Practica calculo II	II-2021
Ing. Rosalva Alcocer	05/09/2021

1. Hallar y dominio y graficar el dominio

a. $f(x,y) = \sqrt{xy}$

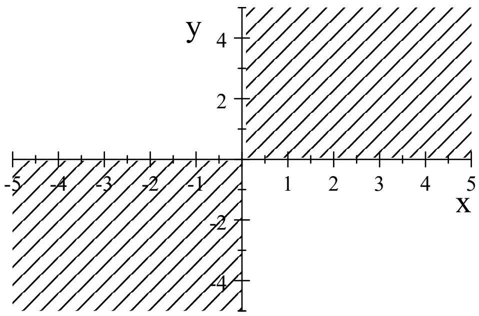
b. $f(x,y) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$

c. $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$

d. $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2}}$

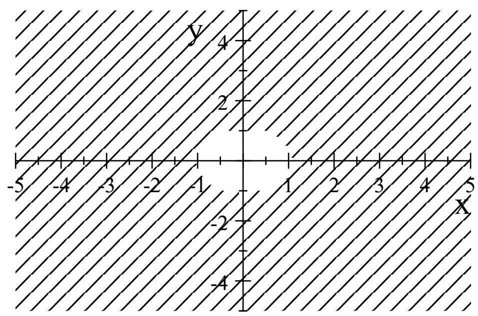
e. $w(x,y,z) = \ln(1-x^2-y^2+z^2)$

RESP



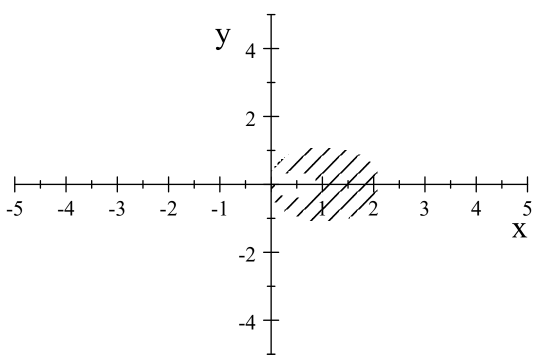
a)

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / xy \geq 0\}$



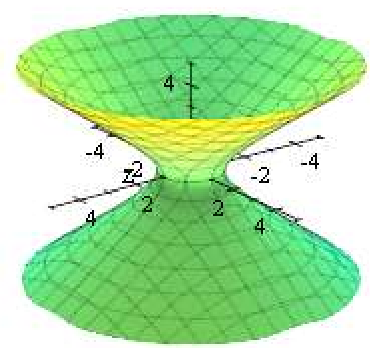
c)

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2-1 > 0\}$



d)

$$D_f = \begin{matrix} (x,y) \in \mathbb{R}^2 / \dfrac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2} \geq 0 \\ 2x-x^2-y^2 \neq 0\} \end{matrix}$$



e)

$D_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 1-x^2-y^2+z^2 > 0\}$

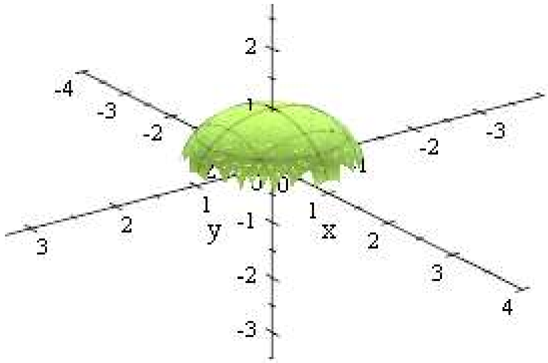
2. Describir a la función f

a. $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$

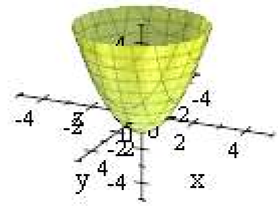
b. $f(x,y) = -1+x^2+y^2$

c. $f(x,y) = 6-2x-3y$

d. $f(x,y) = \sqrt{x^2 + 4y^2 + 25}$



a)

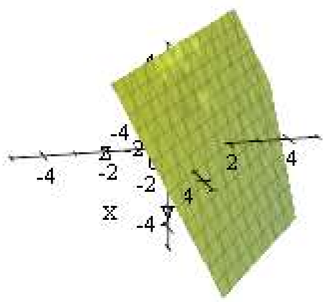


b)

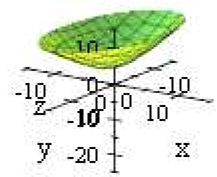
RESP

$D_f = \{ \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 - x^2 - y^2 > 0$
$R_f = z \in [0,1]\}$

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}, R_f = z \in [-1,\infty)$



c)



$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}, R_f = (-\infty,\infty)$

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\} R_f = [5,\infty)$

3. Hallar el dominio y graficar la función:

$f(x,y) = +\sqrt{2x + y - 3}$

RESP.$D_f : \forall(x,y) \in \mathbb{R}^2, 2x + y - 3 \geq 0$

4. Hallar el dominio y graficar 4 curvas de nivel de la función:

$f(x,y) = \log(1 - 2x - y)$

RESP $D_f : \forall(x,y) \in \mathbb{R}^2, 1 - 2x - y > 0$

5. Hallar el dominio y graficar 2 superficies de nivel de la función:

$f(x,y,z) = \dfrac{1}{3x + 4y + 6z - 24}$

RESP $D_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, 3x + 4y + 6z \neq 24\}$

6. Hallar el dominio y graficar las superficies de nivel de la función:

$f(x,y,z) = +\sqrt{2^2 - x^2 - y^2 - z^2}$

RESP $D_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 2^2 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0\}$

7. Hallar el dominio y graficar las superficies de nivel de la función:

$f(x,y,z) = \log(z - x^2 - y^2)$

RESP $D_f = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ z > x^2 + y^2\right\}$

8. Graficar la función:

$f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$

9. Graficar la función:

$z - 4 = y^2 + x^2$

10. Graficar la función:

$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$.

11. Graficar la función:

$f(x,y) = 4 + x^2 + y^2$

12. Graficar la función:

$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$

13. Graficar 2 superficies de nivel

$f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$

14. Trazar el mapa de contorno de la función f

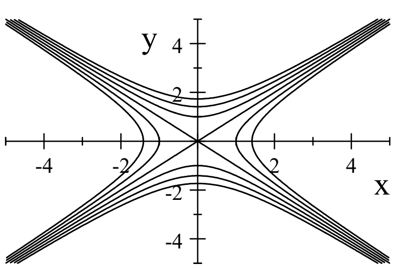
a. $f(x,y) = y^2 - x^2$

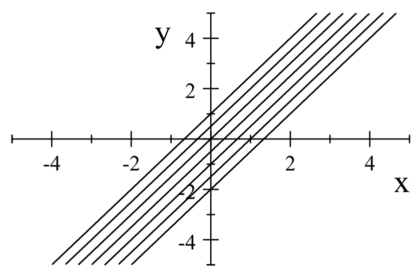
b. $f(x,y) = 3x - 2y$

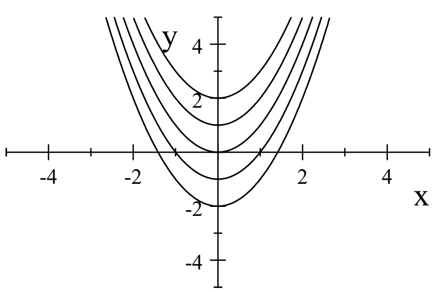
c. $f(x,y) = x^2 - y$

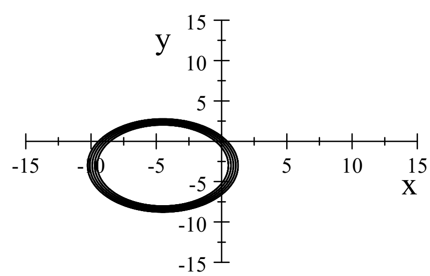
d. $f(x,y) = -4x + x^2 + y^2 + 6y + 13x$

RESP

a) 

b) 

c) 

d) 

15. Calcular el limite si existe

a. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - 2}{3 + xy}$

b. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{2x^2 - y^2}{x^2 + 2y^2}$

c. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$

d. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} \dfrac{xy-2x-y+2}{x^2+y^2-2x-4y+5}$

RESP.a)$-\frac{2}{3}$ b) No Existe c) 0 d) No Existe

16. Hallar el limite de la función:

a. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)} \dfrac{\sin xy}{x}$

RESP. 2

b. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

RESP. $\nexists$

c. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sin(x-y)}{x+y}$

RESP. $\nexists$

17. Ejecute el análisis de continuidad de la función f

a. $f(x,y) = \ln(x+y-1)$

b. $f(x,y) = \dfrac{xy}{x^2-y^2}$

c. $f(x,y) = x^2+3y$

d. $f(x,y,z) = \dfrac{1}{x^2+y^2-z^2}$

RESP.a) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x+y-1 > 0\}$ b) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2-y^2 \neq 0\}$
c)$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}$ d)$C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2+y^2-z^2 \neq 0\}$

18. Obtenga las primeras derivadas parciales

a. $f(x,y) = 2x^4y^3 - xy^2 + 3y + 1$

b. $f(x,y) = (x^3-y^4)^4$

c. $f(r,s) = \sqrt{r^2+s^2}$

d. $f(x,y) = xe^y + y\sin x$

e. $f(t,v) = \ln\sqrt{\dfrac{t+v}{t-v}}$

f. $f(x,y) = x\cos\left(\frac{x}{y}\right)$

g. $f(x,y,z) = (y^2+z^2)^x$

h. $f(x,y,z) = xyze^{xyz}$

RESP. a)$\dfrac{\partial f}{\partial x} = 8x^3y^3 - y^2 \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 6x^4y^2 - 2xy + 3$ b)
$\dfrac{\partial f}{\partial x} 12x^2(x^3-y^4)^3, \dfrac{\partial f}{\partial y} = -16y^3(x^3-y^4)^3$
c)
$\dfrac{\partial f}{\partial r} = \dfrac{r}{\sqrt{r^2+s^2}} \quad \dfrac{\partial f}{\partial s} = \dfrac{s}{\sqrt{r^2+s^2}}$ d)$\dfrac{\partial f}{\partial x} = e^y + y\cos x \quad xe^y + \sin x$ e)$\dfrac{\partial f}{\partial v} = \dfrac{t}{t^2-v^2}, \dfrac{\partial f}{\partial t} = \dfrac{-v}{t^2-v^2}$

f)$\dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{x^2}{y^2}\sin\dfrac{x}{y}, \dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{1}{y}\left(y\cos\frac{x}{y} - x\sin\dfrac{x}{y}\right)$g)$\dfrac{\partial f}{\partial x} = (y^2+z^2)^x \ln(y^2+z^2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2xy(y^2+z^2)^{x-1}$

19. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = x^3y^5z^7 + e^{xyz}$

RESP $f_x = 3x^2y^5z^7 + e^{xyz}yz$
$f_y = 5x^3y^4z^7 + e^{xyz}xz$
$f_z = 7x^3y^5z^6 + e^{xyz}xy$

20. Se considera a la función $f(x,y) = e^{xy} + \dfrac{x}{y} + \sin((2x+3y)\pi)$. Calcular
$\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, f_x(0,1), f_{xx}(0,1), f_{xy}(2,-1)$

RESP: $\frac{1}{y^2}(3\pi y^2\cos(2\pi x + 3\pi y) - x + xy^2e^{xy})$; $\frac{1}{y}(y^2e^{xy} + 2\pi y\cos(2\pi x + 3\pi y) + 1)$

$y^2e^{xy} - 4\pi^2\sin(2\pi x + 3\pi y)$

$\frac{1}{y^2}(y^2e^{xy} - 6\pi^2y^2\sin(2\pi x + 3\pi y) + xy^3e^{xy} - 1)$

21. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = \sin(x^4y^2 + y^3z^5)$

RESP $f_x = \cos(x^4y^2 + y^3z^5)(4x^3y^2)$
$f_y = \cos(x^4y^2 + y^3z^5)(2x^4y + 3y^2z^5)$
$f_z = \cos(x^4y^2 + y^3z^5)(5y^3z^4)$

22. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = z^{xy} + x^{y^z} - \cos\pi$

RESP $f_x = yz^{xy}\ln z + y^zx^{y^z-1}$
$f_y = xz^{xy}\ln z + x^{y^z}zy^{z-1}\ln x$
$f_z = xyz^{xy-1} + x^{y^z}\ln xy^z\ln y$

23. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = \ln(xyz) + z^{x^2+y^4}$

RESP $f_x = \dfrac{1}{x} + 2xz^{x^2+y^4}\ln z$ $\quad f_y = \dfrac{1}{y} + 4y^3z^{x^2+y^4}\ln z$ $\quad f_z = \dfrac{1}{z} + (x^2+y^4)z^{x^2+y^4-1}$

24. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = \sin^5\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)$

RESP $f_x = 5\sin^4\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\cos\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\dfrac{2xy^4}{z^3}$
$f_y = 5\sin^4\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\cos\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\dfrac{4x^2y^3}{z^3}$
$f_z = 5\sin^4\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\cos\left(\dfrac{x^2y^4}{z^3}\right)\dfrac{-3x^2y^4}{z^4}$

25. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y de la siguiente función

$f(x,y) = (x^2 - xy + y^4)^3$ en $(2,1)$

RESP $f_x = 81$
$f_y = 54$

26. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$f(x,y,z) = x^3y^2z^4 + e^{xyz}$

RESP $f_x = 3x^2y^2z^4 + yze^{xyz}$
$f_y = xze^{xyz} + 2x^3yz^4$

$$f_z = 4x^3y^2z^3 + xye^{xyz}$$

27. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_z de la siguiente función

$$f(x,y,z) = x^{y+z} + \ln(xz+yz)$$

RESP $\quad f_x = \dfrac{1}{x^2+yx}(x + x^y x^z y^2 + xx^y x^z y + xx^y x^z z + x^y x^z yz)$

$$f_y = \frac{1}{x+y}(xx^y x^z \ln x + x^y x^z y \ln x + 1) \qquad f_z = \frac{1}{z}(x^y x^z z \ln x + 1)$$

28. Hallar las derivadas parciales f_x; f_y; f_u;f_v de la siguiente función

$$f(x,y,u,v) = \cos\left(\frac{x-y}{uv}\right)$$

RESP: $\dfrac{\partial f}{\partial x} = -\dfrac{1}{uv}\sin\left(\dfrac{x-y}{uv}\right)$; $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{1}{uv}\sin\left(\dfrac{x-y}{uv}\right)$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{1}{u^2 v}\left(\sin\left(\frac{x-y}{uv}\right)\right)(x-y); \ \frac{\partial f}{\partial v} = \frac{1}{uv^2}\left(\sin\left(\frac{x-y}{uv}\right)\right)(x-y)$$

29. Hallar las derivadas parciales de orden superior indicadas:

$f(x,y) = \sin(x^2+y^4) + \ln(1+x^2y^4)$ $\qquad f_{xx}$; f_{yy}; f_{xy}

RESP $\quad f_{xx} = 2\cos(x^2+y^4) - 4x^2\sin(x^2+y^4) + \dfrac{2y^4 - 2x^2y^8}{(1+x^2y^4)^2}$

$$f_{yy} = 12y^2\cos(x^2+y^4) - 16y^6\sin(x^2+y^4) + \frac{12x^2y^2 - 4x^4y^6}{(1+x^2y^4)^2}$$

$$f_{xy} = -8xy^3\sin(x^2+y^4) + \frac{8xy^3}{(1+x^2y^4)^2}$$

30. Hallar las derivadas parciales de orden superior indicadas:

$f(x,y,z) = e^{3x} + \sin(2y) + \ln(7z)$ $\qquad f_{xxxx}$; f_{yyyy}; f_{zzzz}

RESP $\quad f_{xxxx} = e^{3x}3^4$

$$f_{yyyy} = 2^4\sin(2y)$$
$$f_{zzzz} = -6z^{-4}$$

31. Hallar las derivadas parciales de orden superior indicadas:

$f(x,y) = e^{2x}\sin(4y)\ln(5z)$ $\qquad f_{xyzxyzxyz}$

RESP $\quad f_{xyzxyzxyz} = -\dfrac{1024e^{2x}\cos(4y)}{z^3}$

32. Hallar las derivadas parciales de orden superior indicadas:

$f(x,y) = \dfrac{5^{9x}\cos(\pi y)}{z}$ $\qquad f_{xyzxyzxyz}$

RESP $\quad f_{xyzxyzxyz} = -\dfrac{4374(\pi\ln 5)^3 5^{9x}\sin(\pi y)}{z^4}$

33. Si $f(u,v,w) = 3u^2 - 2v^3 + w^3\sin v$ ademas $u = x^2\ln y;\ v = 2xy^3\sin y;\ w = e^{\frac{x}{y}}$ Hallar $\dfrac{\partial f}{\partial x}; \dfrac{\partial f}{\partial y}$

34. Mostrar que las derivadas parciales mixtas f_{xyy},f_{yxy} y f_{yyx} son iguales.

a. $f(x,y,z) = xyz$

b. $f(x,y,z) = x^2 - 3xy + 4yz + z^2$

c. $f(x,y,z) = e^{-x}\sin yz$

d. $f(x,y,z) = \dfrac{2z}{x+y}$

35. Sea $z = \ln(x^2+y)$ Comprobar que $z_{xy} = z_{yx}$

36. Mostrar que $w_{xy} = w_{yx}$

a. $w = xy^4 - 2x^2y^3 + 4x^2 - 3y$

b. $w = x^3e^{-2y} + y^{-2}\cos x$

37. Sea $w = e^{-c^2t}\sin cx$. Demostrar que $w_{xx} = w_t$ para todo numero real c.

38. Demostrar la relación

$u(x,y) = \dfrac{xy}{x-y}$ $\qquad\qquad$ $x^2u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2u_{yy} = 0$

39. Hallar la diferencial total de la función indicada:

$f(x,y) = \ln\left(\tan\frac{y}{x}\right) + 1$

RESP. $df = \left(-\frac{y}{x^2}\csc\frac{y}{x}\sec\frac{y}{x}\right)dx + \left(\frac{1}{x}\csc\frac{y}{x}\sec\frac{y}{x}\right)dy$

40. Hallar los diferenciales de orden superior indicada:

$f(x,y) = e^x\cos y$ $\qquad\qquad$ (d^3f)

RESP: $d^3f = e^x(\cos y dx^3 - 3\sin y dx^2dy - 3\cos y dxdy^2 + \sin y dy^3)$

41. Determinar si el diferencial es exacto:

$x\cos y\; dx + x\sin y\; dy$

RESP. No es

42. Determinar si el diferencial es exacto:

$2xy\sin(x^2y)dx + x^2\sin(x^2y)dy$

RESP. Es

43. Demostrar la relación entre derivadas parciales:

$f = f(xy)$ $\qquad$ $xf_{xx} + f_x = yf_{xy}$

44. Demostrar la relación entre derivadas parciales:

$f = f(xy^2)$ $\qquad\qquad$ $yf_{xy} = 2f_x + 2xf_{xx}$

45. Demostrar la relación entre derivadas parciales:

$z = yf(x^2-y^2)$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{z_x}{x} + \dfrac{z_y}{y} = \dfrac{z}{y^2}$

46. Demostrar la relación entre derivadas parciales:

$z = \frac{1}{x}(f(x-y) + g(x-ay))$ $\qquad\qquad$ $a^2z_{xx} = z_{yy}$

47. Probar que la función $z = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ satisface la ecuación de Laplace $z_{xx} + z_{yy} = 0$

48. Demostrar la relación:

$u(x,y) = \cos(x+2y) + \ln(x-2y)$ $\qquad \rightarrow \qquad$ $4u_{xx} = u_{yy}$

49. Si $z = y + f(x^2-y^2)$ donde f es diferenciable, demuestre que

$$y\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = x$$

50. Demostrar la relación entre derivadas parciales:

$$z = [f(x+ay) + g(x-ay)] \qquad \rightarrow \qquad a^2 z_{xx} = z_{yy}$$

51. Encontrar la diferencial dw

a. $w = x^3 - x^2 y + 3y^2$

b. $w = x^2 \sin y + 2y^{\frac{3}{2}}$

c. $w = x^2 \ln(y^2 + z^2)$

RESP: a) $dw = (3x^2 - 2xy)dx + (6y - x^2)dy$ b)$dw = 2x \sin y dx + \left(x^2 \cos y + 3\sqrt{y}\right)dy$

c)$dw = 2x \ln(y^2+z^2)dx + \left(\dfrac{2x^2 y}{y^2+z^2}\right)dy + \left(\dfrac{2x^2 z}{y^2+z^2}\right)dz$

52. Use la regla de la cadena para encontrar $\frac{\partial w}{\partial r}; \frac{\partial w}{\partial \theta}$

a. $w = \frac{yz}{x} \quad x = \theta^2 \quad y = r+\theta \quad z = r-\theta$

b. $w = \arctan\frac{y}{x} \quad x = r\cos\theta \quad y = r\sin\theta$

RESP: a)$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{2r}{\theta^2}; \frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{2r^2}{\theta^3} = 1$b)$\frac{\partial w}{\partial r} = 0; \frac{\partial w}{\partial \theta} = 1$

53. Hallar dy/dx por derivación implícita

a. $\ln\sqrt{x^2+y^2} + x + y = 4$

RESP. $dy/dx = -\dfrac{x^2+y^2+x}{x^2+y^2+y}$

54. Encontrar el gradiente de f en el punto indicado

a. $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} \qquad P(-4,3)$

b. $f(x,y) = e^{3x}\tan y \qquad P\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

c. $f(x,y,z) = yz^3 - 2x^2 \qquad P(2,-3,1)$

55. Calcular la derivada direccional de f en el punto indicado

a. $f(x,y) = e^x \sin y \quad u = -i \quad P\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$

b. $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} \; u = 3i - 4j \qquad P(3,4)$

RESP a) $-e$ b) $-\frac{7}{25}$

56. Hallar el gradiente de la función y el valor máximo de la derivada direccional en el punto dado.

a. $f(x,y) = ye^{-x} \qquad P(0,5)$

b. $f(x,y,z) = xy^2z^2 \qquad P(2,1,1)$

RESP. a) $e^{-x}(-yi+j) \quad \sqrt{26}$ b) $yz(yzi + 2xzj + 2xyk) \quad \sqrt{33}$

57. En forma directa usando la gradiente, calcular la derivada direccional, dirección $\vec{u}$

$$f(x,y) = e^{xy} + 5\ln y \qquad\qquad u = \frac{\langle 4,8\rangle}{10}$$

RESP. $\dfrac{\left(e^{xy}(4x+3y) + \frac{4}{y}\right)}{5}$

58. En forma directa usando la gradiente, calcular la derivada direccional, dirección $\vec{u}$

$f = 6x^2 - 3yz$ $\qquad u = \frac{\langle 2,2,1\rangle}{3}$

RESP. $8x - y - 2z$

59. Hallar una ecuación del plano tangente y hallar ecuaciones simétricas para la recta normal a la superficie en el punto dado

a. $z = x^2 - y^2 \qquad (3,2,5)$

b. $xyz = 10 \quad (1,2,5)$

c. $z = \arctan\frac{y}{x} \quad \left(1,1,\frac{\pi}{4}\right)$

RESP:a) $6x - 4y - z = 5 \quad \frac{x-3}{6} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{-1}$ b) $10x + 5y + 2z = 30 \quad \frac{x-1}{10} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-5}{2}$

c) $x - y + 2z = \frac{\pi}{2} \qquad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-\frac{\pi}{4}}{2}$

60. Hallar la ecuación de los planos tangentes a las superficies dadas por:

$x^2 + y^2 - z = 0 \qquad ; \qquad P_0(4,3,2,5)$

RESP. $8x + 6y - z = 25$

61. Determine el plano tangente y la recta normal a las superficies

a. $\sqrt{x^2 - 2y^3 + 3} + z^2 = 12$ en el punto $(2,-1,3)$

b. $2x + 4y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 1} = 3z + 13$ en el punto $(1,1,-1)$

RESP: a) $2x - 3y + 18z - 61 = 0$; $\vec{x} = (2,-1,3) + t(2,-3,18)$; b) $4x + 10y - 5z - 19 = 0$; $\vec{x} = (1,1,-1) + t(4,10,-5)$;

62. Encontrar el (los) punto (s) sobre la superficie en la cual el plano tangente es horizontal.

a. $z = x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y$

b. $z = 5xy$

RESP. a) $(2,2,-4)$ b) $(0,0,0)$

63. a) Demostrar que las superficies intersecan en el punto dado y b) demostrar que las superficies tienen planos tangentes perpendiculares en este punto.

a. $z = 2xy^2 \qquad 8x^2 - 5y^2 - 8z = -13 \qquad (1,1,2)$

b. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z - 12 = 0 \quad 4x^2 + y^2 + 16z^2 = 24 \quad (1,-2,1)$

64. Examinar la función para localizar los extremos relativos

a. $f(x,y) = x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 - 2x + y$

b. $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

RESP. a) minimo $(3,-4,-5)$ c)minimo $(0,0,0)$

65. a) hallar los puntos críticos, b) determinar los extremos relativos, c) indicar los puntos críticos en los cuales el criterio de las segundas derivadas parciales no es concluyente.

$f(x,y) = x^3 + y^3$

RESP: $a)(0,0)$ $b)$punto silla $(0,0,0)$ $c)(0,0)$

66. Hallar tres números positivos x, y y z que satisfagan las condiciones dadas

a. El producto es 27 y la suma es mínima.

b. La suma es 30 y la suma de los cuadrados es mínima.

RESP: a) $x = y = z = 3$ b) $x = y = z = 10$

67. Hallar la constante “c” tal que en todo punto de la intersección de las dos esferas:$(x-c)^2 + y^2 + z^2 = 3$ y $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$, los planos tangentes correspondientes son perpendiculares uno al otro.

RESP: $c = \pm\sqrt{3}$

68. Analizar la siguiente función de varias variables, indicar punto crítico, máximo (máx.), mínimo (min.) y puntos de ensilladura (ens.). donde

$f(x,y) = -x^2 - 2y^2 + 2x - 12y - 14$

RESP. Maximo $f(1,3) = 5$

69. Determine los extremos relativos de las siguientes funciones:

a. $z = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - 2x - 8y + 35$

b. $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$

c. $f(x,y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

d. $f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 4$

e. $f(x,y) = xy - \ln(x^2 + y^2)$

RESP.- a) $Min : (2,8); fmin = 1$ b) $Min : (0,0) fmin = 4$; PS$\left(\pm\sqrt{2},-1\right)$: ;
c) $Max : (-5/3,0) fmax = 4.63; Min : (0,0), fmin = 0; PS : (-1,2),(-1,-2);$
d)$Max : (0.0) fmax = 4; Min : (2,0) fmin = 0; PS : (1,1);(1,-1);$ e)$PS : (1,1);(-1,-1);$

70. Hallar las dimensiones del paralelepípedo sin tapa superior de volumen $V = 256\ cm^3$, de manera tal que su superficie sea mínima.

RESP: $(8,8,4) S = 192$

71. Hallar el máximo volumen de una caja rectangular, si su altura más su fleje (f) es $254cm$. Fleje es la longitud alrededor de la caja, medidamente perpendicular a su lado más largo, su altura.

RESP. $\frac{127}{3}, \frac{127}{3}, \frac{254}{3}\ V = 3584,22\ cm^3$

72. Un cilindro circular recto esta coronado por un cono, la superficie total de este cuerpo es de $S = 10cm^2$. De manera que el volumen sea máximo, hallar el ángulo entre la cara lateral del cono, con la cara Basal.

RESP.: $41.81°$

73. En un triángulo de área $\sqrt{48}$ cm^2 , hallar sus lados de modo que su perímetro sea mínimo.

RESP: $x = y = z = 4; P = 12$

74. Hallar las dimensiones del paralelepípedo de volumen máximo, si tres de sus caras están sobre los planos coordenadas y un vértice se encuentra sobre el plano:

$3x + 2y + z - 6 = 0$

RESP: $\frac{2}{3}\quad 1,22 \quad V = \frac{4}{3}$

75. Mínima distancia entre $xy = 1; P(0,0)$

RES. $\sqrt{2}$

76. Hallar los puntos más cercano y más alejado de la esfera: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z - 62 = 0$ al punto $P(1,-1,3)$.

RESP: $\left(\frac{29}{3}, -\frac{16}{3}, \frac{35}{3}\right)\left(-\frac{11}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

77. Un contratista de mejorías caseras está pintando las paredes y el techo de una habitación rectangular. El volumen de la habitación es de 668.25 pies cúbicos. El costo de pintura de pared es de $0.06 por pie cuadrado y el costo de pintura de techo es de $0.11 por pie cuadrado. Encontrar las dimensiones de la habitación que den por resultado un mínimo costo para la pintura.¿Cuál es el mínimo costo por la pintura?.

RESP. 9 pies$\times 9$ pies$\times 8.25$ pies $\quad 26.73\$$

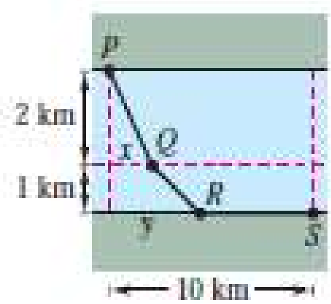
78. El volumen de un elipsoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ es $\frac{4\pi abc}{3}$. Dada una suma fija $a+b+c$ mostrar que el elipsoide de volumen máximo es una esfera.

RESP.Si $a+b+c = k$ entonces $a = b = c = \frac{k}{3}$

79. Un comedero de secciones transversales en forma de trapecio se forma doblando los extremos de una lámina de aluminio de 30 pulgadas de ancho (ver la figura). Hallar la sección transversal de área máxima.

RESP. $x = 10$ pulg. $\quad \theta = 60°$

80. Hay que construir un conducto para agua desde el punto P al punto S y debe atravesar regiones donde los costos de construcción difieren (ver la figura). El costo por kilómetro en dólares es 3k de P a Q, 2k de Q a R y k de R a S. Hallar x y y tales que el costo total C se minimice



RESP: $x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad y = \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{6}$

81. Determine los puntos más cercanos y la mínima distancia entre las rectas L_1 y L_2 si:

$$L_1: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = 1 + 3s \\ z = 4 - s \end{cases}$$

RESP: $\left(-\frac{5}{3}, \frac{-8}{3}, 3\right)\left(\frac{5}{21}, -\frac{22}{7}, \frac{113}{21}\right) D_{\min} = 3.09$

82. Utilice el método de multiplicadores de LaGrange para determinar los extremos indicados suponer que x y y son positivos

a. Minimizar $f(x,y) = x^2 + y^2$ y con la restricción $x + 2y - 5 = 0$

b. Maximizar $f(x,y) = 2x + 2xy + y$ y con la restricción $2x + y = 100$

c. Maximizar $f(x,y) = \sqrt{6 - x^2 - y^2}$ y con la restricción $x + y - 2 = 0$

RESP.a) $f(1,2) = 5$ b) $f(25,50) = 2600$ c) $f(1,1) = 2$

83. Utilice el metodo de multiplicadores de LaGrange para determinar los extremos absolutos de f sujeta ala restricción

a. Minimizar$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ y con la restricción $x + y + z - 9 = 0$

b. Minimizar $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ con la restricción $x + y + z = 1$

RESP: $f(3,3,3) = 27$ b) $f\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$

84. Utilice multiplicadores de LaGrange para determinar la distancia más corta del punto $(2,1,1)$ al plano $x + y + z = 1$

RESP: $\sqrt{3}$

85. Emplee multiplicadores de LaGrange a fin de obtener la distancia más corta del $(4,0,0)$ al cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

86. Un contenedor de carga (en forma de un sólido rectangular) debe tener un volumen de 480 pies cúbicos. La parte inferior costará \$5 por pie cuadrado para construir, y los lados y la parte superior costarán \$3 por pie cuadrado para construcción.Usar los multiplicadores de Lagrange para encontrar las dimensiones del contenedor de este tamaño que tiene costo mínimo.
RESP:$\sqrt[3]{360} \times \sqrt[3]{360} \times \frac{4}{3}\sqrt[3]{360}$

87. Utilizar multiplicadores de Lagrange para encontrar las dimensiones de un cilindro circular recto con volumen de V_0 unidades cúbicas y superficie mínima.

RESP: $r = \sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}} \quad h = 2\sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}}$

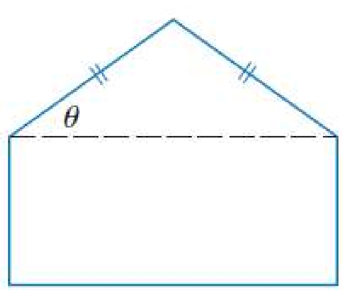
88. Inscribir en el elipsoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ un paralepipedo de volumen maximo

RESP:$\frac{2a}{\sqrt{3}}, \frac{2b}{\sqrt{3}}, \frac{2c}{\sqrt{3}}$

89. Hallar la distancia minima entre la parabola $y = x^2$ y la recta $x - y - 2 = 0$ RESP:$\frac{7}{4\sqrt{2}}$

90. Se forma un pentágono con un triángulo isósceles y un rectángulo, como se ilustra en la figura. Si el pentágono tiene un perímetro fijo P , determine las longitudes de los lados del pentágono que maximice el área de la figura.

.



RESP: $P\left(2 - \sqrt{3}\right), P\left(\frac{3 - \sqrt{3}}{6}\right), P\left(\frac{2\sqrt{3} - 3}{3}\right)$

91. El plano $x + y + 2z = 2$ al cortar el paraboloide $z = x^2 + y^2$ forma una elipse. Calcule los puntos de la elipse que son los más cercanos y los más lejanos al origen.

RESP Mas cercano $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ mas lejano $(-1,-1,2)$

92. Determine cuales deben ser las dimensiones de un envase para leche de caras rectangulares y volumen de $512cm^3$ y costo mínimo, si el material de los lados de la caja cuestan 10 \$ el centímetro cuadrado y el material de la tapa y el fondo cuestan 20 \$ el centímetro cuadrado. Hállese también el costo mínimo.

RESP.-$6.35cmx6.35cmx12.7cm$ C costo minimo $= 4839$ \$

93. Una forma de medir diversidad de especies es usar el índice de diversidad de Shannon H. Si un hábitat consiste de tres especies, A, B y C, su índice de diversidad de Shannon es

$H = -x\ln x - y\ln y - z\ln z$

donde x es el porcentaje de especies A en el hábitat, y es el porcentaje de especies B en el hábitat y z es el porcentaje de especies C en el hábitat.

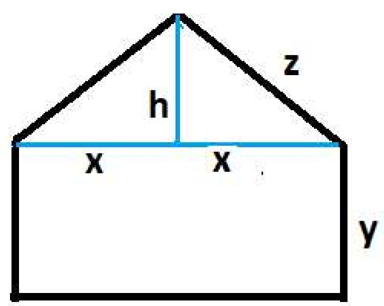
a. Usar el factor de $x + y + z = 1$ para demostrar que el valor máximo de H ocurre cuando $x = y = z = \frac{1}{3}$

b. Usar el resultado del inciso $a)$ para demostrar que el valor máximo de H en este hábitat es de $\ln 3$

RESP: Demostración

94. La ventana de la figura tiene un perímetro igual a $20m$. Determine sus dimensiones para que el área de la ventana sea máxima y calcular dicha área.

RESP.- $x = 5.35m; y = 4.22m; z = 3.09m; A_{\max} = 26.74m^2$



95. Se desea construir una bañera semicilíndrica. Si el costo por metro cuadrado de la parte cilíndrica es el triple del costo por metro cuadrado de las partes semicirculares, determine sus dimensiones para un costo mínimo si debe almacenar un volumen conocido V.

RESP: $r = 3\sqrt[3]{\frac{V}{9\pi}}$. $h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{9\pi}}$

96. Hallar las dimensiones de un paralelepípedo de volumen máximo inscrito entre los planos coordenados en el primer octante con vértice en el plano $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

RESP: $\frac{a}{3} \times \frac{b}{3} \times \frac{c}{3}$