Circuito Euleriano (Fleury vs. Hierhozer)

Deivid Felipi Sartori

Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT

Complexidade de Algoritmos 2017/2

Agenda

Circuito Euleriano

Um **circuito euleriano** é um circuito que contém cada vértice e cada aresta de um determinado grafo G.
É uma sequência de vértices e arestas adjacentes que começa e termina no mesmo vértice de G, passando pelo menos uma vez por cada nó e exatamente **uma única vez** por cada aresta de G.

Circuito Euleriano

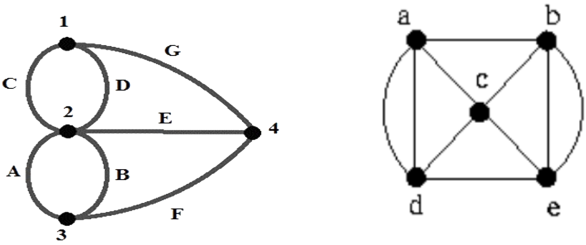


Figura: [Szwarcfiter, 1986]

Circuito Euleriano

Teorema de Euler: Um grafo conexo G é um grafo euleriano se e somente se **todo vértice de G possui grau par**.

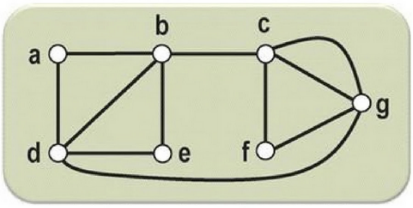
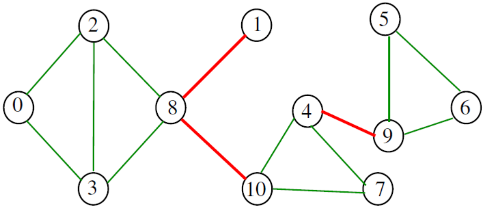


Figura: Grafo Euleriano [Goldbarg and Goldbarg, 2012]

Circuito Euleriano

Conceito de ponte (aresta de corte): é uma aresta cuja deleção em um grafo aumenta o número de componentes conectados deste. Uma aresta é uma ponte, se e somente se ela não está contida em qualquer ciclo.

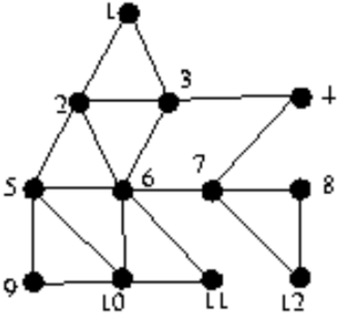


Circuito Euleriano

A determinação da composição de circuitos eulerianos pode ser realizada em tempo polinomial. Segue apresentação de dois Algoritmos (Fleury e Hierholzer).
*Ambos partem do princípio que o grafo é euleriano, ou seja, obedece ao Teorema de Euler.

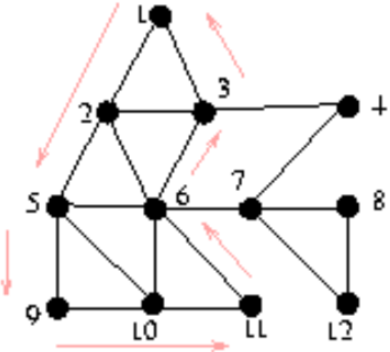
Algoritmo de Hierholzer

O algoritmo de Hierholzer, proposto em 1873, foi um dos primeiros a tratar circuitos eulerianos.



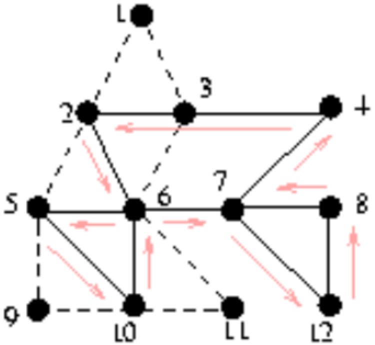
Algoritmo de Hierholzer

Circuito [1, 2, 5, 9, 10, 11, 6, 3, 1]



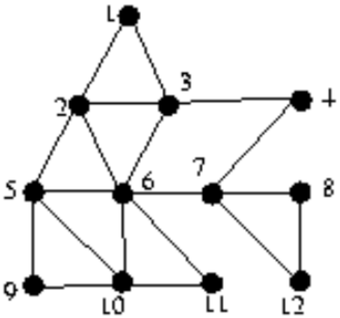
Algoritmo de Hierholzer

Circuito [6, 7, 12, 8, 7, 4, 3, 2, 6, 5, 10 , 6]



Algoritmo de Hierholzer

Circuito [1,2,5,9,10,11,**6,7,12,8,7,4,3,2,6,5,10,6**,3,1]



Algoritmo de Hierholzer

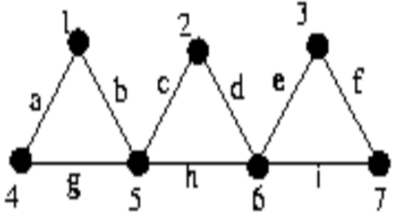
```
função Hierholzer(G = (V,E): grafo) : caminho
   G' := G  G' = (V', E')
   v0 := um vértice de G'
   C := [v0] Inicialmente, o circuito contém só v0
   Enquanto E' não vazio
      vi := um vértice de C tal que d(vi) maior que 0 em G'
      C' := Circuito em G' que contém vi
      G' := G' - {a; tal que a é aresta contida em C'}
      Em C, substituir o vértice vi pelo circuito C'
   Retornar C
```

Algoritmo de Hierholzer

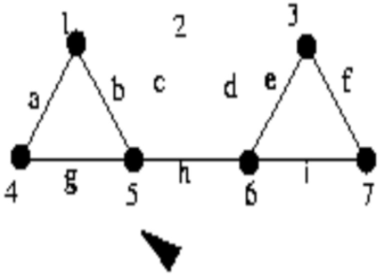
Complexidade: O(E)
*Dependendo das estruturas utilizadas na implementação, a complexidade O(E) ocorre quando utilizadas listas duplamente encadeadas.

Algoritmo de Fleury

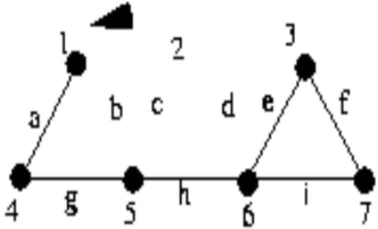
O algoritmo de Fleury, proposto em 1883.



Algoritmo de Fleury

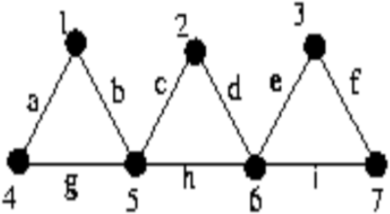


Algoritmo de Fleury



Algoritmo de Fleury

Resultando no Circuito = [6-2-5-1-4-5-6-7-3-6]



Algoritmo de Fleury

```
função Fleury(G = (V,E): grafo) : caminho
    G' := G  G' = (V', E')
    v0 := um vértice de G'
    C := [v0] Inicialmente, o circuito contém só v0
    Enquanto E' não vazio
        vi := último vértice de C
        Se vi tem só uma aresta incidente;
            ai := a aresta incidente a vi em G'
        Senão
            ai := uma aresta incidente a vi em G' e que não é uma ponte
        Retirar a aresta ai do grafo G'
        Acrescentar ai no final de C
        vj := vértice ligado a vi por ai
        Acrescentar vj no final de C
Retornar C
```

Algoritmo de Fleury

Complexidade: $O(E^2)$

Considerações Finais

Goldbarg, E. and Goldbarg, M. (2012).
Grafos.
Elsevier Brasil.

Szwarcfiter, J. (1986).
Grafos e algoritmos computacionais.
Campus.