|  |  |
| --- | --- |
| **МОСКОВСКИЙ**  **ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  **УНИВЕРСИТЕТ**  **имени М.В. Ломоносова**  **(МГУ)**  Ленинские горы, Москва,  ГСП-1, 119991  Тел.: 939-10-00  Факс: 939-01-26  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_№\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На №\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | «У Т В Е Р Ж Д А Ю»  Проректор  МГУ имени М.В. Ломоносова  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  А.А. Федянин |

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного

образовательного учреждения высшего образования

«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

на диссертацию А.А. Соколова «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математическихнаук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Создание материалов с заранее определёнными физико-механическими свойствами, которые проявляются в зависимости от условий их использования, является важной задачей в механике деформируемых твёрдых тел. Решение этой задачи связано с возможностью управления внутренней структурой материалов, включая создание иерархий моделей, описывающих материал на разных масштабных уровнях, на каждом из которых действуют свои специфические соотношения. Первые шаги в этом направлении были сделаны в результате активного развития механики композитов и соответствующего математического аппарата, связанного с разрывными функциями, в последней трети XX века. С начала XXI века наблюдается активное развитие механики нанокомпозитов, а также различных теорий, таких как моментные, нелокальные, микрополярные и микроморфные, которые не зависят от принципа инвариантности относительно масштабов длины и времени. В связи с этим данная диссертационная работа, посвящённая исследованию математических моделей термомеханических процессов в структурно-чувствительных материалах и элементах композиционных конструкций, имеет важное прикладное значение и является **актуальной** в современных условиях.

При этом стоит отметить, что важным этапом при исследовании любых математических моделей является их адаптация для вычислительных машин в виде численных методов, с последующей реализацией в виде программного комплекса. В рамках текущей работы, Соколов А.А. реализовал программный комплекс NonLocFEM, специально разработанный для решения задач термомеханики в нелокальных постановках, а представленные в работе результаты свидетельствуют о достоверности вычислений и высокой эффективности комплекса.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения; её объём составляет 111 страниц, в тексте имеются 37 рисунков и 9 таблиц. Список литературы включает 138 позиций.

**Во введении** проведён обзор инженерных приложений, в которых могут быть востребованы задачи теплопроводности и термоупругости. Определена проблема моделирования поведения материалов, обладающих микро- и наноструктурой и иерархия моделей механики твёрдого тела. После этого Соколов А.А. приводит широкий обзор моделей обобщённой механики сплошной среды и останавливается на рассмотрении нелокальных моделей, их особенностях и методах численного исследования. Помимо обзорной части здесь также определены цели работы, её научная новизна, практическая значимость и личный вклад соискателя.

**Глава 1** посвящена описанию основных соотношений нелокальных моделей теплопроводности и термоупругости. Представлен интегральный нелокальный оператор и определённые с его помощью вектор плотности теплового потока и тензор напряжений, которые используются при описании уравнения стационарной теплопроводности и равновесия.

Нелокальная модель обладает тремя основными параметрами: весовой параметр, область нелокального влияния и функция нелокального влияния. Последние два параметра тесно связаны между собой, поэтому их определению посвящён целый раздел главы, где Соколов А.А. рассуждает о возможных вариациях областей нелокального влияния и определяет на них два семейства функций нелокального влияния: полиномиальное и экспоненциальное.

**Глава 2** развивает методы численного решения уравнений при помощи метода конечных элементов. Был предложен способ квадратурной аппроксимации области нелокального влияния, где область нелокального влияния необходимо аппроксимировать относительно квадратурных узлов сетки. В конечном итоге Соколов А.А. приходит к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых, аналогично интегральному нелокальному оператора, матрицы теплопроводности и жёсткости представлены в виде взвешенной суммы.

**Глава 3** посвящена реализации программного комплекса NonLocFEM. В этой главе описана структура комплекса и приведено краткое описание его возможностей, в частности, использование параллельных вычислений при помощи технологий OpenMP и MPI. Предложен альтернативный способ аппроксимирования области нелокального влияния относительно центров элементов. Это позволило упростить алгоритмы ассемблирования матрицы и сделать их пригодными для распараллеливания.

В этой же главе был рассмотрен вопрос использования альтернативных базисов конечных элементов. Предложена оценка для базиса квадратичных серендиповых элементов, при которой след матриц является минимальным.

**Глава 4** посвящена расчётам, сравнению классической и нелокальной теорий между собой. В этой главе была продемонстрирована применимость принципа Сен-Венана и его аналога для тепловой задачи – принципа стабильности тепловых потоков. Здесь же были исследованы области с концентраторами напряжений и тепловых потоков, результаты расчётов на которых свидетельствуют о снижении роли концентраторов в решениях, при учёте нелокальности по пространству.

**Глава 5** посвящена исследованию возможностей программного комплекса NonLocFEM. Продемонстрирована высокая эффективность распараллеливания алгоритма ассемблирования матриц жёсткости и теплопроводности. Так же здесь были рассмотрены методы, направленные на ускорение сходимости итерационных методов решения СЛАУ. Предложен предобуславливатель, использующий неполное разложение Холецкого локальной матрицы.

По тексту диссертации имеются следующие **вопросы, замечания и комментарии.**

1. Во введении работы фигурирует термин «структурно-чувствительные материалы». Было бы уместно более чётко определить это понятие, так как не до конца ясно, какой класс материалов следует называть структурно-чувствительным.
2. В определении интегрального нелокального оператора (1.1) фигурируют следующие параметры: весовые параметры  и , функция нелокального влияния  и область нелокального влияния , которые в дальнейшем становятся частью уравнений теплопроводности и равновесия. Какие из этих параметров являются материальными и могут быть установлены из экспериментов?

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы. Она выполнена на высоком механико-математическом и физическом уровне, содержит новые результаты и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Её автор, Соколов Андрей Александрович, несомненно, заслуживает присуждения ему искомой степени кандидата физико-математических наук.

Результаты диссертации были доложены соискателем 11 октября 2024 г. на научно-исследовательском семинаре им. А.А. Ильюшина кафедры теории упругости МГУ имени М.В. Ломоносова и получили положительные отзывы специалистов. Настоящий отзыв на диссертации. А.А. Соколова рассмотрен и одобрен \_\_ ноября 2024 г. (протокол № \_\_) на заседании кафедры теории упругости МГУ имени М.В. Ломоносова.

|  |  |
| --- | --- |
| Заведующий кафедрой теории упругости  МГУ имени М.В. Ломоносова,  доктор физико-математических наук, профессор,  профессор РАН | Д.В. Георгиевский |

Телефон: 8 (495) 939-55-39

E-mail: georgiev@mech.math.msu.su

\_\_ ноября 2024 г.

СВЕДЕНИЯ О ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

по диссертации Соколова Андрея Александровича

на тему «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация»

по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

|  |  |
| --- | --- |
| Полное наименование организации в соответствии с Уставом | Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет |
| Сокращённое наименование организации в соответствии с Уставом | МГУ имени М.В. Ломоносова, мехмат |
| Почтовый индекс, адрес организации | 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова |
| Веб-сайт | https://www.msu.ru/ |
| Телефон | +7 (495) 939-20-90 |
| Адрес электронной почты | info@rector.msu.ru |
| Список основных публикаций работников ведущей организации по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет (не более 15 публикаций) | Nikabadze M. On Some Issues of Second Strain Tensor and Velocity Vector Gradient Theories of 3D Bodies and Thin Bodies // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. V. 45. No. 8. P. 3682-3705. DOI: 10.1134/S1995080224604387.  Nikabadze M., Ulukhanyan A. On the Interlayer Contact Conditions in Multilayer Thin Body Theory and Some Issues of Splitting Initial-Boundary Value Problems // Lobachevskii Journal of Mathematic. 2022. V.43. No. 7, P. 1945-1961. DOI: 10.1134/S1995080222100304.  Nikabadze M., Ulukhanyan A. Generalized Reissner-type variational principle in the micropolar theories of multilayer thin bodies with one small size // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2022. DOI: 10.1007/s00161-022-01091-x.  Nikabadze M., Ulukhanyan A. On some variational principles in micropolar theories of single-layer thin bodies // Continuum Mechanics and Thermodynamic. 2022. DOI: 10.1007/s00161-022-01089-5.  Matevossian H.A., Nikabadze M.U., Nordo G., Ulukhanyan A.R. Biharmonic Navier and Neumann Problems and their Application in Mechanical Engineering // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. V. 42., No. 8., P. 1876-1885. DOI: 10.1134/S1995080221080199.  Nikabadze M., Ulukhanyan A. On the Theory of Multilayer Thin Bodies // Lobachevskii Journal of Mathematic. V. 42., No. 8., P. 1900-1911. DOI: 10.1134/S1995080221080217  Nikabadze M.U. Eigenvalue Problems for Tensor-Block Matrices and Their Applications to Mechanics // Journal of Mathematical Sciences. 2020. V. 250. No. 6. P. 895-931. DOI: 10.1007/s10958-020-05053-z.  Nikabadze M., Ulukhanyan A. On the Decomposition of Equations of Micropolar Elasticity and Thin Body Theory // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41., No. 10., P. 2059-2074. DOI: 10.1134/S1995080220100145  Nikabadze M.U., Ulukhanyan A.R. Modeling of multilayer thin bodies // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2020. V. 32., No. 3., P. 817-842. DOI: 10.1007/s00161-019-00762-6  Nikabadze M.U., Ulukhanyan A.R., Khizhenkov A. On modeling of three-layered thin bodies // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, TSER 2018, IOP Publishing. 2019. V. 683. P. 1-8. DOI: 10.1088/1757-899X/683/1/012018  Никабадзе М.У. К расщеплению начально-краевых задач в анизотропной линейной теории упругости // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2019. № 5, с. 23-30. |

Декан механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, член-корреспондент РАН

А.И. Шафаревич