ESCUELA MILITAR DE INGENIERÍA
"Mcal. Antonio José de Sucre"
Prestigio, Disciplina y Mejores Oportunidades

VECTORES ALEATORIOS

Estudiante: Víctor Manuel Cáceres Paco

Código: C9901-5

Docente: Ing. Ivett Jacqueline Tancara

Fecha: 26/03/22

COCHABAMBA-BOLIVIA

1. **INTRODUCCIÓN**

Este capítulo contiene una breve introducción al tema de variables aleatorias multidimensionales o también llamadas vectores aleatorios. Para hacer la escritura corta se consideran únicamente vectores aleatorios de dimensión dos, aunque las definiciones y resultados que se mencionan pueden extenderse fácilmente, en la mayoría de los casos, para vectores de dimensión superior Para el material que se presenta a continuación sería provechoso contar con algunos conocimientos elementales del cálculo diferencial e integral en varias variables, o por lo menos mantener la calma cuando parezca que los símbolos matemáticos no tienen ningún sentido.

2. **ANTECEDENTES**

En este capítulo daremos a conocer que es un vector aleatorio ,ya que esta investigación se está llevando para precisar el tema ,sobre la definición de una vector aleatorio ya que anteriormente estudiamos la distribución de probabilidad de una variable aleatoria. Sin embargo, en muchas ocasiones estamos interesados en estudiar más de una variable aleatoria como resultado de un experimento.

El propósito de esta sección es introducir algunas propiedades elementales de vectores aleatorios útiles a lo largo de este curso. Se asume que el lector es familiar con el concepto de variable aleatoria unidimensional.

3. **OBJETIVO**

- Investigar vectores aleatorios con el objetivo de discernimiento tener a fondo un intelecto acerca el tema
- Investigar y describir los elementos de significado, de acuerdo con el modelo teórico elegido, sobre los vectores aleatorios
- Abarcar la temática con problemas que nos lleguen a comprender el uso de los vectores aleatorios , en que casos y con que frecuencia se hace el uso de vectores aleatorios
- Comprender la noción de vector aleatorio.

4. **DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

A) Definición Variable Aleatoria.

Consideremos los dos espacios probabilizables (Ω, A) y (R, β). Una variable aleatoria es un aplicación, X : Ω → R, que verifica

$X^{-1}(B) \in A, \forall B \in \beta$ (1.1)

En el contexto más general de la Teoría de la Medida, una aplicación que verifica (1.1) se dice que es una aplicación medible. De acuerdo con ello, una variable aleatoria no es mas que una aplicación medible entre Ω y R

B) Definición Vector Aleatorio

Un vector aleatorio de dimensión dos es un vector de la forma p (X, Y) q en donde cada coordenada es una variable aleatoria. De manera análoga se definen vectores aleatorios multidimensionales

Se dice que un vector aleatorio es discreto, o continuo, si todas las variables aleatorias que lo conforman lo son. Por simplicidad, consideraremos únicamente vectores aleatorios cuyas coordenadas son variables aleatorias todas discretas, o continuas, pero no combinaciones de ellas. Un vector aleatorio (X, Y) puede considerarse como una función de Ω en $\mathbb{R}^2$ como se muestra en la Figura 4.1.

$$(X_1, \dots \dots . X_n)$$

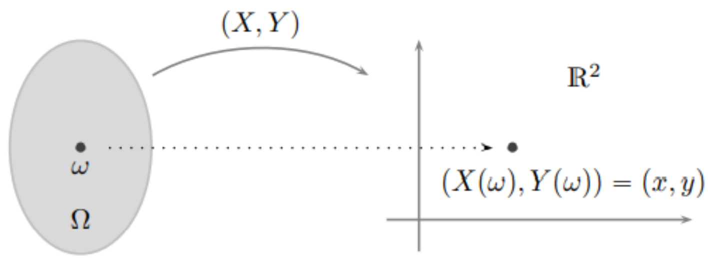

Figura 4.1

Es decir, el vector (X, Y) evaluado en ω es (X, Y)(ω)“ (X(ω), Y (ω)) con posible valor (x, y). Nuevamente observe que el vector con letras mayúsculas (X, Y) es el vector aleatorio, mientras que el vector con letras minúsculas (x, y) es un punto en el plano. Así, el vector (X(ω), Y (ω)) representa la respuesta conjunta de dos preguntas o mediciones efectuadas a un mismo elemento ω del espacio muestral Ω. A veces la información de la que se dispone acerca de un fenómeno esta agrupada de esta forma. En nuestro caso hemos mencionado únicamente dos variables aleatorias pero vectores de dimensión mayor son posibles

Estudiaremos a continuación algunas funciones asociadas a vectores aleatorios, las cuales son análogas al caso unidimensional estudiado antes.

a. Función de probabilidad conjunta

La funcion de probabilidad del vector aleatorio discreto (X, Y), en donde X toma los valores x1, x2, . . . y Y toma los valores y1, y2, . . ., es la función $F(x, y)\colon \mathbb{R}_2^- \longrightarrow [0,1]$

$$f(x,y) = \begin{cases} P(X = x, Y = y) \;\; si\ (x,y) \in \{x_1, x_2, \dots . .\} \;\times \{y_1, y_2 \dots \dots . \}, \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad en\ otro\ caso \end{cases}$$

Es decir, la función f(x, y) es la probabilidad de que la variable X tome el valor x y al mismo tiempo la variable Y tome el valor y. Tal función se llama también función de probabilidad conjunta de las variables X y Y , y para enfatizar este hecho a veces se escribe f X,Y (x, y), pero en general omitiremos
los subíndices para hacer la notación más corta pero asociando el valor x a la variable X y el valor y a la variable Y . Haremos uso de los subíndices cuando sea necesario especificar las variables aleatorias en estudio.

b. **Función de probabilidad conjunta**

La función de distribución del vector (X, Y), denotada por F(x, y) : R2→ [0, 1], se define de la siguiente manera:

$$F(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y)$$

c. **Función de probabilidad marginal**

Sea f(x, y) la función de densidad del vector aleatorio continuo (X, Y). Se define la función de densidad marginal de la variable X como la siguiente integral

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$$

Es decir, se integra simplemente respecto de la variable y para dejar como resultado una función que depende ´únicamente de x. Esta función resultante es la función de densidad marginal de X, y el subíndice 1 indica que se trata de la función de densidad marginal de la primera variable aleatoria del vector (X, Y).

d. **Función de distribución marginal**

Sea (X, Y) un vector aleatorio, continuo o discreto, con función de distribución F(x, y). La función de distribución marginal de la variable X se define como la función de una variable

$$F_1(x) = \lim_{y \to \infty} F(x,y)$$

Análogamente, la función de distribución marginal de la variable Y se define como la función

$$F_2(y) = \lim_{x \to \infty} F(x,y)$$

e. **Independencia de variables aleatorias**

Se dice que las variables aleatorias X1, . . . , Xn son independientes si para cualesquiera números reales x1, . . . , xn se cumple la igualdad

$$F(x_1 \ldots \ldots \ldots \ldots x_n) = f_1(x_1) \ldots \ldots F_n(x_n)$$

f. **Distribución condicional**

Sea (X, Y) un vector aleatorio discreto (o continuo) con función de probabilidad (o de densidad) f X,Y (x, y). Sea y un valor de la variable Y tal que f Y (y)≠ 0. A la función $X \to f_X|Y(x|y)$ definida a continuación se le llama la función de probabilidad (o densidad) de X dado que Y =y,

$$F_{x|y}(x,y) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}$$

g. Esperanza condicional

Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con función de densidad f X,Y (x, y),y sea y un valor tal que f Y (y) ≠ 0. La esperanza condicional de X dado Y =y es la esperanza de la funci´on de densidad condicional fX|Y px|yq, cuando existe, es decir,

$$E(X|Y=y) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X|Y}(x|y)dx$$

h. Covarianza

La covarianza entre las variables aleatorias X y Y es el número real Como veremos más adelante, la covarianza esta estrechamente relacionada con otro concepto que se define para dos variables aleatorias llamado coeficiente de correlación, y para el cual se cuenta con una interpretación bastante clara. Dejaremos entonces la interpretación de la covarianza en términos del coeficiente de correlación.

$$Cov(X,Y) = E[\big(X - E(X)\big)\big(Y - E(Y)\big)]$$

i. Coeficiente de correlación

El coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X y Y con varianzas finitas distintas de cero se define como el número

$$\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

5. LIMITACIONES DE LA IMPLICACIÓN

En esta temática no encontramos ninguna limitación ya que el uso que tiene que es bastante completo , el vector aleatorio es una función completa ya que podemos sacar muestra para varias variables , planteando nuestro problema , y sacando nuestro modelo matemático .

De esta forma seremos capaces de estudiar no solo el comportamiento de cada variable por separado, sino las relaciones que pudieran existir entre ellas.

6. CONCLUSIONES

Viendo el Tema llegando a conclusión que su uso en la vida real es muy frecuente, enfrentarse a problemas en los que interesa analizar varias características simultáneamente, como por ejemplo la velocidad de transmisión de un mensaje y la proporción de errores. De esta forma seremos capaces de estudiar no solo el comportamiento de cada variable por separado, sino las relaciones que pudieran existir entre ellas. Ya que nos sirve para un modelo matemático que permita analizar experimentos aleatorios en los que cada resultado experimental tiene asociados varios valores, en general numéricos.

7.-BIBLIOGRAFIA

Liliana Blanco 2004 Castañeda DR. RER.NAT PROFESORA ASOCIADA 2004

Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Londres: Springer.

Montoya, J. (2008). La verosimilitud perfil en la Inferencia Estadística. 2008: CIMAT.

http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/icascos/esp/vec_alea.pdf

http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/icascos/esp/resumen_vectores.pdf