1. Investigue y responda con verdadero o falso a cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.

a. Si $f'(x) = g'(x)$ para x, entonces $f(x) = g(x)$ para todo x.

b. Si $y = \pi^5$, entonces $y' = 5\pi^4$

c. Si $f'(x)$ existe, entonces f es continua en c.

d. La derivada de un producto siempre es el producto de las derivadas

2. Por definición hallar la derivda

a. $f(x) = \sqrt[3]{1 - 2x^2}$

b. $f(x) = -3\sin x$

c. $f(x) = \dfrac{3x^2 - 4x}{x^2}$

3. Hallar la primera derivada de las siguientes funciones

1) $f(x) = \sin(x^2 \tan x)$	2) $f(x) = \cos\left[\sqrt[5]{\ln(x^4 - x^6)}\right]$
3) $f(x) = e^{\cos\left[\ln\left(\tan^2 x + \tan x\right)\right]}$	4) $f(x) = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\cos x + \sin x}}}}$
5) $f(x) = 5^{\operatorname{arccot}\left(x^4+4\right)}$	6) $f(x) = \arctan\left(\sin\sqrt{x^{100} + e^x}\right)$
7) $f(x) = \cos(\cos(\cos x))$	8) $f(x) = \cos(\sin(\cos x))$
9) $f(x) = \sin\left(\ln x + \tan\left(\sqrt{x+1}\right)\right)$	10) $f(x) = \left[\left[\cos x + [\ln(x^{10} + \tan x)]^{10}\right]^{10}\right]^{10}$
11) $f(x) = \arctan[\ln(x^3 + x)]$	12) $f(x) = \ln[\arcsin x]$
13) $f(x) = \arcsin(\arctan(x^2 + 1))$	14) $f(x) = e^{\arctan(x^5 - 5x)}$
15) $f(x) = \sqrt{\operatorname{arccsc}(\ln(x^2 - 3x))}$	16) $f(x) = \cos\sqrt{x^2 + \ln(\sin(x^2 + x)) + \arctan x}$
17) $f(x) = \sin(\operatorname{arcsec}\sqrt{x})$	18) $f(x) = \arcsin(\cos x + \tan(x^2 + 1))$

4. Suponer que las siguientes ecuaciones definen implicitamente la función $y = f(x)$, hallar su derivada:

a. $xy^3 + \cos y = 1$

b. $xy + 5\sqrt{\ln y}\,x^3 = 25$

c. $\sin(xy) + \sin(x^2 y) = 5$

d. $\operatorname{arcsec}(y + e^{xy}) = 0$

e. $\sin\left(e^{xy^2}\right) + \tan(y + x) = 0$

5. En los ejercicios, encontrar $\dfrac{dy}{dx}$ por medio de la derivación implícita y calcular la derivada en el punto indicado.

a. $xy = 6 \qquad (-6, -1)$

b. $x^2 - y^2 = 0 \quad (1,1)$

c. $y^2 = \dfrac{x^2 - 49}{x^2 + 49} \quad (7,0)$

d. $x\cos y = 1 \quad \left(2, \frac{\pi}{3}\right)$

e. $\tan(x+y) = x \quad (0,0)$

6. Aplicando logaritmos hallar la derivada

a. $y = x + x^x + x^{x^x}$

b. $y = \sqrt[x]{x} \quad (x > 0)$

c. $y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}$

d. $y = \dfrac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$

7. Hallar la derivada segunda de:

a. $f(x) = \frac{1}{x}$

b. $f(x) = \cos(x^2 + 1)$

c. $f(x) = x^x$

d. $f(x) = e^{5x} + 7^x + \sin 3x$

8. Si $y = \sqrt{1 - x^2}$ demostrar que la segunda derivada es $\dfrac{d^2y}{dx} = -\dfrac{1}{(1 - x^2)^{\frac{3}{2}}}$

9. Probar que $y = \sin cx$ satisface la ecuación diferencial de segundo orden $2y'' + c^2 y = 0$

10. Demostrar que $y = \dfrac{x^2}{2} + x + 9$ satisface la ecuación diferencial $1 + (y')^2 = 2yy''$.

11. Demostrar que la derivada de $f(t) = \ln\left(\dfrac{1+t^2}{1-t^2}\right)$ es $\dfrac{df}{dt} = \dfrac{4t}{1-t^4}$

12. Suponga que $f(2) = 3,\ f'(2) = 4, f''(2) = -1, g(2) = 2$ y $g'(2) = 5.$ Encontrar el valor

a. $\dfrac{d}{dx}(f^2(x) + g^3(x))$ en $x = 2$

b. $\dfrac{d}{dx}(f(x)g(x))$ en $x = 2$

c. $D_x^2(f^2(x))$ en $x = 2$

13. Sea $f(x) = \dfrac{x^2}{4}\sin(x-2)$ Hallar $f'(2)$ y $f''(2)$

14. Hallar $a,\ b,\ c$ del polinomio de segundo grado:

a. $P(x) = ax^2 + bx + c$ si $P(1) = 1,\ P'(1) = 3$ y $P''(1) = 4$

b. $P(x) = ae^x + bx^2 + cx$ si $P(0) = 1,\ P'(0) = 2$ y $P''(0) = 3$

15. Hallar la derivada $n - esima$ de:

a. $f(x) = e^{\lambda x}, \quad \lambda = ctte$

b. $f(x) = \ln x$

c. $f(x) = \dfrac{x+4}{x+3}$

d. $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$

e. $y = (ax+b)^n$

16. La función y es defida implícitamente por la ecuación $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0$ Hallar $\dfrac{d^3y}{dx^3}$ en el punto $(1, 1)$

17. La altura de un cono recto circular es el doble del radio de la base. Al medir se encontró que la altura es de $24cm$. con un posible error de $0.01cm$. Encontrar el error aproximado en el volumen calculado del cono.

18. ¿Cual es el incremento aproximado en el volumen de una esfera, si su radio de $20cm$. aumenta en $2mm$?

19. Responda con verdadero o falso a cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.

a. La recta tangente a la curva en un punto no puede cruzar a la curva en ese punto.

b. La recta tangente puede tocar a la curva en un solo punto.

c. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^4$ es diferente en cada punto de la curva.

d. Si la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ es horizontal en $x = c$, entonces $f'(c) = 0$

20. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = x^2 + 1$ cuando $x = 1$.

21. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = \ln(x-1)$ en el punto de intersección con la recta $y = 1$.

22. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = x^3 + x^2$ en el punto de intersección con la recta $y = -x + 3$.

23. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x)$ en su intersección con $g(x)$.

a. $f(x) = x^2 \quad g(x) = -x + 2$

b. $f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad g(x) = x + 2$

24. Determine en dónde la gráfica de la función dada es creciente, decreciente, cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo. Después dibuje la gráfica

a. $f(x) = x^3 - 12x + 1$

b. $g(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 12$

c. $H(x) = x^6 - 3x^4$

d. $H(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

25. Demuestre que las tangentes a las curvas $y^2 = 4x^3$ y $2x^2 + 3y^2 = 14$ en $(1, 2)$ son perpendiculares entre si.

26. En los ejercicios , determinar el punto sobre la gráfica de la función que está más cerca al punto dado.

a. $f(x) = x^2 \quad \left(2, \frac{1}{2}\right)$

b. $f(x) = (x - 1)^2 \quad (-5, 3)$

c. $f(x) = \sqrt{x} \quad (4, 0)$

27. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = x^2 + 1$ cuando $x = 1$.

28. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = \ln(x - 1)$ en el punto de intersección con la recta $y = 1$.

29. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = x^3 + x^2$ en el punto de intersección con la recta $y = -x + 3$.

30. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x)$ en su intersección con $g(x)$.

a. $f(x) = x^2 \quad g(x) = -x + 2$

b. $f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad g(x) = x + 2$

c. $f(x) = (x - 3)^2 \quad g(x) = 2x - 1$ $f(x) = 2\sin x \quad g(x) = x - \frac{\pi}{2} + 2$

31. Hallar el ángulo formado por las curvas en su punto de intersección

a. $\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = -\frac{x}{2} + 1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x^2 + y = 75 \\ 2\log x + \log y = 2\log 2 + \log 3 \end{cases}$

32. Dada la función $y = \sqrt{2mx}$ demostrar que $y' = \frac{m}{y}$

33. Si $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ demostrar que $y'' = \frac{-x}{(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$

34. Si $y = \frac{m}{n}\sqrt{n^2 - x^2}$ demostrar que $y' = \frac{-m^2 x}{n^2 y}$

35. En los ejercicios , determinar puntos críticos de la función.

a. $f(x) = x^3 - 2x^2$

b. $f(t) = t\sqrt{4 - t} \qquad t < 3$

c. $h(x) = \sin^2 x + \cos x \qquad 0 < x < 2\pi$

d. $f(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 1}$

36. Realizar un analisis de las siguientes funciones

a. $f(x) = 2x - 3x^{\frac{2}{3}}$

b. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 = y$

c. $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$

d. $g(t) = \dfrac{t^2}{t^2 + 3}$

e. $h(s) = \dfrac{1}{s - 2}$

37. En los ejercicios , encontrar dos números positivos que satisfagan los requerimientos dados

a. La suma es S el producto es un máximo.

b. El producto es 185 y la suma es un mínimo.

c. El producto es 147 y la suma del primero más tres veces el segundo es un mínimo.

38. Hallar los coeficientes p y q del trinomio cuadrado: $y = x^2 + px + q$ de modo que este trinomio tenga un mínimo $y = 3$ cuando $x = 1$.

39. En los ejercicios , encontrar el largo y el ancho de un rectángulo que tiene el área dada y un perímetro mínimo.

a. Área: 32 pies cuadrados

b. Área: A centímetros cuadrados

40. En los ejercicios , determinar el punto sobre la gráfica de la función que está más cerca al punto dado.

a. $f(x) = x^2 \quad \left(2, \frac{1}{2}\right)$

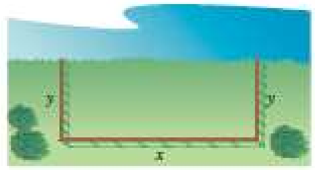
b. $f(x) = (x - 1)^2 \quad (-5, 3)$

c. $f(x) = \sqrt{x} \quad (4, 0)$

41. **Área** Una página rectangular contendrá 30 pulgadas cuadradas de área impresa. Los márgenes de cada lado son de 1 pulgada.Encontrar las dimensiones de la página de manera tal que se use la menor cantidad de papel.

42. **Área** Una página rectangular contendrá 36 pulgadas cuadradas de área impresa. Los márgenes de cada lado serán de $1\frac{1}{2}$ pulgadas.
Encontrar las dimensiones de la página de manera tal que se use la menor cantidad de papel.

43. **Área** Un granjero planea cercar un pastizal rectangular adyacente a un río. El pastizal debe contener $245000 m^2$ para proporcionar suficiente pastura para el rebaño. ¿Qué dimensiones requeriría la cantidad mínima de cercado si no es necesario vallar a lo largo del río?

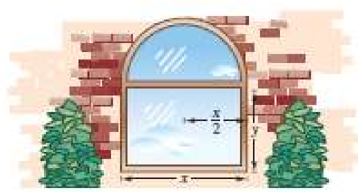


44. Hallar las dimensiones del cilindro recto circular de mayor superficie lateral que puede ser inscrito en una esfera de radio $10cm$.

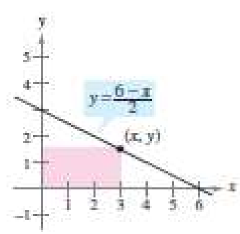
45. Encontrar las dimensiones del cilindro recto circular de máximo volumen que puede ser inscrito en un cono recto circular de radio $r = 3cm$. y altura $h = 18cm$.

46. **Volumen máximo** Determinar las dimensiones de un sólido rectangular (con base cuadrada) de volumen máximo si su área rectangular es de $337.5cm^2$.

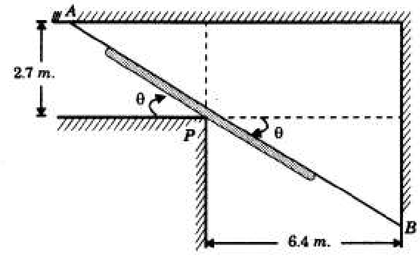
47. **Área máxima** Una ventana Norman se construye juntando un semicírculo a la parte superior de una ventana rectangular ordinaria (ver la figura). Encontrar las dimensiones de una ventana Norman de área máxima si el perímetro total es de $16pies$.



48. **Área máxima** Un rectángulo está cortado por los ejes x y y y la gráfica de $y = \frac{(6-x)}{2}$ (ver la figura). ¿Qué longitud y ancho debe tener el rectángulo de manera que su área sea un máximo?



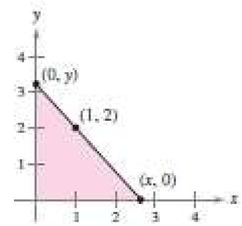
49. Hallar la longitud de la escalera de longitud máxima que se puede pasar por la esquina de un corredor cuyas dimensiones se indican en la figura.Se supone que la escalera se transporta paralela al suelo.



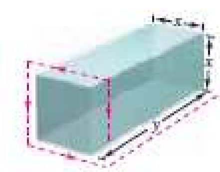
50. **Longitud mínima** Un triángulo rectángulo se forma en el primer cuadrante mediante los ejes x y y y una recta que pasa por el punto $(1,2)$ (ver la figura).

a. a) Escribir la longitud L de la hipotenusa como una función de x.

b) Determinar los vértices del triángulo de manera tal que su área sea un mínimo.



51. **Volumen máximo** Un paquete rectangular que se va a enviar por un servicio postal puede tener una longitud y un perímetro que tiene un máximo de 108 pulgadas (ver la figura). Determinar las dimensiones del paquete de volumen máximo que puede enviarse. (Suponer que la sección transversal es cuadrada.)



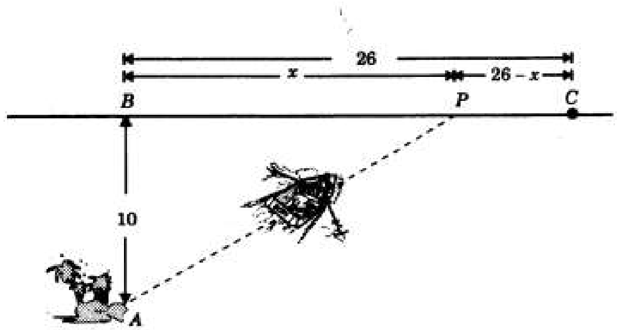
52. A un arquitecto se le ocurrio diseñar un dormitorio, cuya forma es un triángulo equilatero de lado igual a $3\ m$. Calcular las dimensiones de una cama rectangular de area maxima que puede caber en este dormitorio.

53. Un minero desea abrir un tunel desde un punto A hasta un punto B situado $80\ m$ mas abajo de A y $240\ m$ mas al este de el. Debajo el nivel de A es roca; arriba de este nivel es tierra blanda. Si el costo de construcción del tunel es $30\ bs$ por metro lineal en tierra blanda y 78 bs en roca, hallese el costo del tunel de manera que este sea minimo.

54. Hallar las dimensiones del rectángulo de área maxima que puede ser inscrito en la elipse $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{8}=1$, y cuyos lados son paralelos a los ejes de la elipse.

55. Hallar el área del mayor rectángulo que tenga un perímetro de $40cm$.

56. Una isla A esta a 10 Km. del punto B más cercano sobre una playa recta. Una tienda está en el punto C , a $26Km$. de B sobre la playa. Si un hombre rema a razón de $5Km/h$. y camina a razón de $13Krn/h$, ¿en qué punto debería desembarcar para ir de la isla a la tienda en el menor tiempo posible?



57. Hallar el área máxima de un triángulo isosceles que tenga un perímetro de $18cm$.

58. Dos postes de 50 y $30m$. de altura están separados una distancia de $60m$. ¿Que longitud mínima debe tener un cable que une un punto del suelo con los extremos superiores de los postes?

59. Aplicando la regla de L´hopital calcular los siguientes limites

a. $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2-x-6}$,

b. $\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{2x-1}$,

c. $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$

d. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x-\sin x}$

e. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{e^x-e^{-x}}$

f. $\lim_{x\to \infty} \frac{2x^2+3x}{-5+x^2}$

g. $\lim_{x\to \infty} \frac{7x^3+4x^2-7}{2x^5+x^3-x}$,

h. $\lim_{x\to 0} (x-\arcsin x)\csc^3 x =$

i. $\lim_{x\to 0} x^x =$

j. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x} =$

k. $\lim_{y\to 0} \frac{e^y+\cos y-2}{\ln(1+y)}$, .

l. $\lim_{\phi\to \frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2\phi - 2\tan\phi}{1+\cos 4\phi} =$

m. $\lim_{x\to \infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2} =$