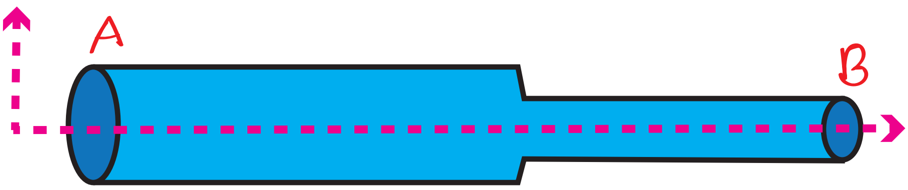
16. La diferencia de presión entre el tubo principal y el estrechamiento de un tubo compuesto horizontal es $1,1 kg/cm^2$. Las secciones del tubo y del estrechamiento son $900 cm^2$ y $450 cm^2$. ¿Cuántos litros por segundo fluyen a través del tubo? El líquido del tubo es agua.
Resp:



Datos

$$P_A - P_B = 1.1 \left[\frac{Kg}{cm^2}\right]$$

$$A_A = 900 [cm^2]$$

$$A_B = 450 [cm^2]$$

Bernulli

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \cancel{\rho g h_A}^{0} = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \cancel{\rho g h_B}^{0}$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho v_B^2 - \frac{1}{2}\rho v_A^2$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho (v_B^2 - v_A^2) \quad \ldots \text{ec } 1$$

Sabemos

$$Q_A = Q_B$$

$$A_A v_A = A_B v_B$$

$$v_A = \frac{A_B}{A_A} v_B \quad \ldots \alpha\ 2$$

Remplazando

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho \left(v_B^2 - v_A^2 \right)$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho \left(v_B^2 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 v_B^2 \right)$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 \left(1 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \right)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 (P_A - P_B)}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \right)}}$$

Remplazando

$$Q_B = A_B v_B$$

$$Q_B = A_B \sqrt{\frac{2 (P_A - P_B)}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \right)}}$$

$$\rho = 1000 \frac{Kg}{\cancel{m^3}} \frac{\cancel{(1m)^3}}{(100\,cm)^3} = 1 \times 10^{-3} \frac{Kg}{cm^3}$$

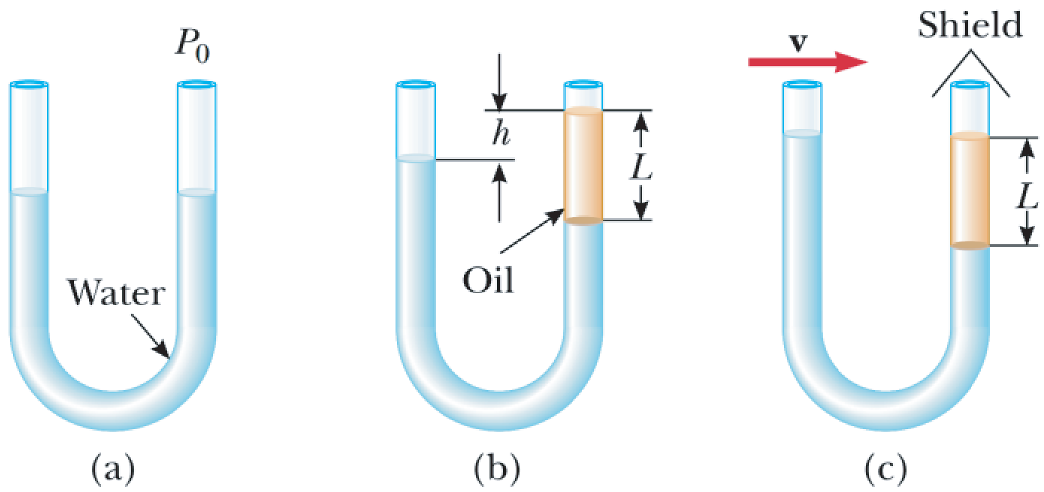
$$Q_B = 450 \sqrt{\frac{2(1.1)}{1\times10^{-3}\left(1-\left(\frac{450}{900}\right)^2\right)}}$$

$$Q_B = 24372.1 \ \frac{cm^3}{s} \ \frac{1\times10^{-3} \text{ litros}}{1\ cm^3}$$

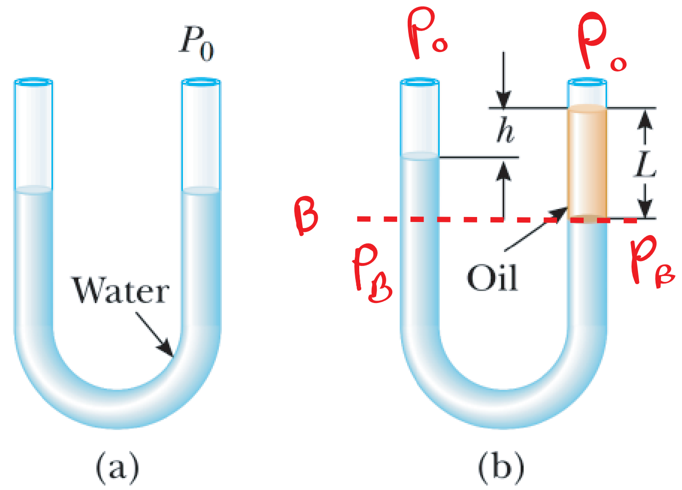
$$Q_B = 24.4 \left[\frac{\text{litros}}{s}\right]$$

14. Considere la secuencia que se muestra en la figura. La columna de aceite de magnitud L ocasiona un desequilibrio h en el sistema. a) hallar dicho desequilibrio (ver fig. b). b) A continuación la rama derecha del tubo se tapa y por la rama izquierda fluye aire a velocidad v alcanzando un nuevo estado de equilibrio (ver fig. c) encuentre la velocidad necesaria para lograr dicho estado de equilibrio. Considere conocidas las densidades del agua aire y aceite. c) repita el inciso b) si el equilibrio se da de modo que la columna de aceite llega hasta el extremo superior del tubo. Explique su respuesta.

Resp: a) $h = L[1 - \frac{\rho_{oil}}{\rho_{H_2O}}]$ **b)** $v = \sqrt{\frac{2gL(\rho_{H_2O}-\rho_{oil})}{\rho_{aire}}}$ **c) La situación planteada no se puede dar**



a)



$$P = P_0 + \rho g h$$

Brazo Izquierdo

$$P_B = P_0 + \rho_{H_2O}\, g\,(L - h) \quad \ldots ec\ 1$$

Brazo Derecho

$$P_B = P_0 + \rho_{oil}\, g\, L \quad \ldots ec\ 2$$

Igualando (1) y (2)

$$P_B = P_B$$

$$\cancel{P_0} + \rho_{H_2O}\, g\,(L-h) = \cancel{P_0} + \rho_{oil}\, g\, L$$

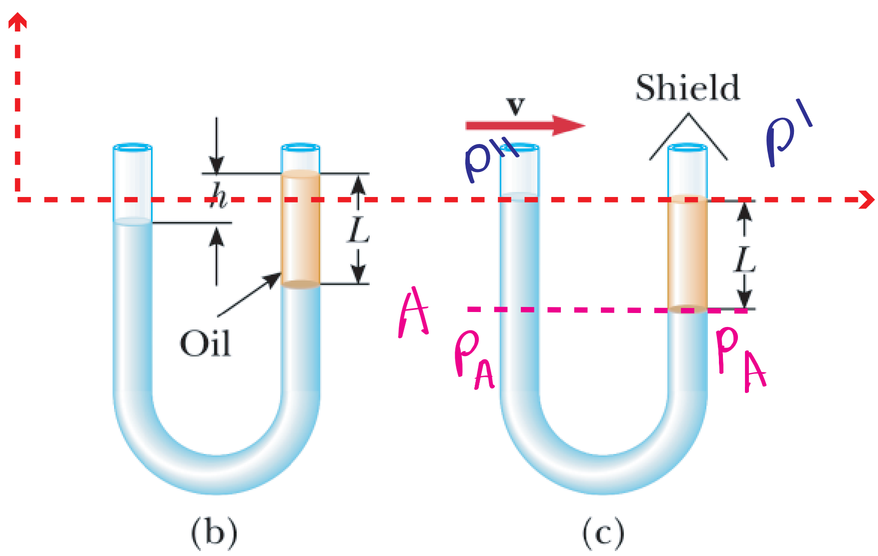
$$\rho_{H_2O}\, \cancel{g} L - \rho_{H_2O}\, \cancel{g} h = \rho_{oil}\, \cancel{g} L$$

$$\rho_{H_2O} L - \rho_{oil} L = \rho_{H_2O}\, h$$

$$h = L - \frac{\rho_{oil}}{\rho_{H_2O}} L$$

$$h = L\left(1 - \frac{\rho_{oil}}{\rho_{H_2O}}\right)$$

b)



Estatica de fluidos

Brazo Jzquierdo

$$P_A = p'' + \rho_{H_2O}\, g L \quad \ldots \text{ec } 1'$$

Brazo Derecho

$$P_A = p' + \rho_{oil}\, g L \quad \ldots \text{ec } 2'$$

Jgualando (1) y (2)

$$p'' + \rho_{H_2O}\, g L = p' + \rho_{oil}\, g L \quad \ldots \text{ec } 3'$$

Dinamica de fluido

Bernoulli

$$P'' + \frac{1}{2}\rho_{aire} v''^2 + \cancel{\rho_{aire} g h''} = P' + \frac{1}{2}\cancel{\rho_{aire} v'^2} + \cancel{\rho_{aire} g h'}$$

$$P'' + \frac{1}{2}\rho_{aire} v''^2 = P'$$

$$P'' + \frac{1}{2}\rho_{aire} v^2 = P'$$

$$\frac{1}{2}\rho_{aire} v^2 = P' - P'' \quad \ldots\ ec\ 4'$$

Usando (3')

$$P'' + \rho_{H_2O}\, g L = P' + \rho_{oil}\, g L$$

$$\rho_{H_2O}\, g L - \rho_{oil}\, g L = P' - P''$$

$$g L \left(\rho_{H_2O} - \rho_{oil}\right) = P' - P'' \quad \ldots\ ec\ 5'$$

Igualando (4') y (5')

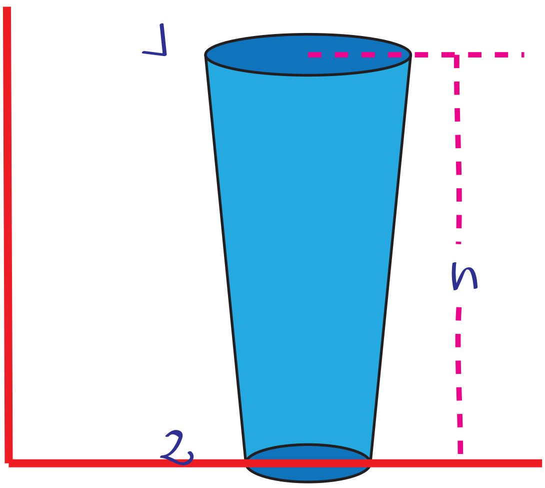
$$\frac{1}{2}\rho_{aire} v^2 = g L \left(\rho_{H_2O} - \rho_{oil}\right)$$

$$v^2 = \frac{2gL(\rho_{H_2O} - \rho_{oil})}{\rho_{aire}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gL(\rho_{H_2O} - \rho_{oil})}{\rho_{aire}}}$$

c) No es fisicamente Posible

8. Un líquido que fluye de un tubo vertical produce un chorro con una forma bien definida. Para obtener la ecuación de esta forma suponga que el líquido esta en caída libre una vez que sale del tubo. Al salir, el líquido tiene una rapidez v_o y el radio del chorro es r_o. a) obtenga una ecuación para la rapidez del líquido en función de la distancia h que ha caído. b) obtenga una expresión para el radio del chorro en función de h (Asuma movimiento inicial arriba).
Resp: $v = \sqrt{v_o^2 - 2gh}$ $\quad r = r_o\sqrt{\frac{v_o}{(v_o^2-2gh)^{1/2}}}$



$$P_1 = P_2 = P_o$$

$$v_1 = v_o \qquad\qquad v_2 = v$$

a) Bernoulli

$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g \cancel{h_1}^{\,h} = \cancel{P_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g \cancel{h_2}^{\,0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2 + \cancel{\rho} g h = \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$$

$$v_1^2 + 2gh = v_2^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

b)

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\cancel{\pi} r_1^2 v_1 = \cancel{\pi} r_2^2 v_2$$

$$r_1^2 \frac{v_1}{v_2} = r_2^2$$

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 \frac{v_1}{v_2}}$$

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{v_1}{v_2}}$$

$$r = r_0 \sqrt{\frac{v_0}{(v_0^2 + 2gh)^{1/2}}}$$