**ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертацию А.А.Соколова «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.**

Диссертация А.А.Соколова посвящена разработке и численной реализации двумерных моделей нелокальной термоупругости, сравнению и анализу расчетов на основе классических и нелокальных моделей. Данное исследование актуально в связи с все более широким применением композитных материалов с управляемой внутренней структурой.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и приложения. (объем: 111 страниц, 32 иллюстрации, 13 таблиц, 138 ссылок на литературу).

**Введение** содержит обзор истории исследований по теме, обоснование актуальности работы и характеристику содержания.

**В первой главе** представлены определяющие соотношения квазистатической нелокальной теплопроводности и термоупругости, полученные с использованием интегрального нелокального оператора. Предложены два параметрических семейства функций нелокального влияния: полиномиальное и экспоненциальное, заданных на областях, ограниченных кривыми Ламэ. Описан процесс вычисления нормирующих множителей и геометрический смысл параметров.

**Во второй главе** представлено описание процесса численного решения краевых задач нелокальных теплопроводности и термоупругости на основе метода конечных элементов. Реализован и обоснован численными экспериментами **новый способ расчета интегралов нелокального влияния**, учитывающий только элементы из области влияния.

**Третья глава** содержит подробное описание разработанного автором **нового программного комплекса NonLocFEM**. Представлено описание параллельного алгоритма ассемблирования матриц метода конечных эементов и алгоритма аппроксимации области нелокального влияния. Получена оценка параметров базиса применяемых квадратичных серендиповых элементов, при которой число обусловленности матрицы СЛАУ будет минимальным.

**Четвёртая глава** посвящена расчётам. Представлен **новый сравнительный анализ решений между локальной и нелокальной постановками**, определены основные закономерности нелокальных решений в отношении параметров нелокальной модели. Численно подтверждена применимость принципа Сен-Венана и правомерность использования в алгоритмах нелокальных теорий ограниченной области влияния. Проведён сравнительный анализ поведения решений на областях с концентраторами в классической и нелокальной постановках

**Пятая глава** посвящена анализу эффективности программного комплекса NonLocFEM. Проверена эффективность параллельного алгоритма ассемблирования матриц МКЭ. Выполнен анализ скорости сходимости. Показано, что предобуславливание на основе неполного разложения Холецкого ускоряет скорость сходимости метода сопряжённых градиентов в 2-2.5 раза.

**Элементы новизны присутствуют во всех разделах диссертации.** Достоверность результатов подтверждена сравнениями с известными аналитическими и численными решениями. Выводы и рекомендации диссертации представляются вполне обоснованными

В качестве **замечаний по работе** следует отметить следующее:

1. Не ясна причина использования именно квадратичных серендиповых элементов. Например, если проводить расчёты билинейными элементами, будет ли большая разница между решениями? Или, если использование квадратичных элементов необходимо, то почему использованы восьмиузловые серендиповы, а не девятиузловые лагранжевы элементы?
2. В работе был проведён анализ с исследованием поведения решений при использовании двух семейств функций нелокального влияния. Однако неясно, из каких соображений следует выбирать то или иное.

Высказанные замечания не меняют мнения о том, что работа представляет собой вполне завершенное исследование. Она содержит новые научные результаты, имеющие ясное практическое применение.

**Основное содержание диссертации опубликовано** в 5 статьях журналов списка ВАК РФ (а также наукометрических баз Scopus и Web of Science), доложено в ряде международных и всероссийских конференций. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа полностью соответствует требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям в соответствии с Поставлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842 (ред. от 01.10.2018) «О порядке присуждения учёных степеней», а её автор Соколов Андрей Александрович безусловно заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент

Николай Георгиевич Бураго

доктор физико-математических наук,

ведущий научный сотрудник

лаборатории моделирования в механике деформируемого твердого тела

ФГБУН Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН.

119526, Россия, Москва, Пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1

Тел. +7 (495) 434-41-35

e-mail: burago@ipmnet.ru

Н.Г. Бураго

Подпись официального оппонента

Николая Георгиевича Бураго заверяю

Ученый секретарь ИПМех РАН

Кандидат физико-математических наук

# М.А.Котов