

Exercício 5

Alunos: Lucas Meneghelli Pereira e Vinicius Gasparini

1) A relação de recorrência é dada por:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$$

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = T\left(\frac{n}{4}\right) + O(1)$$

·
·
·

$$T\left(\frac{n}{2^{k-1}}\right) = T\left(\frac{n}{2^k}\right) + O(1) \quad \text{até } \frac{n}{2^k} = 1$$

A complexidade de tempo pode ser definida utilizando o teorema mestre como segue-se

Teste caso 1)

$$f(n) = \theta(n^{\log_b a}) \quad \text{tal que } f(n) = 1, a = 1, b = 2$$

$$1 = \theta(n^{\log_2 1})$$

$$1 = \theta(n^0)$$

$$1 = \theta(1)$$

Portanto, a complexidade de tempo é $O(\log n)$, obtido através da definição do caso 1.

Como neste caso $n = \exp$, a complexidade de espaço também é $O(\log n)$.

Este algoritmo opera no melhor caso em $O(\log n)$.

E no pior caso em $O(\log n)$.

2) Pior caso:

Relação de recorrência:

Quando $p=1$, e toda $soma \% n = n-1$.

$$T(n) = T(n-1) + O(n)$$

$$T(n-1) = T(n-2) + O(n-1)$$

.

.

.

$$T(0) = O(1)$$

Logo a regra de recorrência é:

$$T(n-k) = T(n-k-1) + O(n-k)$$

Complexidade de tempo:

Utilizando a forma matemática faz-se o seguinte desenvolvimento:

$$n-k-1=0$$

$$k=n-1$$

Logo a função será chamada $O(n)$ vezes, sendo que a cada iteração realiza trabalho de $O(n-k)$, ou seja, $O(n)$. Sendo assim a complexidade de tempo é:

$$O(n^2)$$

Complexidade de espaço:

Como o vetor v é passado por referência, o trabalho em relação ao espaço é $O(1)$, como a função continua sendo chamada $O(n)$ vezes temos que a complexidade de espaço é:

$$O(n)$$

Melhor caso:

Relação de recorrência:

Quando $p \geq n$, e toda $soma \% n = 0$.

$$T(n) = O(1)$$

Complexidade de tempo:

Visto que a função será repetida sempre pelo menos 2 vezes, temos que será repetida $O(1)$ vezes. Também se tem que seu trabalho será de $O(1)$ visto que $p \geq n$. Sendo assim a complexidade de tempo é:

$$O(1)$$

Complexidade de espaço:

Análogo à complexidade de tempo temos que a complexidade de espaço é:

$$O(1)$$