

UNIDAD 1: MATRICES

Criterio de desempeño:

Aplica los conceptos y operaciones básicas de matrices en la resolución de problemas; empleando operaciones elementales, propiedades del álgebra de matrices y métodos en la obtención de la inversa de una matriz; utilizando el álgebra de matrices para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales.

Temario

- 1.1. Definición y generación de matrices
- 1.2. Operaciones con matrices
- 1.3. Propiedades de las operaciones
- 1.4. Operaciones elementales con las filas de una matriz.
- 1.5. Matriz inversa y sus propiedades.
- 1.6. Un método para invertir matrices (Escalonamiento).
- 1.7. Matriz traspuesta y sus propiedades.
- 1.8. Matrices especiales.
- 1.9. Equivalencia y semejanza de matrices
- 1.10. Factorización LDU

UNIDAD 1: MATRICES

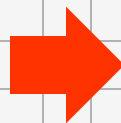
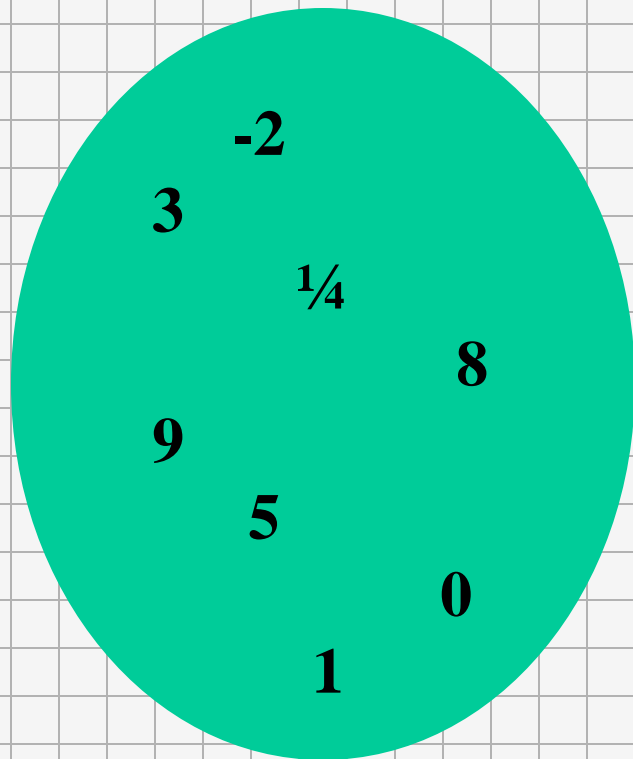
Conocimientos previos:



- Conjuntos
- Sumatoria
- Números combinatorios
- Números complejos
- Estructuras algebraicas

DEFINICIÓN

\mathbb{R}



$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1/4 & 8 \\ 9 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Definición.

Una matriz es un arreglo rectangular donde sus elementos están ordenados en m filas y n columnas.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Diagram illustrating the structure of a matrix A with m rows and n columns:

- Row 1: $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, \dots, a_{1n}$ (fila 1)
- Row 2: $a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, \dots, a_{2n}$ (fila 2)
- Row 3: $a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, \dots, a_{3n}$ (fila 3)
- Row m: $a_{m1}, a_{m2}, a_{m3}, a_{m4}, \dots, a_{mn}$ (fila m)

Column labels (from left to right):

- Columna 1
- Columna 2
- Columna 3
- Columna 4
- Columna n

YPFB Refinación S.A. produce tres lubricantes (Normal, Extra, Súper) patentados en sus dos refinerías. Diariamente producen tres barriles de 50 litros cada uno, del tipo Normal en la primera refinería y cuatro en la segunda; para el lubricante Extra las producciones son de 7 y 5 barriles respectivamente, mientras que para el Súper, la producción es de 2 y 6 barriles respectivamente. En cada barril del lubricante Normal hay 10 litros de aceites finos, 5 litros de alquitrán y 35 litros de grasas residuales. Para un barril de lubricante Extra se necesitan de 15 litros de aceites finos, 4 litros de alquitrán y 31 litros de grasas residuales. Finalmente, para el lubricante Súper la composición es 18 litros de aceites finos, 2 litros de alquitrán y 30 litros de grasas residuales. Representar la información en dos matrices.

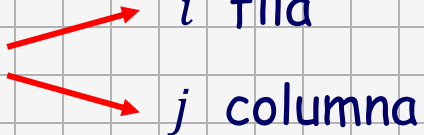
	<i>normal</i>	<i>extra</i>	<i>super</i>
<i>1ra.refineria</i>	3	7	2
<i>2da.refineria</i>	4	5	6

	<i>aceite</i>	<i>alquitran</i>	<i>grasa</i>
<i>normal</i>	10	5	35
<i>extra</i>	15	4	31
<i>super</i>	18	2	30

Notación

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrices: A, B, C, \dots

elementos: a_{ij} 

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 3 \\ 5 & 0 & 6 & -7 \\ 4 & 3 & 2 & -9 \end{pmatrix}$$

a_{23} elemento de la segunda fila,
tercera columna

$$a_{23} = 6$$

a_{31} elemento de la tercera fila,
primera columna

$$a_{31} = 4$$

Tamaño de una matriz - Orden o dimensión

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



$A_{m \times n}$



Número de filas



Número de columnas

Ejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 8 \\ -9 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{fila 1} \\ \longrightarrow \text{fila 2} \\ \longrightarrow \text{fila 3} \end{array}$$

$\downarrow \qquad \downarrow$
Col. 1 Col. 2

Matriz $A_{3 \times 2}$

Tamaño de una matriz - Orden o dimensión

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{pmatrix} \quad 3 \times 2$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 0 \\ 12 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 5 \times 3$$

$$(0 \quad -1 \quad a) \quad 1 \times 3 \quad \text{Vector fila}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 2^n \end{pmatrix} \quad 4 \times 1 \quad \text{Vector columna}$$