CAMBIOS EN LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

Paso 1. Hallar la formulación primal del problema.

Paso 2. Obtener la tabla óptima

Paso 3. Realizar la formulación del nuevo problema

$$\begin{aligned} &F.O \quad MAX \quad Z = CX \\ &S.A \quad \hat{A}x_j \leq b \\ &\qquad\quad \forall x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Donde en la matriz $\hat{A}$, se reemplazan los valores de una sus columnas, con los nuevos datos que se quieren probar y el resto permanecen sin cambio, la columna de la variable que será modificada corresponde a una variable básica.(que está en la tabla óptima)

Paso 4. Calcular el nuevo valor para la fila de Z que pertenece a la columna j utilizando la siguiente fórmula:

$$\hat{z}_j - \hat{c}_j = C_B B^{-1} \hat{a}_j - c_j$$

donde:

$c_j =$ Costo de la columna j del vector de costos totales (C).

$\hat{a}_j =$ Valores con los cuales se cambia la columna j de la matriz A.

CAMBIOS EN LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

Paso 5. Calcular el valor de:

$$\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$$

Luego llevar los nuevos resultados a la tabla óptima y reemplazar en toda la columna j analizada (cambiar la fila de z y el de las restricciones con los valores calculados) y finalmente CORREGIR EL PIVOTE y aplicar el **método simplex o el método dual simplex si es necesario en base a los resultados obtenidos.**

EJEMPLO: MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

$$F.O \quad MAX \quad z = 5x_1 + 3x_2$$

$$S.A$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$\forall x_i \geq 0$$

La tabla óptima para el problema original es la siguiente:

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	$5/19$	$16/19$	$235/19$
x_2	0	0	1	$5/19$	$-3/19$	$45/19$
x_1	0	1	0	$-2/19$	$5/19$	$20/19$

Realizar el análisis para: $\hat{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

EJEMPLO: MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

$$F.O \quad MAX \quad z = 5x_1 + 3x_2$$

$$S.A$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$\forall x_i \geq 0$$

Calculando el nuevo valor para la primera columna de z, se tiene lo siguiente:

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = C_B B^{-1} \hat{a}_1 - c_1$$

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = \left(5/19 \quad 16/19 \right) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - 5$$

$$\boxed{\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = -37/19}$$

EJEMPLO: MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

Al verificar el resultado obtenido, podemos ver que este es negativo, por tanto se continúa con el siguiente paso que pido realizar el cálculo de:

$$\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$$

$$\hat{y}_j = \begin{pmatrix} 5/19 & -3/19 \\ -2/19 & 5/19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_j = \begin{pmatrix} 1/19 \\ 11/19 \end{pmatrix}$$

Llevando todos los resultados obtenidos a la tabla óptima se tiene lo siguiente:

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	–37/19	0	5/19	16/19	235/19
x_2	0	1/19	1	5/19	– 3/19	45/19
x_1	0	11/19	0	– 2/19	5/19	20/19
Z	1	0	0	– 1/11	19/11	175/11
x_2	0	0	1	3/11	– 2/11	25/11
x_1	0	1	0	– 2/11	5/11	20/11
Z	1	0	1/3	0	5/3	50/3
h_1	0	0	11/3	1	– 2/3	25/3
x_1	0	1	2/3	0	1/3	10/3

EJEMPLO: MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE BASICA

SOLUCION ÓPTIMA FACTIBLE

$$\boxed{\begin{array}{l} z^* = 50/3 \\ x_1^* = 10/3 \\ x_2^* = 0 \end{array}}$$

Interpretación del resultado

Si se comparan la solución inicial y la nueva solución se puede decir: que el beneficio de 12.37 unidades monetarias sufre un aumento de **34.75%** sobre la utilidad de la solución inicial, en función a esto se puede decir que cambiar los recursos utilizados para el primer producto influyen significativamente en los ingresos de la empresa, por tanto este cambio sería conveniente para la entidad.

CAMBIOS EN LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE NO BASICA

Paso 1. Hallar la formulación primal del problema.

Paso 2. Obtener la tabla óptima

Paso 3. Realizar la formulación del nuevo problema

$$\begin{aligned} &F.O \quad MAX \quad Z = CX \\ &S.A \qquad \hat{A}x_j \leq b \\ &\qquad\qquad \forall x_i \geq 0 \end{aligned}$$

El cambio se realiza para una variable que no haya ingresado a la tabla óptima

Paso 4. Calcular el nuevo valor para la fila de Z que pertenece a la columna j utilizando la siguiente fórmula:

$$\hat{z}_j - \hat{c}_j = C_B B^{-1} \hat{a}_j - c_j$$

CAMBIOS EN LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE NO BASICA

Paso 5. Verificar :

- Si el resultado del paso 4 es positivo o cero, entonces los resultados de la tabla óptima no cambian y se mantienen los mismos.

- Si el resultado es negativo se debe:

Calcular el valor de:

$$\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$$

Y al final se debe reemplazar en la tabla óptima todos los resultados del paso 4 y 5 para aplicar el método simplex sabiendo que la columna del pivote es la columna "j"

EJEMPLO: LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE NO BASICA

$$F.O \quad MAX \quad z = 3x_1 + 5x_2$$

$$S.A$$

$$-2x_1 \leq 4$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$\forall x_i \geq 0$$

La tabla óptima para el problema original es la siguiente:

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	9/2	0	0	5/2	45
h_1	0	-2	0	1	0	4
x_2	0	3/2	1	0	1/2	9

Realizar el análisis para: $\hat{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

EJEMPLO: LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE NO BASICA

La nueva formulación será:

$$
\begin{array}{llll}
F.O & MAX & & z = 3x_1 + 5x_2 \\
S.A & & & \\
& & 4x_1 & \leq 4 \\
& & x_1 + 2x_2 & \leq 18 \\
& & \forall x_i \geq 0 &
\end{array}
$$

Calculando el nuevo valor para la primera columna de z, se tiene lo siguiente:

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = C_B B^{-1} \hat{a}_2 - c_2$$

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 5/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} - 3$$

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = -1/2$$

Al ser un valor negativo se debe calcular:

$$\hat{y}_j = B^{-1} \hat{a}_j$$

$$\hat{y}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

EJEMPLO: LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNOLOGICOS PARA VARIABLE NO BASICA

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	-1/2	0	0	5/2	45
h_1	0	$\boxed{4}$	0	1	0	4
x_2	0	1/2	1	0	1/2	9
Z	1	0	0	1/8	5/2	91/2
x_1	0	1	0	1/4	0	1
x_2	0	0	1	-1/8	1/2	17/2

SOLUCION ÓPTIMA FACTIBLE

$$z^* = 91/2$$
$$x_1^* = 1$$
$$x_2^* = 17/2$$

Interpretación del resultado

Si se comparan la solución inicial y la nueva solución se puede decir: que el beneficio aumenta en un **1,11%,** y se tienen resultados para ambas variables con cantidades iguales a 1 para la primera variable y 8.5 para la segunda variable, si se comparan con la solución inicial se puede decir que solamente se tenía valor para la segunda variable en cambio en esta opción se generan resultados para ambas variables y se puede concluir que en esta alternativa la producción de diversifica y existe un pequeño porcentaje de aumento lo que resulta conveniente desde el punto de vista de aumentar los beneficios.

ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

Paso 1. Hallar la formulación primal del problema.

Paso 2. Obtener la tabla óptima

Paso 3. Realizar la formulación del nuevo problema, agregando la nueva restricción planteada.

$$F.O \quad MAX \quad Z = CX$$

$$S.A \qquad Ax_j \leq b$$

$$\sum a_{ij} x_{n+1} \leq b_{m+1}$$

$$\forall x_i \geq 0$$

ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

Paso 4. Verificar:

Reemplazar las soluciones de las variables básicas en la nueva restricción:

- Si la restricción cumple la desigualdad entonces la solución inicial de la tabla optima continua siendo óptima.
- Si no cumple con la desigualdad entonces:
  - Llevar los coeficientes a la tabla optima aumentando una fila en la tabla y una columna para la variable de holgura que se debe aumentar para la nueva restricción.
  - Luego corregir la columna o columnas pivote y si existen negativos en el lado derecho aplicar el **método dual simplex.**

EJEMPLO:ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

$$F.O \quad MAX \quad z = x_1 + 3x_2$$

$$S.A$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$\forall x_i \geq 0$$

La tabla óptima para el problema original es la siguiente:

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	5/3	2/3	14
x_1	0	1	0	2/3	$-$1/3	2
x_2	0	0	1	1/3	1/3	4

Realizar el análisis para: $3x_1 + 4x_2 \leq 3$

EJEMPLO:ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

La nueva formulación será:

$$F.O \quad MAX \qquad z = x_1 + 3x_2$$

$$S.A$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 3$$

$$\forall x_i \geq 0$$

Reemplazando en: $3x_1 + 4x_2 \leq 3$ los valores de x_1 y x_2 de la tabla optima, se tiene que 18 no es menor ni igual a 3, por tanto se copian los coeficientes de la nueva restricción en la tabla optima:

EJEMPLO:ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	h_3	LD
Z	1	0	0	$5/3$	$2/3$	0	14
x_1	0	1	0	$2/3$	$-1/3$	0	2
x_2	0	0	1	$1/3$	$1/3$	0	4
h_3	0	3	4	0	0	1	3
Z	1	0	0	$5/3$	$2/3$	0	14
x_1	0	1	0	$2/3$	$-1/3$	0	2
x_2	0	0	1	$1/3$	$1/3$	0	4
h_3	0	0	4	-2	1	1	-3
Z	1	0	0	$5/3$	$2/3$	0	14
x_1	0	1	0	$2/3$	$-1/3$	0	2
x_2	0	0	1	$1/3$	$1/3$	0	4
h_3	0	0	0	$-10/3$	$-1/3$	1	-19
Z	1	0	0	0	$1/2$	$1/2$	$9/2$
x_1	0	1	0	0	$-2/5$	$1/5$	$-9/5$
x_2	0	0	1	0	$3/10$	$1/10$	$21/10$
h_1	0	0	0	1	$1/10$	$-3/10$	$57/10$
Z	1	$5/4$	0	0	0	$3/4$	$9/4$
h_2	0	$-5/2$	0	0	1	$-1/2$	$9/2$
x_2	0	$3/4$	1	0	0	$1/4$	$3/4$
h_1	0	$1/4$	0	1	0	$-1/4$	$21/4$

EJEMPLO:ADICION DE UNA NUEVA RESTRICCION

SOLUCION ÓPTIMA FACTIBLE

$$\boxed{\begin{array}{l} z^* = \frac{9}{4} \\ x_1{}^* = 0 \\ x_2{}^* = \frac{3}{4} \end{array}}$$

Interpretación del resultado

Si se comparan la solución inicial y la nueva solución se puede decir: que el beneficio de 2.25 unidades monetarias obtenidas ocasiona una disminución del **83.93%** sobre la utilidad de la solución inicial, es decir que agregar la nueva restricción en el problema ocasiona pérdidas en el beneficio total y se tiene que producir un solo producto, por tanto se pierde la diversidad de producción lo cual no resulta ventajoso para la organización.

ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

Paso 1. Hallar la formulación primal del problema.

Paso 2. Obtener la tabla óptima

Paso 3. Realizar la formulación del nuevo problema, agregando la nueva VARIABLE.

$$
\begin{aligned}
&F.O \quad MAX \quad Z = CX \\
&S.A \quad Ax_j \leq b \\
&\forall x_i \geq 0
\end{aligned}
$$

Se debe agregar un nuevo valor para la función objetivo y se debe agregar una nueva columna en la matriz de coeficientes tecnológicos.

Paso 4. Calcular el valor de:

$$\hat{z}_j - \hat{c}_j = C_B B^{-1} \hat{a}_j - c_j$$

donde :

$c_j =$ Costo de la columna j del nuevo valor agregado

$\hat{a}_j =$ Valores que se añaden en la columna j de la matriz A.

ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

Paso 5. Verificar:

Si el resultado es positivo: la solución inicial continúa siendo óptima.
Si el resultado es negativo entonces:

- Calcular:

$$\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$$

- Reemplazar en la tabla óptima los valores calculados para $\hat{z}_j - \hat{c}_j$ y para $\hat{y}_j$ y aplicar el método simplex.

EJEMPLO: ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

$$F.O \quad MAX \quad z = x_1 + 3x_2$$

$S.A$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$\forall x_i \geq 0$$

La tabla óptima para el problema original es la siguiente:

	Z	x_1	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	5/3	2/3	14
x_1	0	1	0	2/3	– 1/3	2
x_2	0	0	1	1/3	1/3	4

Realizar el análisis para:

Se agrega la variable x_3 con los coeficientes: 12 para la función objetivo y los valores de 2 y 4 para la columna de la matriz de los coeficientes tecnológicos.

EJEMPLO: ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

La nueva formulación será:

$$F.O \quad MAX \quad z = x_1 + 3x_2 + 12x_3$$

$$S.A$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 6$$

$$\forall x_i \geq 0$$

$$\hat{z}_j - \hat{c}_j = C_B B^{-1} \hat{a}_j - c_j$$

$$\hat{z}_3 - \hat{c}_3 = C_B B^{-1} \hat{a}_3 - c_3$$

$$\hat{z}_3 - \hat{c}_3 = \begin{pmatrix} 5/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - 12$$

$$\boxed{\hat{z}_3 - \hat{c}_3 = -6}$$

EJEMPLO: ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

Como es negativo se debe calcular: $\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$

$$\hat{y}_j = B^{-1}\hat{a}_j$$

$$\hat{y}_j = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

	Z	x_1	x_2	x_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	-6	$5/3$	$2/3$	14
x_1	0	1	0	0	$2/3$	$-1/3$	2
x_2	0	0	1	2	$1/3$	$1/3$	4
Z	1	0	3	0	$8/3$	$5/3$	26
x_1	0	1	0	0	$2/3$	$-1/3$	2
x_3	0	0	$1/2$	1	$1/6$	$1/6$	2

EJEMPLO: ADICION DE UNA NUEVA VARIABLE

SOLUCION ÓPTIMA FACTIBLE

$$\boxed{\begin{array}{l} z^* = 26 \\ x_1^* = 2 \\ x_2^* = 0 \\ x_3^* = 2 \end{array}}$$

<u>Interpretación del resultado</u>

Al incrementarse una nueva variable, se tiene producción para la primera variable y para la nueva variable agregada, se pierde la producción de la 2da variable, pero a pesar de ello el beneficio total esperado aumenta en un 85,71%, por tanto agregar una nueva variable permite mejorar la situación de la empresa ya que le brinda mayores ganancias lo cual resulta ventajoso para la organización.