# Лабораторная работа №2
# Ильин Денис, z3243

## Задание 1

1)

$$\sigma((a+b)+c) = \frac{\Delta(a+b) + \Delta c + \varepsilon(a+b+c)}{(a+b+c)} = \frac{c\sigma(c) + \Delta(a+b)}{a+b+c} + \varepsilon =$$

$$= \varepsilon + \frac{c\sigma(c)}{a+b+c} + (\varepsilon + \sigma(b+c))\frac{b+c}{a+b+c} = \varepsilon + \frac{\sigma(a)a + \sigma(b)b + \sigma(c)c}{a+b+c} + \varepsilon\frac{b+a}{a+b+c}$$

$$\sigma((a+b)+c) = K + \varepsilon\frac{a+b}{a+b+c}$$

2) Уменьшение погрешности достигается введением дополнительной переменной для хранения нарастающей суммы погрешностей.

3) Было проведено тестирование при различных n=10,100,1000,10000,10876900; проверялись три способа подсчета: прямая сумма, метод Кэхэма и общая формула - результаты абсолютно идентичны для каждого n. Погрешность ничтожна мала. Скрипт кода в Script 1.

4) Ничего интересного с рядом из сумм sin(k) не происходит.

## Задание 2

| $X$ | $\langle\Delta\rangle$ | $\langle\sigma\rangle$ | $\langle x\rangle$ |
|---|---|---|---|
| $x_n$ | $\varepsilon m$ | $\varepsilon$ | $m$ |
| $\frac{1}{N}\sum x_n$ | $\varepsilon m$ | $\varepsilon$ | $m$ |
| $\left(\frac{1}{N}\sum x_n\right)^2$ | $2\varepsilon m^2$ | $2\varepsilon$ | $m^2$ |
| $\left\lvert x_n - \frac{1}{N}\sum x_n\right\rvert$ | $2\varepsilon m$ | $\frac{2\varepsilon m}{\sqrt{\delta}}$ | $\sqrt{\delta}$ |
| $\left\lvert x_n - \frac{1}{N}\sum x_n\right\rvert^2$ | $4\varepsilon m\sqrt{\delta}$ | $\frac{4\varepsilon m}{\sqrt{\delta}}$ | $\delta$ |
| $x_n^2$ | $2\varepsilon m^2$ | $2\varepsilon$ | $m^2$ |
| $x_n^2 - \left(\frac{1}{N}\sum x_n\right)^2$ | $4\varepsilon m^2$ | $\frac{4\varepsilon m^2}{\delta}$ | $\delta$ |

2.2 $E_{n+1} = \frac{1}{N+1}\left(x_{n+1} + \sum x_n\right) = \frac{1}{N+1}\left(x_{n+1} + NE_n\right)$

$D_n = \frac{1}{N}\sum\left(x_n - \frac{1}{N}\sum x_n\right)^2$

$D_{n+1} = \frac{1}{N+1}\sum\left(x - E_{n+1}\right)^2 = \frac{1}{N+1}\left[\sum x_n^2 + (N+1)E_{n+1}^2 + x_{n+1}^2 - 2E_{n+1}\left(NE_n + x_{n+1}\right)\right] =$

$= \frac{1}{N+1}\left[NE_{n^2} + (N+1)E_{n+1}^2 + x_{n+1}^2 - \frac{2}{N+1}\left(x_{n+1}^2 + N^2E_n^2 + 2NE_nx_{n+1}\right)\right] =$

$= \frac{1}{(N+1)^2}\left[(N^2+N)E_{n^2} + 2x_{n+1}^2 + N^2E_n^2 + 2x_{n+1}NE_n - 2x_{n+1}^2 - 2N^2E_n^2 - 4NE_nx_{n+1}\right] =$

$= \frac{1}{(N+1)^2}\left[N^2D_n + NE_{n^2} - 2NE_nx_{n+1}\right] = \frac{N}{N+1}D_n + \frac{NE_n\left(E_n - 2x_{n+1}\right)}{(N+1)^2} =$

$= \frac{N}{N+1}D_n + \frac{N\left(x_{n+1} - E_n\right)^2}{(N+1)^2} - \frac{N}{(N+1)^2}x_{n+1}^2$

$D_{n+1} = \frac{N}{N+1}D_n + \frac{N}{(N+1)^2}\left[\left(x_{n+1} - E_n\right)^2 - x_{n+1}^2\right]$

# Задание 3

1) Можно представить exp(-x)=1/exp(x)=1/(1+x(1+x/2(…+x/N(1)…))), тогда получается хорошая точность.
2) Так как погрешность пропорциональна модуль аргумента, то при x близких к нулю, погрешность близка к нулю.
3)

$$R_n(x) < exp(|x|)\frac{x^n}{(n+1)!} < \delta$$

4) Погрешность минимальна, когда абсолютные погрешности для остаточного члена и вычислений умножений и сложений равны.
5) Снижает количество операций умножения.
6) exp(x)=exp(n)*exp($\delta$),где x=n+$\delta$, а ряд exp($\delta$) сходится быстро