Implementação de algoritmo de solução do problema de árvores de Steiner

Filipe Cattoni Elias¹, Vinicius Gasparini¹

¹Universidade Estadual do Estado de Santa Catarina (UDESC) Caixa Postal 631 – 89.219-710 – Joinville – SC – Brazil

filipecattoni@gmail.com, v.gasparini@edu.udesc.br

1. Introdução

Com aplicações em layout de circuitos ou redes de distribuição, este artigo estudará o problema da árvore de Steiner. Dado um grafo G=(V,E) com arestas E comprimento e um subconjunto vértices $R\in V$, o problema é encontrar uma árvore de comprimento mínimo em G, que é um tipo de árvore de Steiner com todos os vértices de R como suas folhas. Como proposta para a solução aproximada da instância onde as arestas possuem comprimento 1, foi utilizado a heurística de busca local com algoritmo construtivo de vizinhança mais próxima.

2. Problema de árvore de Steiner

O problema de árvore de Steiner é um problema famoso da área de grafos. Ele se consiste em, dado um grafo com pesos e um conjunto de vértices, encontrar a árvore mínima do grafo que conecte todos os vértices do conjunto. Assim, se tem no grafo o conjunto T de vértices terminais, os vértices que foram determinados obrigatórios a aparecer na árvore, e o conjunto S de vértices de Steiner, os vértices opcionais que fazem parte da árvore por permitir a conexão dos vértices terminais com peso mínimo.

O problema de árvore de Steiner é considerado um problema do tipo NP-difícil, pois ele não pode ser resolvido em tempo polinomial. Felizmente, podemos usar heurísticas para a simplificação de problemas do tipo NP-difícil.

3. Heurísticas

Para problemas do tipo NP-difícil, onde não existe uma solução ótima, são geralmente usadas heurísticas para seus solucionamentos. Uma heurística é uma técnica abstrata usada para solução de um problema de forma fácil e rápida. O objetivo de heurísticas é achar soluções suficientes de maneiras simples, reduzindo a complexidade de problemas. Exemplos de heurísticas incluem métodos construtivos e busca local.

A heurística de busca local foi a escolhida para a solução do problema de árvore de Steiner. Ela consiste em explorar um espaço de soluções, construindo um conjunto de soluções viáveis como um subconjunto de um conjunto de elementos que satisfazem determinadas condições.

4. O algoritmo

O algoritmo para a solução do problema de árvore de Steiner foi definido da seguinte maneira.

Primeiro, é escolhido um terminal aleatório do conjunto T. Em seguida é definido o espaço de busca como o conjunto T menos o terminal que foi escolhido. É calculado a distância mínima de todos os vértices do grafo para todos os vértices. Na sequência é gerado os casos base, isto é, as soluções que pertencem ao conjunto de soluções viáveis mas que não necessariamente são ótimas. Para esse processo foi utilizado o método construtivo de menor caminho. Cada vértice procura um vizinho mais próximo fazendo consulta ao grafo completo de menores caminhos. Finalizado essa etapa, dá-se início a heurística de busca local, onde a cada par de terminais é proposto uma solução. Essa solução leva em conta a menor distância localmente e salva a melhor solução para esse subconjunto. A permutação dos k-subconjuntos é feito por meio do Algoritmo U, proposto por Donald Knuth (1968).

Após todas as combinações possíveis considerando um terminal do conjunto T, esse processo segue para todos os T-1 terminais. Temos portanto uma solução ótima localmente. Para a solução global do problema, compara-se todas as soluções locais encontradas entre si a fim de encontrar o menor comprimento de árvore geradora.

Ao fim, foi utilizado a ferramenta Graphviz (2009) para visualização dos resultados obtidos.

Referências

- [1] Bluma, C. et al. Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey., 2011.
- [2] C. Ribeiro, *Notas de aula do curso de metaheurísticas*, 2007, http://www.inf.puc-rio.br/celso/grupo_de_pesquisa.html.
- [3] Ellson J., Gansner E., Hu Y., Janssen E., North S., et al. *Graphviz Graph Visualization Software*, 2009, https://www.graphviz.org/
- [4] J. Pearl, Heuristics: Intelligent search strategies for computer problem solving, 1985.
- [5] Knuth, D. The Art of Computer Programming., 1968.