PRÁCTICA 1

1) Escriba explícitamente la matriz:

$$A = (a_{ij})_{2\times 2} \text{ si } a_{ij} = i - j - 2 \qquad B = (b_{ij})_{3\times 2} \text{ si } b_{ij} = 2i - 3j - 4$$

2) Sea $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ -65 & 15 & -10 \end{pmatrix}$ hallar una matriz B que sea múltiplo de A

(es decir $B = \alpha A$; α *es un escalar*) y que la posición $b_{12} = 2$

3) Determine los valores de "x" "y" "z" "t" "u" "v" "w" en las siguientes ecuaciones matriciales.

$$3\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & y & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -2 & t & 0 \\ z & 1 & -1 \\ u & 2 & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w-4 & 1 & -y \\ 4 & 2u & 2v+y \\ -1 & x-7 & -8 \end{pmatrix}$$

4) Sea: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ Calcular:

a) $A - 3B$

b) $\frac{1}{2}B - 2A$

c) Hallar C si $B + C = A$

5) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 \\ 2 & 5 & 8 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 7 \end{pmatrix}$

a) Halle el elemento c_{24} de $C = AB$
b) Por qué BA no está definido

6) Calcular los valores de x, y, z, p, r, s si:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 6 \\ 3 & 11 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ z & 1 & 0 \\ y & x & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & s & r \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad \text{(Matrices Low - Up)}$$

7) Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ hallar el valor que debe tener x e y para que $A^2 - xA + yI = 0$

8) Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 0 & 9 & -5 \\ -6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ ¿ $(A+B)^2$ es igual a $A^2 + 2AB + B^2$?

9) Dadas las matrices A, B, C y D, identifique las expresiones matriciales que están bien definidas y calcúlelas.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

a) $2(A - B) + 3A + 2B$ b) $A^tB + A^tD + C^tD$

10) Hallar la matriz inversa utilizando el método escalonado y reducido de Gauss-Jordan.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix} \qquad \text{Rpta.- } A^{-1} = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -2 & 4 \end{pmatrix} \qquad \text{Rpta.- } D^{-1} = \begin{pmatrix} -10 & -20 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & -1 & -2 \\ 5 & 8 & -2 & -3 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

11) Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 2x & 0 & 3 \\ 0 & 4x & x^2 & -3x^2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ Determinar el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ tal que la traza del producto de ambas matrices sea igual a cero.

12) Dadas las matrices invertibles A y B y el vector columna b

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1/2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Calcule $(AB + 3A)^t \left(\frac{1}{2} B^t A^t\right)^{-1} b$

13) Una compañía de muebles fabrica butacas, mecedoras y sillas, y cada una de ellas de tres modelos E (económico), M (medio) y L (lujo). Cada mes produce 20 modelos E, 15 M y 10 L de butacas; 12 modelos E, 8M y 5L de mecedoras, y 18 modelos E, 20 20 M y 12 L de silla. Represente esta información en una matriz y calcule la producción de un año.

14) En un edificio hay tres tipos de viviendas: L3, L4 y L5. Las viviendas L3 tienen 4 ventanas pequeñas y 3 grandes; las L4 tienen 5 ventanas pequeñas y 4 grandes, y las L5, 6 pequeñas y 5 grandes. Cada ventana pequeña tiene 2 cristales y 4 bisagras, y las grandes, 4 cristales y 6 bisagras.

a) Escriba una matriz que describa el número y tamaño de ventanas de cada vivienda y otra que exprese el número de cristales y bisagras de cada tipo de ventana.
b) Calcular la matriz que exprese el número de cristales y de bisagras de cada tipo de vivienda.

15) Una empresa de muebles fabrica tres modelos de estantería A, B y C. En cada uno de los tamaños, grande y pequeño. Produce 1000 estanterías grandes y 8000 pequeñas de tipo A, 8000 grandes y 6000 pequeñas de tipo B, y 4000 grandes y 6000 pequeñas del tipo C. Cada estantería grande lleva 16 tornillos y 6 soportes, y cada estantería pequeña lleva 12 tornillos y 4 soportes, en cualquiera de los tres modelos.

a) Representar esta información en dos matrices.
b) Hallar una matriz que represente la cantidad de tornillos y de soportes necesarios para la producción diaria de cada uno de los modelos de estantería.