CAPÍTULO 4

MODELOS DE TRANSPORTE

PROBLEMAS DE TRANSPORTE OBJETIVO

Trasladar recursos desde una fuente hacia un destino minimizando los costos de distribución

Agentes ofertantes = PRODUCTORES, LAS FUENTES.
Agentes demandantes = SOLICITAN LOS RECURSOS, LOS DESTINOS

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

$$F.O.\ \text{Minimizar}\quad z = c_{11}x_{11} + \ldots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + \ldots + c_{2n}x_{2n} + \ldots + c_{m1}x_{m1} + \ldots + c_{mn}x_{mn}$$

$S.A$

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + .. + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + .. + x_{2n} = a_2 \\ \ldots \\ x_{m1} + x_{m2} + .. + x_{mn} = a_m \end{array}\right\} \boxed{\text{Ofertas}}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + .. + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + .. + x_{m2} = b_2 \\ \ldots \\ x_{1n} + x_{2n} + .. + x_{mn} = b_n \end{array}\right\} \boxed{\text{Demandas}}$$

$$\forall x_{ij} \geq 0$$

MATRIZ DE TRANSPORTE

	1	2	...	n	a_i
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}		c_{1n} x_{1n}	a_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}		c_{2n} x_{2n}	a_2
...					
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}		c_{mn} x_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2		b_n	

BALANCEO DEL MODELO

BALANCEADO

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{m} b_j$$

NO BALANCEADO

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

AÑADIR UNA COLUMNA RELLENANDO COSTOS DE CERO Y bj+1 = diferencia de las sumas.

$$\sum_{j=1}^{n} b_i > \sum_{i=1}^{m} a_i$$

AÑADIR UNA FILA RELLENANDO COSTOS DE CERO Y ai+1 = diferencia de las sumas.

ALGORITMOS DE TRANSPORTE

- Contar con un modelo balanceado.

- Los algoritmos de transporte permiten encontrar una solución básica factible (no es el menor costo que se requiere).

TIPOS DE ALGORITMOS

- Método de la esquina Nor-Oeste.
- Método de Vogel.

ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

Paso 1. Formular el problema utilizando el modelo matemático general.

Paso 2. Representar los datos en la matriz de transporte.

Paso 3. Empezar en el extremo superior izquierdo, es decir en la fila 1 columna1 de la matriz de transporte.

Paso 4. Hallar el valor de la variable x_{ij} sabiendo que el valor de la variable i empieza en uno y el valor de la variable j también empieza en uno, para encontrar el valor de la variable x_{ij} se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$x_{ij} = \min(a_i, b_j)$$

ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

Paso 5. Hallar los nuevos de a_i y b_j, utilizando las siguientes fórmulas:

$$a_i = a_i - \min(a_i, b_j)$$

$$b_j = b_j - \min(a_i, b_j)$$

Paso 6. Verificar si se debe avanzar la fila o columna de la matriz de transporte, para ello se deben considerar los siguientes casos:

1. Si el valor de a_i es cero, entonces se debe avanzar a la siguiente fila, es decir: $i+1$
2. Si el valor de b_j es cero, entonces se debe avanzar a la siguiente columna, es decir: $j+1$
3. Si el valor de ambos se convierten en cero, entonces se debe avanzar la fila, es decir: $i+1$ y la columna se debe quedar en el mismo lugar.

ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

Paso 7. Repetir desde el **paso 4** con los valores de i y de j cambiados, dependiendo del caso, hasta llegar a la última fila y última columna de la matriz de transporte.

Paso 8. Hallar el costo de distribución reemplazando en la función objetivo del modelo matemático planteado en el paso1. Este valor será la solución básica factible que se puede encontrar con este método.

EJEMPLO DEL ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

Se tienen 3 empresas que tienen en sus almacenes 10, 20, 15 lotes de productos y se tienen 5 clientes, los cuales están demandando 7, 9, 3, 14 y 12 lotes respectivamente, los costos de distribución (expresados en $us.) desde las empresas hacia los clientes se especifican a continuación:

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5
Empresa 1	10	8	7	9	2
Empresa 2	3	4	2	6	9
Empresa 3	4	2	3	8	6

Determinar el costo total de distribución.

EJEMPLO DEL ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

$F.O.$ Minimizar

$$z = 10x_{11} + 8x_{12} + 7x_{13} + 9x_{14} + 2x_{15} + 3x_{21} + 4x_{22} + 2x_{23} + 6x_{24} + 9x_{25} + 4x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 8x_{34} + 6x_{35}$$

$S.A$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 10$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 20$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 15$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 7$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 9$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 3$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 14$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 12$$
$$\forall x_{ij} \geq 0$$

x_{ij} = Cantidad de productos que se deben enviar desde la Empresa i al cliente j.

EJEMPLO DEL ALGORITMO DE LA ESQUINA NOR - OESTE

	1	2	3	4	5	ai
1	10 7	8 3	7	9	2	~~10~~ ~~3~~ 0
2	3	4 6	2 3	6 11	9	~~20~~ ~~14~~ ~~11~~ 0
3	4	2	3	8 3	6 12	~~15~~ ~~12~~
bj	~~7~~ 0	~~9~~ ~~6~~ 0	~~3~~ 0	~~14~~ ~~3~~ 0	~~12~~	

$x_{11} = 7$ → Se deben enviar 7 productos de la Empresa 1 al cliente 1.

$x_{12} = 3$ → Se deben enviar 3 productos de la Empresa 1 al cliente 2.

$x_{22} = 6$ → Se deben enviar 6 productos de la Empresa 2 al cliente 2.

$x_{23} = 3$ → Se deben enviar 3 productos de la Empresa 2 al cliente 3.

$x_{24} = 11$ → Se deben enviar 11 productos de la Empresa 2 al cliente 4.

$x_{34} = 3$ → Se deben enviar 3 productos de la Empresa 3 al cliente 4.

$x_{35} = 12$ → Se deben enviar 12 productos de la Empresa 3 al cliente 5.

$$z = 10x_{11} + 8x_{12} + 4x_{22} + 2x_{23} + 6x_{24} + 8x_{34} + 6x_{35}$$

$$z = 70 + 24 + 24 + 6 + 66 + 24 + 72$$

$$z = 286 \quad \$us.$$

ALGORITMO DE VOGEL

Paso 1. Formular el problema utilizando el modelo matemático general.

Paso 2. Representar los datos en la matriz de transporte.

Paso 3. Calcular las diferencias de los 2 costos más pequeños para todas las filas y columnas.

Paso 4. Hallar el mayor valor de todas las diferencias encontradas en el paso 3, esta posición determinará la fila o columna de la variable que será calculada.

Paso 5. De la fila o columna que tenga la mayor diferencia, se debe buscar dentro de ella, al menor costo, en función a este valor y al valor encontrado en el paso 4 se tendrá la posición de la variable que será calculada.

ALGORITMO DE VOGEL

Paso 6. Hallar el valor de x_{ij} utilizando la siguiente fórmula:

$$x_{ij} = \min(a_i, b_j)$$

Paso 7. Hallar los nuevos de a_i y b_j, utilizando las siguientes fórmulas:

$$a_i = a_i - \min(a_i, b_j)$$

$$b_j = b_j - \min(a_i, b_j)$$

Paso 8. Verificar si se debe borrar la fila o la columna de la matriz de transporte, para ello se deben considerar los siguientes casos:

1. Si el valor de a_i es cero, entonces se debe borrar la fila.
2. Si el valor de b_j es cero, entonces se debe borrar la columna.
3. Si el valor de ambos se convierten en cero, solamente borrar la fila.

Paso 9. Repetir desde el paso 3 con la matriz reducida en fila o columna, hasta llegar a una matriz de 1x1, ese decir que tenga una fila y una columna.

Paso 10. Hallar el costo de distribución reemplazando en la función objetivo del modelo matemático planteado en el paso1. Este valor será la solución básica factible que se puede encontrar con este método.

ALGORITMO DE VOGEL

La solución para el primer ejercicio usando el método de Vogel es:

	1	2	3	4	5
1	10	8	7	9	2 / 10
2	3 / 3	4	2 / 3	6 / 14	9
3	4 / 4	2 / 9	3	8	6 / 2

$x_{15} = 10$ → Se deben enviar 10 productos de la Empresa 1 al cliente 5.

$x_{35} = 2$ → Se deben enviar 2 productos de la Empresa 3 al cliente 5.

$x_{32} = 9$ → Se deben enviar 9 productos de la Empresa 3 al cliente 2.

$x_{24} = 14$ → Se deben enviar 14 productos de la Empresa 2 al cliente 4.

$x_{23} = 3$ → Se deben enviar 3 productos de la Empresa 2 al cliente 3.

$x_{31} = 4$ → Se deben enviar 4 productos de la Empresa 3 al cliente 1.

$x_{21} = 3$ → Se deben enviar 3 productos de la Empresa 2 al cliente 1.

$$z = 2x_{15} + 3x_{21} + 2x_{23} + 6x_{24} + 4x_{31} + 2x_{32} + 6x_{35}$$

$$z = 20 + 9 + 6 + 84 + 16 + 18 + 12$$

$$z = 165 \ \ \$us.$$