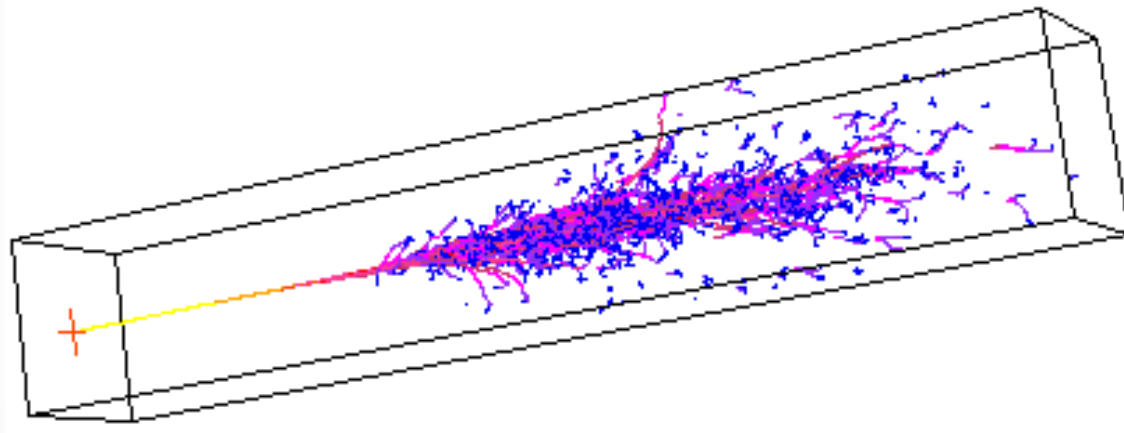


Projeto de Física Computacional

- Simulação de um chuveiro Eletromagnético produzido por um fóton



Física Computacional
MEFT 2016/2017
Professor Fernando Barão

Projeto realizado por:

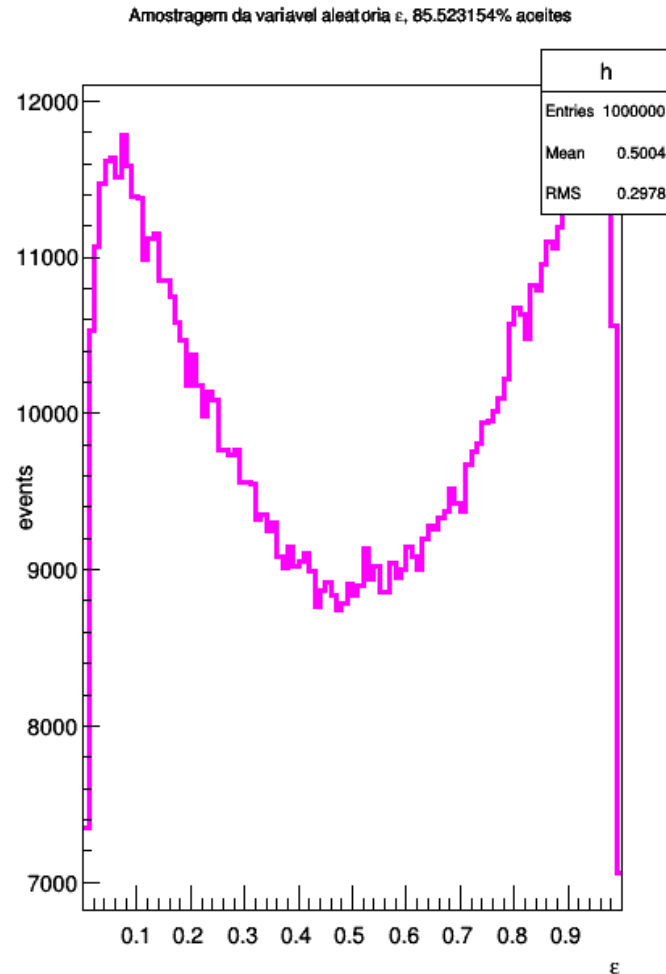
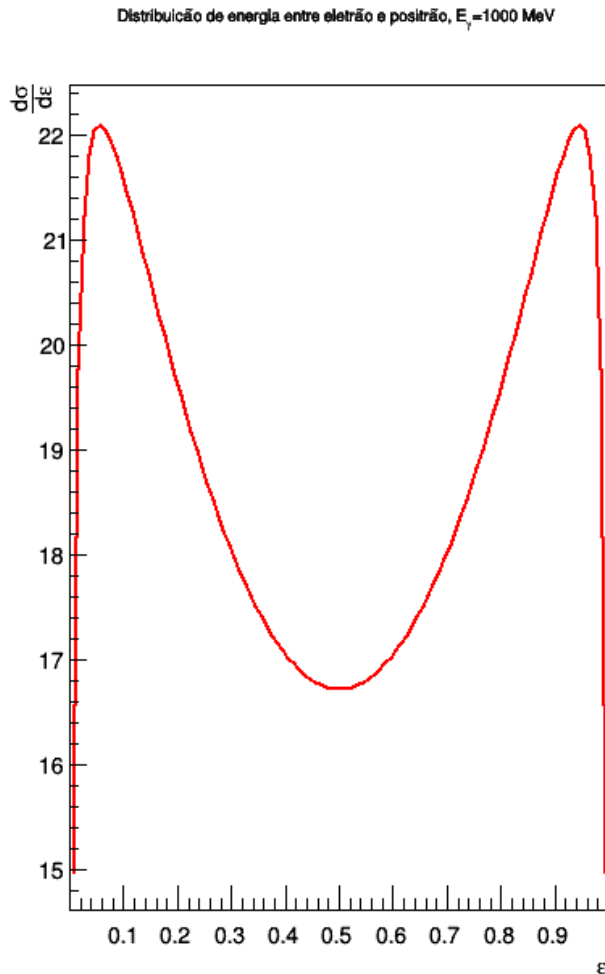
- Rafael Boto n° 84417
- Vânia Nunes n° 85235

Estrutura do código em C++

Principais partes constituintes do código:

- Classe “Particle”: onde se encontram as características da partícula mais relevantes para o trabalho em questão;
- Classe “Formula”: aqui encontram-se os algoritmos para o cálculo dos ângulos das partículas formadas nas 3 possíveis interações e para o cálculo das probabilidades da sua ocorrência, bem como a perda de energia devido a colisões inelásticas no material.
- Classe “Propagator”: inclui a “Particle” e a “Formula” e onde é feita a propagação de cada partícula após a ocorrência de uma das três interações: produção de pares, radiação de energia pelo elétron/positrão e aniquilação deste último.
- Representação gráfica da cascata eletromagnética a 3D e histogramas: são desenhadas as trajetórias das partículas que se vão formando até que a energia mínima ($W_c = 50$ eV) seja atingida e estas deixem de ser consideradas na simulação.

Produção de pares

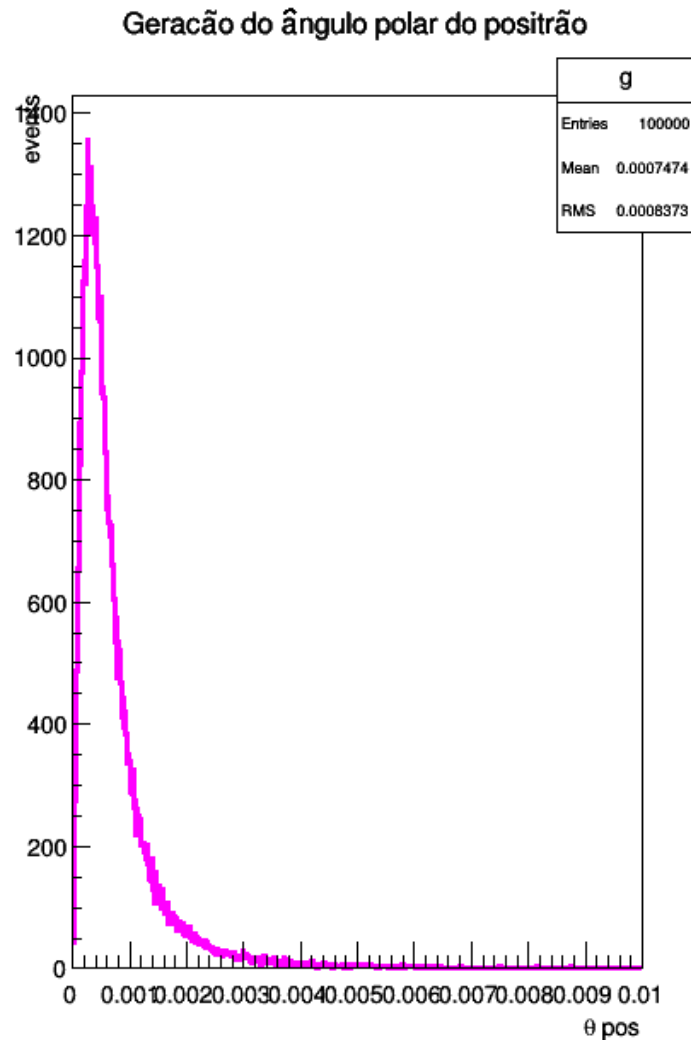
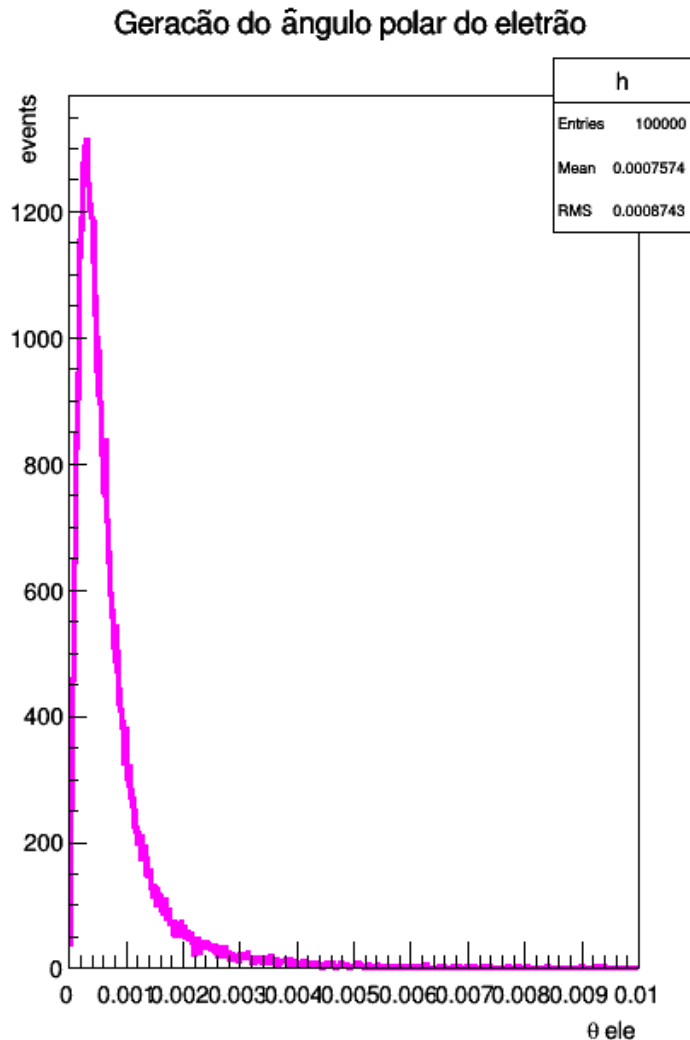


O λ_{int} desta interação acontecer é de 11.4376 cm .

A geração da energia cinética do eletrão é obtida através da geração de números aleatórios que reproduzam a distribuição da quantidade ε . Verifica-se que quanto menores os valores de secção eficaz de energia do fotão mais equitativa a distribuição de energia entre eletrão e positrão.

Como a função que permite conhecer a secção eficaz diferencial (*Bethe ae Heitler*) deforma-se bastante com a variação de energia e o tipo de material em que o fotão se propaga, recorreu-se à forma mais simples de aceitação-rejeição. No entanto, a sua eficiência revelou-se elevada (acima à direita).

Distribuição angular



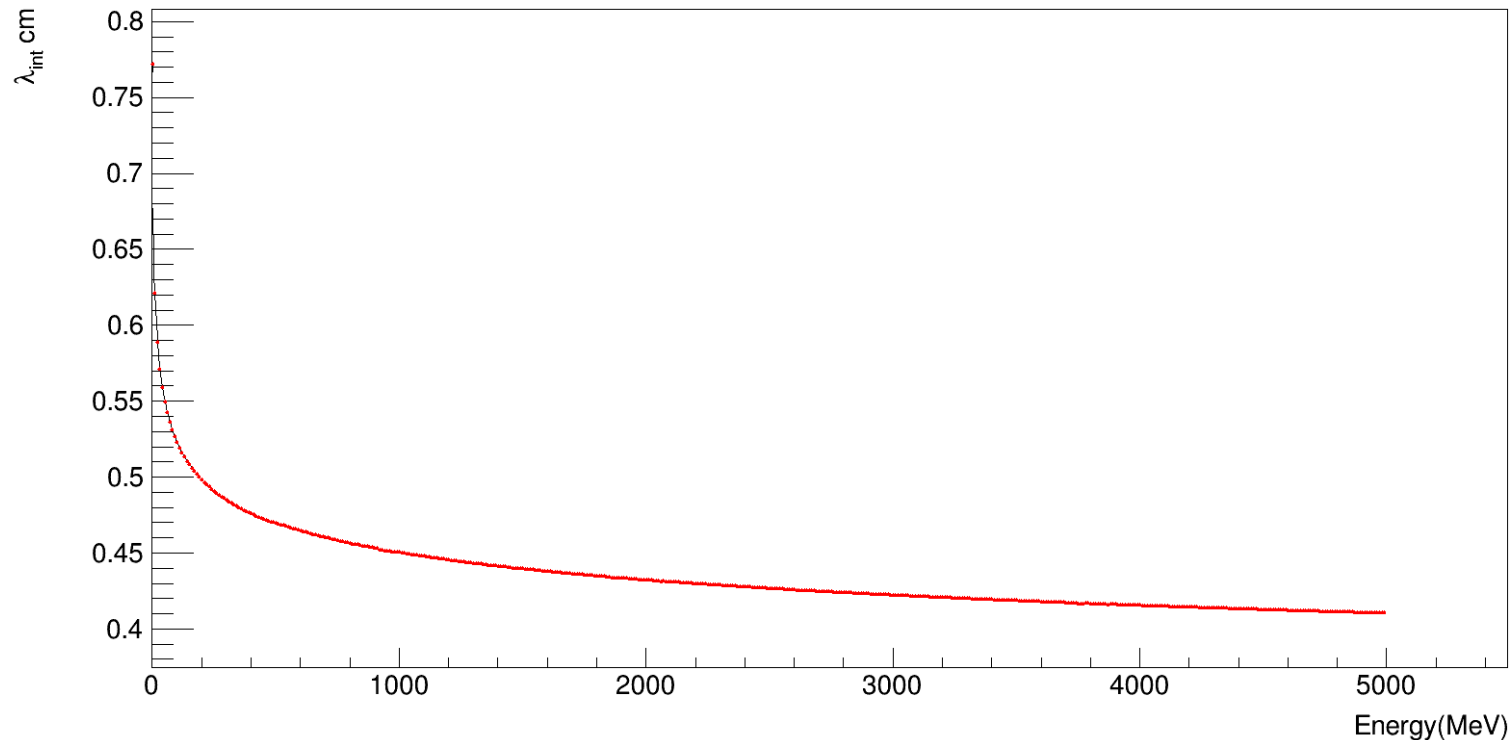
$$k_{norm} = \frac{(\beta^2 - 1)}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{-\beta y + k_{norm} + y}{k_{norm} - \beta y(\beta - 1)}$$

Na produção de pares, para o calculo dos ângulos do eletrão e do positrão, dada a função de distribuição e a simplicidade da mesma, recorreu-se a geração de variáveis aleatórias usando a transformada da inversa.

Radiação de Bremsstrahlung

λ_{int} no efeito de bremsstrahlung (Alumínio)



Através da observação do gráfico, concluí-se que, no alumínio, a distância média percorrida pelo eletrão/positrão até que ocorra libertação de um fóton (radiação de Bremsstrahlung) se mantém aproximadamente constante com a diminuição da energia. Esta interação ocorre em grande escala

Acc-rej com função racional:

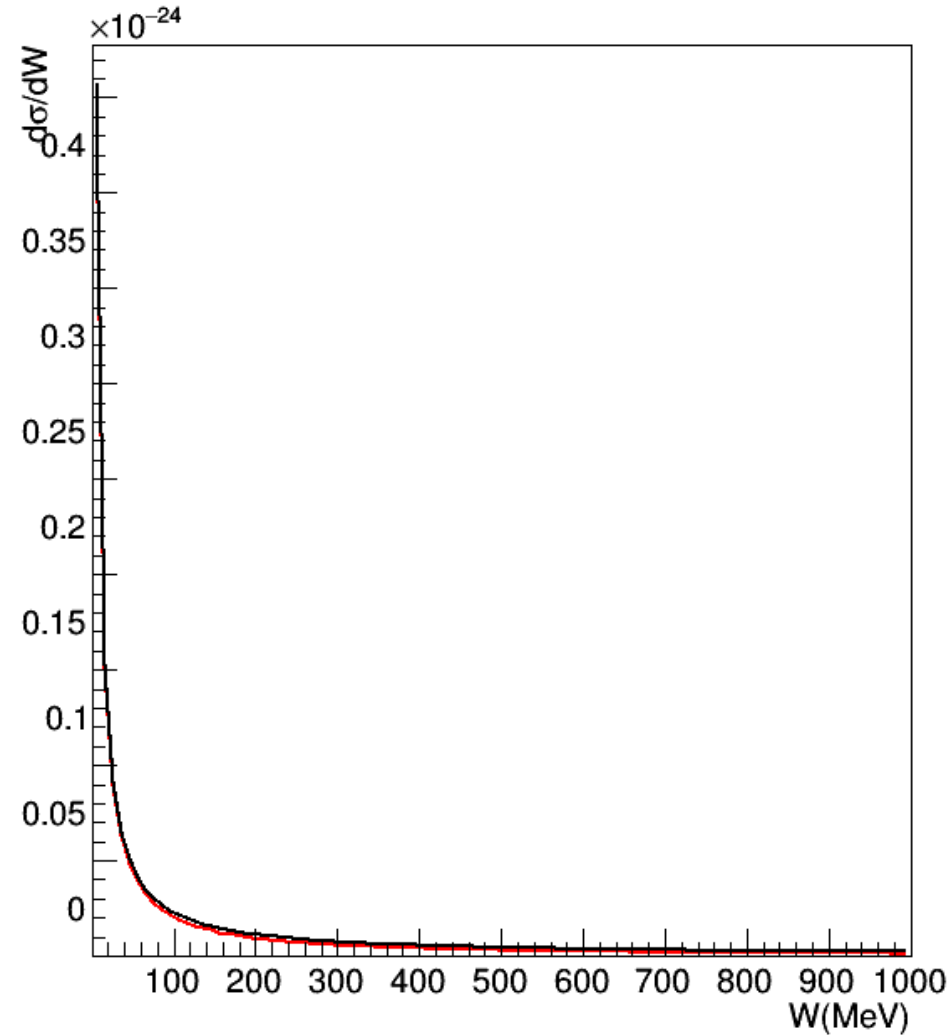
$$\frac{A}{x} = W_c \frac{d\sigma}{dW} (W_c)$$

Inversa

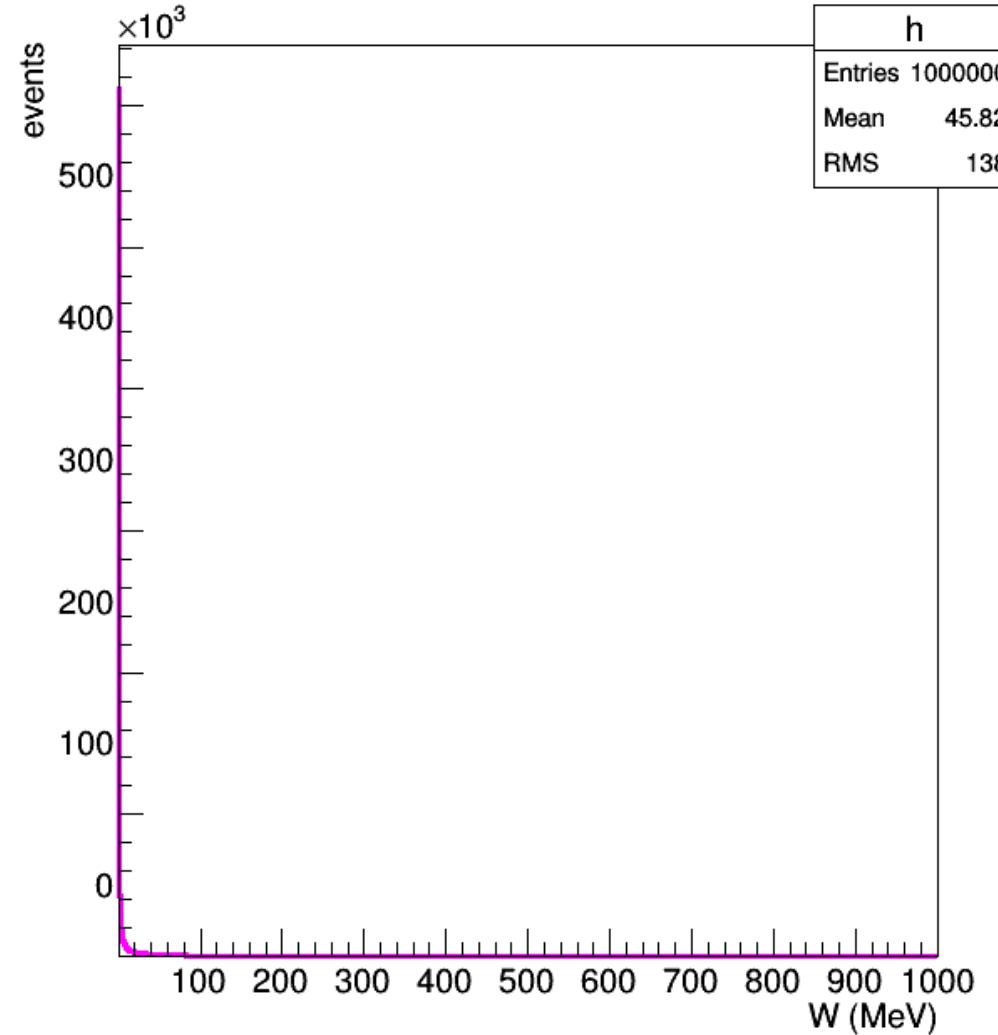
$$x_r = W_c \left(\frac{E}{W_c} \right)^y$$

Energia

Bremsstrahlung (red exata, preto aux) E=1 GeV



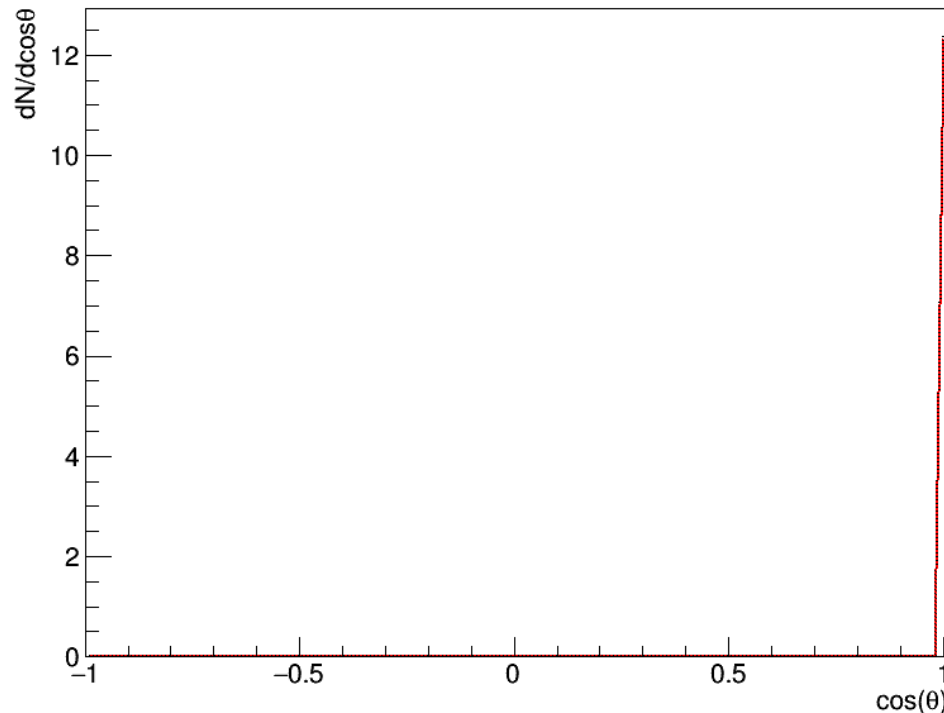
Amostragem da variável aleatória W, 96.131292% aceites



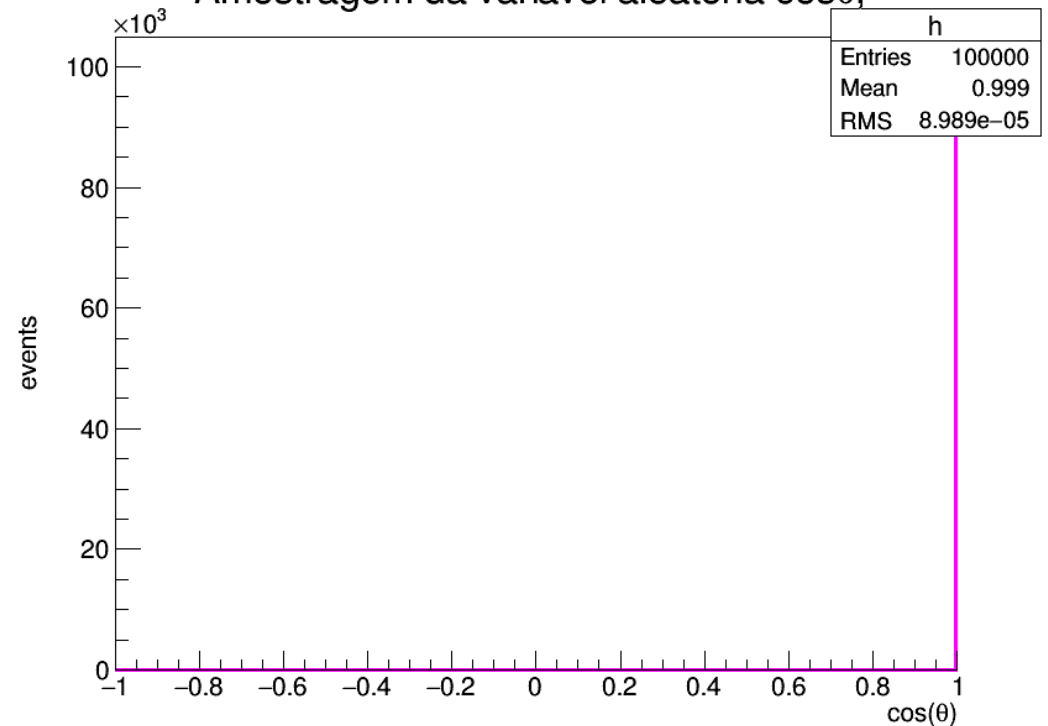
A energia do fóton ejetado (W) foi assim amostrada usando a distribuição representada no gráfico acima (esquerda). A função auxiliar utilizada (a preto) provou corresponder a uma eficiência elevada (Vide acima, à direita).

Distribuição angular

Distribuição angular bremsstrahlung (red exata, preto aux), E=1 GeV



Amostragem da variável aleatória $\cos\theta$,



De forma a calcular o ângulo do fóton resultante da interação de bremsstrahlung, foi gerado aleatoriamente $\cos(\theta)$ segundo uma função de distribuição. Pelos gráficos é visível que maioritariamente os fótons formam ângulos bastante pequenos com a direção inicial de movimento.

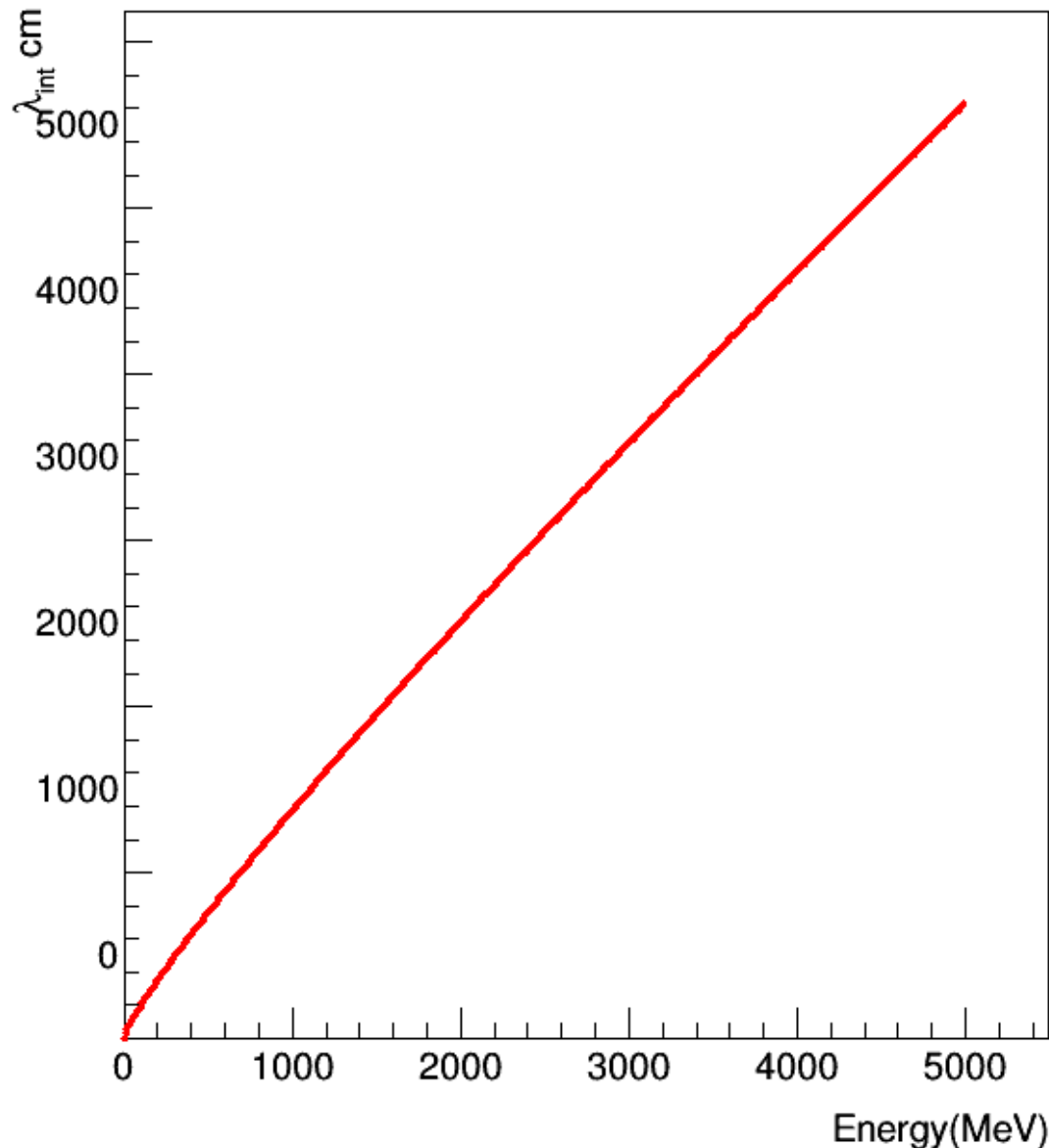
$$1 + \left(\frac{\cos\theta - \beta}{1 - \beta\cos\theta} \right)^2 \leq 2$$

$$\text{Acc/Rej} \rightarrow \frac{2C}{(1 - \beta\cos\theta)^2}$$

$$C = \frac{3}{16\pi} \left(\frac{m_e c^2}{E + m_e c^2} \right)^2$$

Aniquilação de positroes

λ_{int} na aniquilacao de positroes (Aluminio)



Através da observação do gráfico, conclui-se que, no alumínio, a distância percorrida pelo positrão até que colida com um elétron do meio (aniquilação) cresce com a energia.

Este tipo de interação ocorre muito menos que a de bremsstrahlung apresentada anteriormente.

$$\frac{d\sigma_{ann}}{du} = \frac{\pi r_e^2}{(\gamma + 1)(\gamma^2 - 1)} [S(u) + S(1 - u)]$$

- $S(u) = -(\gamma + 1)^2 + (\gamma^2 + 4\gamma + 1) \frac{1}{u} - \frac{1}{u^2}$
- $\gamma = 1 + \frac{E}{m_e c^2}$

Acc-rej com função racional:

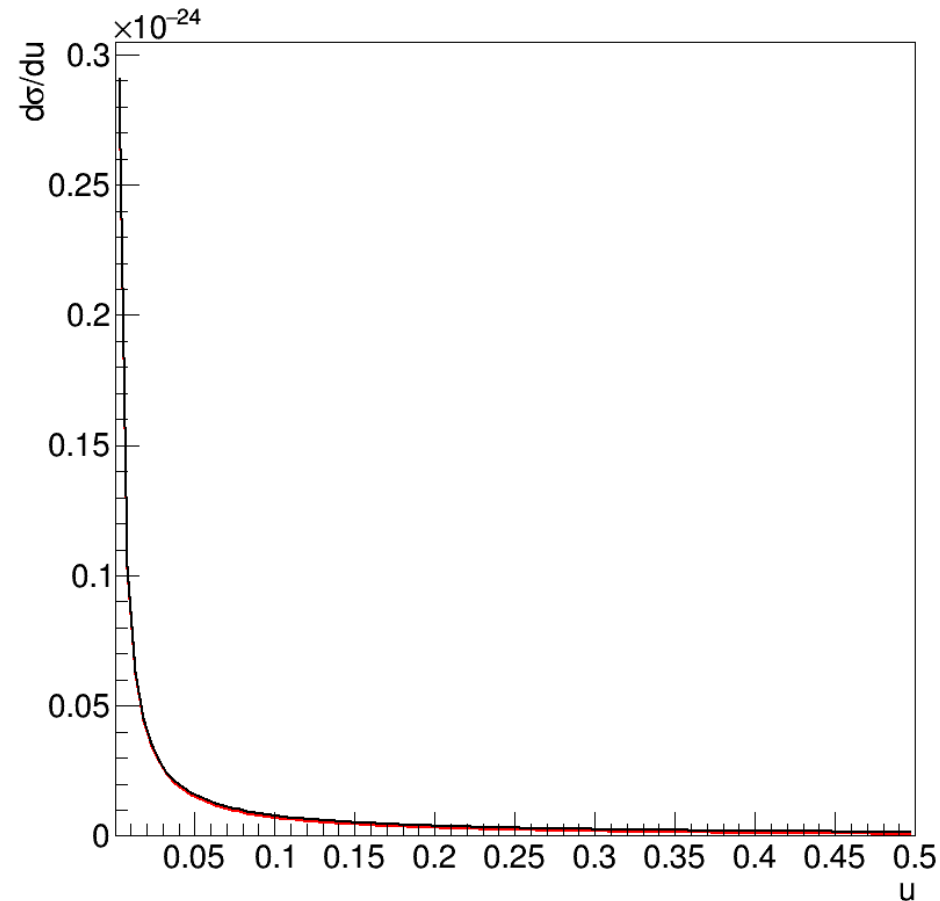
$$\frac{A}{x} \quad A = u_{min} \frac{d\sigma}{du}(u_{min})$$

Inversa

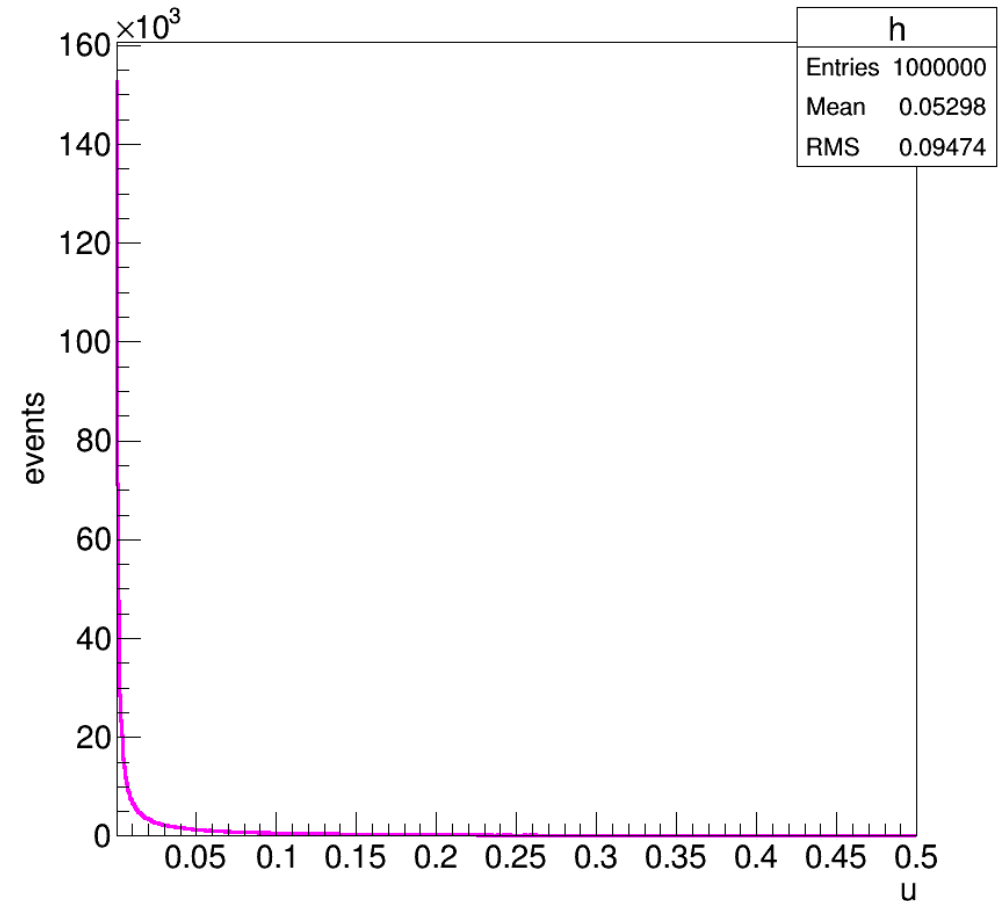
$$x_r = u_{min} \left(\frac{u_{max}}{u_{min}} \right)^y$$

Energia

Aniquilação (red exata, preto aux) E=1 GeV



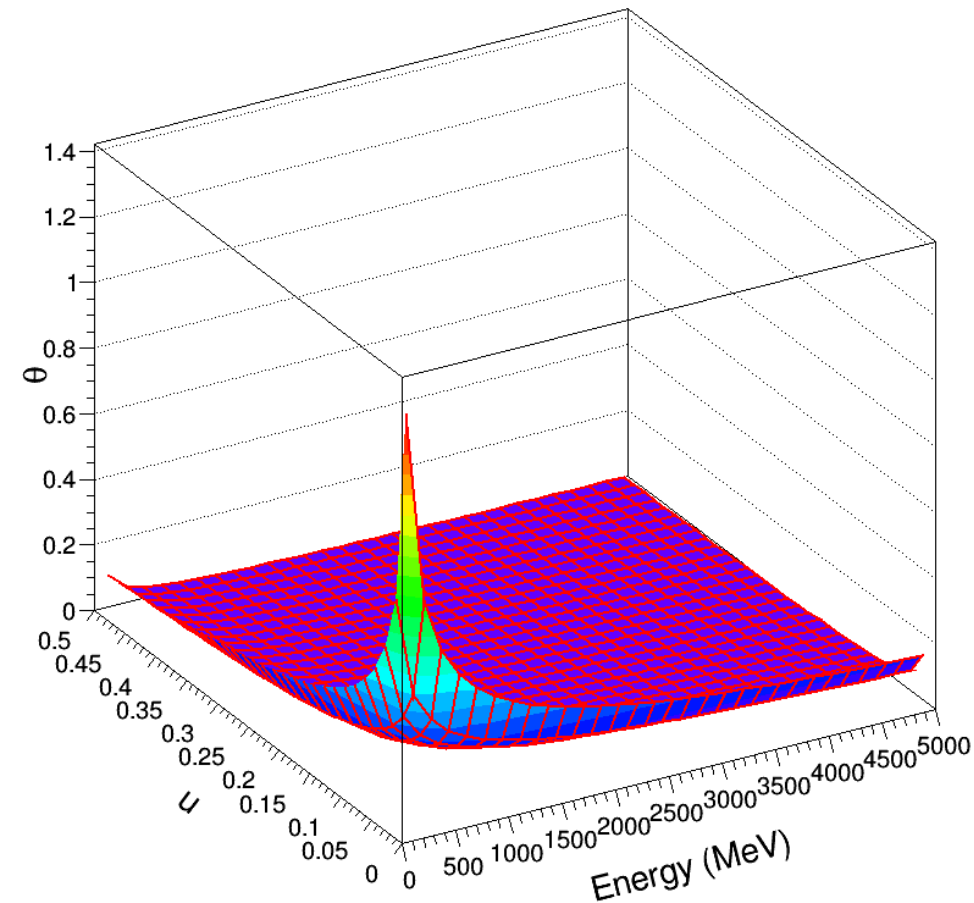
Amostragem da variável aleatória u , 93.474892% aceites



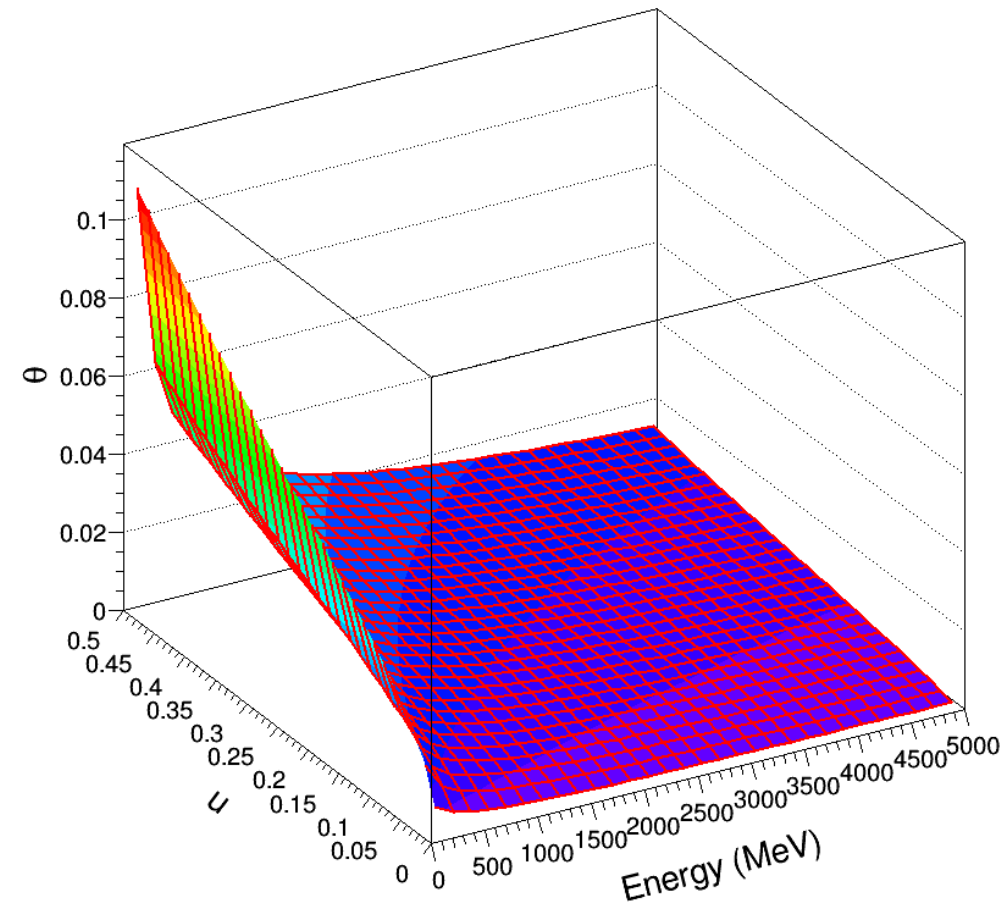
Na aniquilação de positrões formam-se dois fótons, um mais energético e outro menos. Um valor menor da quantidade u representa uma maior dísparidade das suas energias. A quantidade u foi assim amostrada usando a distribuição representada no gráfico acima (esquerda) a vermelho.

Distribuição angular

Aniquilação de fóton menos energético: ângulo 1



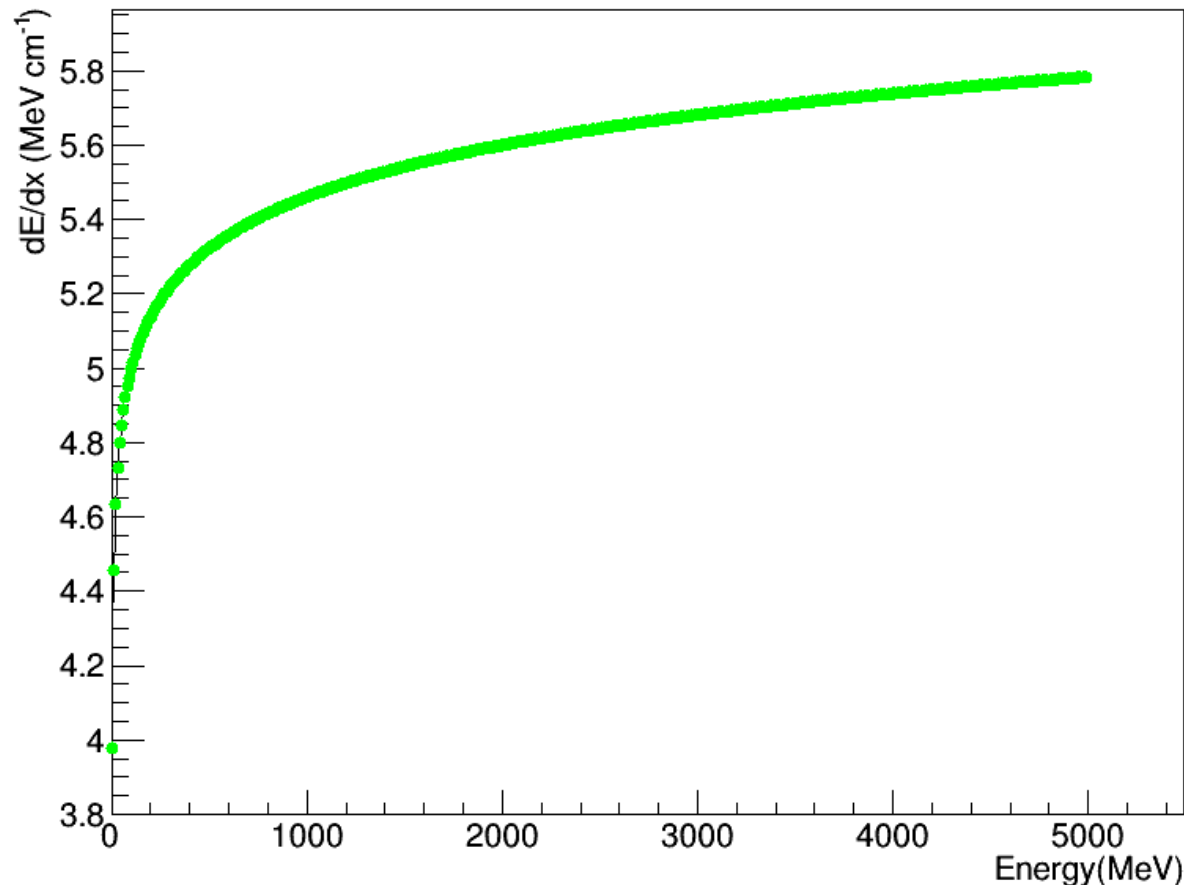
Aniquilação de fóton mais energético: ângulo 2



Nos gráficos acima apresenta-se a variação do ângulo em função da energia de cada fóton e da quantidade u . Verifica-se que o ângulo 2 aumenta com a quantidade u , opostamente ao ângulo 1 e que ambos diminuem com o aumento da energia.

Perda de energia de elétrons e positrões

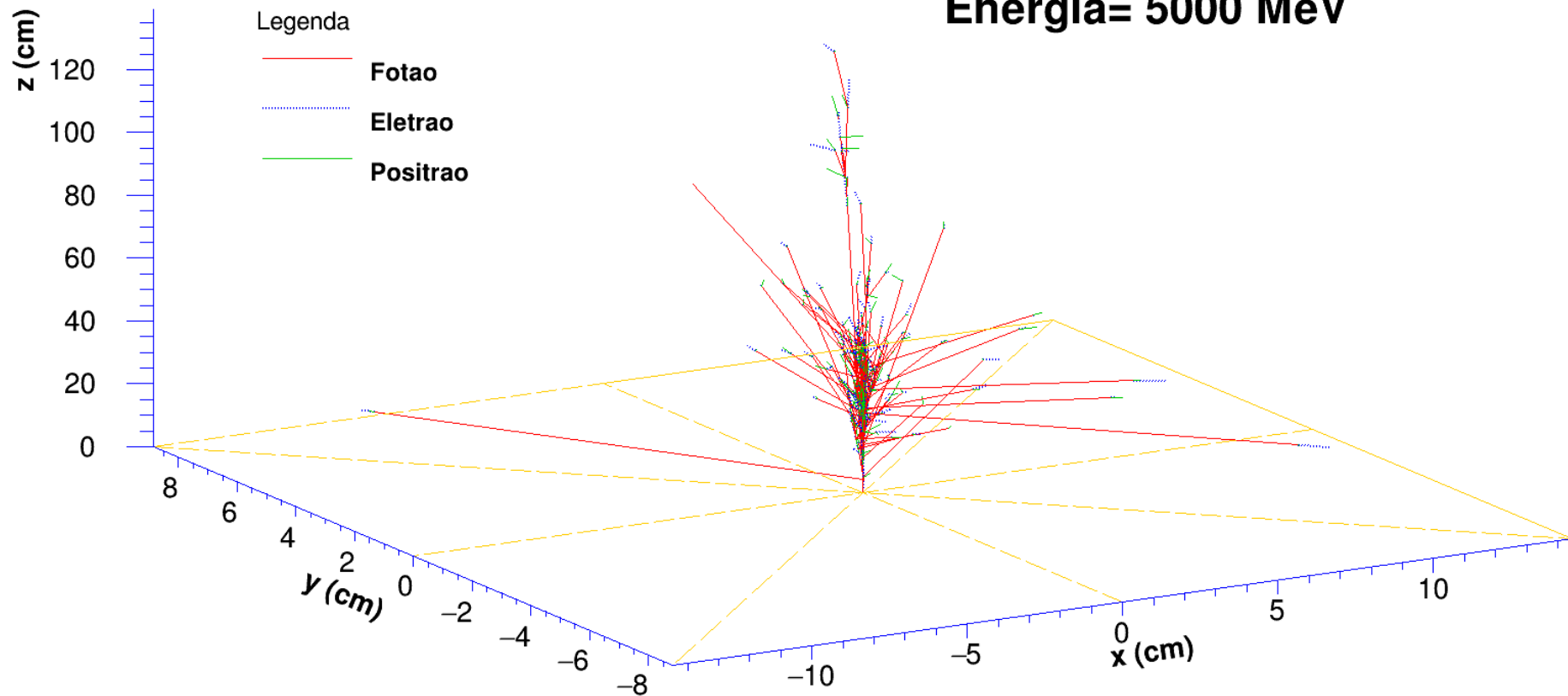
Perda de energia de electrões e positrões



Ao atravessar um meio material, positrões e elétrons sofrem colisões inelásticas, causando excitação eletrónica e ionização do meio. Observa-se que à medida que a energia da partícula aumenta, maior a perda de energia por unidade de comprimento.

Resultados

Cascata eletromagnetica no aluminio Energia= 5000 MeV



$$\langle R_M \rangle = X_0 \frac{E_s}{E_c}, \quad E_s \approx 21 \text{ MeV}$$

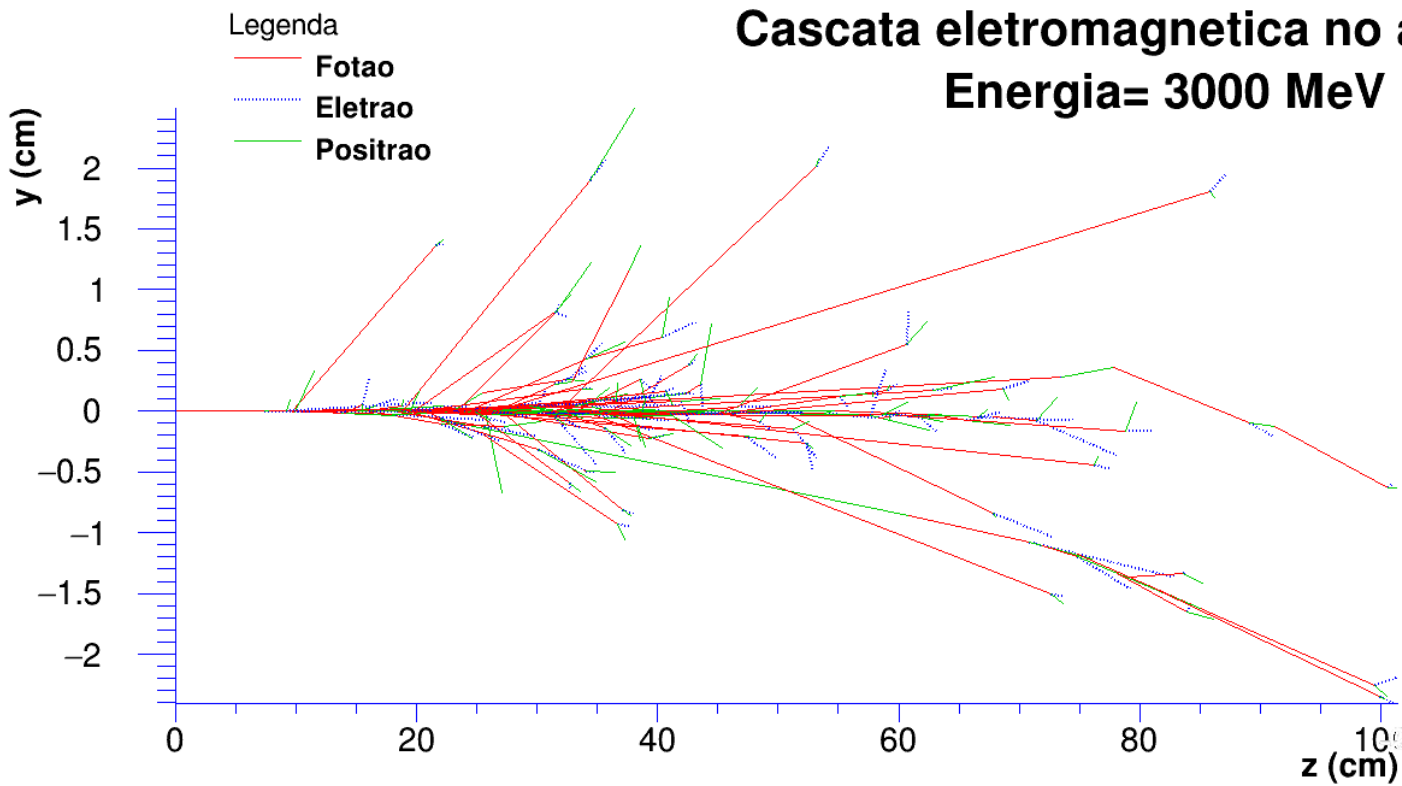
MOLIÈRE RADIUS

$$\langle X_{max} \rangle \approx X_0 \frac{\ln \frac{E_0}{E_c}}{\ln 2} \quad N_{max} = \frac{E_0}{E_c}$$

HEITLER MODEL

A duas dimensões

Cascata eletromagnetica no aluminio Energia= 3000 MeV



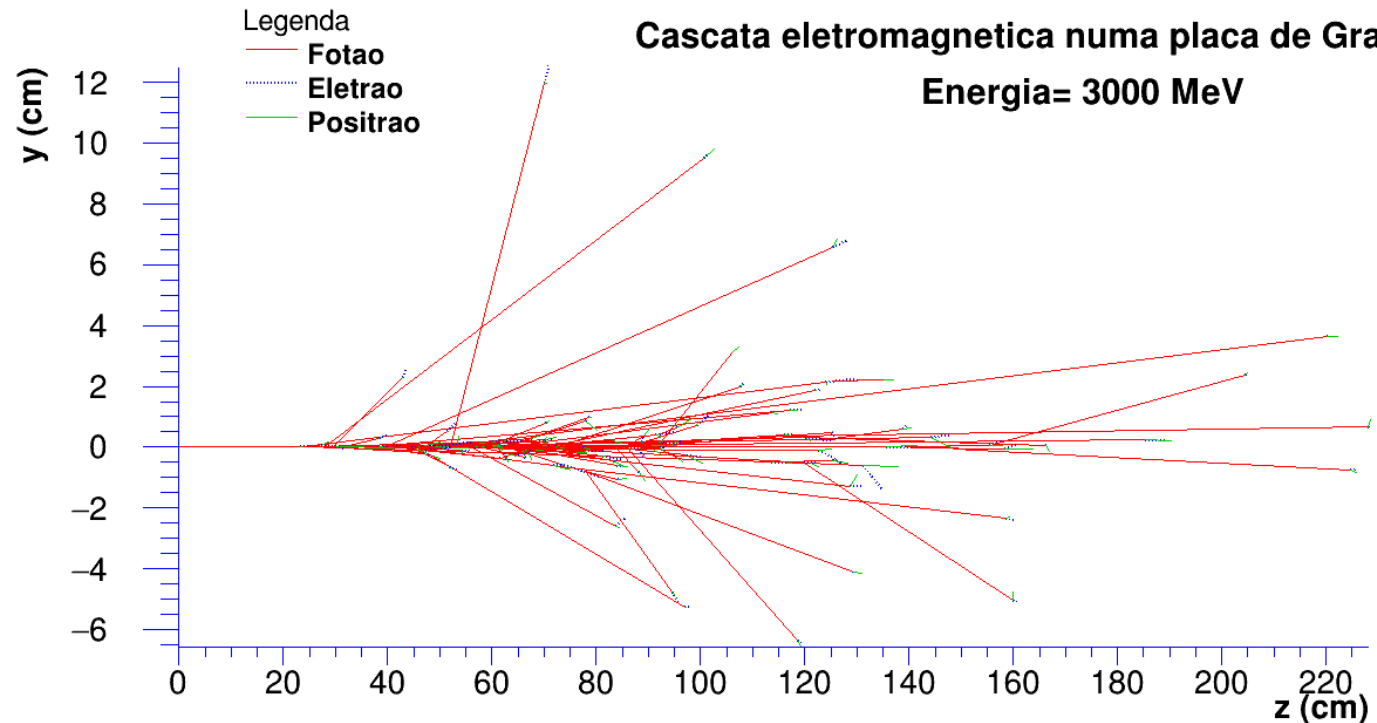
Energia de 3 GeV

Profundidade (X)
diminui
logaritmicamente
com a diminuição
da energia...

Perfil transversal e
longitudinal aumenta para
elementos com
comprimento de radiação
mais elevado (menor Z)
como a grafite.

Caráter probabilístico do
método resulta em formas
diferentes em cada
simulação como esperado

Cascata eletromagnetica numa placa de Grafite (Z=6) Energia= 3000 MeV

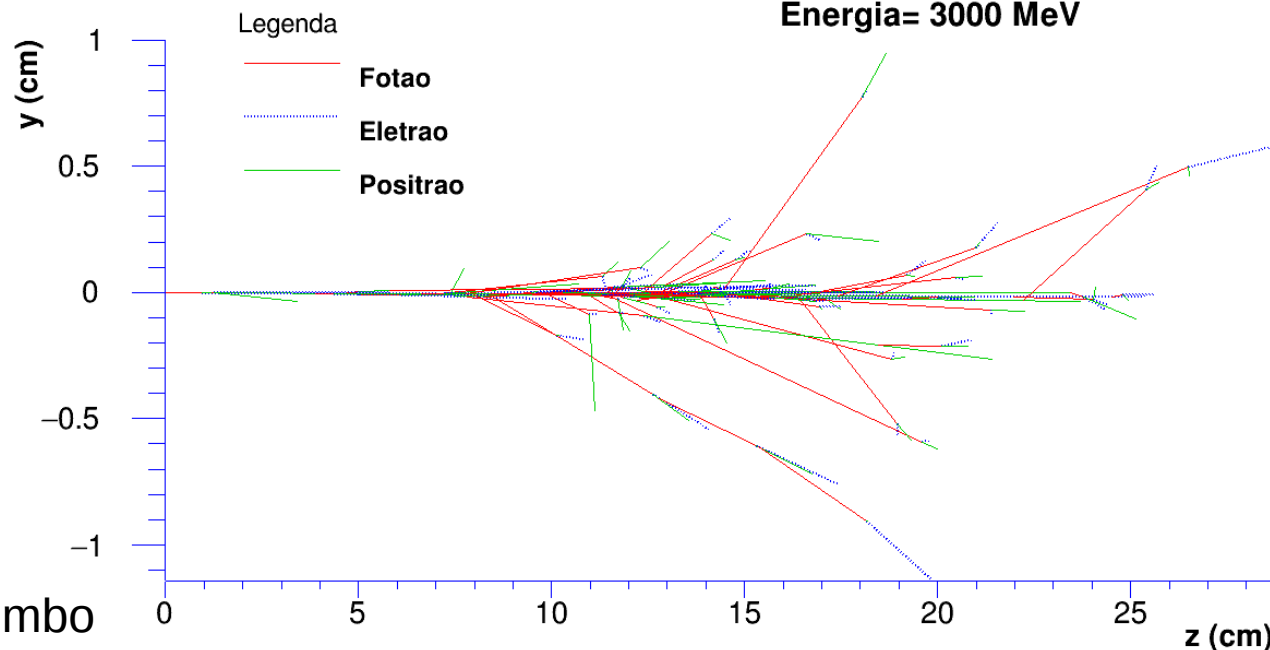


Elementos mais pesados

Maior Z
Menor R
(transversal)

Cascata eletromagnetica numa placa de Ferro (Z=26)

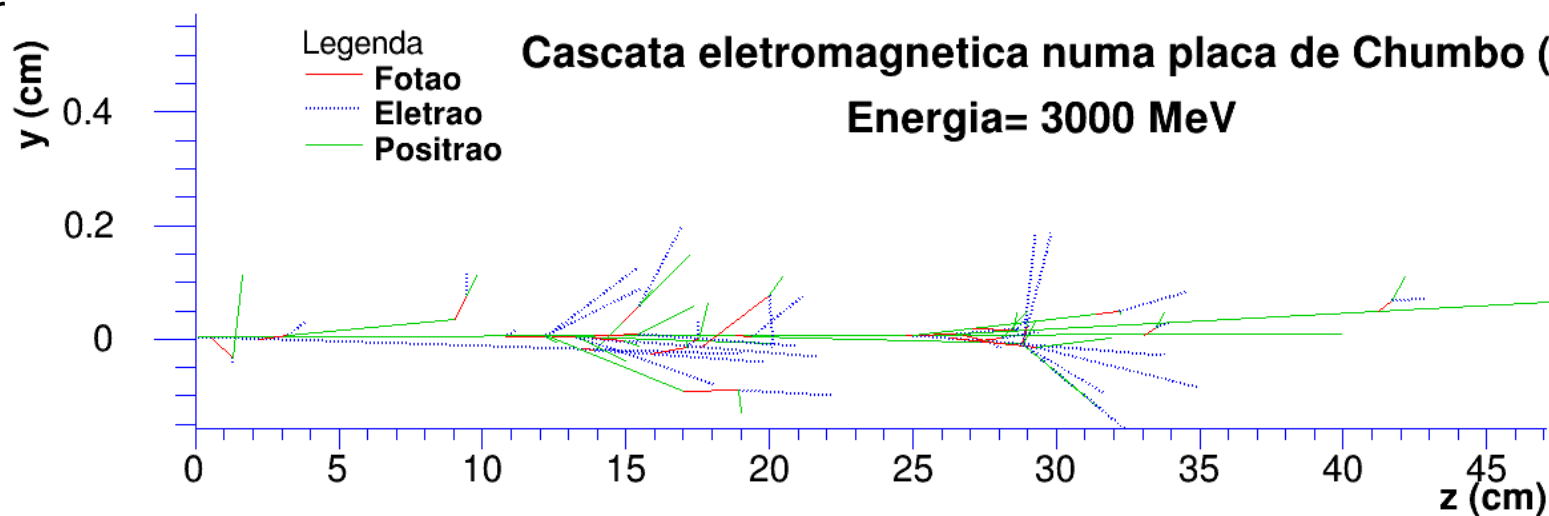
Energia= 3000 MeV



Profundidade maior no chumbo
por a sua energia crítica
ser menor

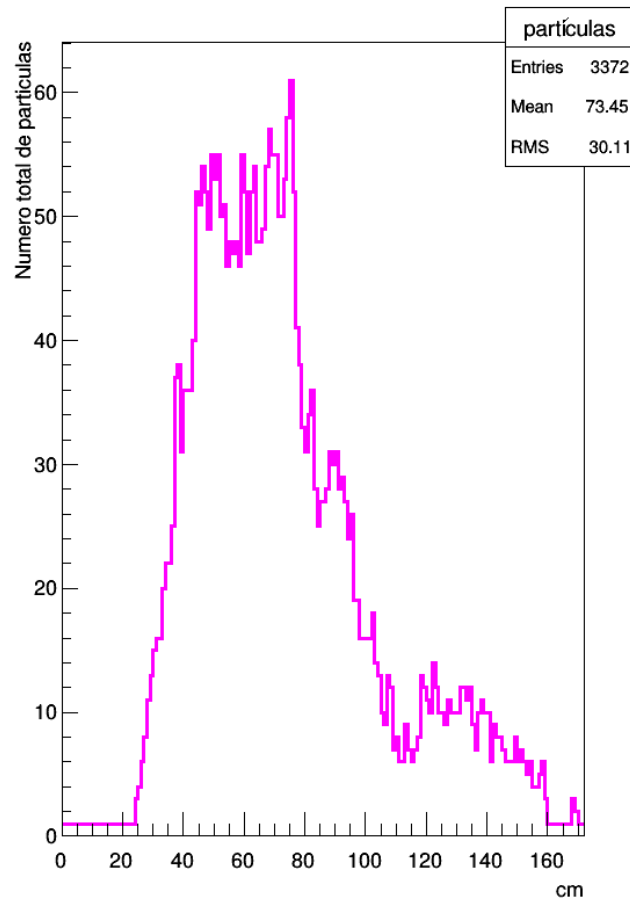
Cascata eletromagnetica numa placa de Chumbo (Z=82)

Energia= 3000 MeV

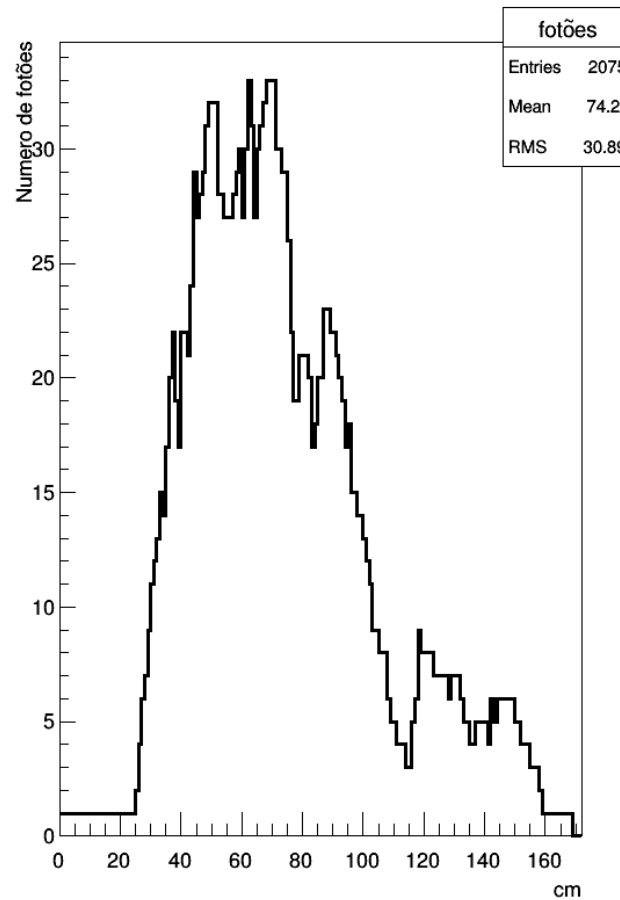


Histogramas do perfil longitudinal

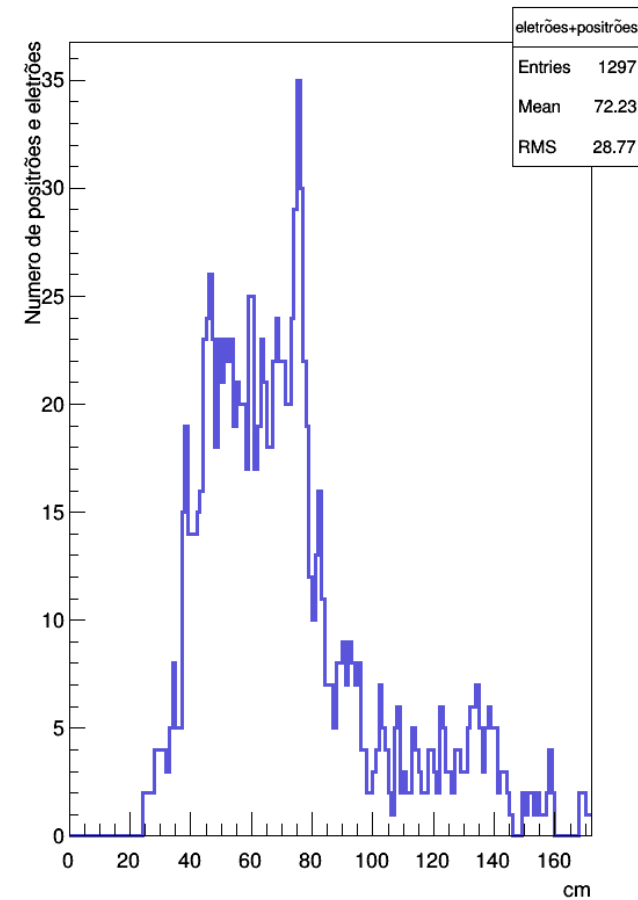
Numero total de partículas por unidade de comprimento



Numero de fótons (158) por unidade de comprimento



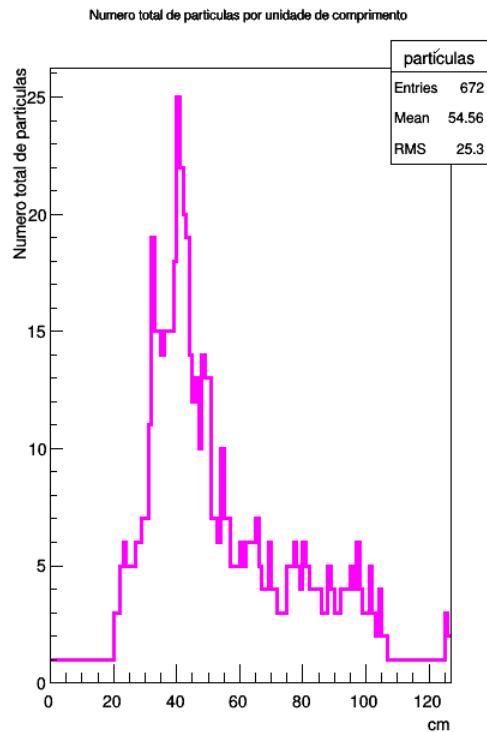
Numero de elétrons/positrões (316) por unidade de comprimento



Energia= 5 GeV
“Step” de z= 1cm

Número total de partículas de 474 e profundidade de 171.77 cm

Energia de 1 GeV



Cascata eletromagnética numa placa de Alumínio

Gerado por 1 fóton com Energia= 1000 MeV

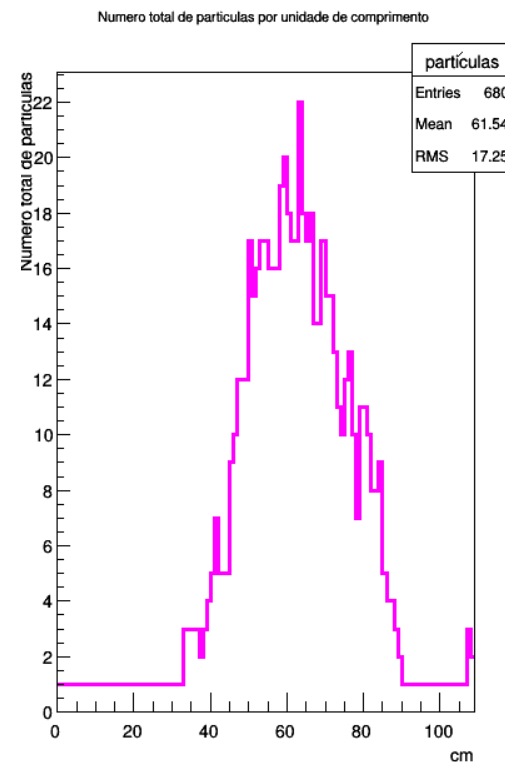
N_{\max} experimental de 25

N_{\max} de Heitler 23

$\langle X_{\max} \rangle = 108$ cm $X_{\max_{\text{exp}}} = 126$ cm

$\langle R_M \rangle = 4$ cm $R_{M_{\text{exp}}} = 7$ cm

30 Fótons e 60 Eletrões/Positrões



Cascata eletromagnética numa placa de Alumínio

Gerado por 1 fóton com Energia= 1000 MeV

N_{\max} experimental de 22

N_{\max} de Heitler 23

$\langle X_{\max} \rangle = 108$ cm $X_{\max_{\text{exp}}} = 108$ cm

$\langle R_M \rangle = 4$ cm $R_{M_{\text{exp}}} = 2$ cm

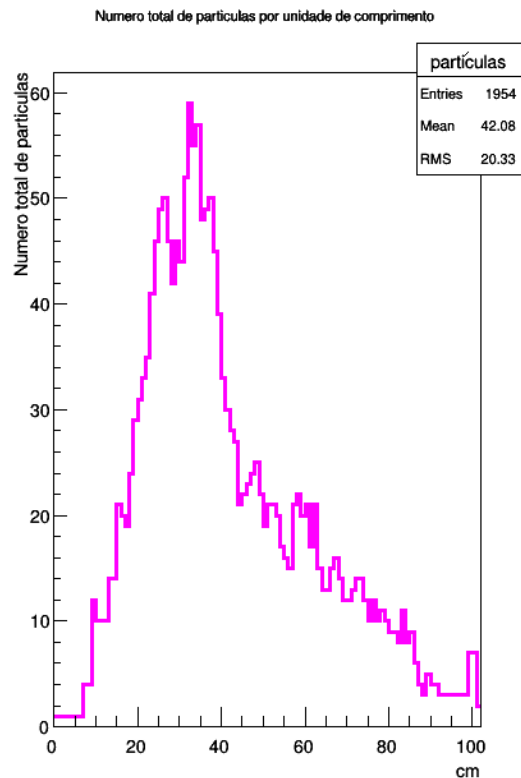
30 Fótons e 60 Eletrões/Positrões

Forma do histograma (função de *Rossi*) semelhante para todas as energias (com variações).

Perfil transversal (R_M) obtido semelhante ao modelo teórico de *Mòlier*.

Não concordância entre o valor teórico e o valor obtido para o perfil longitudinal (X_{\max}).

Histograma de elementos distintos



Cascata eletromagnética numa placa de Alumínio

Gerado por 1 fóton com Energia= 3000 MeV

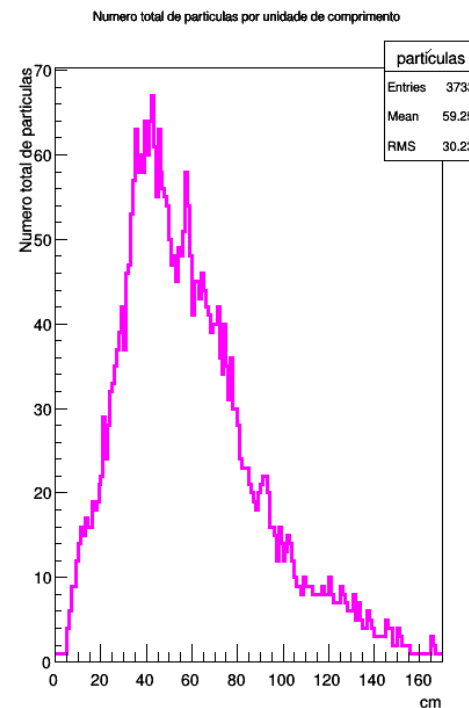
N_{\max} experimental de 59

N_{\max} de Heitler 70

$\langle X_{\max} \rangle = 147$ cm $X_{\max_{\text{exp}}} = 101$ cm

$\langle R_M \rangle = 4$ cm $R_{M_{\text{exp}}} = 3$ cm

98 Fótons e 196 Eletrões/Positrões



Cascata eletromagnética numa placa de Grafite

Gerado por 1 fóton com Energia= 3000 MeV

N_{\max} experimental de 67

N_{\max} de Heitler 37

$\langle X_{\max} \rangle = 221$ cm $X_{\max_{\text{exp}}} = 169$ cm

$\langle R_M \rangle = 11$ cm $R_{M_{\text{exp}}} = 11$ cm

118 Fótons e 236 Eletrões/Positrões

Flutuação do valor N_{\max} em torno do valor teórico de Heitler em ambos os elementos.

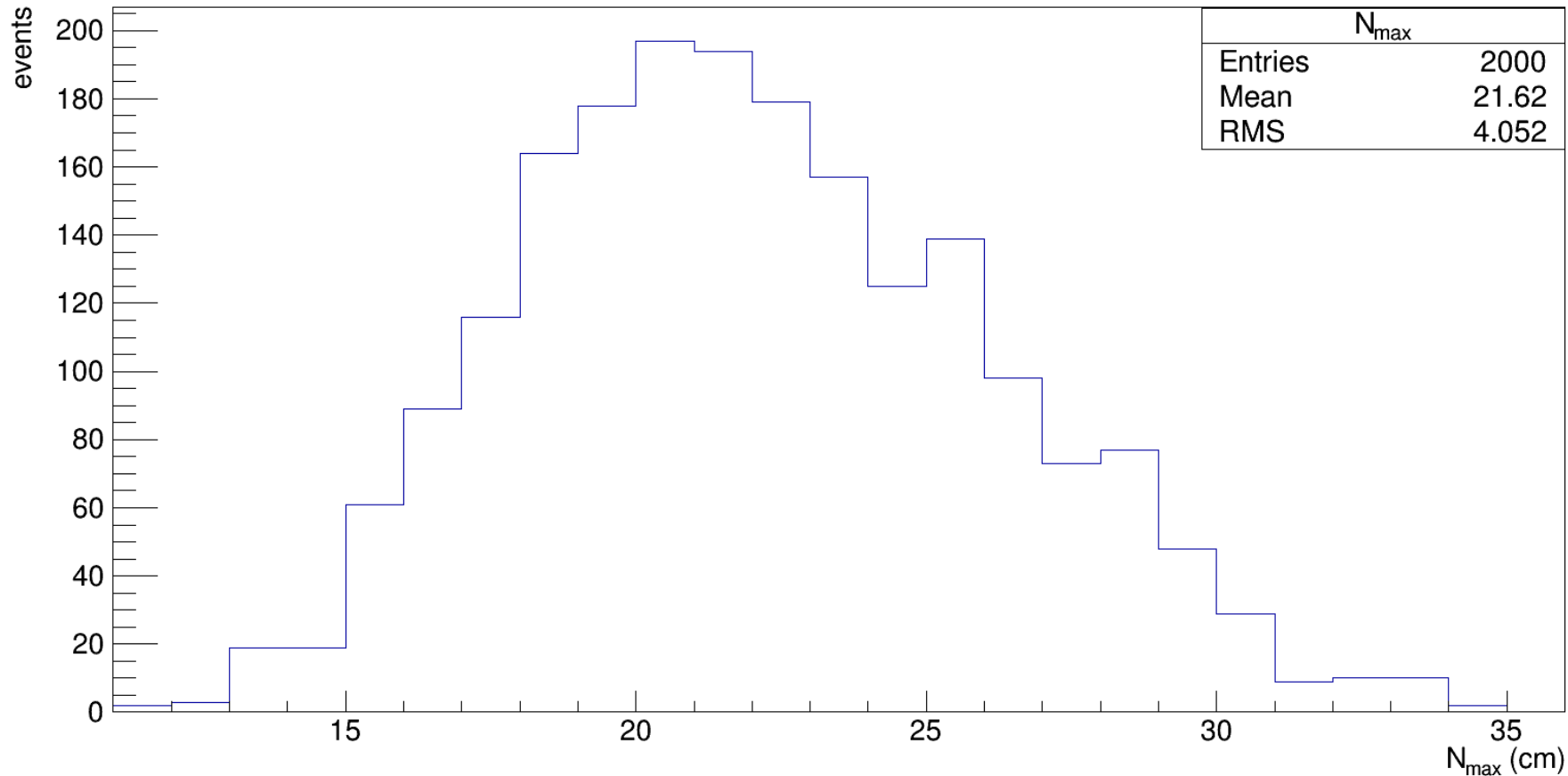
(disparidade aumenta com o aumento da energia)

Número superior de fótons e eletrões/positrões no elemento mais leve (alumínio) com comprimento de radiação maior.

Deformação do histograma em cada simulação do alumínio registada.

N_{\max} com energia 1 GeV

N_{\max} de partículas para uma cascata eletromagnética, $E=1$ GeV, $\langle N_{\max} \rangle = 23$

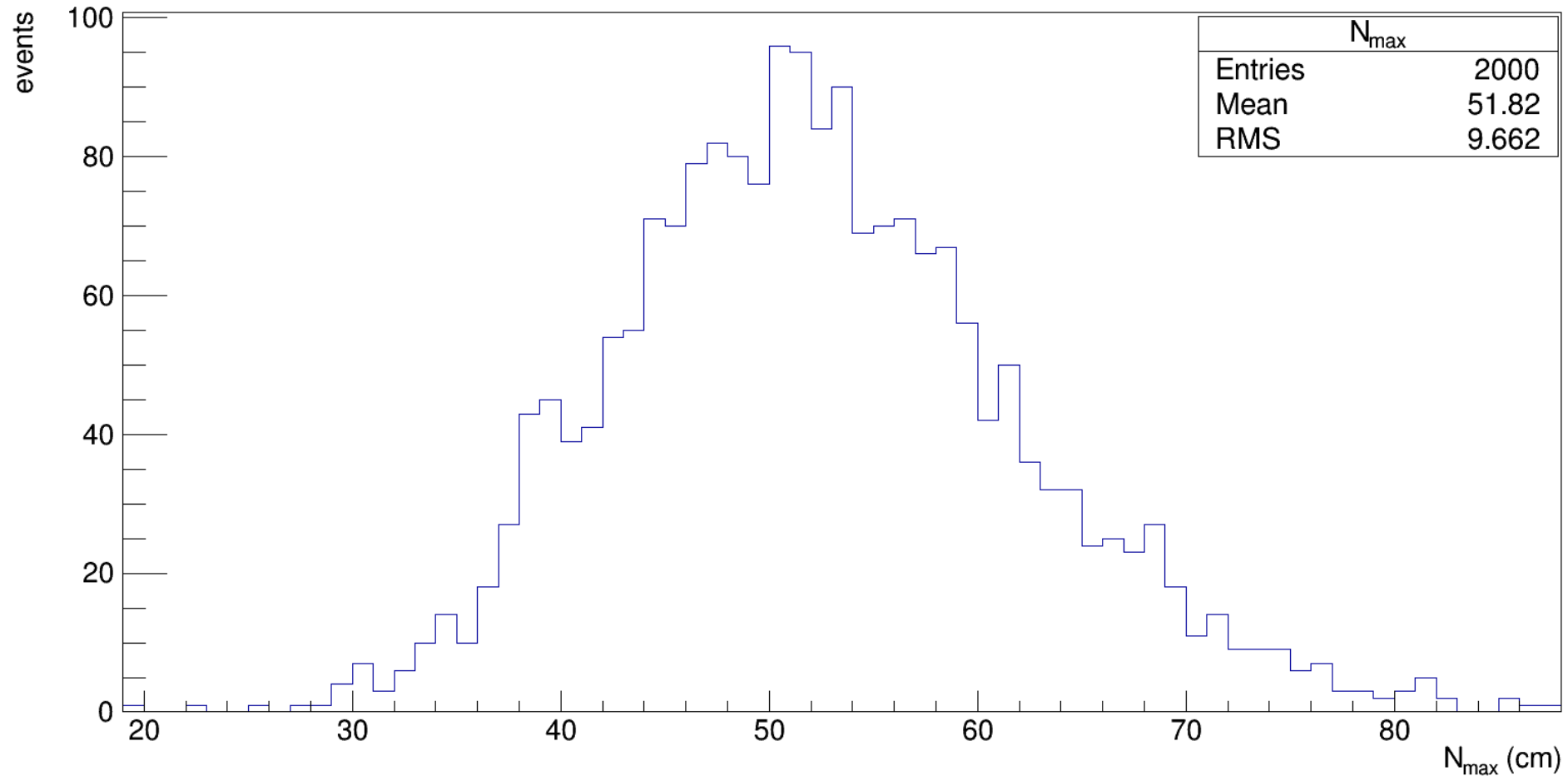


Propagaram-se duas mil partículas com a mesma energia independentemente e preencheu-se este histograma com número de partículas máximo na sua cascata eletromagnética.

- Para Energia de 1 GeV a média obtida é concordante com o modelo de Heitler.

N_{\max} com energia 3 GeV

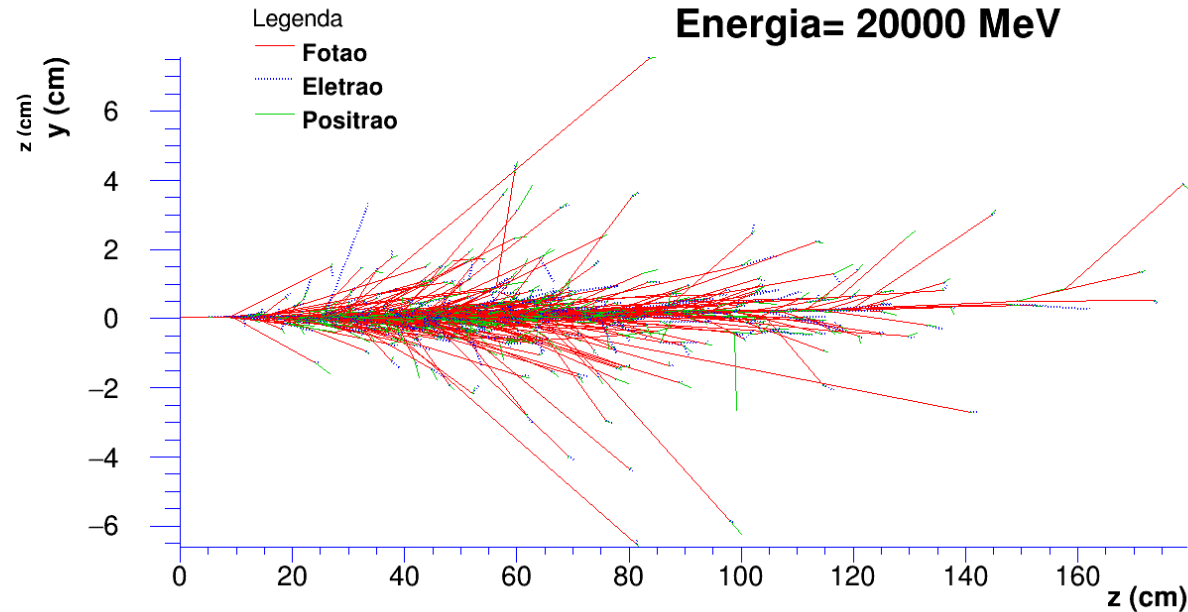
N_{\max} de partículas para uma cascata eletromagnética, $E=3$ GeV, $\langle N_{\max} \rangle = 70$



- Para Energia de 3 GeV a média obtida não é concordante com o modelo de Heitler.

Energias muito elevadas

Cascata eletromagnetica no aluminio
Energia= 20000 MeV



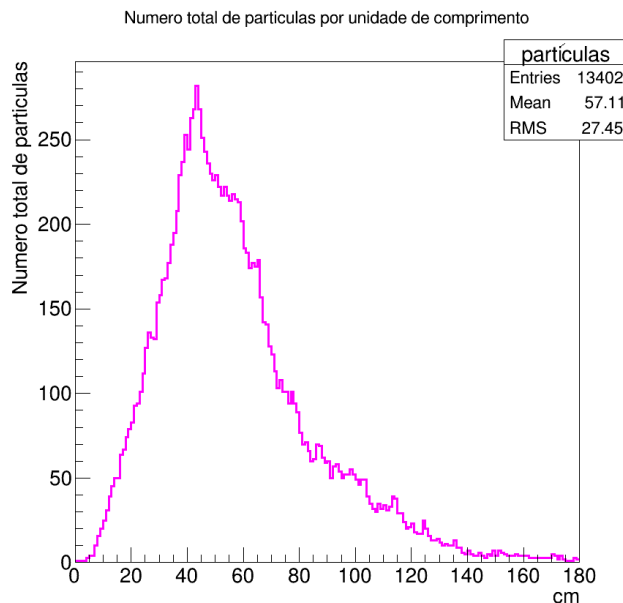
Energia de 20 GeV

Aumento do número de partículas

Nmax com mais desvio
à exatidão

Aumento da
profundidade do
chuveiro

Largura do chuveiro
approx. constante



Cascata eletromagnética numa placa de Alumínio

Gerado por 1 fóton com Energia= 20000 MeV

N_{\max} experimental de 282

N_{\max} de Heitler 468

$\langle X_{\max} \rangle = 212$ cm $X_{\max_{\text{exp}}} = 179$ cm

$\langle R_M \rangle = 4$ cm $R_{M_{\text{exp}}} = 10$ cm

628 Fótons e 1256 Eletrões/Positrões