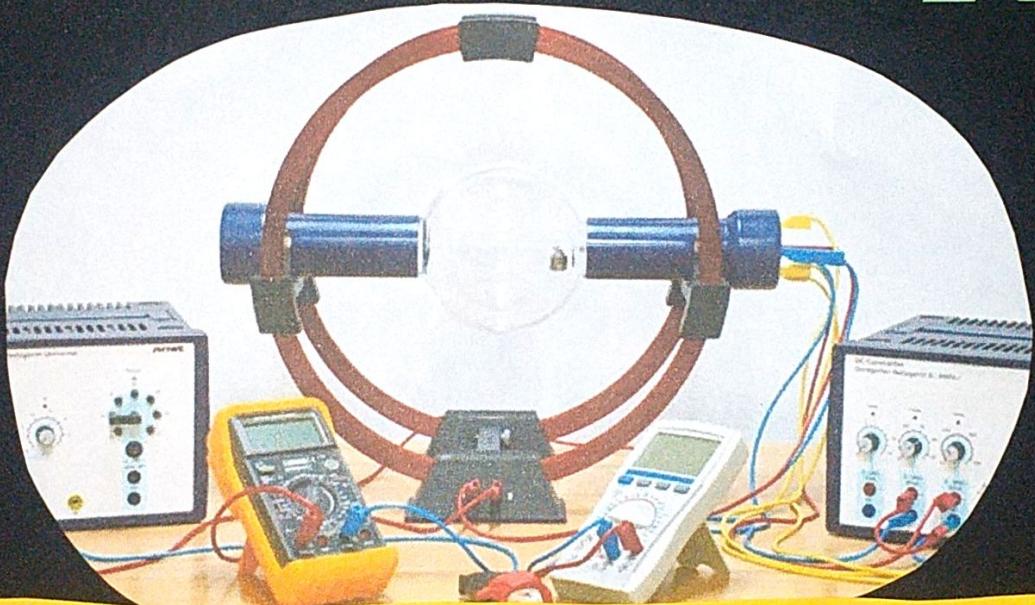


ESCUELA MILITAR DE INGENIERIA COCHABAMBA

# V.DE LA PRESION CON LA VAR



Integrantes: Victor Laceres, Gabriel Silvestre  
Lristi Garcia , Eduardo Siles

Docente: d.c. Cesar Arancibia Carvajal

2021

## Variacion de la presion con la profundidad

### 1 Resumen

En esta investigacion centraremos nuestro estudio en determinar la variacion de la presión hidostatica con la profundidad de un fluido en reposo, es decir veremos como es que actua la presion como una una función de la profundidad  $P = f(h)$ , usaremos como una base de nuestro estudio la definicion de hidrostatica la cual es una parte de la mecanica de fluidos que se encarga de estudiar el equilibrio de los liquidos o gases en reposo (fluidos), una de las ecuaciones mas importantes y la cual usaremos para llevar a cabo con exito nuestro procedimiento es la ecuacion fundamental de la hidrostatica la cual nos ayudara a hacer una comparativa y poder encontrar en este caso la presión atmosferica y la densidad del fluido que nosotros elijamos para nuestro estudio (agua) es decir nuestros objetivos.

### 2 Competencias

- Encontrar la relación funcional entre la presion y la profundidad en un fluido en reposo
- Determinar la densidad del fluido en el tanque

## Variacion de la presion con la profundidad

### 1 Resumen

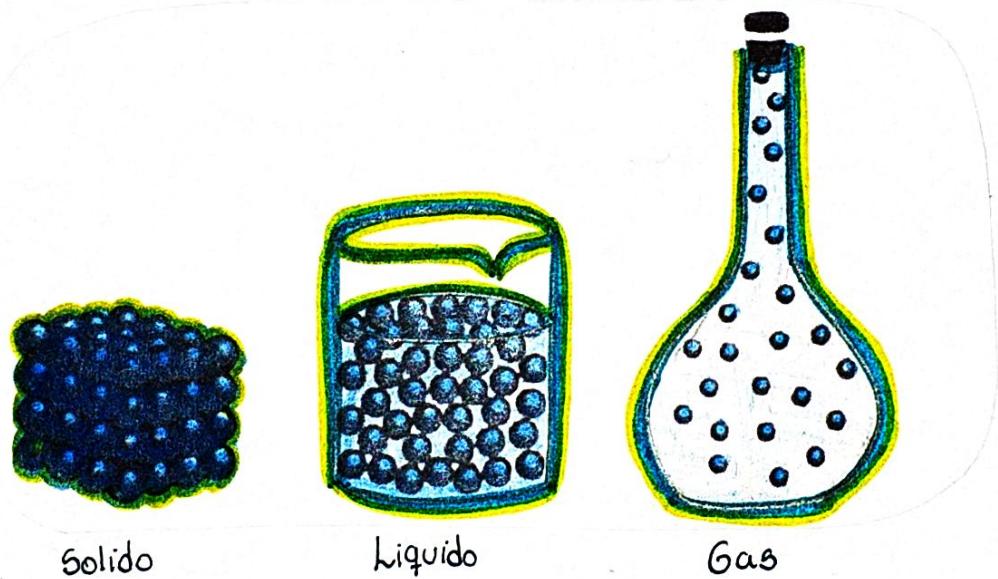
En esta investigacion centraremos nuestro estudio en determinar la variación de la presión hidostática con la profundidad de un fluido en reposo, es decir veremos como es que actua la presión como una una función de la profundidad  $P = f(h)$ , usaremos como una base de nuestro estudio la definición de hidrostática la cual es una parte de la mecanica de fluidos que se encarga de estudiar el equilibrio de los líquidos o gases en reposo (fluidos), una de las ecuaciones mas importantes y la cual usaremos para llevar a cabo con éxito nuestro procedimiento es la ecuación fundamental de la hidrostática la cual nos ayudara a hacer una comparativa y poder encontrar en este caso la presión atmosferica y la densidad del fluido que nosotros elijamos para nuestro estudio (agua) es dear nuestros objetivos.

### 2 Competencias

- Encontrar la relación funcional entre la presión y la profundidad en un fluido en reposo
- Determinar la densidad del fluido en el tanque

### 3- Marco teórico

Como ya sabemos la hidrostática es parte de la mecánica de fluidos que estudia a los fluidos en reposo en situaciones de equilibrio ayudandonos de la primera y la tercera ley de newton, no debemos de olvidar que cuando nos referimos a un fluido hablamos de cualquier sustancia unida con fuerzas cohesivas débiles como los gases y los líquidos (los sólidos no entran en esta definición), que puede fluir y cambiar su forma a la de volumen que ocupa.



### Presión en un fluido

Cuando un fluido (ya sea líquido o gas) está en reposo ejerce una fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con él, como la pared de un recipiente o un cuerpo sumergido en el fluido es decir, que nosotros podemos representar a la presión simple y llanamente como el módulo de la fuerza aplicada por unidad de área, es decir:

$$P = \left| \frac{d\vec{F}}{d\vec{s}} \right|$$

Si hacemos un análisis dimensional podemos obtener las unidades en las que se mide la presión de un fluido o la presión en general

$$[P] = \frac{[F]}{[\text{area}]} = \frac{[N]}{[m^2]} = \text{Pascal}$$

como podemos observar la presión se mide en pascales y en el sistema internacional la presión atmosférica es de:

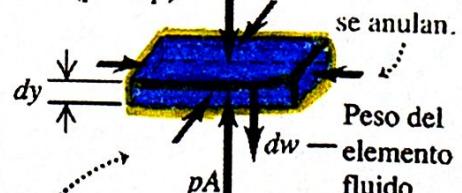
$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ [pascal]}$$

### Fluidos en reposo



Fuerza debida a la presión  $p + dp$  sobre la superficie superior:  $(p + dp)A$

Las fuerzas sobre los cuatro lados del elemento se anulan.



Fuerzas debidas a la presión  $p$  sobre la superficie inferior

Como el fluido está en equilibrio, la suma vectorial de las fuerzas verticales sobre el elemento fluido debe ser cero:  
 $pA - (p + dp)A - dw = 0$ .

$$P = \left| \frac{d\vec{F}}{d\vec{S}} \right|$$

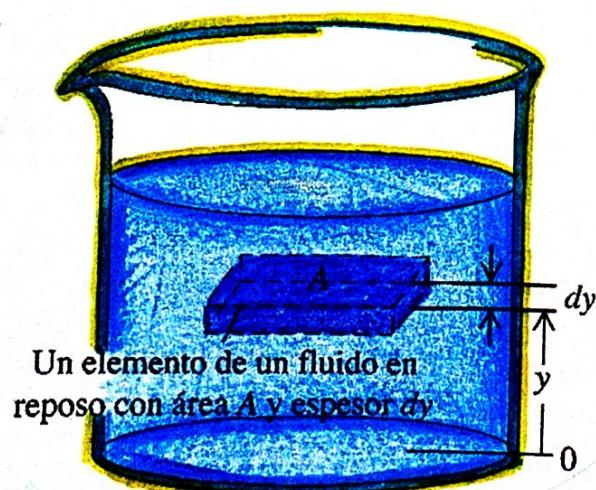
Si hacemos un análisis dimensional podemos obtener las unidades en las que se mide la presión de un fluido o la presión en general

$$[P] = \frac{[F]}{[\text{area}]} = \frac{[N]}{[m^2]} = \text{Pascal}$$

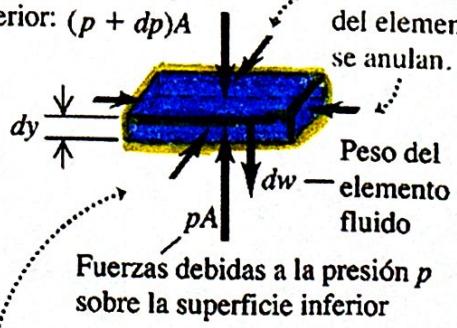
como podemos observar la presión se mide en pascales y en el sistema internacional la presión atmosférica es de:

$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ [pascal]}$$

### Fluidos en reposo



Fuerza debida a la presión  $p + dp$  sobre la superficie superior:  $(p + dp)A$   
Las fuerzas sobre los cuatro lados del elemento se anulan.



Como el fluido está en equilibrio, la suma vectorial de las fuerzas verticales sobre el elemento fluido debe ser cero:  
 $pA - (p + dp)A - dw = 0$ .

A partir de este análisis y con ayuda de las leyes de Newton (Dinámica) es donde sacamos las ecuaciones fundamentales da la hidrostática de fluidos entre ellos.

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$

Ecuación 3.1

En este caso en la contraparte de la ecuación nos sale un valor negativo, pero en algunas ocasiones a la hora de demostrar la ecuación nos saldrá un valor positivo pero esto no se debe a nada mas y nada menos que el sistema de referencia que nosotros elijamos arbitrariamente. Pero en este caso usaremos esta ecuación para seguir nuestro cálculo. A partir de dicha ecuación conseguimos la siguiente

$$P = P_0 + \rho gy$$

Ecuación 3.2

Es esta la ecuación que nos servirá para poder comparar los resultados que nosotros obtengamos a partir de datos ya aplicando el método de mínimos cuadrados y teniendo nuestra ecuación de ajuste bien definida (anexos)

#### 4) Esquema y montaje de los equipos.

En práctica realizada variación de la presión con la profundidad, se utilizaron los siguientes materiales y equipos que cuenta el laboratorio de la EMI CBBA

## 4.1 Materiales

### Procedimiento 2

- Sensor de presion de gas
- tanque con liquido (agua)
- Regla milimetrada
- Sonda manometrica
- Jeringa
- liquido manometrico (alcohol)
- Densimetros
- Interfaz y Programa LoggerPro
- Nivel de burbuja

### 4.2 Procedimiento experimental

- Nivelar el recipiente de vidrio con un nivel de burbuja
- colocar sonda manometrica al tanque
- con ayuda de una jeringa colocar el liquido manometrico al manometro hasta una altura que permita registrar los datos necesarios (seguir las instrucciones del docente)
- con la regla del tanque, establecer el nivel de referencia ( $h=0$ ) del agua en el tanque
- colocar la sonda manometrica en el nivel superior del liquido del tanque
- medir la densidad del liquido del tanque con el densmetro adecuado.
- conectar la manguera de la sonda manometrica al sensor de presion de gas y esta a la interfaz, y la interfaz a la computadora.

- Abrir el programa LoggerPro , preparar para la adquisición de datos (seguir las instrucciones del docente)
- Introducir la sonda manometrica a una profundidad  $h$ , por ejemplo 4 o 5cm y luego adquirir los datos de la presión (seguir las instrucciones del docente )
- Repetir el paso anterior para diferentes profundidades (pasos de 4 o 5cm) Recuerde que para cada paso de profundidad, se debe tener la burbuja en el nivel horizontal respecto a la sonda introducida al agua

#### 4.3 Registro de datos

Tabla de registro de datos realizados en la practica son las siguientes

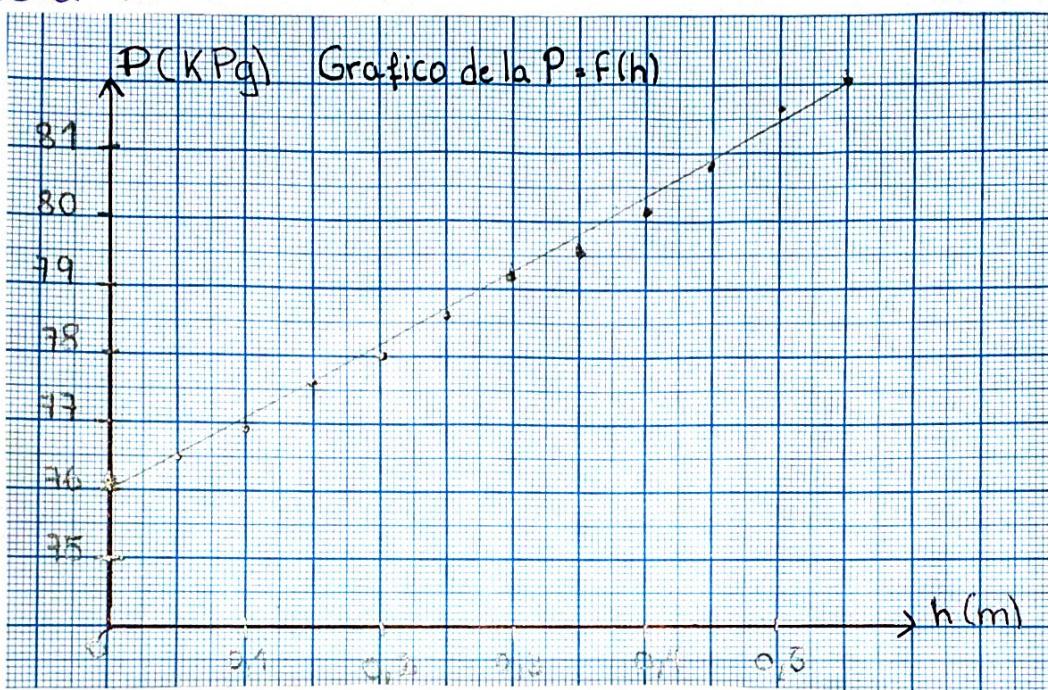
Tabla1: Datos recollectados de medir la presion a una variación de profundidad de 5 en 5 centimetros.

$h[m]$	$P[kPa]$
0	76,21
0,05	76,64
0,1	76,94
0,15	77,6
0,2	78,04
0,25	78,6
0,3	79,1
0,35	79,64
0,4	80,2
0,45	80,67
0,5	81,17
0,55	81,74

## 5: Tabla de datos, Graficas y resultados

### 5.1) Graficas obtenidas

En la Figura 1 se muestra la representación Gráfica ( $P = f(h)$ ) de los datos obtenidos de la tabla 1



### 5.2) Resultados obtenidos

Según el modelo de ajuste corresponde a una recta según la ecuación de ajuste es la siguiente

$$P = A + Bh$$

Donde los parámetros de ajuste matemáticos de la recta son la ordenada al origen (A) y la pendiente de la recta (B)

Por lo tanto, la ecuación de ajuste de la recta (mas detalle ver anexo) obtenidos por el método mínimos cuadrados con sus respectivos errores son los siguientes.

$$A = (76.07 \pm 0.04) [\text{KPa}]; 0,05\%$$

$$B = (10,2 \pm 0.1) [\text{KPa/m}]; 0,98\%$$

$$\gamma = 0,999$$

Por lo tanto, la ecuación experimental encontrada de los datos (Tabla 1), es la siguiente:

$$P = 76.07 + 10.2 h$$

Por lo tanto, comparando con la ecuación teórica (ecuación 3.2) y ecuación experimental se puede ver que:

$$P = P_0 + \rho gh \quad \text{Ecuación teórica}$$

$$P = 76.07 + 10.2 h \quad \text{Ecuación Experimental}$$

con la primera ecuación (ecuación 3.2), podemos decir que nuestra ordenada al origen (A), del modelo de ajuste escogido para nuestra recta, es la presión atmosférica a la que está sometido nuestro fluido y la pendiente de la recta (B) vendría a ser la densidad del fluido multiplicado por la gravedad, aplicando la propagación de errores logramos despejar a la densidad y calcular todos los errores que contribuyen al error de nuestra pendiente o de la densidad del agua (mas detalles ver anexo). Entonces tenemos que el valor de presión atmosférica y el valor de la densidad del fluido es:

$$P_{atmosférica} = (76.07 \pm 0.04) [\text{KPa}]; 0,05\%$$

$$\rho_{H_2O} = (1040 \pm 1) [\text{kg/m}^3]; 0,1\%$$

## 6. Anexos

### 6.1) Determinación de los parámetros de ajuste por el método de mínimos cuadrados

Utilizamos el método de mínimos cuadrados para los cálculos de los parámetros de la recta entonces:

$$A = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = 76,07128 \approx 76,07$$

$$A = 76,07$$

$$B = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = 10,21048 \approx 10,2$$

$$B = 10,2$$

$$r = 0,999$$

$$\sum di^2 = \sum y^2 - 2A \sum y - 2B \sum xy + nA^2 + 2AB \sum x + B^2 \sum x^2$$

$$\sum di^2 = 0,05785233179$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum di^2}{n-2} = 5,785233 \times 10^{-3}$$

$$\sigma^2 = 5,785233 \times 10^{-3}$$

$$\Delta = n \sum x^2 - (\sum x)^2 = 4,29$$

$$\Delta = 4,29$$

$$eA = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x^2}{\Delta}} = 0,0413025 \approx 0,04$$

$$eA = 0,04$$

$$e_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta}} = 0,0127210 \approx 0.1$$

$$e_B = 0.1$$

$$A = (76.07 \pm 0.04) [\text{KPa}]; 0,05\%$$

$$B = (10,2 \pm 0.1) [\text{KPa/m}]; 0,98\%$$

$$r = 0,999$$

6.2) Calculo del error de la densidad por el metodo de propagacion de errores

**Nota:** Debemos de convertir el parametro B a pascales para lograr obtener las unidades correctas en el calculo de la densidad del fluido con su respectivo error entonces deberemos de añadir un exponente elevado al cubo para dicho objetivo.

$$B = (10,2 \times 10^3 \pm 0,1) [\text{Pa/m}]; 0,98\%$$

$$g = (9,78 \pm 0,01) [\text{m/s}^2]; 0,1\%$$

$$\rho = pg$$

$$\rho = \frac{B}{g} = \frac{10,2 \times 10^3}{9,78} = 1,04 \times 10^3 \approx 1040$$

$$e_\rho = \sqrt{\Delta B^2 + \Delta g^2}$$

$$\Delta B = \left| \frac{\partial P}{\partial B} \right| e_B$$

$$\Delta g = \left| \frac{\partial P}{\partial g} \right| e_g$$

$$\frac{\partial P}{\partial B} = \frac{\partial \frac{B}{g}}{\partial B} = \frac{1}{g} \frac{\partial B}{\partial B} = \frac{1}{g}$$

$$\frac{\partial P}{\partial g} = \frac{\partial \frac{B}{g}}{\partial g} = B \frac{\partial \frac{1}{g}}{\partial g} = B \cdot \frac{\partial \bar{g}^{-1}}{\partial g} = -B \bar{g}^{-2} = -\frac{B}{g^2}$$

## Remplazando

$$\Delta B = \frac{1}{9.78} (0,1) = 0,01$$

$$\Delta g = -\frac{10 \cdot 2 \times 10^3}{(9,78)^2} (0,01) = -1,07 \approx 1$$

$$e_p = \sqrt{(0,01)^2 + (-1)^2}$$

$$e_p = 1.000049 \approx 1$$

Entonces

$$P = (1040 \pm 1) [\text{Kg/m}^3]; 0,1\%$$

## 7) Conclusiones

- En conclusión, logramos obtener una relación funcional entre la presión y la profundidad la cual logramos corroborar con la ayuda de la ecuación fundamental de la hidrostática que nos da la teoría ya que comparandola con la ecuación experimental que obtuvimos, las unidades que tienen nuestros parámetros llegan a tener concordancia con las que maneja la ecuación teórica, esto haciendo un análisis dimensional y con la ayuda de nuestra gráfica.
- Logramos obtener el valor representativo de la densidad del agua pero pudimos observar que la densidad del agua llegó a tener un valor relevantemente alto y al nosotros escoger como fluido agua dulce el valor no tendría mucho sentido por que ese sería el valor de la densidad en caso de nosotros haber escogido agua salada como fluido en estudio,

pero los procedimientos son correctos y nuestras mediciones de igual manera esto fue verificado al obtener un valor menor al 1 porciento en nuestros errores porcentuales lo que quiere decir que el error que nosotros cometimos fue relativamente bajo.