



## ECUACIONES DIFERENCIALES

### Radiactividad y vida media.

La vida media es una medida de la estabilidad de una sustancia radiactiva. La vida media es simplemente el tiempo que tarda en desintegrarse o transmutar (cambiar) en átomos de otro elemento, la mitad de los átomos de una cantidad dada. Mientras más grande sea la vida media de una sustancia, más estable es está. Por ejemplo, la vida media del radio altamente radiactivo, Ra-226, es de alrededor de 1700 años. En 1700 años la mitad de una determinada cantidad de radio-226 transmuta en radón, Rn-222.

### Problema

El Uranio se descompone a una velocidad proporcional a la cantidad presente. Si inicialmente hay 10 gramos y después de 2 horas se ve que ha desaparecido 5% de su masa original. Hallar:

- a) La ecuación que representa la cantidad restante en cualquier tiempo.
- b) La cantidad de uranio después de 5 horas.

### Solución:

x masa total

t tiempo

k constante de proporcionalidad (o decaimiento)

a)

Variación respecto al tiempo

$$dx / dt = - k x$$

Separamos variables

$$dx / x = - k dt$$

Integramos

$$dx / x = - k dt$$

$$\ln x = - k t + c$$

$$\ln x - \ln c = - k t$$



$$\ln(x/c) = -k t$$

$$e^{\ln(x/c)} = e^{-k t}$$

$$x/c = e^{-k t}$$

Despejamos x

$$X = e^{-k t} C \dots\dots\dots(1)$$

Aplicamos las condiciones:

Cuando  $t = 0$   $x = 10$  entonces

$$10 = e^{-k(0)} C$$

$$10 = C \text{ Sustituimos en (1)}$$

$$X = 10 e^{-k t} \dots\dots\dots(2)$$

Cuando  $t = 2$   $x = 9.5$  entonces

$$9.5 = 10 e^{-k 2}$$

Despejamos a k

$$9.5/10 = e^{-k 2}$$

$$\ln 9.5/10 = \ln e^{-k 2}$$



$$\frac{\ln 9.5/10}{2} = -k$$

$$-k = -.0256$$

Aplicamos en (2)

$$X = 10 e^{-.0256 t} \quad \text{Ecuación de solución para cualquier tiempo.}$$

b)

Para  $t = 5$

$$X = 10 e^{-.0256 (5)} = 8.7809 \text{ gramos.}$$