

Tarea 1, Parte 1: Cota inferior para Convex Hull

Renato Bassi, Joaquín Concha, Jorge Salas

Octubre, 2019

1 Teorema formal a demostrar

”El problema convex hull tiene cota inferior $O(n \log n)$ en el modelo de comparaciones.”

2 Introducción

Este breve informe tiene como objetivo el demostrar que la cota inferior del problema de Convex Hull corresponde a $O(n \log n)$. Este teorema se demostrará reduciendo el problema de ordenamiento a una instancia del problema de Convex Hull.

3 Demostración

Se entrega un conjunto de n números reales $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, los cuales se busca ordenar mediante un algoritmo de Convex Hull genérico. Se asume, sin pérdida de generalidad, que este algoritmo entrega los vertices en orden contrario al de las manecillas del reloj. A continuación, se le entregan como parametros a la función de Convex Hull, puntos p_i de la forma:

$$p_i = \{(x_i, x_i^2) : 1 \leq i \leq n\} \quad (1)$$

La función, como podria esperarse, retorna el Convex Hull de todos los p_i , cuya forma se explicita en (1). Se busca el punto cuya componente x es la menor de todos los puntos, el cual será nuestro punto inicial. Esta búsqueda toma tiempo $\theta(n)$. Luego se recorren los puntos que corresponden al Convex Hull, lo que nos entrega el orden de los numeros. Sea $T(n)$ el tiempo que se tarda el algoritmo en entregar el Convex Hull. Así, el tiempo que tarda este algoritmo de ordenado corresponde a $O(n + T(n))$. Se ha demostrado en clases que la cota inferior del problema de ordenamiento corresponde a $\theta(n \log n)$, entonces a $T(n)$ no le queda otra opción que ser de complejidad $\theta(n \log n)$.