19. Un objeto con masa de $180g$ pero densidad desconocida se pesa en agua (densidad $\rho_a = 1,00g/cm^3$), y el peso así obtenido corresponde a una masa equilibrante de $150g$; al "pesarlo" de nuevo en un líquido de densidad desconocida ρ_x, resulta que se necesita una masa equilibrante de $144g$. Determinar la densidad del segundo líquido y la densidad del objeto.
Resp: $1,20g/cm^3$, $6g/cm^3$

caso 1

$M = 180g$
$m_1 = 150g$
$m_2 = 144g$

$\rho_x = ?$
$\rho = ?$

$\rho = \dfrac{M}{V}$
$M = \rho V$

$\rho_x = \dfrac{M_x}{V_x}$
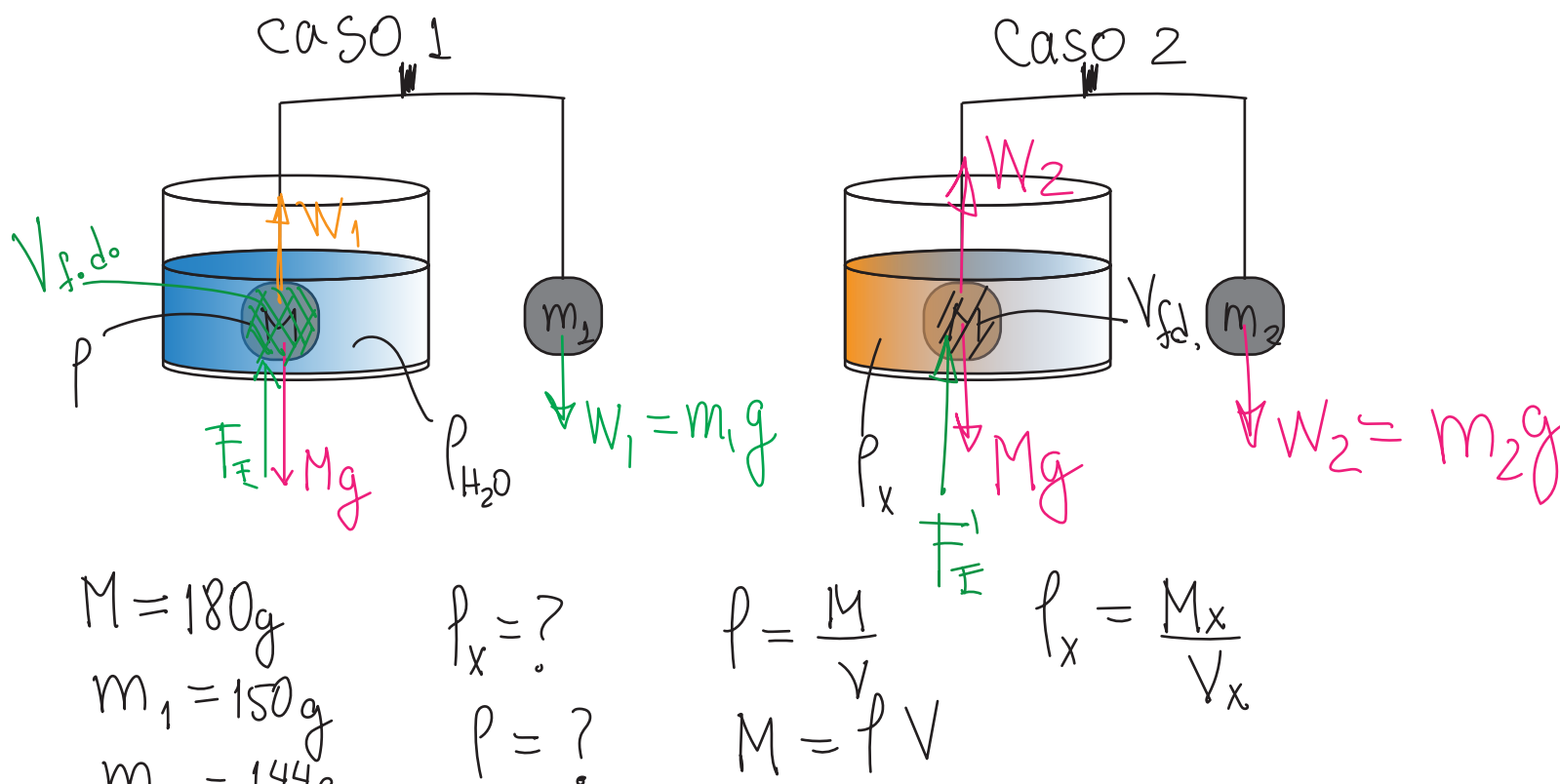
Caso 1

$$+\uparrow \sum F_y = 0, \qquad F_E = \rho_{f.} \cdot V_{f.d.} \cdot g$$

$$W_1 + F_E - Mg = 0 \qquad \rho_{f.} = \rho_{H_2O}$$

$$m_1 g + \rho_{H_2O} V g = M g \qquad V_{f.d.} = V$$

$$m_1 + \rho_{H_2O} V = M$$

$$\rho_{H_2O} V = M - m_1$$

$$V = \dfrac{M - m_1}{\rho_{H_2O}} \quad \Longrightarrow \quad \rho = \dfrac{M}{\dfrac{M - m_1}{\rho_{H_2O}}} = \dfrac{\rho_{H_2O}}{1 - \dfrac{m_1}{M}}$$

$$\rho = \dfrac{\rho_{H_2O}}{1 - \dfrac{m_1}{M}} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{150}{180}}$$

$$\boxed{\rho = 6 \ g/cm^3} \quad \text{Sol a)}$$

Caso 2

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0$$

$$W_2 + F_E^1 - Mg = 0$$

$$m_2 g + \rho_x Vg = Mg$$

$$m_2 + \rho_x V = M$$

$$\rho_x V = M - m_2$$

$$\rho_x = \frac{M}{V} - \frac{m_2}{V} = \rho - \frac{m_2}{\frac{M - m_1}{\rho_{H_2O}}}$$

$$F_E = \rho_f V_{f.d.} \cdot g$$

$$\rho_f = \rho_x \qquad V_{f.d} = V$$

$$\rho_x = \rho - \frac{\rho_{H_2O} \, m_2}{M - m_1} = 6 - \frac{1 \cdot 144}{180 - 150}$$

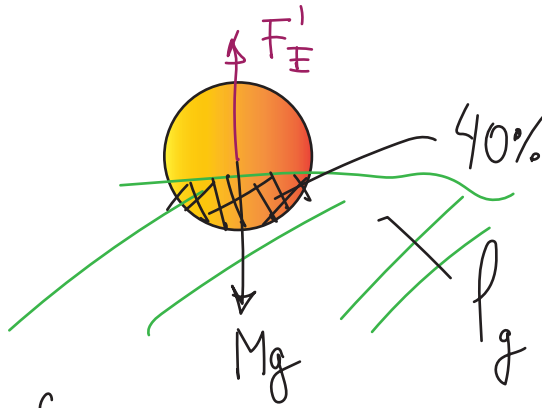$$\boxed{\rho_x = 1{,}2 \, \text{g}/_{cm^3}} \quad sal.$$

$$\rho_{H_2O} = 1 \, \text{g}/_{cm^3}$$

4. Una esfera de plástico flota en el agua con 50% de su volumen sumergido. Esta misma esfera flota en glicerina con 40% de su volumen sumergido ¿Determine las densidades de la glicerina y la esfera.

Resp: $1250 kg/m^3$ $500 kg$
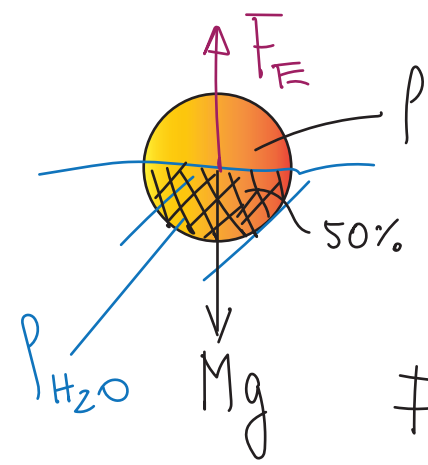
$$F_E = \rho_f \cdot V_{f.d.} \cdot g$$

$0 \rightarrow 100\%$
$0 \rightarrow 1$

$V_{f.d} = 0,4 \, V_{esf}$

Columna izquierda (Sol a):

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$F_E - Mg = 0$

$\rho_{H_2O} \dfrac{V_{esf}}{2} g = Mg$

$\rho = \dfrac{M}{V} \Rightarrow V = \dfrac{M}{\rho}$

$\rho_{H_2O} \dfrac{M}{\rho \cdot 2} = M$

$\rho = \dfrac{\rho_{H_2O}}{2} = \dfrac{1000}{2}$

$$\boxed{\rho = 500 \, kg/m^3}$$

Sol a)

Columna derecha (Sol b):

$0,4 = \dfrac{2}{5}$

$\Sigma F_y = 0$

$F_E' - Mg = 0$

$\rho_g \, 0,4 \, V_{esf} \, g = Mg$

$\rho_g \dfrac{2}{5} V_{esf} = M$

$\rho_g = \dfrac{5}{2}\left(\dfrac{M}{V_{esf}}\right) = \dfrac{5}{2}\rho$

$\rho_g = \dfrac{5}{2}(\cancel{500}^{250})$

$$\boxed{\rho_g = 1250 \, kg/m^3}$$

Sol b)