

Viscosidad “Ley de Stokes”

Cesar Vladimir Arancibia Carbajal, E-mail: vladhy.arancibia@gmail.com

CIENCIAS BÁSICAS

1. Resumen

En esta práctica enfocaremos la atención sobre la relación entre magnitudes físicas, para determinar el coeficiente de viscosidad de un líquido con el método de Stokes. El experimento es de bajo costo y de aparente realización sencilla. Pero debe haber condiciones que el sistema debe cumplir para su validez de la relación entre magnitudes que se emplea. El tratamiento y análisis de datos realizados en esta práctica serán basados en el método de mínimos cuadrados y el método del cálculo de error indirecto por propagación de errores. Por otra parte exponemos los resultados obtenidos, su procesamiento y análisis definidos por el marco teórico. Finalizamos con una breve síntesis de lo tratado y algunas recomendaciones

2. Competencias a realizar

- ✓ Determinar el coeficiente de viscosidad de un líquido por el método de Stokes
- ✓ Encontrar la relación funcional entre la velocidad y el radio de las esferas

3. Marco teórico

Cuando un cuerpo se mueve a través de un fluido, aparece una fuerza sobre el cuerpo que se opone a dicho movimiento. Dicha fuerza, que recibe el nombre de *fuerza de arrastre*, tiene su origen en los esfuerzos tangenciales y normales que ejerce el flujo sobre la superficie del cuerpo (Figura a).

Sobre todo cuerpo que se mueve en un fluido viscoso actúa una fuerza resistente que se opone al movimiento. La Ley de Stokes expresa que para cuerpos esféricos el valor de esta fuerza es:

$$F_r = 6\pi\eta rv \quad (2.1)$$

Donde η es el coeficiente de viscosidad del fluido, o viscosidad absoluta, r el radio de la esfera y v la velocidad terminal de la misma con respecto al fluido.

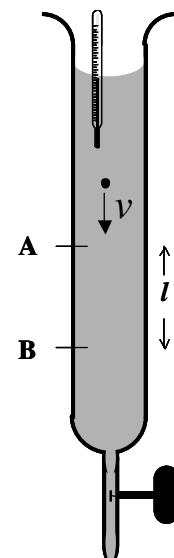


Figura a

Si consideramos un cuerpo que cae libremente en el seno de un fluido, al cabo de cierto tiempo, cuando el peso sea equilibrado por la fuerza F_r y por el empuje de Arquímedes, habrá adquirido una velocidad constante $v = v_l$, llamada *velocidad límite*. Es decir, según la Segunda Ley de Newton:

$$\rho gV = \rho' gV + 6\pi\eta r v \quad (2.2)$$

Donde ρ y ρ' corresponden a la densidad del cuerpo y del fluido, respectivamente. El primer miembro de la ecuación anterior corresponde al peso de la esfera, el primer término del miembro de la derecha al empuje del fluido, y el segundo término a la fuerza resistente. A partir de la ecuación (2.2) puede obtenerse la siguiente expresión para la viscosidad:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{g r^2}{v_l} (\rho - \rho') \quad (3.3)$$

Si las magnitudes utilizadas en la ecuación (2.3) se expresan en el Sistema Internacional, la unidades de η quedan expresadas en poises ($1 \text{ P} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$).

La ecuación. (1.3) puede reescribirse como:

$$v_l = \alpha r^2 \quad (2.4)$$

Donde:

$$\alpha = \frac{2}{9} \frac{g}{\eta} (\rho - \rho') \quad (2.5)$$

La ecuación anterior indica que el valor de la velocidad límite tendrá una relación lineal con el cuadrado del radio de la esfera. Por otra parte, la pendiente de la recta v vs r^2 estará relacionada con la viscosidad del fluido.

4. Esquema y montaje de los equipos

En práctica realizada Ley de Stokes (viscosidad), se utilizaron los siguientes materiales y equipos que cuenta el laboratorio de la EMI CBBA.

4.1. Materiales

- Soporte Universal
- 1 Tubo con fluido de densidad conocida (glicerina)
- 2 Nueces o pinzas de tres dedos para sujeción del tubo
- Termómetro
- Varias esferas de metal (perdigón) de 6 diámetros diferentes
- 2 Cronómetros
- Tornillo micrómetro
- Balanza

4.2. Esquema y montaje experimental

En la figuras se muestran los equipos utilizados en esta práctica.



4.3. Procedimiento experimental

Para la realización de la experiencia se utilizaron 5 esferas de acero de varios diámetros. Cada esfera se dejó caer cuatro veces desde el extremo superior de un tubo de vidrio vertical, completamente lleno de glicerina. Mediante pruebas preliminares se determinó visualmente que a una altura $H = 130$ cm con respecto al piso las esferas alcanzaban su velocidad límite con seguridad.

Los pasos que se siguieron para la práctica a realizar son los siguientes que se detallan a continuación:

- ✓ Medir los diámetros de las esferas con el tronillo micrométrico y medir sus masas respectivas.
- ✓ Llenar el tubo de vidrio con glicerina, con una altura de 130cm aproximadamente
- ✓ Mida y marqué un punto o línea inferior en el tubo a una altura de 10 cm respecto la base inferior del tubo
- ✓ Mida y marqué un punto o línea superior en el tubo a una altura de 90 cm respecto la base inferior del tubo.
- ✓ Nivelar vertical mente el tubo de vidrio con el líquido.
- ✓ Medir los tiempos de caída de los perdigones según las marcas realizadas anterior mente y registra en las tablas de registro de datos

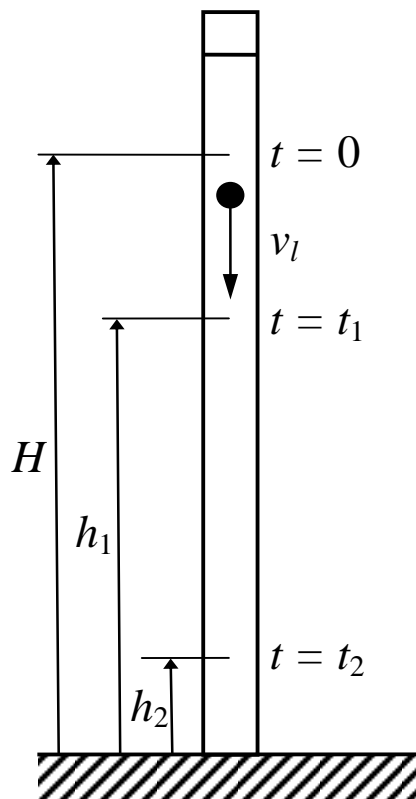


Figura 1: Marcado y recolección de datos, para medir los tiempos de caída de los perdigones en el fluido (glicerina)

4.4. Registro de datos

Tabla de registró de datos realizados en la práctica son las siguientes:

Tabla 1: Datos recolectados de medir los radios y cálculo de la densidad de cada esfera

n	$r[m]$	$m[kg]$	$V[m^3]$	$\rho[kg/m^3]$
1	0,000005	4,10E-12	5,23E-16	7839,38815
2	0,00001	3,20E-11	4,18E-15	7655,50239
3	0,000015	1,10E-10	1,41E-14	7795,88944
4	0,00002	2,60E-10	3,35E-14	7761,19403
5	0,000025	5,10E-10	6,54E-14	7798,16514
	0,00003	8,80E-10	1,13E-13	7787,61062

Tabla 2: Tabla de registro de tiempos y cálculo de velocidad

	$t_1[s]$	$t_2[s]$	$t_3[s]$	$t_4[s]$	$\bar{t}[s]$	$v[m/s]$
Esfera 1	6,1	6,01	6,01	6,05	6,042	0,099
Esfera 2	4,05	4,09	4,08	4,08	4,075	0,147
Esfera 3	2,8	2,85	2,83	2,82	2,825	0,212
Esfera 4	2,2	2,25	2,21	2,2	2,215	0,270
Esfera 5	1,71	1,7	1,65	1,68	1,685	0,356
Esfera 6	1,4	1,39	1,35	1,35	1,372	0,437

Considerando que la distancia recorrida es de $d = 0,6[m]$

5. Tabla de datos, gráficas y resultados

Los siguientes datos iniciales obtenidos son:

$$\rho_{acero} = 7900 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$\rho_{glicerina} = 1260 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

5.1. Tablas obtenidas

Los resultados obtenidos de la Tabla1 y Tabla 2 es la siguiente (Tabla 3):

Tabla 3: Se muestran los cálculos de las tablas 1 y 2, datos de velocidad y radios al cuadrado

N	$v \left[\frac{m}{s} \right]$	$r^2[m^2]$
1	0,099	2,50E-11
2	0,147	1,00E-10
3	0,212	2,25E-10
4	0,270	4,00E-10
5	0,356	6,25E-10
6	0,437	9,00E-10

5.2. Graficas obtenidas

En la Figura 1 se muestra la representación Gráfica ($v = f(r^2)$) de los datos obtenidos de la Tabla 3.

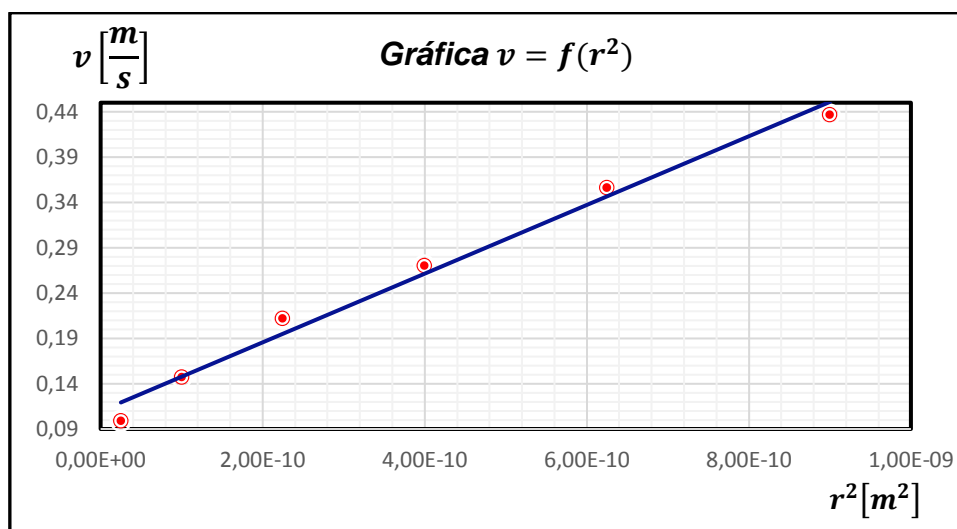


Figura 2: Representación gráfica de los datos obtenidos de la tabla 3

5.3. Resultados obtenidos

Según el modelo de ajuste corresponde a una recta según la ecuación de ajuste es la siguiente:

$$v = A + Br^2$$

Donde los parámetros de ajuste matemáticos de la recta son los siguientes:

$A \rightarrow$ Ordenada al origen

$B = \frac{\Delta v}{\Delta r^2} \rightarrow$ Pendiente de la recta

Por lo tanto la ecuación de ajuste de la recta (más detalle ver anexo) obtenidos por el Método de Mínimos Cuadrados con sus respectivos errores son los siguientes:

$$A = (0.011 \pm 0.005)[ms]; 45\%,$$

$$B = (17000 \pm 100)[1m * s]; 0.6\%$$

$$r = 0.999$$

Por lo tanto la ecuación experimental encontrada de los datos (Tabla 3), es la siguiente

$$v = 0.011 + 17000r^2$$

Despreciando el parámetro A se obtiene la ecuación experimental hallada en laboratorio

$$\boxed{v = 17000r^2} \text{ Ecuación experimental}$$

Por lo tanto comparando con la ecuación teórica y ecuación experimental se puede ver que:

$$v = \frac{2g(\rho_{\text{acero}} - \rho_{\text{glicerina}})}{9\eta} * r^2 \quad \text{Ecuación Teórica}$$

$$B = \frac{2g(\rho_{\text{acero}} - \rho_{\text{glicerina}})}{9\eta}$$

De esta última ecuación despejando al coeficiente de viscosidad η y remplazando los valores iniciales conocidos, y para la determinación de su error a partir del método de propagación de errores (más detalles ver anexo).

Por lo tanto se obtiene el coeficiente de viscosidad del fluido que en este caso es glicerina.

$$\therefore \eta = (0.851 \pm 0.005) \left[\frac{kg}{m * s} \right]; 059\%$$

6. Conclusiones y recomendaciones

Llene esta sección

7. Anexo

7.1. Determinación de los parámetros de ajuste por el método de mínimos cuadrados

Utilizamos el método de mínimos cuadrados para los cálculos de los parámetros de la recta

$$A = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = 0.011$$

$$B = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = 17000$$

Para el cálculo de error se utilizan las siguientes ecuaciones

$$\sum di^2 = \sum y^2 - 2A \sum y - 2B \sum xy + nA^2 + 2AB \sum x + B^2 \sum x^2 = 0,001052147$$

$$\Delta = n \sum x^2 - (\sum x)^2 = 3,35563 \times 10^{-18}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum di^2}{n - 2} = 0,000263037$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x^2}{\Delta}} = 0.005$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta}} = 100$$

Por lo tanto se obtiene la siguiente solución de los parámetros de ajuste:

$$A = (0.011 \pm 0.005)[ms]; 45\%,$$

$$B = (17000 \pm 100)[1m * s]; 0.6\%$$

$$r = 0.999$$

7.2. Cálculo del error del coeficiente de viscosidad por el método de propagación de errores

Par el cálculo de error del coeficiente de viscosidad se utiliza el método de propagación de errores ya que esta constante es una medida indirecta:

$$\eta = \eta(B)$$

$$e_{\eta} = \sqrt{\Delta B^2} = \Delta B$$

$$\Delta B = \left| \frac{\partial \eta}{\partial B} \right| * e_B = \frac{2g(\rho_{acero} - \rho_{glicerina})}{9} \left| -\frac{1}{B^2} \right| * e_B$$

$$\Delta B = \frac{2 * 9.8}{9 * 17000^2} (7900 - 1260) * 100 = 0.005$$

$$e_{\eta} = \Delta B = 0.005 = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}} \right]$$

El cálculo de la viscosidad de la glicerina es:

$$\eta = \frac{2g(\rho_{acero} - \rho_{glicerina})}{9B} = \frac{2 * 9.8(7900 - 1260)}{9 * 17000} = 0.851 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}} \right]$$

$$\therefore \eta = (0.851 \pm 0.005) \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}} \right]; 0.59\%$$

8. Cuestionario

Esta sección se llena según su cuestionario

9. Bibliografía

- [1] UMSS. Departamento de Física, «Guía de laboratorio de física I».
- [2] Shames, I. H., Moneva, J. M., & Crusells, S. P. (1967). *La mecánica de los fluidos* (Vol. 1). McGraw-Hill.