Problem S4: Painting Roads

Problem Description

Alanna, the mayor of Kitchener, has successfully improved the city's road plan. However, a travelling salesperson from the city of RedBlue complained that the roads are not colourful enough. Alanna's second job is to paint some of the roads.

Kitchener's road plan can be represented as a collection of N intersections with M roads, where the i-th road connects intersections u_i and v_i . All roads are initially grey. Alanna would like to paint some of the roads in red or blue such that the following condition is satisfied:

• Whenever there is a grey road that connects u_i and v_i , there is also a path of roads from u_i to v_i such that the roads on the path alternate between red and blue, without any of the roads on this path being grey.

To lower the city's annual spending, Alanna would like to minimize the number of painted roads. Can you help Alanna design a plan that meets all the requirements?

Input Specification

The first line contains two integers N and M $(1 \le N, M \le 2 \cdot 10^5)$.

The *i*-th of the next M lines contains two integers u_i and v_i , meaning that there exists a road from intersection u_i to intersection v_i $(1 \le u_i, v_i \le N, u_i \ne v_i)$.

There is at most one road between any unordered pair of intersections.

The following table shows how the available 15 marks are distributed:

Marks	Additional Constraints
2	There is a road connecting intersection i with intersection $i+1$ for all $1 \le i < N$ (and possibly other roads).
3	We can reach any intersection from any other intersection, and $N = M$.
3	No road belongs to two or more simple cycles (see Definition below).
7	None

Definition: if we denote a road between intersections u and v as $u \leftrightarrow v$, then a simple cycle is a sequence $w_1 \leftrightarrow w_2 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow w_k \leftrightarrow w_1$ where $k \geq 3$ and all w_i are distinct.

Output Specification

Output a string of M characters, representing the paint plan. The i-th character should be R if the i-th road is to be painted red, B if i-th road is to be painted blue, or G (for "grey") if the i-th road is to be left unpainted.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Remember that you must minimize the number of painted roads while satisfying the condition. If there are multiple possible such plans, output any of them.

Sample Input 1

5 7

1 2

2 4

5 2

4 5

4 3

1 3

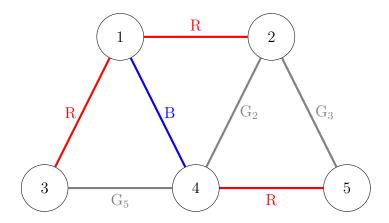
1 4

Output for Sample Input 1

RGGRGRB

Explanation of Output for Sample Input 1

A diagram of the intersections along with a valid paint plan that minimizes the number of painted roads is shown below. Note that the colours are shown on each road as R (red), B (blue), or G (grey).



All the unpainted roads satisfy the condition:

- The 2nd road, labelled G_2 , connects intersection 2 with intersection 4. The path through intersections 2, 1, 4 alternates red, blue.
- The 3rd road, labelled G₃, connects intersection 5 with intersection 2. The path through intersections 5, 4, 1, 2 alternates red, blue, red.
- The 5th road, labelled G₅, connects intersection 4 with intersection 3. The path through intersections 4, 1, 3 alternates blue, red.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Sample Input 2

- 4 2
- 1 2
- 3 4

Output for Sample Input 2

BE

Explanation of Output for Sample Input 2

Note that it is possible for Kitchener to be disconnected.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S4: Peindre les routes

Énoncé du problème

Alanna, la mairesse de Kitchener, a réussi à améliorer le plan routier de la ville. Cependant, un vendeur itinérant de la ville de RougeBleu s'est plaint que les routes manquaient de couleur. Par conséquent, la nouvelle mission d'Alanna consiste à peindre certaines des routes.

Le plan routier de Kitchener est composé de N intersections avec M routes, où la $i^{\text{ième}}$ route relie les intersections u_i et v_i . Initialement, toutes les routes sont grises. Alanna aimerait peindre certaines routes en rouge ou en bleu de manière que la condition suivante soit remplie :

— Pour toute route grise reliant u_i à v_i , il doit exister un itinéraire de u_i à v_i composé de routes dont les couleurs alternent entre rouge et bleu, sans qu'aucune route de cet itinéraire ne soit grise.

Dans l'optique de limiter les dépenses annuelles de la ville, Alanna souhaite minimiser le nombre de routes à peindre. Pouvez-vous aider Alanna à concevoir un plan qui répond à toutes ces exigences?

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée doit contenir deux entiers N et M (1 $\leq N$, $M \leq 2 \cdot 10^5$).

La $i^{\text{ième}}$ ligne des M lignes suivantes doit contenir deux entiers u_i et v_i , indiquant qu'il existe une route reliant l'intersection u_i à l'intersection v_i $(1 \le u_i, v_i \le N, u_i \ne v_i)$.

Il existe au maximum une route entre chaque paire non ordonnée d'intersections.

Le tableau ci-dessous détaille la répartition des 15 points disponibles.

Points	Contraintes additionnelles
2	Il existe une route reliant l'intersection i à l'intersection $i+1$ pour tout $1 \le i < N$ (et possiblement d'autres routes).
3	Il est possible de se rendre à n'importe quelle intersection depuis une autre et $N=M.$
3	Aucune route n'appartient à deux ou plus cycles simples (voir la définition cidessous).
7	Aucune

Définition : soit $u \leftrightarrow v$ une route qui relie les intersections u et v. Un cycle simple est une suite $w_1 \leftrightarrow w_2 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow w_k \leftrightarrow w_1$, w_i étant tous distincts et $k \geq 3$.

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient afficher une chaîne de M caractères, représentant le plan de peinture. Le $i^{\text{ième}}$ caractère devrait être R si la $i^{\text{ième}}$ route doit être peinte en rouge, B si la $i^{\text{ième}}$ route doit être peinte en bleu ou G (pour « gris ») si la $i^{\text{ième}}$ route ne doit pas être peinte.

Il est impératif de minimiser le nombre de routes à peindre tout en remplissant la condition établie. S'il existe plusieurs plans possibles, les données de sortie peuvent en afficher un quelconque.

Donnés d'entrée d'un 1er exemple

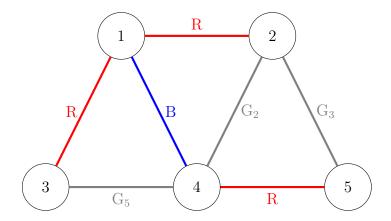
- 5 7
- 1 2
- 2 4
- 5 2
- 4 5
- 4 3
- 1 3
- _ .
- 1 4

Donnés de sortie du 1^{er} exemple

RGGRGRB

Justification des donnés de sortie du 1er exemple

La figure ci-dessous illustre les intersections ainsi qu'un plan de peinture qui minimise le nombre de routes à peindre. Les couleurs des routes sont représentées par les lettres R (rouge), B (bleu) ou G (gris).



Toutes les routes non peintes remplissent la condition :

- La 2^e route, soit la route G₂, relie l'intersection 2 à l'intersection 4. Les couleurs du chemin passant par les intersections 2, 1, 4 alternent de la manière suivante : rouge, bleu.
- La 3^e route, soit la route G₃, relie l'intersection 5 à l'intersection 2. Les couleurs du chemin passant par les intersections 5, 4, 1, 2 alternent de la manière suivante : rouge, bleu, rouge.
- La $5^{\rm e}$ route, soit la route G_5 , relie l'intersection 4 à l'intersection 3. Les couleurs du chemin passant par les intersections 4, 1, 3 alternent de la manière suivante : bleu, rouge.

Donnés d'entrée d'un 2e exemple

4 2

1 2

3 4

Donnés de sortie du 2^e exemple

BB

Justification des donnés de sortie du 2^e exemple

Remarquons qu'il est possible que Kitchener soit déconnecté.