

# Лабораторная работы №1

## Студент Ильин Денис.

### Группа z3243

#### Проблема I.

##### Задание 1

При вычислении первым способом погрешность быстро возрастает за счет того, что число возводится в квадрат подряд 52 раза. Во втором случае погрешности, которые возникают при чередовании операций как бы себя взаимно компенсируют. (формула Бернулли)

##### Задание 2

Функция, моделирующая нужный процесс.

```
def f_sqrt_sqr_interleave(x, n=52):  
    y=np.log(x)  
    for k in range(n): y=y/2  
    for k in range(n): y=y*2  
    x=np.exp(y)  
    return x
```

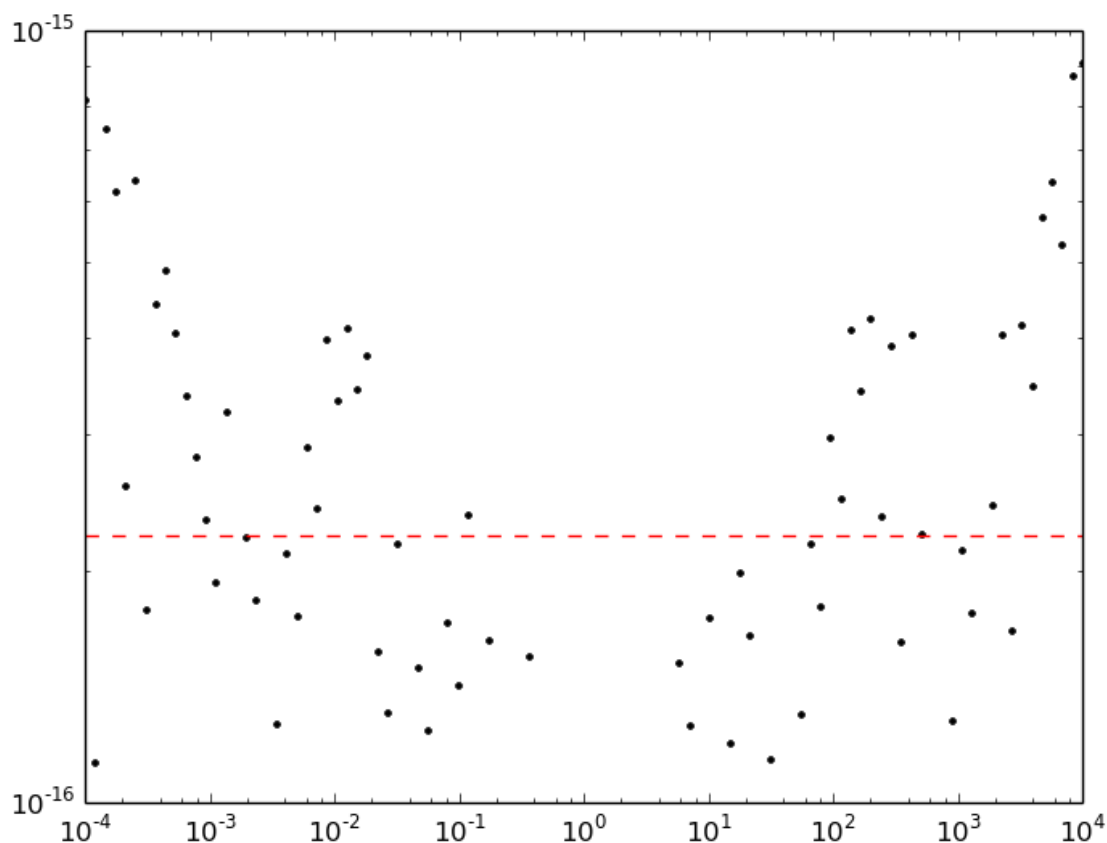


График объясняется следующими рассуждениями:

$$\begin{aligned} y &= y_0(1 + \delta_1) \\ \exp(y) &= \exp(y_0)\exp(y_0\delta_1) = \exp(y_0)(1 + |y_0\delta_1|) \\ x &= x_0(1 + \delta_2) \\ \ln(x) &= \ln(x_0) + \ln(|1 + \delta_2|) = \ln(x_0)(1 + |\delta_2/x_0|) \end{aligned}$$

При  $x \rightarrow \pm\infty$ , экспонента нагоняет погрешность пропорциональную  $|x|$ , в единице, они компенсируют друг друга.

## Проблема II.

### Задание 1

- 1) Ошибка вычислений возникает при очень больших аргументах, так как при этом погрешность вычисления экспоненты столь велика, что нас выбрасывает за рамки возможностей.
- 2) При  $x < 10$  можно пользоваться классической формулой, при  $x \geq 10$  можно пользоваться приближенной формулой вычисления  $y$ , а именно  $y = x$ .

### Задание 2

- 1)  $\text{sigmoid}(x) = 1/(1 + \exp(-x))$  при  $x \rightarrow \infty$ ,  $\exp(-x) \rightarrow 0$ ,  $\Rightarrow \text{sigmoid}(x) \rightarrow 1$
- 2) Во время подсчета погрешностей множителей мы считали, что они независимы, что не так, а на деле их погрешности компенсируют друг друга.
- 3) Ничего существенного
- 4) Вся погрешность стремится к машинной.

$$\left| \frac{f'(x)}{f(x)} \right| = \left| \frac{x}{(1 + \exp(-x)) * \ln(1 + \exp(x))} \right| \rightarrow 1$$