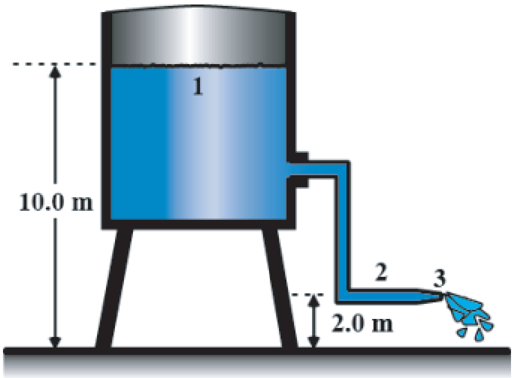
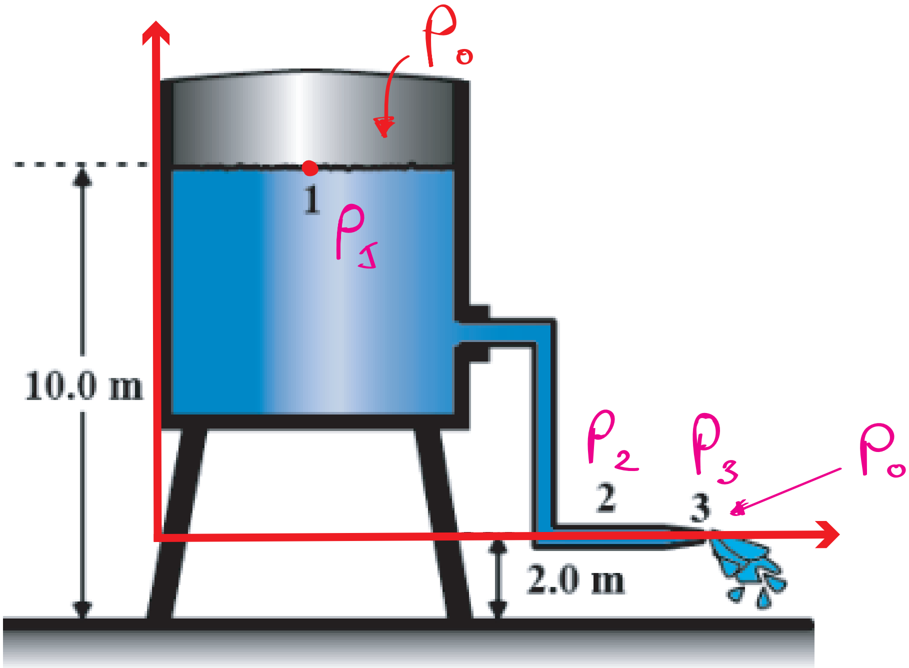
5. Fluye agua continua mente de un tanque abierto como en la figura. La altura del punto 1 es de $10{,}00 m$, y la de los puntos 2 y 3 es de $2{,}00 m$. el área transversal en el punto 2 es de $0{,}0480 m^2$; en el puto 3 es de $0{,}0160 m^2$. El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo. Suponiendo que puede aplicarse la ecuación de Bernoulli, calcule a) la rapidez de descarga en m^3/s. b) la presión manométrica en le puto 2..



Resp: $Q = 0{,}2 m^3/s \qquad \Delta P = 6{,}97 \times 10^4 Pa$



a)

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = A v$$

$$Q_2 = A_2 v_2 \qquad Q_3 = A_3 v_3$$

Sabemos

$$Q_2 = Q_3$$

$$A_2 v_2 = A_3 v_3$$

$$v_3 = \frac{A_2}{A_3} v_2 \quad \text{.... ec 1}$$

Aplicando Bernoulli

Puntos 1 y 2

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho \cancelto{0}{v_1^2} + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancelto{0}{\rho g y_2}$$

$$P_0 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\rho g y_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = P_2 - P_0$$

$$P_2 - P_0 = \rho g y_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Delta P_{M,2} = \rho g y_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \ldots\ ec\ 2$$

Puntos 2 y 3

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g \cancelto{0}{y_2} = \cancelto{P_0}{P_3} + \frac{1}{2}\rho v_3^2 + \cancelto{0}{\rho g y_3}$$

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_3^2$$

$$P_2 - P_0 = \frac{1}{2}\rho v_3^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Delta P_{M,2} = \frac{1}{2}\rho\left(v_3^2 - v_2^2\right) \quad \ldots\ ec\ 3$$

$$\begin{cases} v_3 = \dfrac{A_2}{A_3}\, v_2 \\ \Delta P_{M,2} = \rho g y_1 - \dfrac{1}{2}\rho v_2^2 \\ \Delta P_{M,2} = \dfrac{1}{2}\rho\left(v_3^2 - v_2^2\right) \end{cases}$$

Ecuación (1) y (3)

$$\Delta P_{M,2} = \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{A_2}{A_3}\, v_2\right)^2 - v_2^2\right)$$

$$\Delta P_{M,2} = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \underbrace{\left[\left(\frac{A_2}{A_3}\right)^2 - 1\right]}_{\alpha}$$

$$\Delta P_{M,2} = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \alpha \quad \ldots \quad \text{ec } 4$$

Igualando (2) y (4)

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2 \alpha = \cancel{\rho} g y_1 - \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 \alpha + \frac{1}{2} v_2^2 = g y_1$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 (\alpha + 1) = g y_1$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 \left(\left(\frac{A_2}{A_3}\right)^2 \cancel{- 1} \cancel{+ 1} \right) = g y_1$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 \frac{A_2^2}{A_3^2} = g y_1$$

$$v_2 = \sqrt{2 g y_1 \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2}$$

$$v_2 = \frac{A_3}{A_2} \sqrt{2 g y_1}$$

Sabemos

$$Q = A_2 v_2$$

Remplazando

$$Q = \cancel{A_2} \frac{A_3}{\cancel{A_2}} \sqrt{2 g y_1}$$

$$Q = A_3 \sqrt{2 g y_1}$$

$$Q = 0.016 \sqrt{2 (9.81)(8)}$$

$$Q = 0.2 \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

b) $\Delta P_{M,2} = ?$

$$\Delta P_{M,2} = \rho g y_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Delta P_{M,2} = \rho g y_1 - \frac{1}{\cancel{2}}\rho\left(\cancel{2} g y_1 \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\right)$$

$$\Delta P_{M,2} = \rho g y_1 \left(1 - \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2\right)$$

$$\Delta P_{M,2} = 1000\,(9.8)(8)\left(1 - \left(\frac{0.016}{0.048}\right)^2\right)$$

$$\Delta P_{M,2} = 6.97 \times 10^4\,[Pa]$$