9. La posición x de una partícula que se mueve en una línea recta está definida por la expresión: $x = -2t^4 + 2t^3 + 10$, donde x está en metros y t en segundos. Encuentra: a) la velocidad y la aceleración en función del tiempo, b) la máxima o mínima posición que alcanza la partícula, b) la máxima rapidez que alcanza la partícula, c) la magnitud de la máxima aceleración de la partícula.

$$x = -2t^4 + 2t^3 + 10$$

a) $v = f(t)$
$a = f(t)$

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dt^n}{dt} = n t^{n-1}$$

$$\frac{dkt^n}{dt} = k\frac{dt^n}{dt} \quad ; k = ctt$$

$$\frac{dk}{dt} = 0 \quad ; k = ctt$$

$$v = \frac{d}{dt}(-2t^4 + 2t^3 + 10)$$

$$v = -2\frac{dt^{4}}{dt} + 2\frac{dt^{3}}{dt} + \cancel{\frac{d10}{dt}}^{\,0}$$

$$v = -2(4t^{4-1}) + 2(3t^{3-1})$$

$$\boxed{v = -8t^3 + 6t^2}$$

Velocidad Es función del tiempo
$v \neq ctt$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = \frac{d}{dt}(-8t^3 + 6t^2) = -8\frac{dt^3}{dt} + 6\frac{dt^2}{dt}$$

$$a = -8(3t^2) + 6(2t)$$

$$\boxed{a = -24t^2 + 12t}$$

la Acelarion es funcion del tiempo
$a \neq ctt$

b) $X_{max} = ?$
$X_{min.} = ?$ } Graf $x = f(t)$

Condición Max y Minimos.

1) $\frac{dx}{dt} = 0$ 2) $\left.\frac{d^2x}{dt^2}\right|_{t_c}$

1) $\frac{dx}{dt} = v = 0$

$v = -8t^3 + 6t^2 = 0 \rightarrow t_1, t_2, t_3$

$2t^2(-4t + 3) = 0$

$t^2 = 0 \rightarrow t_1 = 0,\ t_2 = 0$

$x^2 = a$

$x = \pm\sqrt{a}$

$-4t + 3 = 0$

$t = \frac{3}{4} \Rightarrow t_3 = 0{,}75\,s$

$t_c = 0$	$t_c = 0{,}75\,s$
$X_c = 10\,m$	$X_c = 10{,}21\,m$

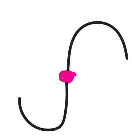
$x = -2t^4 + 2t^3 + 10$

$t = \mp$

t_{inv} , X_{inv}

2) $\left.\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a\right|_{t_c}$

$\boxed{a = -24t^2 + 12t}$

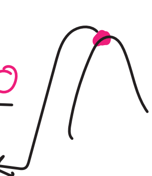


Si $t = 0$

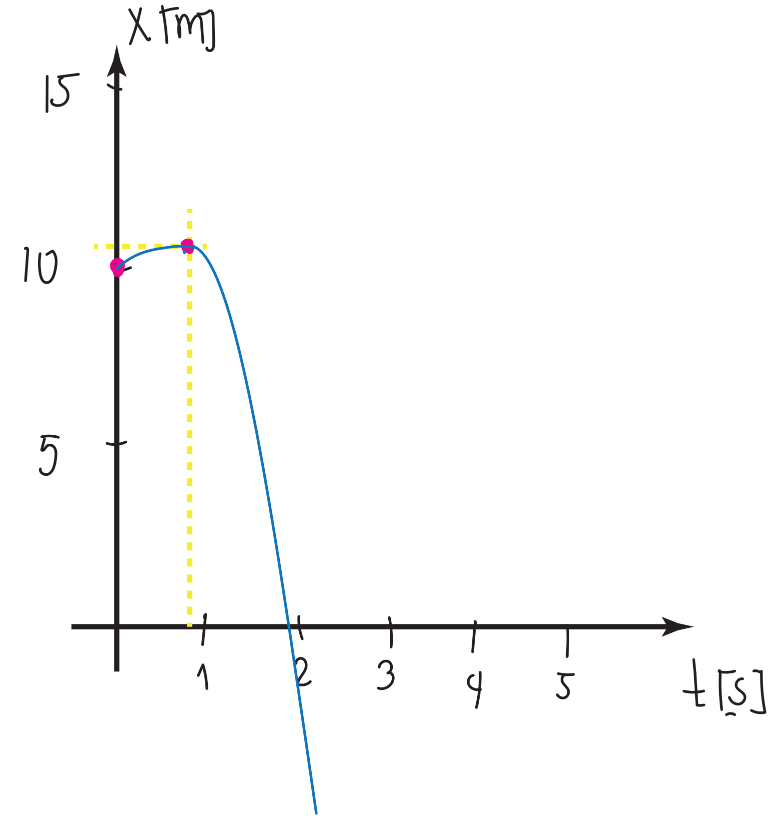
$a = 0 \Rightarrow t_{inf} = 0$, $X_{inf} = 10\,m$

si $t = 0{,}75\,s$

$a = -4{,}5\,s < 0 \rightarrow$ Maximo



$t_{inv} = 0{,}75\,s$; $X_{inv} = 10{,}21\,m$



$t_{inf} = 0$; $t_{mv} = 0{,}75\,s \approx 0{,}8\,s$

$X_{inf} = 10\,m$; $X_{mv} = 10{,}21\,m \approx 10{,}2\,m$

Si $X = 0$

$$X = -2t^4 + 2t^3 + 10$$

$$0 = -2t^4 + 2t^3 + 10$$

$$0 = \underbrace{2t^3(-t+1)}_{-10} + 10$$

$$2t^3(1-t) = -10$$

$$X_{max} = 10{,}21\,m$$

$$X_{min} = 10\,m$$

c) $v_{max} = ?$ $\boxed{v = -8t^3 + 6t^2}$

1) $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \underbrace{-24t^2 + 12t}_{\text{Primera derivada}} = 0$ → $t_c = 0\,s$ ✓ ← mínimo ; $t_c = \frac{1}{2}\,s$ ✓ ← max

2) $\frac{d^2v}{dt^2} = \underbrace{-48t + 12}_{2^{da}\text{ derivada}}\Big|_{t_c}$

$\Rightarrow$ Si $t = 0 \Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2}\Big|_{t_c=0} = 12 > 0$ mínimo

Si $t = \frac{1}{2}\,s \Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2}\Big|_{t=0{,}5\,s} = -12 < 0$ máximo

Si $t = \frac{1}{2}\,s \Rightarrow \boxed{v_{max} = 0{,}5\ m/s}$ Sol b)

$t = 0 \Rightarrow v = 0$

d) $|a_{max}| = ?$

$$\boxed{a = -24t^2 + 12t}$$

$$\frac{da}{dt} = 0 \quad \underbrace{-48t + 12}_{1^{era}\ deriv.} = 0$$

$$\underline{t_c = \frac{1}{4}\,s} \leftarrow max$$

$$\frac{d^2a}{dt} \Rightarrow -48 < 0 \rightarrow max$$

si $t_{max} = \frac{1}{4}$ s

$$\boxed{a_{max} = \frac{3}{2}\ m/s^2 = 1{,}5\ m/s^2}$$ Sol d)

$$v-(-2)=\frac{0,2}{3}\left\{t^3-0^3\right\}$$

$$v+2=\frac{0,2}{3}t^3$$

$$\boxed{v(t)=0,07\,t^3-2}$$ sol a) $v\neq ctt$

b) $x=f(t)$ $v\neq ctt$

$$\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}$$

$$\int_{x_0=4}^{x} dx=\int_{t_0=0}^{t}(0,07\,t^3-2)\,dt$$

$$\int_4^x x^0 dx=0,07\int_0^t t^3\,dt-2\int_0^t t^0\,dt$$

$$\frac{1}{0+1}x^{0+1}\Big/_4^x=0,07\left(\frac{1}{3+1}t^{3+1}\Big/_0^t\right)-2\left(\frac{1}{0+1}t^{0+1}\Big/_0^t\right)$$

$$x\Big/_4^x=\frac{0,07}{4}t^4\Big/_0^t-2\,t\Big/_0^t$$

$$x-4=\frac{0,07}{4}\left(t^4-0^4\right)-2(t-0)$$

$$\boxed{x(t)=\frac{0,07}{4}t^4-2t+4}$$ sol (b)

28. Una partícula se mueve con una aceleración $a = 0,2t^2$ m/s^2. Determina la velocidad y la posición en función del tiempo, sí para $t = 0$ $x = 4$ m y $v = -2$ m/s.

$$a = 0,2t^2 \qquad t_0 = 0 \begin{cases} x_0 = 4\,m \\ v_0 = -2\,m/s \end{cases}$$

a) $v = f(t)$

b) $x = f(t)$

$$\Rightarrow \boxed{v = \frac{dx}{dt}} \;;\; \boxed{a = \frac{dv}{dt}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\boxed{\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt} \qquad \boxed{\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt}$$

a) $v = f(t)$ $\quad a = 0,2t^2\ m/s^2 \Rightarrow a \neq ctt$

$$\int_{v_0=-2}^{v} dv = \int_{t_0=0}^{t} (0,2t^2)\,dt$$

$$\int t^n dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1}$$

$$\int v^n dv = \frac{1}{n+1} v^{n+1}$$

$$\int k t^n dt = k \int t^n dt$$

$$k = ctt$$

$$\int_{-2}^{v} v^0 dv = 0,2 \int_0^t t^2 dt$$

$$\frac{1}{0+1} v^{0+1} \Big/_{-2}^{v} = 0,2 \left(\frac{1}{2+1} t^{2+1} \Big/_0^t \right)$$

$$v \Big/_{-2}^{v} = 0,2 \left(\frac{1}{3} t^3 \Big/_0^t \right)$$

lim. Int sup

$$v \Big/_{-2}^{v} = \frac{0,2}{3} t^3 \Big/_0^t$$

Lim. Int. Inf.

Damos Paso a los limites de Integración

$$v - (-2) = \frac{0,2}{3} \left\{ t^3 - 0^3 \right\}$$