



**МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
(МГУ)**

Ленинские горы, д. 1, Москва, ГСП-1, 119991
Тел.: 939-10-00, факс: 939-01-26

02.12.2024 № 850 -24/013-03

На № _____

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор МГУ имени М.В.Ломоносова




ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» на диссертацию А.А. Соколова «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Создание материалов с заранее определёнными физико-механическими свойствами, которые проявляются в зависимости от условий их использования, является важной задачей в механике деформируемых твёрдых тел. Решение этой задачи связано с возможностью управления внутренней структурой материалов, включая создание иерархий моделей, описывающих материал на разных масштабных уровнях, на каждом из которых действуют свои специфические соотношения. Первые шаги в этом направлении были сделаны в результате активного развития механики композитов и соответствующего математического аппарата, связанного с разрывными функциями, в последней трети XX века. С начала XXI века наблюдается активное развитие механики нанокомпозитов, а также различных теорий, таких как моментные, нелокальные, микрополярные и микроморфные, которые не зависят от принципа инвариантности относительно масштабов длины и времени. В связи с этим данная диссертационная работа, посвящённая исследованию математических моделей термомеханических процессов в структурно-чувствительных материалах и элементах композиционных конструкций, имеет важное прикладное значение и является **актуальной** в современных условиях.

При этом стоит отметить, что важным этапом при исследовании любых математических моделей является их адаптация для вычислительных машин в виде

численных методов, с последующей реализацией в виде программного комплекса. В рамках текущей работы, Соколов А.А. реализовал программный комплекс NonLocFEM, специально разработанный для решения задач термомеханики в нелокальных постановках, а представленные в работе результаты свидетельствуют о достоверности вычислений и высокой эффективности комплекса.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения; её объём составляет 111 страниц, в тексте имеются 37 рисунков и 9 таблиц. Список литературы включает 138 позиций.

Во введении проведён обзор инженерных приложений, в которых могут быть востребованы задачи теплопроводности и термоупругости. Определена проблема моделирования поведения материалов, обладающих микро- и наноструктурой и иерархия моделей механики твёрдого тела. После этого Соколовым А.А. приведен широкий обзор моделей обобщённой механики сплошной среды. Акцент сделан на рассмотрении нелокальных моделей, их особенностях и методах численного исследования. Помимо обзорной части здесь также определены цели работы, её научная новизна, практическая значимость и личный вклад соискателя.

Глава 1 посвящена описанию основных соотношений нелокальных моделей теплопроводности и термоупругости. Представлен интегральный нелокальный оператор и определённые с его помощью вектор плотности теплового потока и тензор напряжений, которые использованы при описании уравнения стационарной теплопроводности и равновесия.

Нелокальная модель обладает тремя основными параметрами: весовой параметр, область нелокального влияния и функция нелокального влияния. Последние два параметра тесно связаны между собой, поэтому их определению посвящён целый раздел главы, где Соколов А.А. рассуждает о возможных вариациях областей нелокального влияния и определяет на них два семейства функций нелокального влияния: полиномиальное и экспоненциальное.

Глава 2 развивает методы численного решения уравнений при помощи метода конечных элементов. Был предложен способ квадратурной аппроксимации области нелокального влияния, где область нелокального влияния необходимо аппроксимировать относительно квадратурных узлов сетки. В конечном итоге

Соколов А.А. приходит к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых, аналогично интегральному нелокальному оператору, матрицы теплопроводности и жёсткости представлены в виде взвешенной суммы.

Глава 3 посвящена реализации программного комплекса NonLocFEM. В этой главе описана структура комплекса и приведено краткое описание его возможностей, в частности, использование параллельных вычислений при помощи технологий OpenMP и MPI. Предложен альтернативный способ аппроксимирования области нелокального влияния относительно центров элементов. Это позволило упростить алгоритмы ассемблирования матрицы и сделать их пригодными для распараллеливания.

В этой же главе был рассмотрен вопрос использования альтернативных базисов конечных элементов. Предложена оценка для базиса квадратичных серендиповых элементов, при которой след матриц является минимальным.

Глава 4 посвящена расчётам, сравнению классической и нелокальной теорий между собой. В этой главе была продемонстрирована применимость принципа Сен-Венана и его аналога для тепловой задачи – принципа стабильности тепловых потоков. Здесь же были исследованы области с концентраторами напряжений и тепловых потоков, результаты расчётов на которых свидетельствуют о снижении роли концентраторов в решениях, при учёте нелокальности по пространству.

Глава 5 посвящена исследованию возможностей программного комплекса NonLocFEM. Продemonстрирована высокая эффективность распараллеливания алгоритма ассемблирования матриц жёсткости и теплопроводности. Так же здесь были рассмотрены методы, направленные на ускорение сходимости итерационных методов решения СЛАУ. Предложен предобуславливатель, использующий неполное разложение Холецкого локальной матрицы.

По тексту диссертации имеются следующие **вопросы, замечания и комментарии.**

1. Во введении работы фигурирует термин «структурно-чувствительные материалы». Было бы уместно более чётко определить это понятие, так как не до конца ясно, какой класс материалов следует называть структурно-чувствительным.

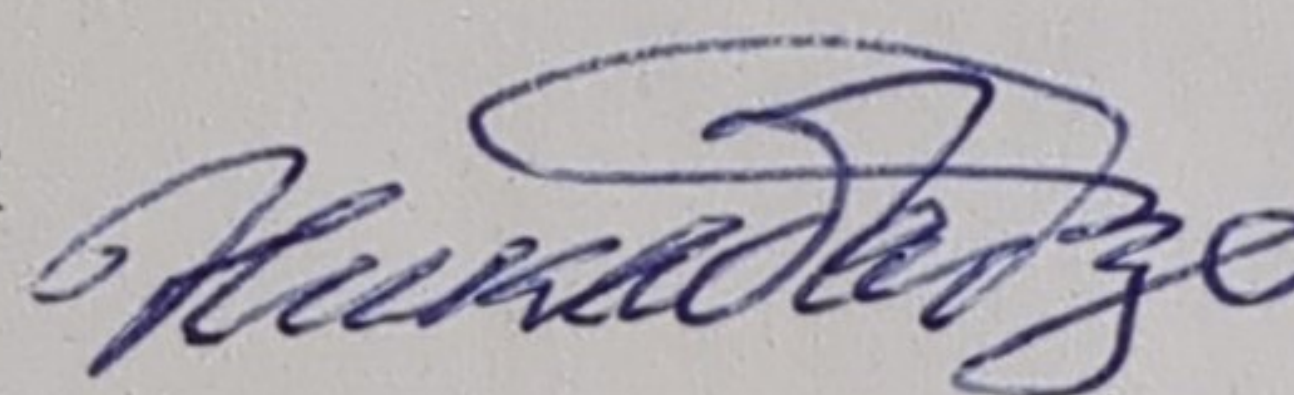
2. В определении интегрального нелокального оператора (1.1) фигурируют следующие параметры: весовые параметры p_1 и p_2 , функция нелокального влияния φ и область нелокального влияния $S'(x)$, которые в дальнейшем становятся частью уравнений теплопроводности и равновесия. Какие из этих параметров являются материальными и могут быть установлены из экспериментов?
3. Следовало подробное объяснение происхождения формулы (1.1), так как, как выясняется далее, оно является фундаментальным соотношением для данной диссертационной работы.
4. Из содержания текста перед формулой (1.2) видно, что эту формулу следовало записать для двумерной области, однако содержание текста после этой формулы указывает на то, что оно представлено для трёхмерной области.
5. Следует также отметить, что без каких-либо объяснений представлены формулы (1.3), (1.5) и (1.6). Ссылки на замечательные работы [37-39] не совсем уместны, так как в этих работах рассматриваются «определяющие уравнения», «уравнение теплопроводности» и «уравнения движения» для математической модели нелокальной термовязкоупругой среды.
6. Не указаны в формулах индексы какие значения принимают, а также не указано на суммирование по повторяющимся индексам.
7. На 27-ой странице при получении последних двух соотношений, которые применяются в дальнейшем, интегрирование по частям некорректно осуществлено.
8. На 31-ой странице на 7-ой и 8-ой строках сверху написано: «... представим векторы ... в виде тензоров второго ранга, ...» Это высказывание некорректно, так как векторы нельзя представить в виде тензоров второго ранга.

Указанные замечания и опечатки не снижают научной ценности и практической значимости результатов, полученных автором в диссертационной работе. Она выполнена на высоком механико-математическом и физическом уровнях, содержит новые результаты и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Её автор, Соколов Андрей Александрович,

несомненно, заслуживает присуждения ему искомой степени кандидата физико-математических наук.

Результаты диссертации были доложены соискателем 11 октября 2024 г. на научно-исследовательском семинаре имени А.А. Ильюшина кафедры теории упругости МГУ имени М.В. Ломоносова и получили положительные отзывы специалистов. Настоящий отзыв на диссертации А.А. Соколова рассмотрен и одобрен 11 ноября 2024 г. (протокол № 20) на заседании кафедры теории упругости МГУ имени М.В. Ломоносова.

Профессор кафедры механики композитов
МГУ имени М.В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук

 М.У. Никабадзе

Телефон: 8 (495) 939-55-39

E-mail: nikabadze@mail.ru

___ ноября 2024 г.

