Matching em Grafo Bipartido

ACADÊMICOS: ALEXANDRE CAETANO
ANDRÉ LUIS PERIPOLLI
PROFESSOR: DIEGO BUCHINGER
DISCIPLINA: COMPLEXIDADE DE ALGORITMO – CAL-0001

Índice

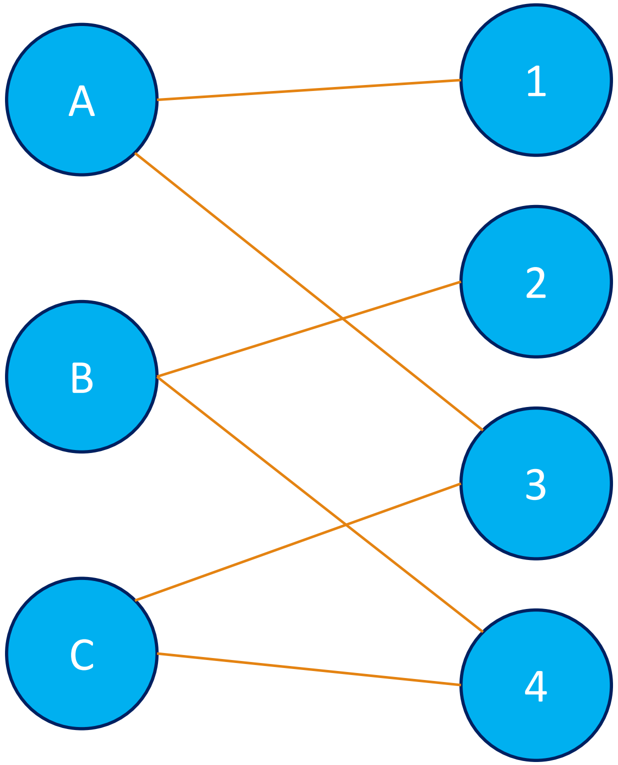
- Introdução
- Por Fluxo: Edmond-Karp
- Por Hopcroft-Karp
- Comparação: Edmonds-Karp x Hopcropf-Karp

Introdução

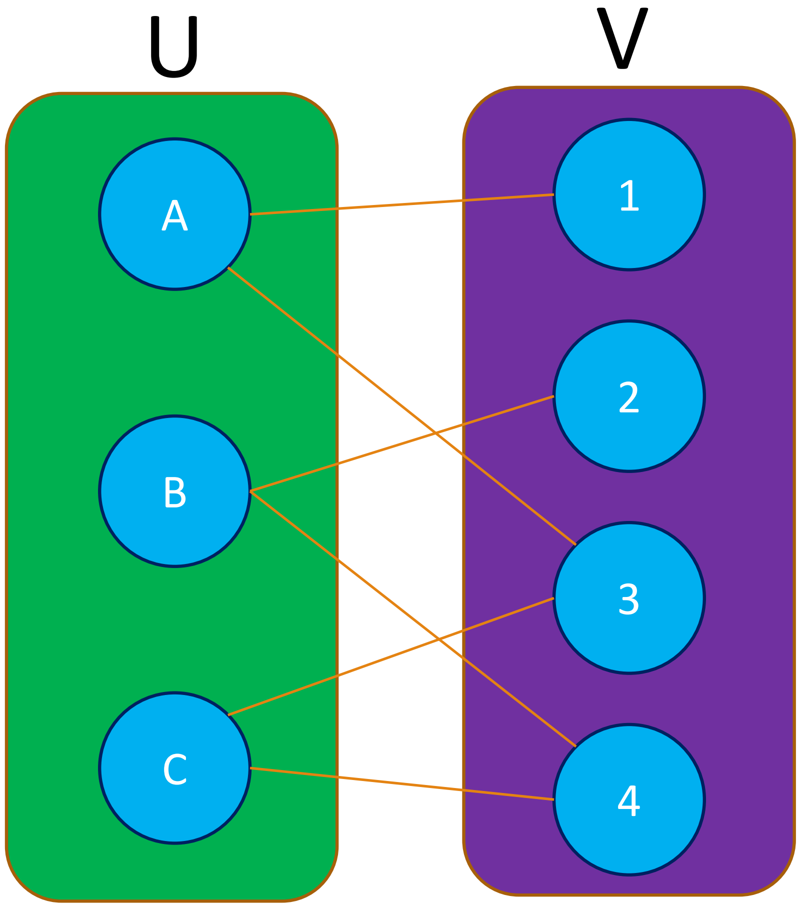
Introdução

- O que é Grafo Bipartido?
- O que é Matching?
- Designação
  - Tarefas x Máquinas
  - Recursos x Consumidores
  - Alunos x Disciplinas

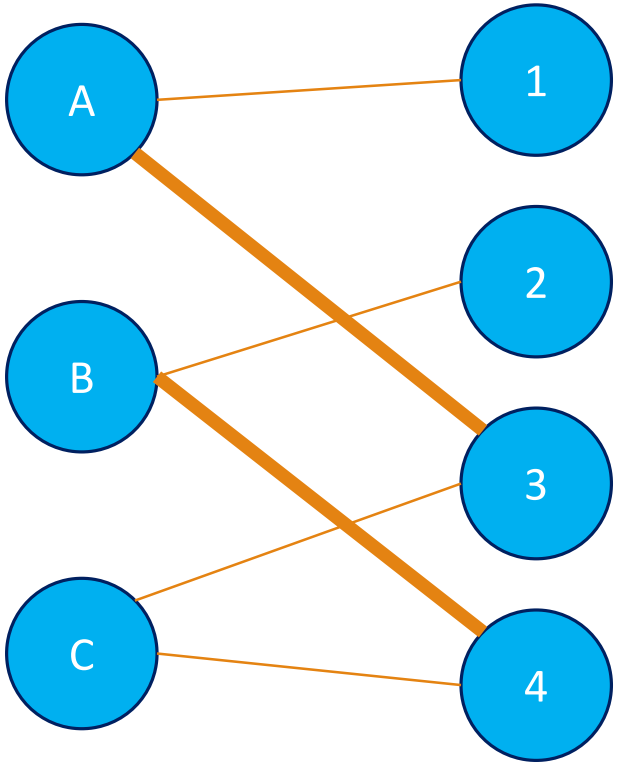
Introdução

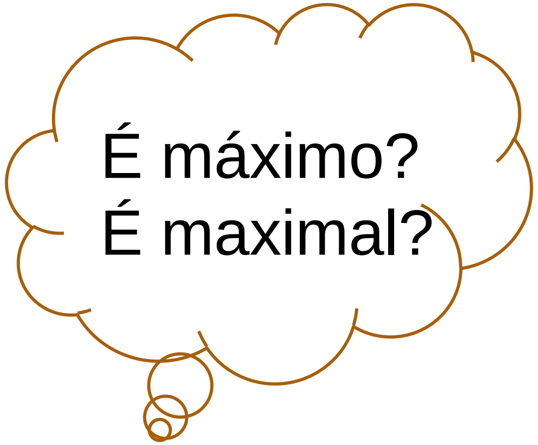


Introdução

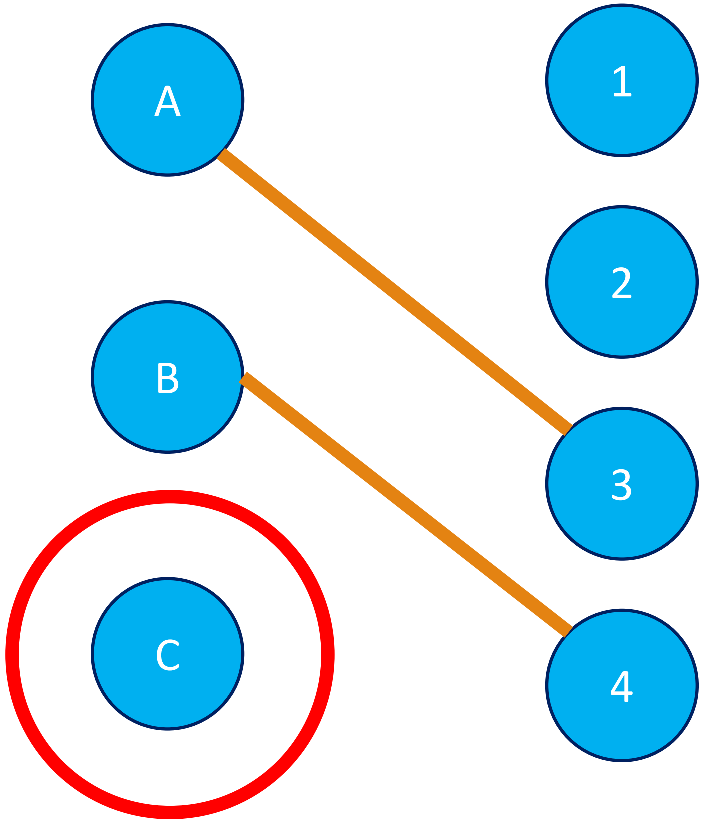


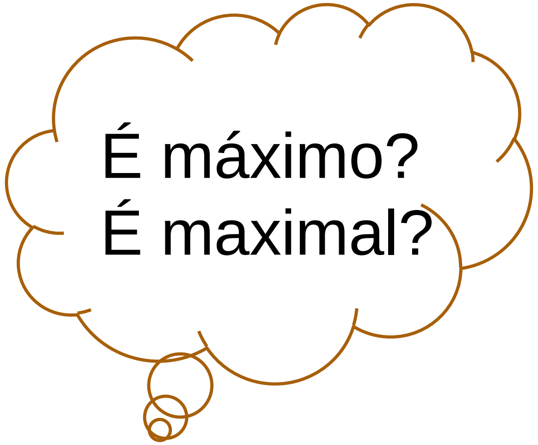
Introdução



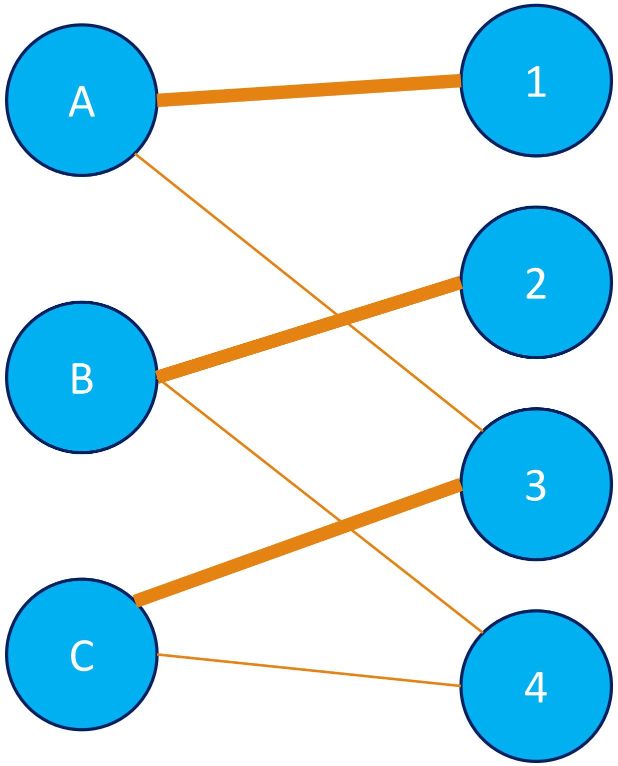


Introdução

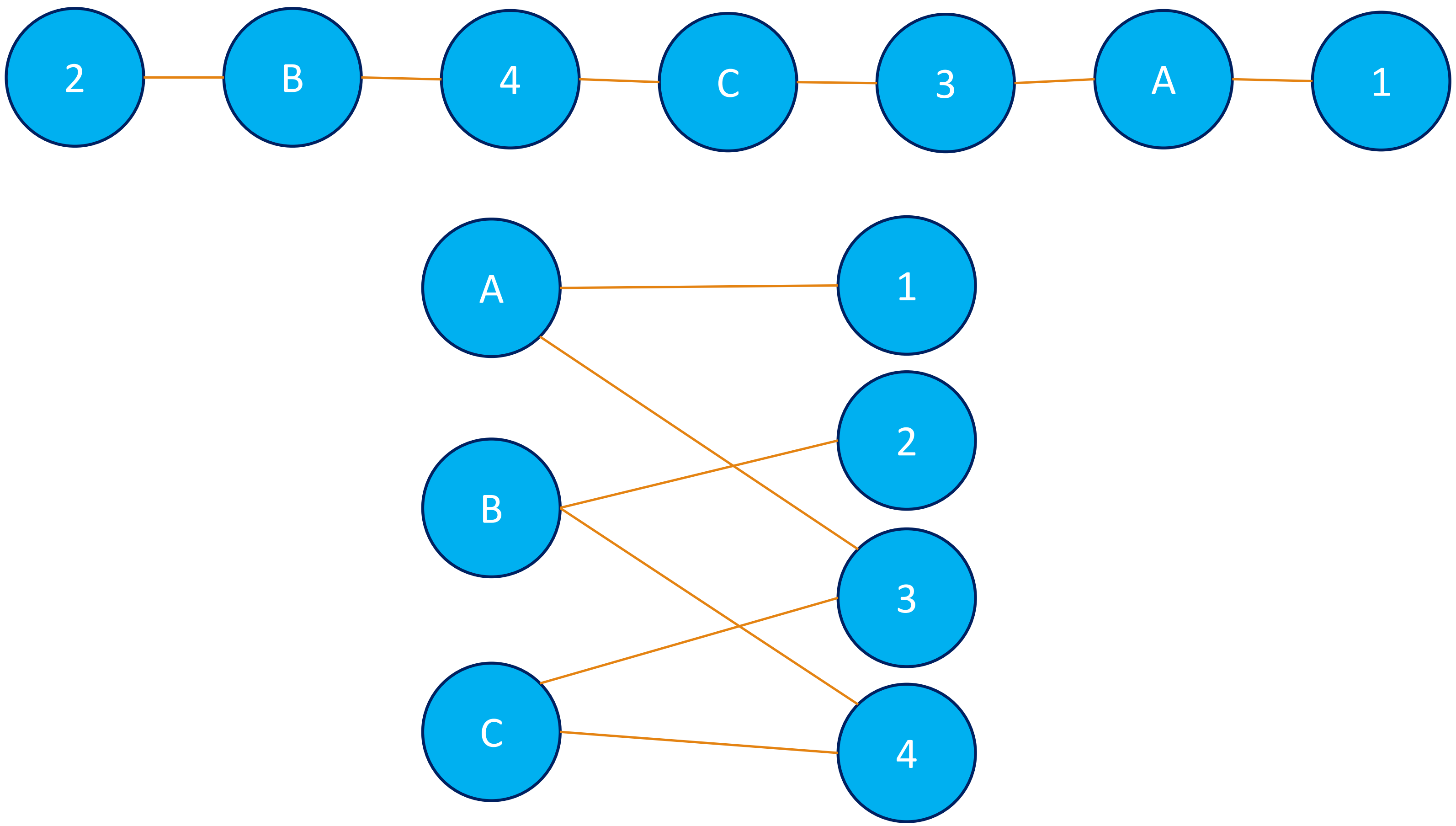




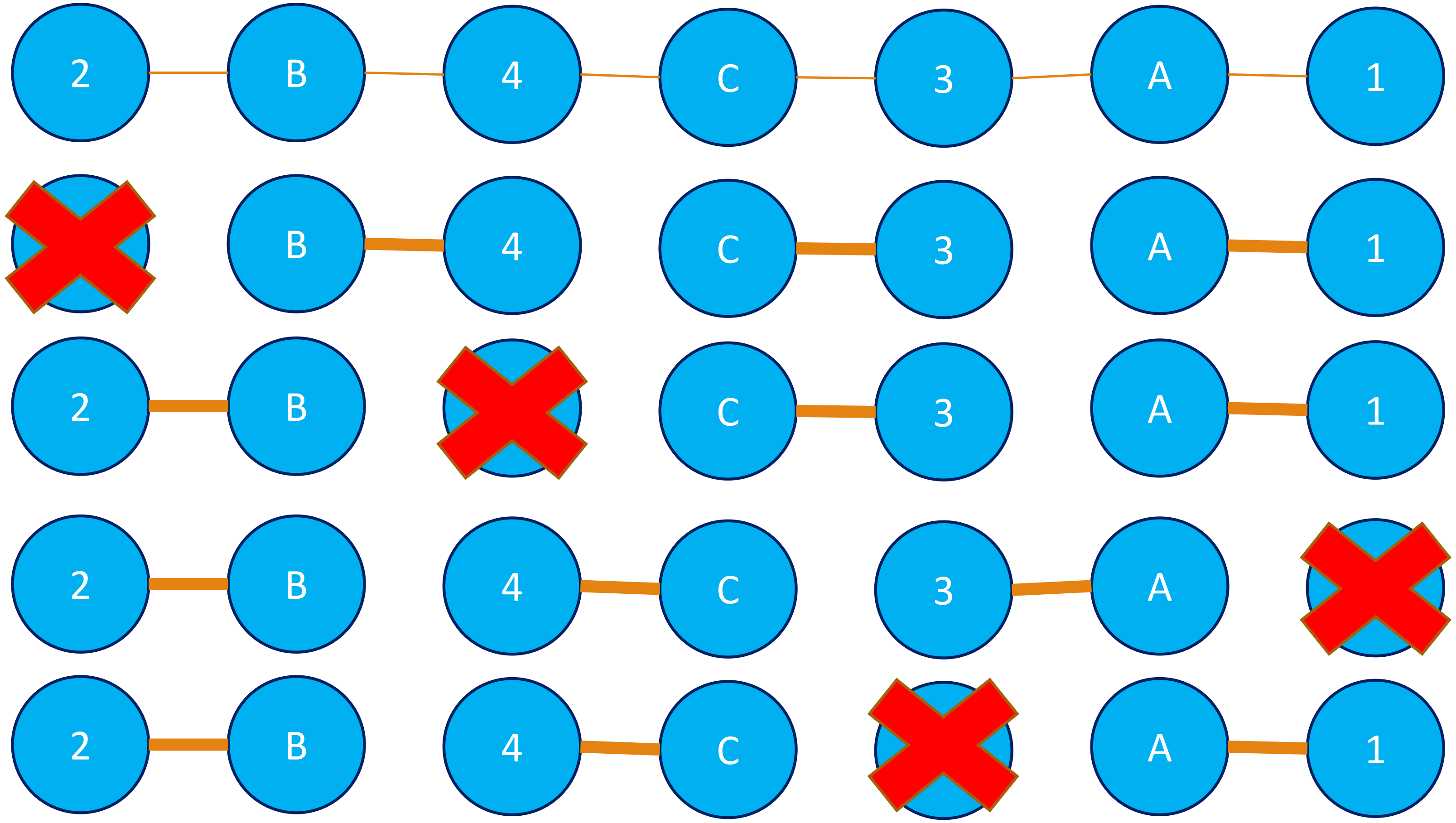
Introdução



Introdução

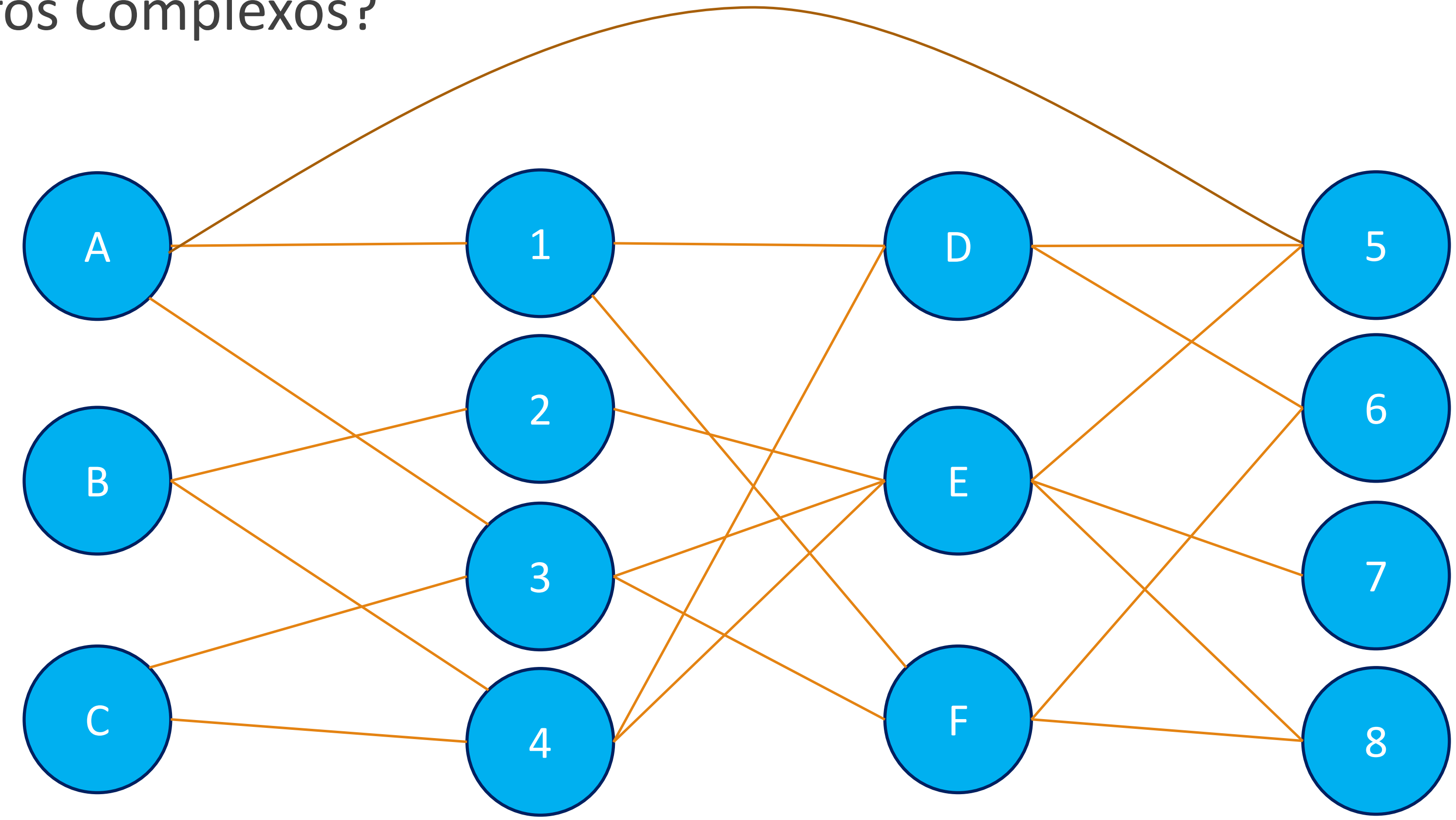


Introdução



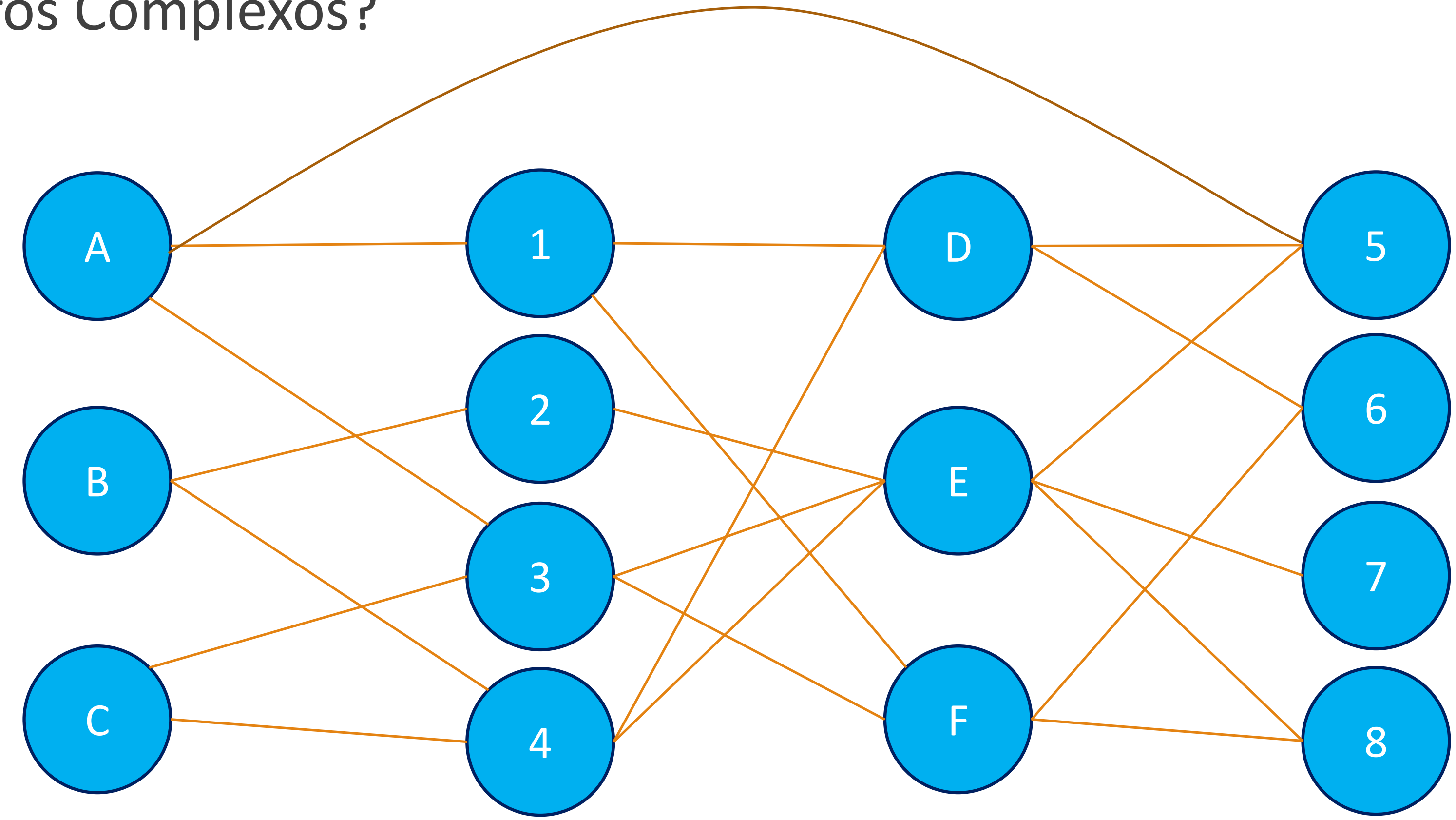
Introdução

- Grafos Complexos?



Introdução

- Grafos Complexos?



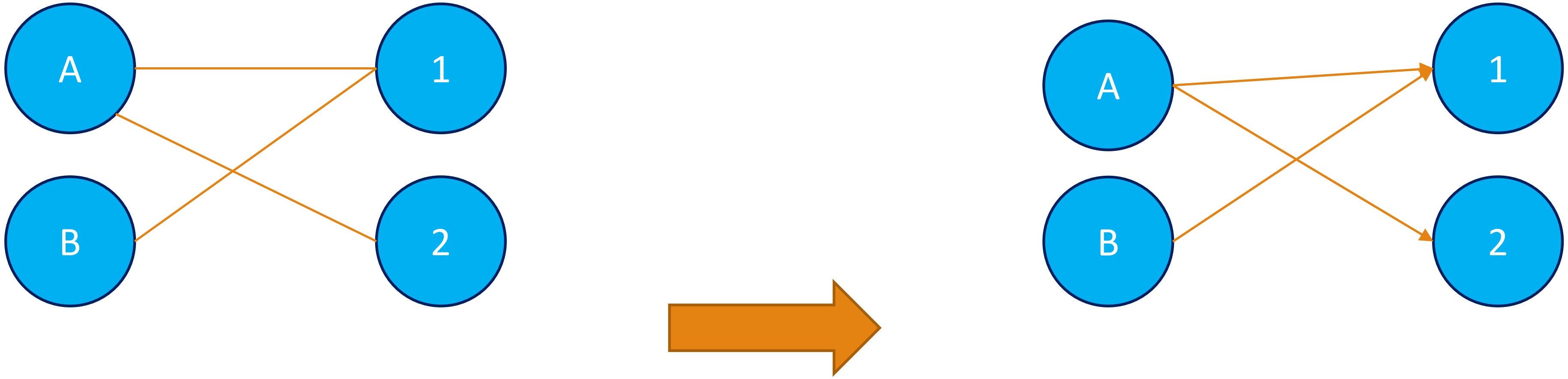
- Por fluxo
- Por Hopcroft-Karp

Por Fluxo: Edmond-Karp

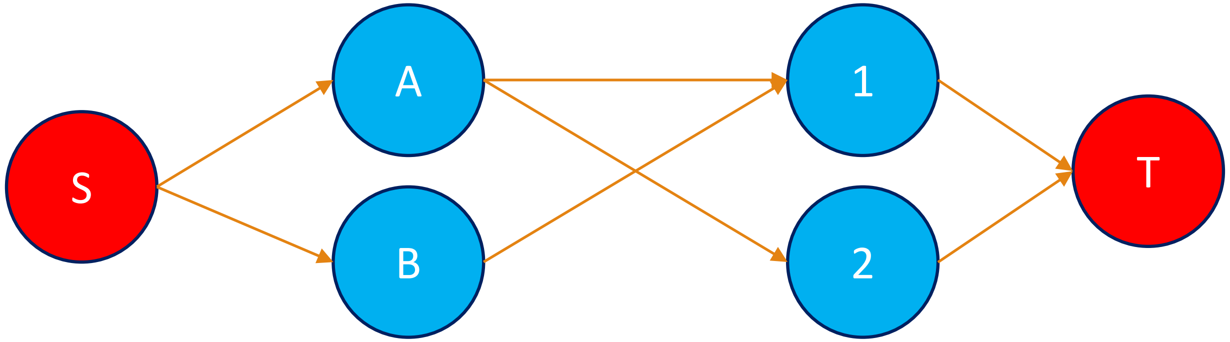
Por Fluxo

- Transformar grafo em direcionado.
- Criar Sorce (Fonte) para coluna U.
- Criar Sink (Dreno) para coluna V.
- Atribuir capacidade máxima de 1 unidade para arestas.
- Calcular Fluxo máximo (Escolher Método).
- Ford-Fulkerson vs Edmond-Karp.

Por Fluxo - Edmond-Karp



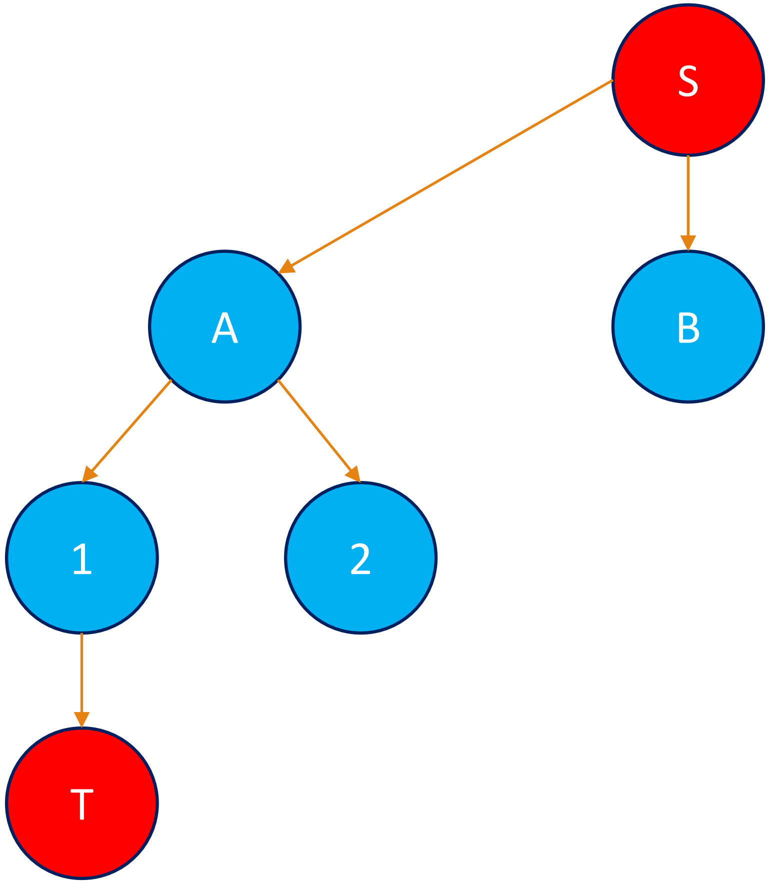
Por Fluxo - Edmond-Karp



S = Fonte

T = Dreno

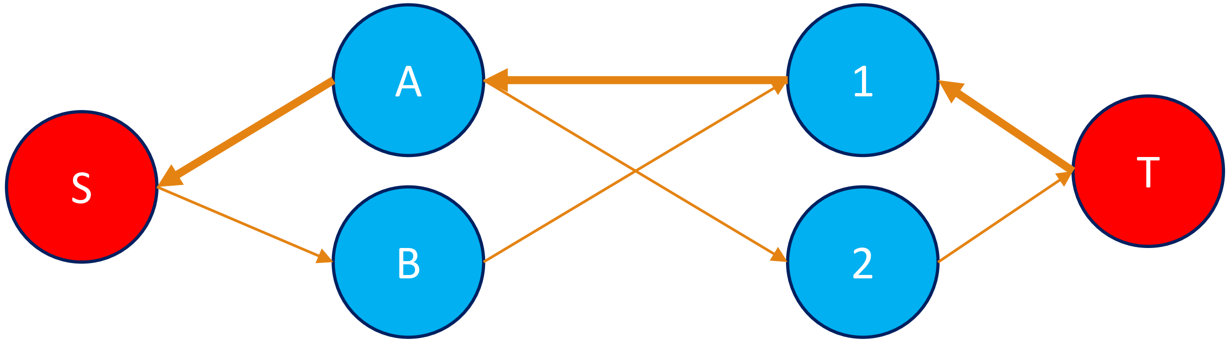
Por Fluxo - Edmond-Karp



1º BFS

S = Fonte
T = Dreno

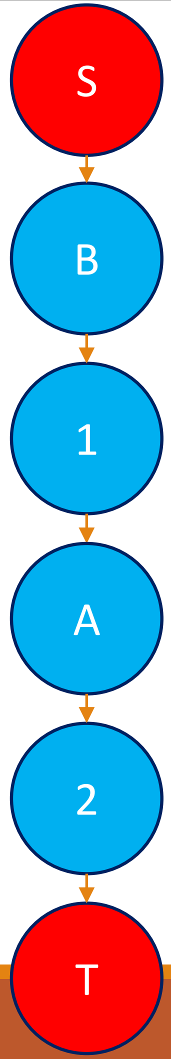
Por Fluxo - Edmond-Karp



S = Fonte

T = Dreno

Por Fluxo - Edmond-Karp



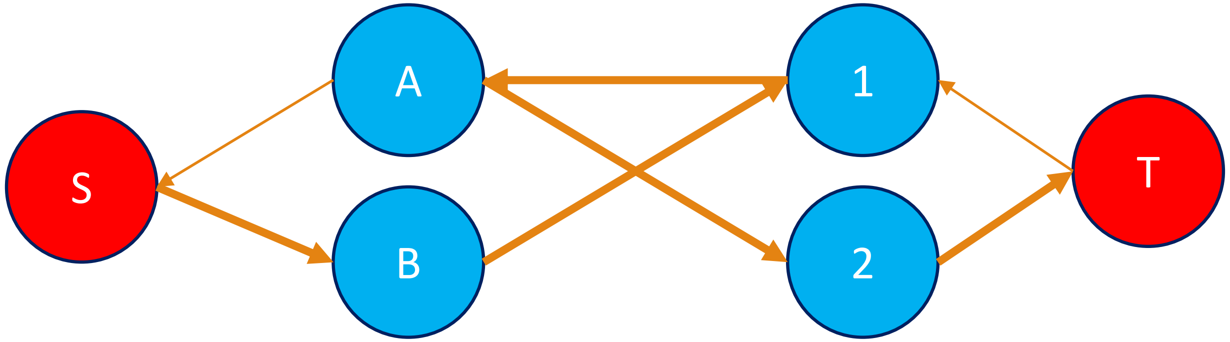
2º BFS

S = Fonte

T = Dreno

Por Fluxo - Edmond-Karp

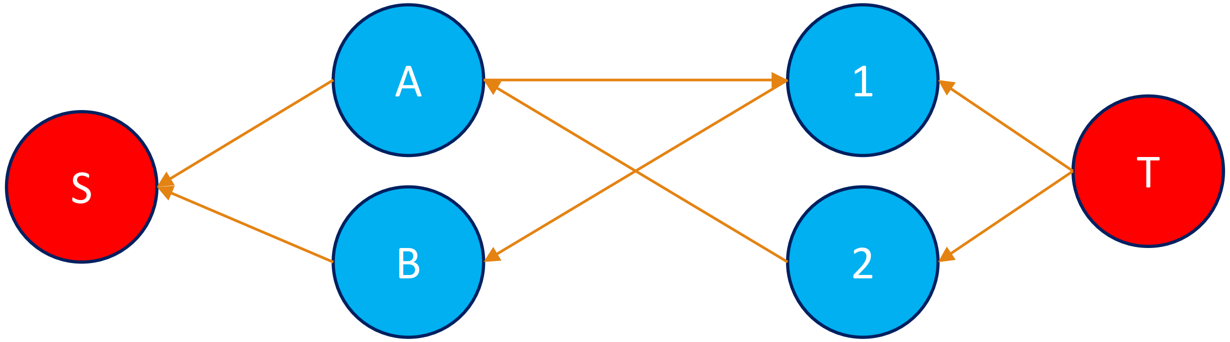
Rota Correspondente



S = Fonte
T = Dreno

Por Fluxo - Edmond-Karp

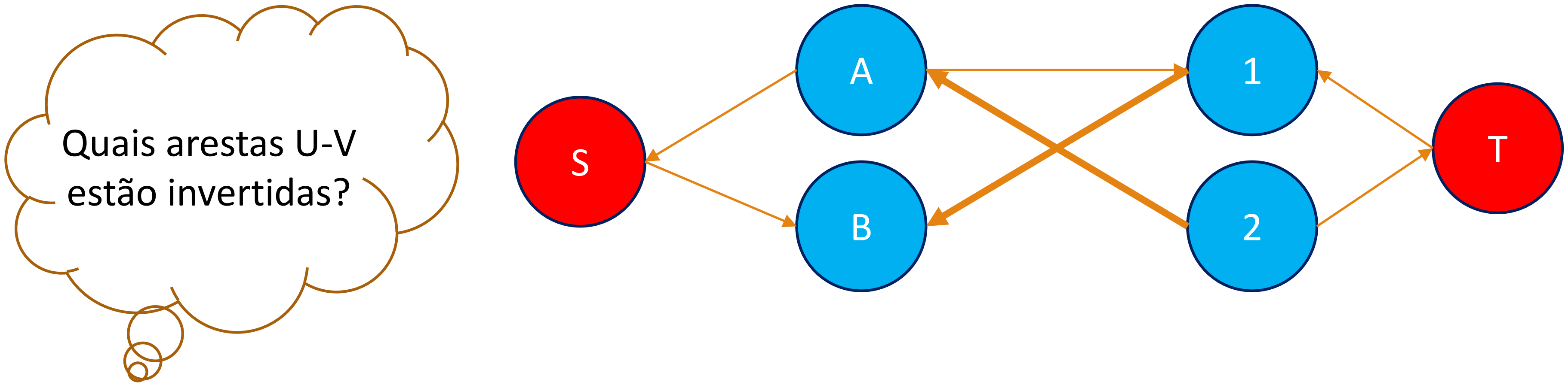
Há como ampliar o fluxo?



S = Fonte

T = Dreno

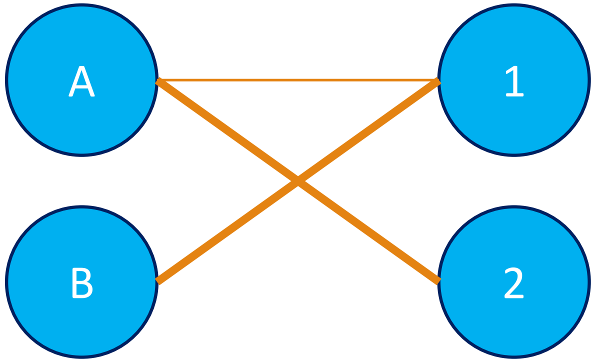
Por Fluxo - Edmond-Karp



S = Fonte

T = Dreno

Por Fluxo - Edmond-Karp



Matches: A-2, B-1

Por Fluxo - Edmond-Karp

```
makeFlowGraph(G);
Enquanto(S->T){
    BFS(G);
    Update.Graph(G);
}
```

Por Fluxo - Edmond-Karp TEMPO

makeFlowGraph(G); — $\Theta(E + V)$

Enquanto(S->T){ — $O(V*E)$

    BFS(G); — $O(V + E)$

    Update.Graph(G); — $O(V)$

}

$O(V*E)$, $O(V + E)$, $O(V)$ — $O(EV^2 + E^2V)$

Tempo: $O(EV^2 + E^2V) + \Theta(E + V) =$ $\mathbf{O(EV^2 + E^2V)}$

Por Fluxo - Edmond-Karp TEMPO

```
makeFlowGraph(G);
Enquanto(S->T){
    BFS(G);
    Update.Graph(G);
}
```

makeFlowGraph(G); — $\Theta(E + V)$

Enquanto(S->T){ — $O(V*E)$

BFS(G); — $O(V + E)$

Update.Graph(G); — $O(V)$

Laço: $O(EV^2 + E^2V)$

Vertice>Aresta?

Tempo: $O(EV^2 + E^2V) + \Theta(E + V) =$ **$O(EV^2 + E^2V)$**

UDESC
JOINVILLE

Por Fluxo - Edmond-Karp TEMPO

makeFlowGraph(G); $\Theta(E + V)$

Enquanto(S->T){ $\Omega(V/2)$

    BFS(G); $\Omega(V)$

    Update.Graph(G); $\Omega(1)$

}

$\Omega(V^2)$

Tempo: $\Omega(V^2/2) + \Theta(E + V) =$ **$\Omega(V^2)$**

Por Fluxo - Edmond-Karp ESPAÇO

makeFlowGraph(G); — $\Theta(E + V)$

Enquanto(S->T){ — $\Theta(1)$

  BFS(G); — $O(E+V)$

  Update.Graph(G); — $O(E)$

}

$O(E+V)$

Espaço: $O(E + V) + \Theta(E + V) = O(\mathbf{E + V})$

Por Fluxo - Edmond-Karp ESPAÇO

makeFlowGraph(G); $\Theta(E + V)$

Enquanto(S->T){ $\Theta(1)$

BFS(G); $\Omega(V)$

Update.Graph(G); $\Theta(1)$

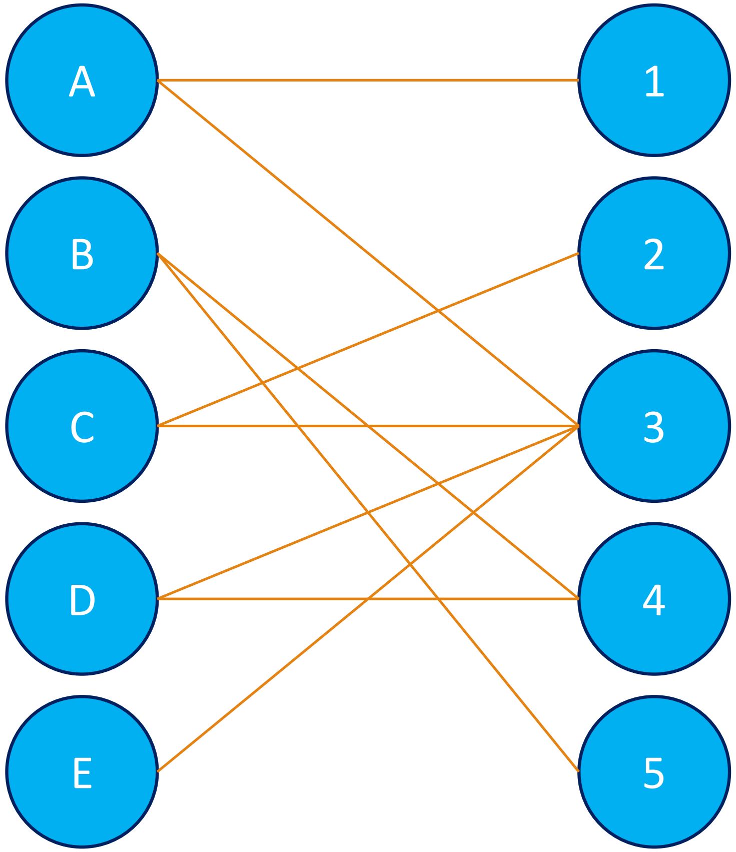
}

$\Omega(V)$

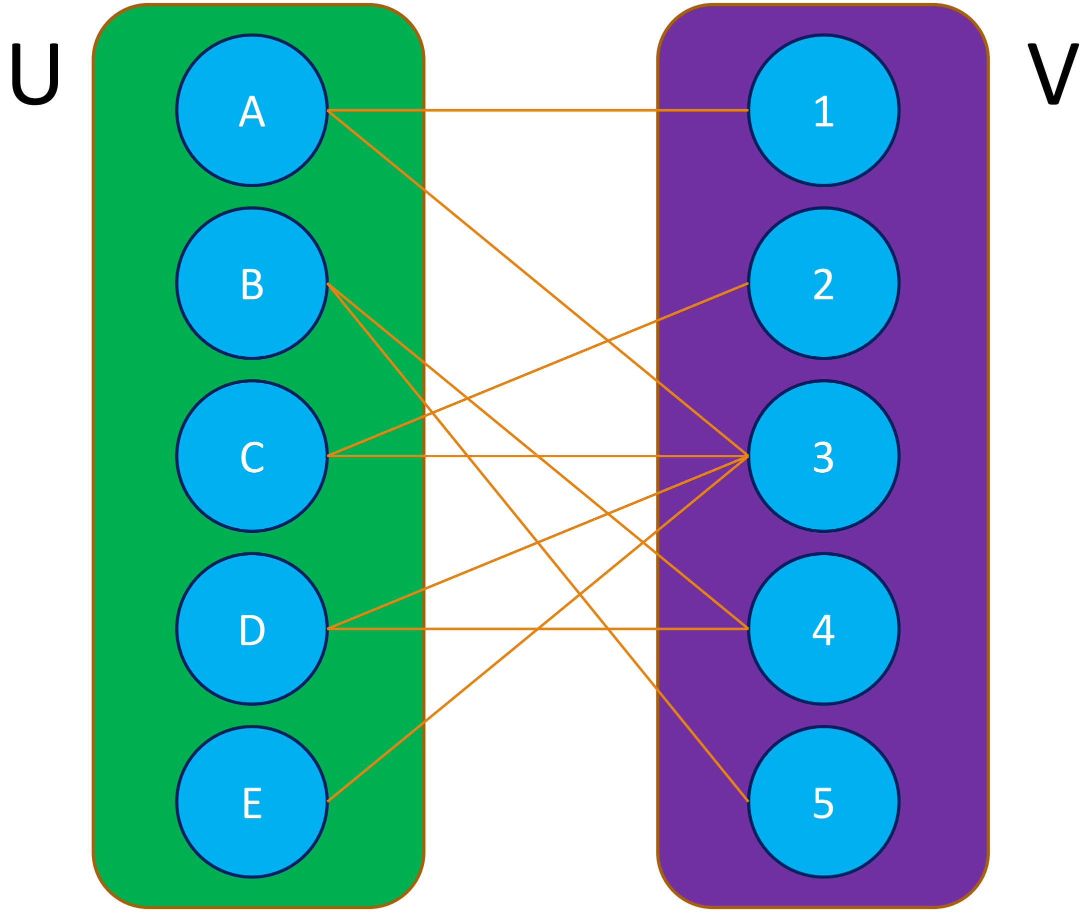
Espaço: $\Omega(V) + \Theta(E) =$ **$\Omega(E + V)$**

Por Hopcroft-Karp

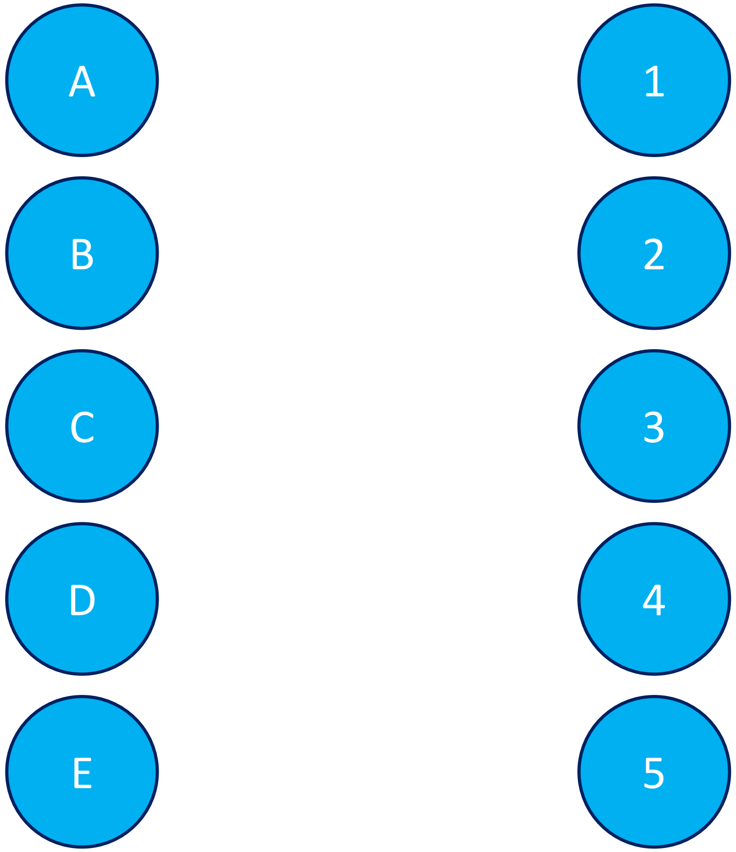
Por Hopcroft-Karp



Por Hopcroft-Karp

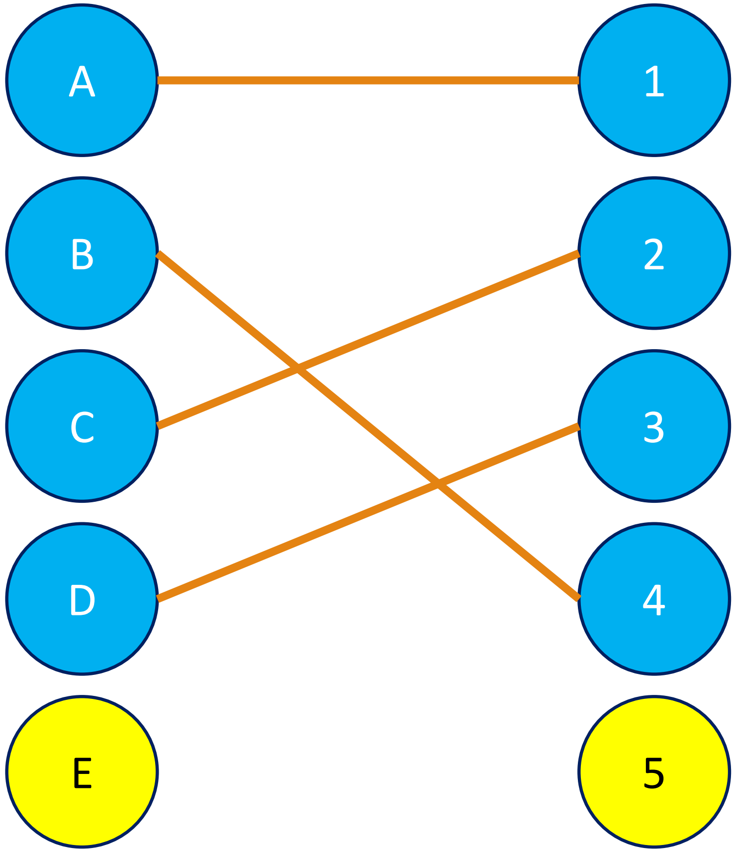


Por Hopcroft-Karp



Matches = 0
Sem par: A, B, C, D, E
BFS de U livre até V livre

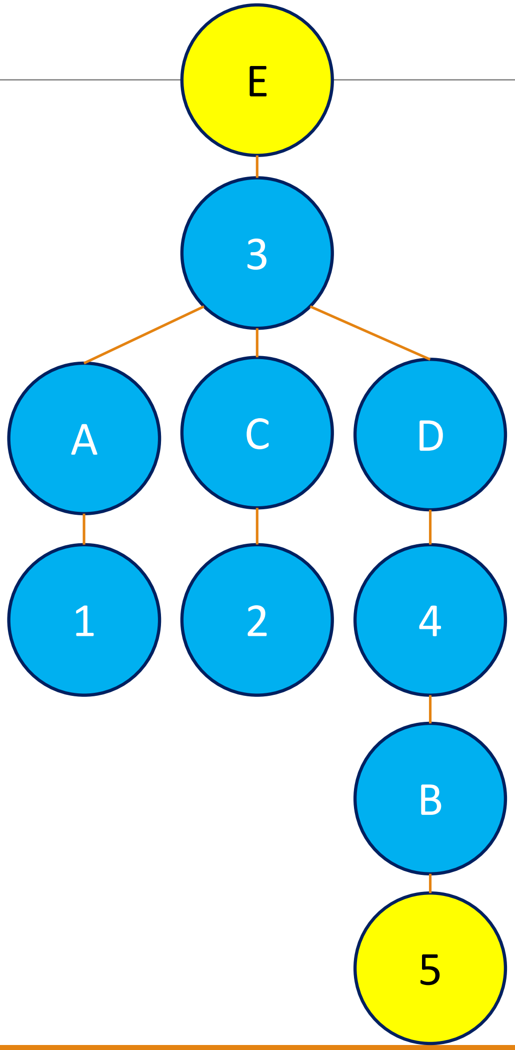
Por Hopcroft-Karp



Matches = A-1, B-4, C-2, D-3
Sem par: E
BFS de E até 5

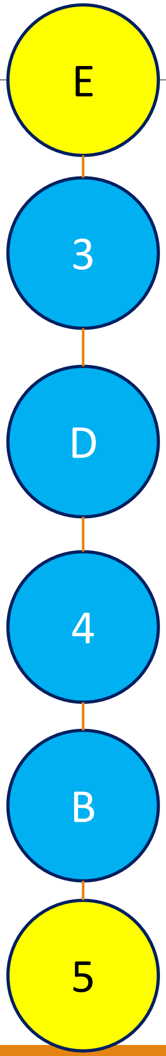
Por Hopcroft-Karp

~~BFS~~
DFS
Matches



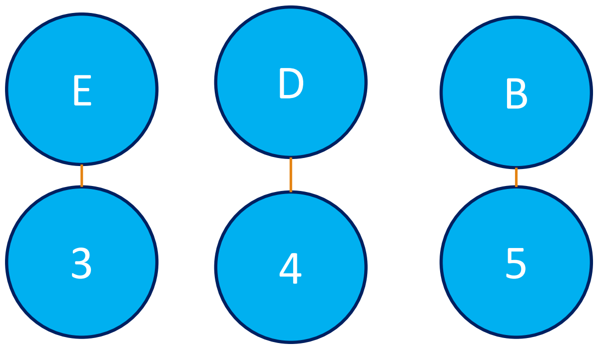
Por Hopcroft-Karp

~~BFS~~
~~DFS~~
Matches: A-1, **B-4**, C-2, **D-3**

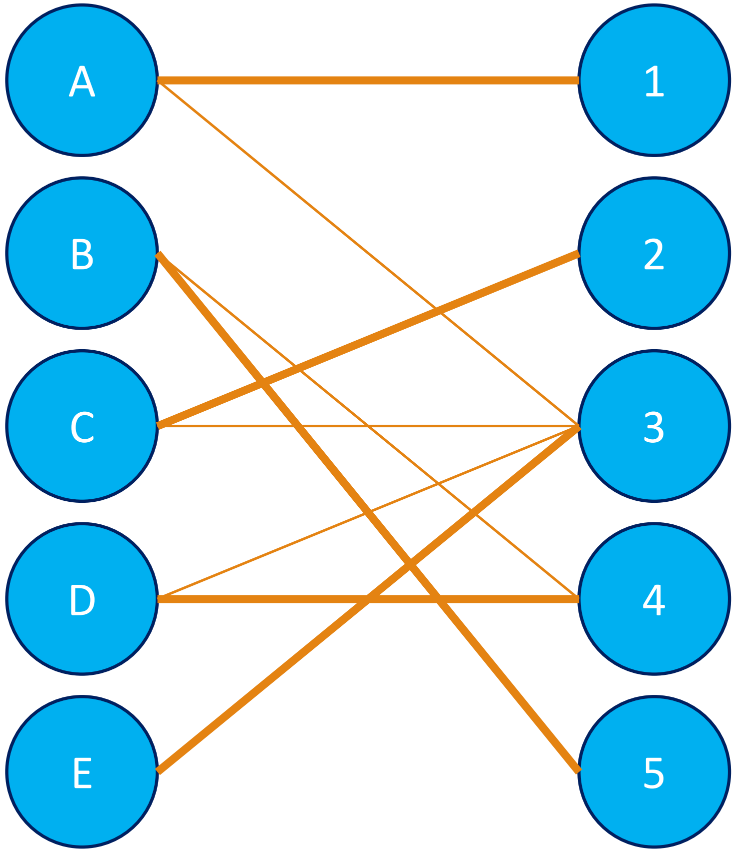


Por Hopcroft-Karp

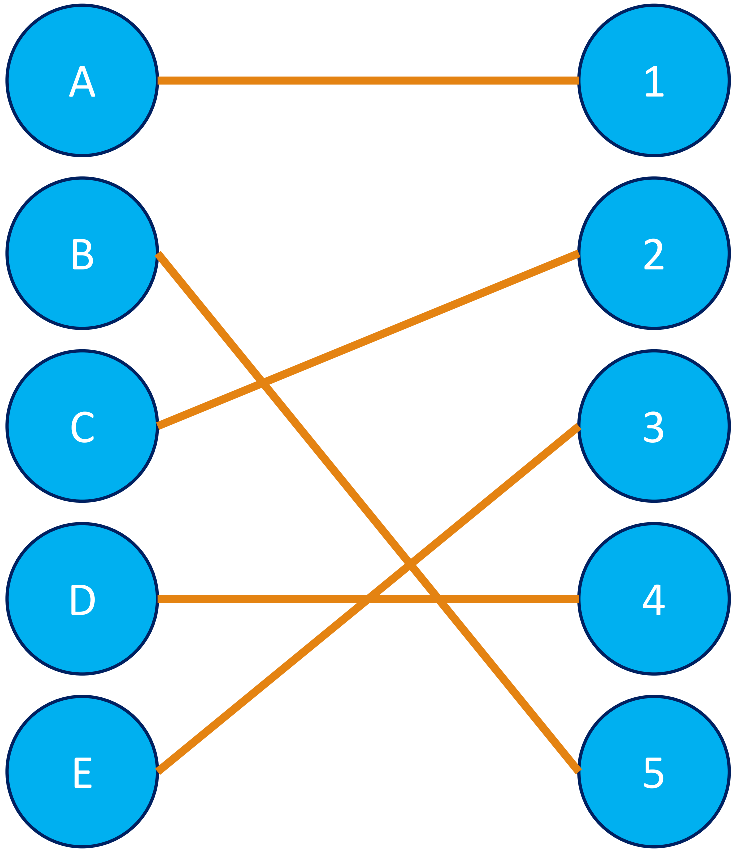
~~BFS~~
~~DFS~~
Matches: A-1, <u>B-5</u>, C-2, <u>D-4, E-3</u>
Sem par: *vazio*



Por Hopcroft-Karp



Por Hopcroft-Karp



Por Hopcroft-Karp

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio)

    Augmenting_Path(G);

Return Matches;

Fim

Augmanting_Path(G)

    BFS();

    DFS();

Por Hopcroft-Karp - TEMPO

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio)

    Augmenting_Path(G);

Return Matches;

Fim

Augmanting_Path(G)

    BFS(); } O(V + E)

    DFS(); } O(V + E)

Por Hopcroft-Karp - TEMPO

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio) $O(\sqrt{V})$

    Augmenting_Path(G); $O(V + E)$

$O((V + E)^* \sqrt{V})$

Return Matches;

Fim

Tempo: **$O((V + E)^* \sqrt{V})$**

UDESC
JOINVILLE

Por Hopcroft-Karp - TEMPO

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio) } $\Omega(1)$

    Augmenting_Path(G); } $\Omega(V)$

} $\Omega(V)$

Return Matches;

Fim

Tempo: **$\Omega(V)$**

Por Hopcroft-Karp - ESPAÇO

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio)

    Augmenting_Path(G);

Return Matches;

Fim

Augmanting_Path(G)

    BFS(); O(V + E)

    DFS(); O(V + E)

UDESC
JOINVILLE

Por Hopcroft-Karp - ESPAÇO

Inicio

Grafo G;

Matches =0; O(V)

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U O(U)

Enquanto (F!= Vazio) O(1)

    Augmenting_Path(G); O(V + E)

O(V + E)

Return Matches;

Fim

Espaço: **O(V + E)**

UDESC JOINVILLE

Por Hopcroft-Karp - ESPAÇO

Inicio

Grafo G;

Matches =0;

F={a, b, c, ...}; //Todo conjunto U

Enquanto (F!= Vazio)   Ω(1)

    Augmenting_Path(G);   Ω(V)

Ω(V)

Return Matches;

Fim

Espaço: **Ω(V)**

Comparação

Comparação

	TEMPO		ESPAÇO	
	Pior Caso	**Melhor Caso**	**Pior Caso**	**Melhor Caso**
Por Fluxo	$O(EV^2 + E^2V)$	$\Omega(V^2)$	$O(V + E)$	$\Omega(V + E)$
Por Hopcroft-Karp	$O((V + E) * \sqrt{V})$	$\Omega(V)$	$O(V + E)$	$\Omega(V)$

Referência

CORNELL UNIVERSITY. The Edmund-Karp max-flow algorithm. In: **Introduction to algorithm**. Ithaca, New York: 2010 Disponível em: http://www.cs.cornell.edu/courses/cs4820/2012sp/handouts/edmondskarp.pdf. Acesso em: 16 out. 2017.

FEOFILOFF, Paulo. **Fluxo em redes.** Universidade de São Paulo. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~pf/flows/mynotes/FluxoEmRedes.pdf. Acesso em 16 out. 2017.

MAHAJAN, Meena. Matching in graphs. **The Institute of Mathematical Sciences.** 6 jan. 2010. Disponível em: http://www.imsc.res.in/~meena/matching/hopcroft-karp.pdf. Acesso em 16 out. 2017.

SANTIAGO, J. C. D, DOS SANTOS, H. C. Fluxo máximo e emparelhamento. **SlidePlayer.** Disponível em: http://slideplayer.com.br/slide/2263484/. Acesso em: 16 out. 2017.

CHEN Xi. **Analysis of algorithms I:** Edmonds-Karp and maximum bipartite matching. 2017. Disponível em: https://alg12.wikischolars.columbia.edu/file/view/MATCHING.pdf. Acesso em: 16 out. 2017

Obrigado!

ACADÊMICOS: ALEXANDRE CAETANO
ANDRÉ LUIS PERIPOLLI
PROFESSOR: DIEGO BUCHINGER
DISCIPLINA: COMPLEXIDADE DE ALGORITMO – CAL-0001