X(0, 1, 2) \end{cases} \Rightarrow \tilde{f}(a, b, c, d) = \begin{cases} \Pi(3, 6, 7, 9, 11, 0, 1, 2) \end{cases}$$

	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$
a	0		$\bar{c}$
a	0		c
$\bar{a}$	0	0	0
$\bar{a}$		0	$\bar{c}$
$\bar{d}$	d	d	$\bar{d}$

$$(a + \bar{c}) \cdot (b + \bar{d}) \cdot (a + b)$$

	0011	0110	0111	1001	1011
0-1-	x	x	x		
-0-1	x			x	x
00-	x				

$$(a + \bar{c}) \cdot (b + \bar{d})$$

## 2 Выполнение операции умножения над числами с фиксированной запятой.

Вопросик: Формат чисел с фиксированной запятой?  
Мы будем говорить про вариант: правильная дробь.

### 2.1 Прямой код.

$$\begin{array}{lllll} [x]_n & Sign_x & x_1 & \dots & x_n \\ [y]_n & Sign_y & y_1 & \dots & y_n \end{array} \quad |x|, |y| < 1 \quad [z]_n = [x]_n \cdot [y]_n = ?$$

1.  $Sign_z = Sign_x \oplus Sign_y$   
Множимое, множитель (сомножители) и произведение.
2.  $0, .x_1 \dots x_n * 0.y_1 \dots y_n$

(a) Со старших разрядов множителя.

$$z = x \cdot y = x(y_1 \cdot 2^{-1} + y_2 \cdot 2^{-2} + \dots + y_n \cdot 2^{-n}) = x \cdot 2^{-1}y_1 + x \cdot 2^{-2}y_2 + \dots + x \cdot 2^{-n}y_n$$

Обращаем внимание, что  $\cdot 2^n$  - это сдвиг вправо. Всё это множимое складывается с самим собой.  
Всё здесь - сложение и сдвиг.

(b) С младших разрядов множителя (Схема Горнера).

$$z = (((((0 + xy_n) \cdot 2^{-1} + xy_{n-1}) \cdot 2^{-1} + \dots + xy_2) \cdot 2^{-1} + xy_1) \cdot 2^{-1}$$

Схема на основе накопителя (аккумулятора).

Фиксированная запятая в правильной дроби.

### 2.2 Дополнительный код.

$$\begin{array}{lllll} [x]_d & x_0 & x_1 & \dots & x_n \\ [y]_d & y_0 & y_1 & \dots & y_n \end{array}$$

1.  $[z]_d = [x]_d(y_1 - y_0) + [x]_d \cdot 2^{-1}(y_2 - y_1) + \dots + [x]_d \cdot 2^{-n+1}(y_n - y_{n-1}) + [x]_d \cdot 2^{-n}(y_{n+1} - y_n)$  **Замечание.**  
Т.к. формат правильная дробь, то элемент  $y_{n+1}$  мы берём за 0.

Значенияя, которые могут появиться после вычитания:

0	0	0
0	1	-1
1	0	1
1	1	0

$$2. [z]_d = (((((0 + [x]_d \cdot [y_{n+1} - y_n]) \cdot 2^{-1} + [x]_d \cdot [y_n - y_{n-1}]) \cdot 2^{-1} + ... + [x]_d \cdot [y_2 - y_1]) \cdot 2^{-1} + [x]_d \cdot [y_1 - y_0])$$

**Примерчик.**

$$[x]_n = 1.1010$$

$$[y]_n = 0.1011$$

$$[z]_n - ?$$

$$1. Sign_z = Sign_x \oplus Sign_y = 1 \oplus 0 = 1$$

$$\begin{array}{r} 0.1010 \\ \hline 0.01010 & x \cdot 2^{-1} \cdot y_1 \\ 0.000000 & x \cdot 2^{-2} \cdot y_2 \\ 0.0001010 & x \cdot 2^{-3} \cdot y_3 \\ 0.00001010 & x \cdot 2^{-4} \cdot y_4 \\ \hline 0.01101110 \end{array}$$

$$[x]_n = 1.01101110$$

**Ещё примерчик.**

$$[x]_n = 1.1101$$

$$[y]_n = 1.1011$$

$[z]_n$  - с Младших разрядов.

$$1. Sign_z = 0$$

$$\begin{array}{r} 0.0000 \\ \hline 0.1101 & 0 + xy_4 = \sum_1 \\ 0.01101 \cdot \sum_1 \cdot 2^{-1} \\ \hline 0.1101 & x \cdot y_3 \\ \hline 1.00111 & \sum_1 \cdot 2^{-3} - xy_2 = \sum_2 \\ 0.100111 & \sum_2 \cdot 2^{-1} \\ 0.0000 & x \cdot y_2 \\ \hline 0.100111 & \sum_3 \\ 0.0100111 & \sum_3 \cdot 2^1 \\ 0.1101 \\ \hline 1.0001111 \cdot 2^{-1} & [z]_n = 0.10001111 \sum_n \end{array}$$

**И ещё.**

$$[x]_g = 0.10101$$

$$[y]_g = 1.01101$$

$[z]_g$  - со Старших разрядов.

i	$u_i - y_{i-1}$	( )		
i=1	0 - 1	-1	1.01011	$[y_1 - y_0] \cdot 2^{-0}[x]_g$
i=2	1 - 0	1	0.010101	$[y_2 - y_1] \cdot 2^{-1}[x]_g$
i=3	1 - 1	0	0.0000000	$[y_3 - y_2] \cdot 2^{-2}[x]_g$

## 2.3 Деление

- Деломое
- Делитель
- Частное

Формат - фиксированная запятая

$$\begin{cases} [X]_n = Sign_x x_1 \dots x_n \\ [Y]_n = Sign_y y_1 \dots y_n \end{cases} \quad - < 1$$

$$[Z]_n = [X]_n / [Y]_n (1 < 2)$$

$$[Z]_n = \text{Sign}_z \ y_0 \ z_1 \dots z_n$$

$Z_0$  - целая часть

$$\text{Sign}_z = \text{Sign}_x \oplus \text{Sign}_y$$

$$[X]_n = 0 \ x_1 \dots x_n$$

$$[Y]_n = 0 \ y_1 \dots y_n$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 2 \cdot \alpha_{i+1} - Y, & \alpha i + 1 \geq 0 \\ 2 \cdot \alpha_{i-1} + Y, & \alpha i - 1 \leq 0 \end{cases}, \text{if } \begin{cases} \alpha_i \geq 0 \\ \alpha_i < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_i = 1 \\ z_i = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_0 = |X| - |Y|$$

$$\begin{cases} \alpha_0 \geq 0 \\ \alpha_0 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_0 = 1 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_0 = |X| - |Y|$$

Эту опреацию производим в любом удобном коде, позволяющем складывать чиса разных знаков (прямой код не подходит)

textbf{B} дополнительном коде

$$\begin{cases} [X]_n = x_0 \ x_1 \dots x_n \\ [Y]_n = y_0 \ y_1 \dots y_n \end{cases} - < 1$$

$$[Z]_n = z_0 \ z_1 \dots z_n$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 2 \cdot \alpha_{i-1} + [-Y]_g, & \alpha i + 1 \\ 2 \cdot \alpha_{i-1} + [Y]_g, & \alpha i - 1 \end{cases}, \text{at } \begin{cases} \text{Sign}_{\alpha_{i-1}} = \text{Sign}_y \\ \text{Sign}_{\alpha_{i-1}} \neq \text{Sign}_y \end{cases}, \text{if } \begin{cases} \text{Sign}_{\alpha_i} = \text{Sign}_y \\ \text{Sign}_{\alpha_i} \neq \text{Sign}_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_i = 1 \\ z_i = 0 \end{cases}$$

Первый шаг вместо  $2\alpha_{i-1} \rightarrow [X]_g$

Первый шаг вместо  $\text{Sign}_{alpha_{i-1}} \rightarrow X_0(\text{Sign}_x)$

Пример:

$$\begin{cases} [X]_n = 1.1001 \\ [Y]_n = 1.1011 \end{cases}$$

$$\text{Sign}_z = 1 \oplus 0 = 1$$

Переведём в МДК:

$$\begin{cases} [X]_n^m = 00.1001 \\ [Y]_n^m = 00.1011 \end{cases}$$

$$\alpha_0 : |X| - |Y|$$

$$\begin{array}{rccccccccc} 0 & 0. & 1 & 0 & 0 & 1 & & & x \\ 0 & 0. & 0 & 1 & 0 & 1 & & & - y \\ \hline 1 & 1. & 1 & 1 & 1 & 0 & \alpha_0 < 0 \Rightarrow z_0 = 0 \\ 1 & 1. & 1 & 1 & 0 & 0 & & & 2\alpha_0 \\ 0 & 0. & 1 & 0 & 1 & 1 & & & + y \\ \hline 0 & 0. & 0 & 1 & 1 & 1 & \alpha_1 > 0 \Rightarrow z_1 = 1 \\ 0 & 0. & 1 & 1 & 1 & 0 & & & 2\alpha_1 \\ 0 & 0. & 0 & 1 & 0 & 1 & & & - y \\ \hline 0 & 0. & 0 & 0 & 1 & 1 & \alpha_2 > 0 \Rightarrow z_2 = 1 \\ 0 & 0. & 0 & 1 & 1 & 0 & & & 2\alpha_2 \\ 1 & 1. & 0 & 1 & 0 & 1 & & & - y \\ \hline 1 & 1. & 1 & 0 & 1 & 1 & \alpha_3 < 0 \Rightarrow z_3 = 0 \\ 1 & 1. & 0 & 1 & 1 & 0 & & & 2\alpha_3 \\ 0 & 0. & 1 & 0 & 1 & 1 & & & + y \\ \hline 0 & 0. & 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha_4 > 0 \Rightarrow z_4 = 1 \end{array}$$

$$[Z]_n = 1.0.1101$$

1 - знак, 0 - целая часть.

$$\begin{cases} [X]_g = 1.0111 \\ [Y]_g = 1.0011 \end{cases}$$

$$[-Y]_g^m = 00.1101$$

$Sign_x = Sign_y$ , значит будем вычитать.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1. \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 0 \ 0. \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline 0 \ 0. \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \quad \alpha_0 \ Sign_{\alpha_0} \neq Sign_y \Rightarrow z_0 = 0 \\ 0 \ 0. \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \quad 2\alpha_0 \\ 1 \ 1. \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \quad +Y \\ \hline 1 \ 1. \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \quad \alpha_1 \ Sign_{\alpha_1} = Sign_y \Rightarrow z_1 = 1 \\ 1 \ 1. \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \quad 2\alpha_1 \\ 0 \ 0. \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \quad -Y \\ \hline 0 \ 0. \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \quad \alpha_2 \ Sign_{\alpha_2} \neq Sign_y \Rightarrow z_2 = 0 \\ 0 \ 0. \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \quad 2\alpha_2 \\ 1 \ 1. \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \quad +Y \\ \hline 1 \ 1. \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \quad \alpha_3 \ Sign_{\alpha_3} = Sign_y \Rightarrow z_3 = 1 \\ 1 \ 1. \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \quad 2\alpha_3 \\ 0 \ 0. \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \quad -Y \\ \hline 1 \ 1. \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \quad \alpha_4 \ Sign_{\alpha_4} = Sign_y \Rightarrow z_4 = 1 \end{array}$$

$$[Z]_g = 01011$$

Не факт