**Стенограмма**

заседания диссертационного совета 24.2.331.05 при федеральном

государственном бюджетном образовательном учреждении высшего

образования «Московский государственный технический университет

имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

от 17 декабря 2024 года

ПРИСУТСТВОВАЛИ: 18 членов диссертационного совета из 25.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | Зимин В.Н. | д.т.н. | (1.2.2, техн. науки) |
| 2. | Щеглов Г.А. | д.т.н. | (1.2.2, техн. науки) |
| 3. | Канатников А.Н. | д.ф.-м.н. | (2.3.1, физ.-мат. науки) |
| 4. | Аттетков А.В. | к.т.н. | (1.2.2, техн. науки) |
| 5. | Галанин М.П. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 6. | Горяинов В.Б. | д.ф.-м.н. | (2.3.1, физ.-мат. науки) |
| 7. | Деревич И.В. | д.т.н. | (1.2.2, техн. науки) |
| 8. | Жуков В.Т. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 9. | Зарубин В.С. | д.т.н. | (1.2.2, техн. науки) |
| 10. | Колесник С.А. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 11. | Крищенко А.П. | д.ф.-м.н. | (2.3.1, физ.-мат. науки) |
| 12. | Кузенов В.В. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 13. | Марчевский И.К. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 14. | Морозов А.Н. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 15. | Рыжков С.В. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 16. | Савельева И.Ю. | д.ф.-м.н. | (1.2.2, физ.-мат. науки) |
| 17. | Фурсов А.С. | д.ф.-м.н. | (2.3.1, физ.-мат. науки) |
| 18. | Четвериков В.Н. | д.ф.-м.н. | (2.3.1, физ.-мат. науки) |

**ПОВЕСТКА ДНЯ**

Слушали защиту диссертации Соколова А.А. «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

**Официальные оппоненты:**

1.  Бураго Николай Георгиевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского Российской академии наук.

2.  Савенков Евгений Борисович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник федерального исследовательского центра Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук.

**Ведущая организация** – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет.

Заседание диссертационного совета открыл **председатель диссертационного совета, д.т.н., с.н.с. Зимин В.Н.** Он известил членов совета о правомочности заседания, объявил тему диссертации.

**Ученый секретарь, к.т.н., доцент Аттетков А.В.** доложил об основном содержании представленных соискателем документов и их соответствии установленным требованиям.

Далее соискатель Соколов А.А. изложил существо и основные положения диссертации.

Спасибо за представление моего доклада! Тема моей диссертационной работы «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация». Структура презентации представлена на слайде и начну я с введения.

Задачи термоупругости очень популярны в инженерных приложениях, так как температурные деформации могут ухудшить эксплуатационные характеристики рассматриваемого объекта, а в некоторых ситуациях приводят к их выходу из строя. Так, например, в микроэлектронике на долю температурной деформации приходится более половины случаев выхода оборудования из строя. При этом в инженерной практике приходится оперировать с материалами на микро- и наноуровне, но, как известно, на таких масштабах модели механики сплошной среды становятся неприменимыми, в силу преобладания масштабных эффектов, связанных со структурой материала. В частности, из-за преобладания кромочных эффектов, которые характеризуются увеличенными значениями деформация на границах, к которым приложены температурные или механические нагружения.

Всё это приводит к проблемам моделирования такого рода материалов и на сегодняшний день существуют уже целые иерархии моделей, способных описывать поведения материалов на разных масштабах длины и времени. И если мы говорим о микро- и наномасштабах, то анализ моделей молекулярной динамики и методов микромасштаба без численных экспериментов достаточно ограничен, но и проведение численного эксперимента может быть непростой задачей, так как он может потребовать колоссального объёма вычислительных мощностей, которые не всегда доступны исследователю.

Поэтому с середины прошлого века набирают популярность модели обобщённой механики сплошной среды, например, моментные модели, в частности микрополярные и микроморфные, и модели учитывающие дальнодействующие эффекты, к ним относятся градиентные и нелокальные модели. Помимо разработки моделей, так же важно уметь проводить расчёты при их помощи. И на практике часто возникают сложности в данном вопросе, так как многие из этих моделей не реализованы в популярных программных комплексах. При этом самостоятельная реализация в рамках этих программных комплексов, так же может быть сложной задачей, по ряду причин: будь то закрытый или очень сложный исходный код, так и возможный конфликт интересов. Поэтому целью моей кандидатской диссертации, помимо исследования особенностей моделей нелокальной теплопроводности и термоупругости, так же была и разработка собственного программного комплекса. И так как основной упор в работе был сделан на исследование поведения нелокальных моделей, стоит упомянуть учёных, которые внесли вклад в разработку данного класса моделей: E. Kroner, A.C. Eringen, C. Polizzotto, A. Pisano, и многие другие, а также мои учителя – Кувыркин Георгий Николаевич и Савельева Инга Юрьевна.

В качестве положений, выносимых на защиту, хочу выделить в первую очередь модели нелокальной теплопроводности и термоупругости, позволяющие описать процессы передачи теплоты и напряжённо-деформированного состояния в материалах с микро- и наноструктурой. Новые численные алгоритмы решения на основе метода конечных элементов, специально адаптированные под многопроцессорные вычислительные системы. И собственный программный комплекс NonLocFEM, в рамках которого реализованы все рассматриваемые в работе методы решения.

Переходим к обзору математической модели. В моей работе я рассматривал уравнения стационарной теплопроводности и равновесия в двумерной постановке, где вектор плотности теплового потока и тензор напряжений были переопределены. Они по-прежнему опираются на гипотезы Био – Фурье и Дюамеля – Неймана, но в обобщённом виде и представлены в виде взвешенной суммы, где первое слагаемое использует классическую гипотезу с весовым множителем , а второе слагаемое взвешивает её по области с весовой функцией и весовым параметром . Сумма весовых параметров равна единице, при этом сами параметры больше, либо равны нулю. А – функция нелокального влияния, нормированная и положительная функция в области , называемая областью нелокального влияния.

В работе были приняты следующие гипотезы: рассматриваемый материал изотропен, температурные деформации равнонаправленные, а сами по себе деформации малы, а также, что тело находится в плоском напряжённом состоянии. Для определения компонент тензора деформации я воспользовался соотношением Коши, тензоры коэффициентов линейного температурного расширения и теплопроводности имеют по одно компоненте, а компоненты тензора упругости представлены на слайде. Что касается нелокальной модели, то была принята следующая гипотеза: область нелокального влияния ограничена радиусом нелокальности и представлена в виде круга, а в качестве функции нелокального влияния была выбрана квадратичная парабола. Для уравнения теплопроводности рассматривались граничные условия: первого, второго и третьего родов. Для уравнения равновесия: кинематические и силовые граничные условия.

За основу численного алгоритма решения был взят метод конечных-элементов, после аппроксимации которым, приходим к матрично-векторным уравнениям следующего вида. Первое уравнение соответствует уравнению теплопроводности, второе – уравнению равновесия. Основное изменение коснулось матриц теплопроводности и жёсткости. Теперь они представлены в виде взвешенной суммы и сопровождаются весовыми параметрами и . Локально слагаемое обозначено верхним индексом . Нелокальной слагаемое соответствующим индексом . И так как основные изменения коснулись алгоритмов ассемблирования матриц, рассмотрим их. Ниже представлен алгоритм ассемблирования локальной матрицы теплопроводности и на его примере сможем проиллюстрировать основные изменения. Алгоритм можно интерпретировать следующим образом: обходим сетку поэлементно, берём проекционную функцию под номером , аппроксимационную функцию под номером и интегрируем в квадратурах.

В нелокальном случае алгоритм значительно сложнее, так как при конечно-элементной аппроксимации приходится иметь дело с вложенными интегралами, где область интегрирования внутреннего интеграла зависит от координаты интегрирования внешнего интеграла. Это приводит к квадратурному способу аппроксимации области нелокального влияния, то есть область нелокального влияния аппроксимируется относительно каждого квадратурного узла по-отдельности и в расчёт берутся те элементы, квадратурные узлы которых, хотя бы частично попали под область влияния. Но такой подход крайне неудобен при реализации и использовании, так как алгоритмы заполнения матрицы и интегрирования тесно связаны между собой. Поэтому в моей работе была предпринята попытка развязать эти алгоритмы. Для этого мне потребовалось редуцировать алгоритм аппроксимации области нелокального влияния до элементной аппроксимации, то есть относительно центров элементов. Таким образом алгоритмы удалось развязать, обобщить и оптимизировать независимо друг от друга. Более того, существует возможность оптимизировать алгоритм заполнения матрицы и сделать его пригодным для параллельных вычислений. Для этого необходимо поменять первые два знака суммирования местами и тогда главный цикл программы будет не относительно элементов, а относительно узлов сетки. То есть заполнение матрицы будет построчным, что открывает широкие возможности для распараллеливания.

И здесь мы переходим к обзору возможностей программного комплекса NonLocFEM. Здесь представлена эффективность распараллеливания алгоритма ассемблирования матриц теплопроводности и жёсткости. Из представленных диаграмм видно, что в нелокальном случае на 18-ядерном процессоре эффективность распараллеливания достигает 13-14 раз, в то время как в локальном случае эффективность заметно ниже. Ниже представлены данные об используемом объёме занимаемой оперативной памяти и времени ассемблирования на 18 потоках. В локальном случае объёмы памяти растут линейно относительно подробности сетки, в нелокальном случае рост уже квадратичный, как относительно подробности сетки, так и относительно радиуса нелокального влияния. И очень легко получить задачу, которая не может быть решена средствами обычного домашнего компьютера, так как она будет занимать очень много памяти. Так, например, задача, которая в классической постановке занимала сотни мегабайт, в нелокальном может достигать 17 и даже 58 гигабайт.

Это ставит проблему решения СЛАУ (систем линейных алгебраических уравнений), так как при таких объёмах данных, использование прямых решателей становится ограниченным. Поэтому необходимо использовать итерационные подходы. Но и здесь могут возникнуть проблемы, в силу недостаточно высокой скорости сходимости и простым распараллеливанием алгоритма здесь уже не обойтись. Приходится использовать методы, ускоряющие сходимость итерационных методов. К ним можно отнести оптимизацию сеток, использование предобуславливателей, подбор удачного начального приближения, и в случае использования элементов высшего порядка, также появляется возможность оптимизации базиса элементов.

Так, например, в своей работе я использовал квадратичные серендиповые элементы, то есть восьмиузловые элементы. Для данного класса элементов существует параметрическое семейство базисов со свободным параметром , значение которого равно интегралу от угловой функции по области элемента. Классический базис, предложенный в книге О. Зенкевича, можно получить при . Но нас интересует базис, при котором число обусловленности системы будет минимальным. Для оценки можно минимизировать след матрицы элемента, откуда получаем квадратичную зависимость и находим, что оптимальный базис может быть получен в точке .

И действительно, если посмотреть на зависимость числа обусловленности и скорость сходимости метода сопряжённых градиентов, то в окрестности точки можем наблюдать минимум и той, и другой величины. При этом удалось обнаружить другую интересную закономерность. При увеличении вклада нелокального влияния, то есть при уменьшении параметра , величина числа обусловленности снижается и также снижается количество итераций метода сопряжённых градиентов. При этом удалось установить связь между числами обусловленности в локальной и нелокальной постановках. Оказалось, что в нелокальной постановке максимальное собственное число в точности равно максимальному собственному числу локальной матрицы жёсткости, помноженному на весовой множитель . При этом минимальное собственное число остаётся практически неизменным. Этот факт натолкнул меня на мысль, что для построения предобуславливателя можно использовать локальную матрицу. И действительно, если вычислить неполное разложение Холецкого локальной матрицы и использовать его в качестве предобуславливателя в задаче в нелокальной постановке, то удаётся получить двукратное ускорение сходимости метода сопряжённых градиентов. Также была предпринята попытка в качестве начального приближения использовать решение классической задачи при аналогичных граничных условиях. Но такой подход не дал ожидаемого эффекта, так как ускорение, либо не наблюдается, либо получаем обратный эффект.

Здесь представлена структура программного комплекса NonLocFEM. Логически её можно разделить на две достаточно большие части: математическое ядро, которое содержит все необходимые примитивы и алгоритмы для решения конечно-элементных задач и обработчик конфигурационных файлов, который принимает запросы пользователя и интерпретирует их в терминах математического ядра.

Далее перейдём к анализу решений. Начнём с простой задачи, в которой рассмотрим применимость принципа Сен-Венана и его аналога для тепловой задачи – принципа стабильности тепловых потоков в контексте нелокальных постановок. Для этого рассмотрим продолговатую прямоугольную область и поставим три геометрически разных, но интегрально эквивалентных нагружения.

Рассмотрев сечения вдоль оси нагружения, на верхних двух рисунках, можем обнаружить, что решения действительно сливаются в единую поверхность, то есть принцип Сен-Венана выполняется, но в отличие от классической постановки, где эта поверхность плоская, в нелокальном случае она принимает более сложную конфигурацию, которую можно понять если рассмотреть сечение вдоль другой оси. В нём можем увидеть, что распределения напряжений или компоненты вектора плотности теплового потока, в зависимости от рассматриваемой задачи, обладают кромочным эффектом, который характеризуется снижением рассматриваемой величины на свободных от условий границах и компенсирующим её увеличением внутри области. Размах кромочного эффекта напрямую связан с радиусом нелокального влияния, а величина отклонений с весовым параметром модели.

Далее рассмотрим задачу Кирша с обобщением на эллиптические вырезы. Для этого рассмотрим прямоугольную область с эллиптическим вырезом по центру и поставим граничные условия растяжения. В первую очередь нас будут интересовать распределения полей деформаций и напряжений на кромке . Для этого введём параметрические координаты дуги, вычислим натуральный параметр длины и обезразмерим его.

Известно, что у этой задачи максимум напряжений находится в верхней и, соответственно, нижней точках выреза. При этом есть аналитическая зависимость максимального напряжения от соотношения длин полуосей и величины прикладываемого нагружения. Но в нелокальном случае появляется дополнительный множитель , который зависит от весового параметра модели. Ниже представлены данные со значениями максимального уровня напряжения при вариации отношений длин полуосей и весового параметра . И если воспользоваться формулой над таблицей, то можно заметить, что параметр линейно зависит от параметра и его величина снижается по мере уменьшения весового параметра модели, то есть в нелокальной постановке максимальные напряжения становятся ниже. А справа представлены распределения полей деформации в локальном и снизу в нелокальном случаях. При сужении эллиптического выреза вдоль оси нагружения, максимальный уровень деформации растёт, при этом его концентрация смещается к верхней и нижней точкам выреза. В нелокальном случае данная величина становится ещё больше, но при этом также появляется дополнительная область с отрицательными значениями деформации, которая смежна с концентратором.

В качестве последней задачи, рассмотрим задачу о температурных деформациях. Для этого рассмотрим ту же область и пропустим через не тепловой поток. Поставим граничные условия таким образом, чтобы все решения были сконцентрированы непосредственно в окрестностях выреза, но так как в таком случае данная задача не обладает единственным решением, для достижения единственности решения добавим два дополнительных интегральных условия на температуру и первую компоненту перемещения.

Рассмотрим поля напряжений и при вариации соотношения длин полуосей. При сужении эллиптического выреза максимум напряжения растёт и смещается к верхней и нижней точкам выреза, но в самих точках напряжения равны нулю, так как это точки смены знака. Распределение становится более равномерным и его максимальный уровень снижается. Снизу представлены решения при вариации весовых параметров модели. При увеличении вклада нелокального влияния, оба напряжения и снижаются.

Таким образом в качестве основных результатов работы стоит выделить следующее: были предложены новые эффективные численные алгоритмы на основе метода конечных элементов для решения задач нелокальной теплопроводности и термоупругости, которые предназначены для вычислений на многопроцессорных вычислительных машинах с общей и распределённой памятью; разработан собственный программный комплекс NonLocFEM, в котором реализованы все представленные в работе алгоритмы и методы для моделирования эффектов, встречающихся на микро- и наномасштабах; получены новые результаты в задачах с известными для классической постановки решениям, установлены закономерности, свидетельствующие о снижении роли концентраторов в распределении полей напряжений и плотности теплового потока, а также исследованы границы спектров собственных чисел матриц и численно установлены связи между спектрами матриц, ассемблированных в классической и нелокальной постановках.

Далее был представлен слайд со списком публикаций Соколова А.А., относящихся к теме диссертации; слайд с подтверждением наличия свидетельства о государственной регистрации программного комплекса NonLocFEM; слайд со списком международных и всероссийских конференций, в которых участвовал Соколов А.А.; два слайда с благодарностями: на первом представлены номера и названия грантов, в рамках которых была подготовлена данная работа и на втором слова благодарности Кувыркину Георгию Николаевичу за вклад в нелокальную термомеханику и наставничество. Закончилась презентация слайдом с текстом «Спасибо за внимание!».

После доклада Соколова А.А. были заданы вопросы.

**Д.ф.-м.н., доцент Марчевский Илья Константинович**

**Вопрос.** Скажите, пожалуйста, вы вначале привели таблицу про потребность хранения данных в памяти. Верно ли я понял, что при решении задачи в классической постановке требуется порядка сотни мегабайт, а в нелокальном уже получается порядка сотни гигабайт. Так сколько же у вас ненулевых элементов в каждой строке матрицы получается?

**Ответ.** Основной особенностью нелокальных матриц заключается в том, что они, если можно так сказать, являются квазиразреженными, то есть плотность заполнения таких матриц не изменяется при увеличении дискретизации сетки. То есть если мы будем дробить сетку, то количество ненулевых элементов в каждой строке будет постоянно увеличиваться. Условно говоря, если в классическом случае количество ненулевых элементов во всей матрице порядка несколько миллионов, то в нелокальной это число достигает уже порядка нескольких миллиардов. То есть отсюда можно сказать, что в каждой строке примерно тысяча ненулевых элементов.

**Вопрос.** Как в ваших вычислительных экспериментах соотносились характерный размер конечного элемента и радиус нелокального влияния?

**Ответ.** Размер конечного элемента должен быть меньше радиуса нелокального влияния. В моих расчётах эта величина достигает примерно от 10 до 20 элементов на радиус.

Далее слово было предоставлено **научному руководителю, д.ф.-м.н., исполняющему обязанности заведующего кафедрой Савельевой И.Ю.**

Начну с того, что нелокальными теориями Георгий Николаевич и я вместе с ним начали заниматься примерно 15 лет назад. И за все эти годы накопилось очень много исследований, решены различные задачи в том числе и нашими студентами. И стало понятно, что это нужно систематизировать, формализовать и объединить в одном месте, чтобы не начинать каждый раз с нуля, а развивать направление нелокальных моделей термоупругости. Поэтому одной из главных задач, которая стояла перед диссертантом, как раз была задача создать программный комплекс, который бы имел набор готовых решений связанных со сборками матриц, решениями каких-то базовых задач и позволял с единых подходов развивать дальнейшее направление.

Андрей Александрович выпускник нашей кафедры, наш молодой сотрудник, очень ответственный и целеустремлённый. Нелокальными задачами занимается ещё со своей бакалаврской выпускной квалификационной работы. За это время продемонстрировал, что умеет самостоятельно ставить и решать задачи. В настоящее время, в некотором смысле, возглавляет нашу научную группу в плане развития конечно-элементного программного комплекса. Считаю, что он заслуживает степени кандидата физико-математических наук, поэтому прошу поддержать работу. Спасибо!

Далее **ученый секретарь диссертационного совета, к.т.н., доцент Аттетков А.В.** ознакомил диссертационный совет с информацией об отзывах, поступивших на диссертацию и автореферат. Все отзывы положительные, поэтому с согласия членов диссертационного совета были зачитаны только замечания.

**Отзыв ведущей организации** — федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет. Отзыв подписан заведующим кафедрой механики композитов, доктором физико-математических наук, профессором Никабадзе Михаилом Ушангиевичем и утвержден проректором МГУ им. М.В. Ломоносова А.А. Федяниным. В отзыве отмечено, что диссертационная работа Соколова Андрея Александровича на тему «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация» является завершенной научно-квалификационной работой, которая по объему, актуальности, степени научной новизны, а также теоретической и практической значимости полученных результатов полностью удовлетворяет требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Положительное заключение содержит замечания:

1. Во введении работы фигурирует термин «структурно-чувствительные материалы». Было бы уместно более чётко определить это понятие, так как не до конца ясно, какой класс материалов следует называть структурно-чувствительным.

2. В определении интегрального нелокального оператора (1.1) фигурируют следующие параметры: весовые параметры и , функция нелокального влияния и область нелокального влияния , которые в дальнейшем становятся частью уравнений теплопроводности и равновесия. Какие из этих параметров являются материальными и могут быть установлены из экспериментов?

3. Следовало подробное объяснение происхождения формулы (1.1.), так как, как выясняется далее, оно является фундаментальным соотношением для данной диссертационной работы.

4. Из содержания текста перед формулой (1.2) видно, что эту формулу следовало записать для двумерной области, однако содержание текста после этой формулы указывает на то, что оно представлено для трёхмерной области.

5. Следует также отметить, что без каких-либо объяснений представлены формулы (1.3), (1.5) и (1.6). Ссылки на замечательные работы [37-39] не совсем уместны, так как в этих работах рассматриваются «определяющие уравнения», «уравнение теплопроводности» и «уравнения движения» для математической модели нелокальной термовязкоупругой среды.

6. Не указаны в формулах индексы какие значения принимают, а также не указано суммирование по повторяющимися индексам.

7. На 27-ой странице при получении последних двух соотношений, которые применяются в дальнейшем, интегрирование по частям некорректно осуществлено.

8. На 31-ой странице на 7-ой и 8-ой строках сверху написано: «… представим векторы … в виде тензоров второго ранга, …» Это высказывание некорректно, так как векторы нельзя представить в виде тензоров второго ранга.

Отмечено, что сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Затем **ученый секретарь диссертационного совета, к.т.н., доцент Аттетков А.В.** зачитал замечания из отзывов, поступивших на автореферат диссертации Соколова А.А. от:

* **Федотенков Григорий Валерьевич,** доктора физико-математических наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов, динамика и прочность машин» института общеинженерной подготовки федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)». Отзыв положительный и содержит два замечания:

1. В автореферате не указаны допустимые соотношения размеров элементов сетки и радиуса нелокального влияния. Также не совсем ясен принцип, по которому можно перейти от одного способа аппроксимации области нелокального влияния к другому
2. Не ясным остаётся способ оценки эффективности распараллеливания алгоритма ассемблирования матриц теплопроводности и жёсткости. Почему в локальном случае рассмотрения классических матриц эффективность распараллеливания ниже, чем в нелокальном?

* **Ступин Дмитрий Дмитриевич**, кандидат технических наук, доцент, главный специалист федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)». Отзыв положительный и содержит два замечания:

1. Следует отметить, что в автореферате были приведены два семейства функций нелокального влияния, но не были описаны различия между ними. В связи с этим представляется неясным, из каких соображений нужно выбрать ту или иную функцию нелокального влияния и другие параметры нелокальной модели.
2. Автореферат представляется несколько перегруженным в плане различных формул, возможно, в ущерб объяснениям полученных результатов с точки зрения физического смысла.

* **Стрижак Сергей Владимирович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки Института системного программирования им. В.П. Иванникова Российской академии наук (ИСП РАН). Отзыв положительный, содержит три замечания:

1. С учётом того, что основой численного метода является метод конечных элементов, не совсем ясна целесообразность создания собственного программного комплекса вместо написания модуля к уже существующим. Это бы позволило решать более сложные задачи и сосредоточить внимание на математической стороне вопроса. Сам выбор метода конечных элементов не совсем понятен: почему приоритет отдан именно ему, а не, например, методу контрольных объёмов, обеспечивающему строгое выполнение балансовых соотношений.
2. В автореферате нет указаний на примеры решения каких-либо практических задач. Кроме того, не вполне понятно, из каких физических экспериментов можно установить параметры, характеризующие нелокальные свойства материала (вид функции нелокального влияния, характерный размер носителя этой функции, весовые параметры). Всё это несколько снижает практическую ценность представленных результатов.
3. Отсутствуют какие-либо оценки абсолютных затрат времени на выполнение расчётов, хотя бы по сравнению с решением аналогичных по постановке задач, но в рамках классических («локальных») моделей. Нет данных по эффективности распараллеливания алгоритма при использовании технологии MPI.

На предложение председателя диссертационного совета, д.т.н., с.н.с. Зимина В.Н. ответить на замечания, соискатель Соколов А.А. выбрал предусмотренную процедурой возможность дождаться выступлений официальных оппонентов.

**Официальный оппонент доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Бураго Н.Г.**

Про актуальность данного исследования автор уже сказал, но я добавлю. Материалы, из которых всё вокруг нас изготовлено и создано, не идеальны, а это значит, что для расчётов мы используем какие-то осреднённые значения всех параметров материала. Но, как выясняется, в каких-то случаях это приводит к неприятностям. Простой пример, если мы хотим узнать, когда начнётся разрушение. И с этим столкнулись ещё на стадии аналитических подходов, когда пытались рассчитать движение трещины, где выяснилось, что критерий по максимальному разрушающему напряжению не срабатывает, потому что в кончике трещины имеется неограниченный рост напряжений и даже при незначительном воздействии уже достигается этот критерий. И выход был найден в том, чтобы перейти к интегральным характеристикам в критериях разрушения. И перешли к коэффициентам концентрации напряжений. Это сразу решило проблему.

Аналогичное, имеющее отношение к этой работе, исследование действительно началось лет 15 назад, когда возникла необходимость перенести все эти модели на численные методы и здесь выяснилось, что в численных методах нет характеристик, которыми оперировали аналитики, и эта идея о том, что надо ввести некую область вокруг любой точки в материале и в этой области произвести осреднение и перейти от локальных характеристик к нелокальным. Вот здесь и возникла необходимость переосмыслить математическую постановку задачи, то есть, как у докладчика и было показано, в уравнениях появились дополнительные члены с интегралами, которые отвечают именно за эффекты осреднения. Аналогично и в механике разрушения, точно так же.

Теперь, про то, что это актуально, потому что, действительно, сейчас уже приходится проводить расчёты сложных конструкций. Сейчас это уже не какая-то отдельная трещина или флуктуация свойства материала, а это целая область со сложной геометрией и расчёты нужно проводить автоматически. Поэтому возникла необходимость в создании не только теоретической базы, но и в разработке алгоритмов. И здесь в начале были показаны Ansys, Abaqus и так далее. Это прекрасные пакеты, которыми наводнили нашу страну, но они работают как чёрные ящики – вещь в себе. Что-либо внести своё целая проблема. Есть даже целые тома с руководствами о том, как что-то можно поменять. А если вы хотите эти изменения реализовать, связывайтесь с разработчиками, делайте заказ. Но это ведь большие деньги – миллионы долларов может обойтись новое изменение. Другое дело если бы эти пакеты были наши и были бы разработчики, от которых у нас нет секретов, то сделать это можно было бы за пол часа. Буквально, подключить датчик случайных чисел и так далее.

Так, например, с Abaqus у нас в институте пытались решить одну задачу и ничего не получилось. У меня же есть свой пакет и я эту задачу сделал буквально за 15 минут и потом мне все завидовали, что мне удалось это так просто решить. А потому что нужно самостоятельно это делать и в этом смысле большой поклон разработчику и соискателю, потому что он молодец, он сделал это своими руками и это большой плюс.

По поводу работы хочу отметить следующее. Во-первых, отмечу, что очень хороший текст, то есть этот текст достоин того, чтобы на его основе опубликовать небольшую книгу и она может быть руководством. Во-вторых, подмечу, у меня в этом году тоже опубликована статья по нелокальности, но в среде с разрушением, так у нас в разработке по гранту участвовали два доктора наук и два кандидата. Вот мы вчетвером целый год эту проблему решали, там всё нужно было сделать: постановку, метод решения и тоже программную реализацию. Так мы вчетвером делали, а он это сделал один и во всех разделах. Это говорит о том, что он вполне может руководить коллективом, который будет этим заниматься, контролировать, направлять, давать советы и это говорит о том, что человек созрел. Его надо поощрить, вообще говоря, такие люди ценные для нашей страны. Вы же сами видите, что сейчас, например, обращаться по поводу Abaqus или Ansys с просьбой, чтобы они нам что-то сделали бесполезно, они ничего не будут делать, потому что санкции. Поэтому, нужно отдать должное научному руководителю и Георгию Николаевичу, что сумели вырастить такого человека. Молодой человек – 27 лет всего и уже проявил себя вполне самодостаточным научным работником.

Вот что я хочу отметить, что в этих пяти главах практически везде присутствуют элементы новизны, то есть то, что предложил лично соискатель. Они у меня перечислены в отзыве, но я не буду их зачитывать. Важно лишь то, что мнение положительное. И ещё я хочу сказать, что у меня здесь, конечно, есть парочка замечаний, но поймите меня правильно, придраться можно к любой работе, всегда есть чего-то такое, что ещё можно добавить, что-то обсудить, вот все эти замечания такого типа. Но я думаю, что соискатель учтёт их, когда будет готовить новые материалы к печати. Так что в целом эти замечания никак не меняют положительного заключения. И насчёт публикаций, тоже всё в порядке, пять статей, статьи входят в Scopus и Web of Science. Поэтому я призываю проголосовать за присуждение учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

В виду отсутствия на защите **официального оппонента доктора физико-математических наук, ведущего научного сотрудника Савенкова Е.Б.**, текст его отзыва был зачитан **ученым секретарём диссертационного совета, к.т.н., доцентом Аттетковым А.В.**

**Актуальность работы.** Диссертационная работа Соколова А.А. посвящена исследованию нелокальных моделей теплопроводности и термоупругости. Данный класс моделей позволяет учесть дальнодействующие эффекты, которые могут возникать в материалах, обладающих микро- и наноструктурой. В качестве основного преимущества данного класса моделей, по сравнению с другими моделями обобщённой механики сплошной среды, можно выделить малое количество материальных параметров, требующих экспериментального уточнения. К недостаткам стоит отнести более сложную формулировку уравнений, которые выражены в интегро-дифференциальной форме, что влечёт за собой большую вычислительную сложность.

Важным этапом, после разработки математических моделей, является разработка численного алгоритма решения. В представленной на отзыв работе выбор сделан в пользу метода конечных элементов, который применительно к моделям данного класса принято называть методом нелокальных конечных элементов. В качестве основной особенности предложенного алгоритма стоит выделить способ аппроксимации области нелокального влияния относительно центров конечных элементов. Это позволило упростить численный метод и представить его в форме, где алгоритм интегрирования и алгоритм формирования портрета матрицы могут быть реализованы независимо друг от друга.

Одним из основных результатов работы является программный комплекс NonLocFEM, который собрал в себе реализацию всех предложенных в работе алгоритмов. Данный программный комплекс предназначен для вычислений на многопроцессорных вычислительных машинах. В качестве инструментов для распараллеливания кода использует интерфейсы параллельного программирования OpenMP и MPI. Показанные в работе результаты численных расчетов свидетельствуют о высокой эффективности разработанной автором программной реализации, а также о достоверности результатов моделирования.

Таким образом, результаты работы создают цельный задел в области математического моделирования сложноустроенных микронеоднородных сред, к которым относятся широкие классы современных и перспективных материалов. По этой причине полученные в работе результаты, равно как и рассмотренные в ней задачи являются актуальными.

**Научная новизна** работы состоит в исследовании нелокальных уравнений стационарной теплопроводности и термоупругости, разработке новых методов их численного решения и реализации программного комплекса.

**Структура работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и приложения. Полный объём диссертации составляет 111 страниц, включая 37 рисунков и 9 таблиц. Список литературы содержит 138 источников.

**Во введении** приведён широкий обзор литературы, посвящённой современным инженерным задачам, трудностям, с которыми сталкиваются исследователи, а также моделям обобщённой механики сплошной среды, предназначенные для исследования материалов обладающих микро- и наноструктурой. Также здесь объяснена актуальность темы исследования, научная новизна, вклад автора, сформулированы цели и задачи исследования, положения, выносимые автором на защиту, и другие пункты.

**В первой главе** представлены математические модели нелокальной теплопроводности и нелокальной термоупругости. Рассмотрен интегральный нелокальный оператор, на его основе сформулированы уравнения стационарной теплопроводности и равновесия в интегро-дифференциальной форме, а также предложены два семейства функций нелокального влияния: полиномиальное и экспоненциальное.

**Во второй главе** описаны общие сведения о методе конечных элементов и схема аппроксимации уравнений стационарной теплопроводности и равновесия в нелокальных постановках. Получены матрично-векторные уравнения, основной особенностью которых является разбиение матриц теплопроводности и жёсткости на взвешенные суммы, где весовые параметры аналогичны таковым для интегрального нелокального оператора.

Здесь же предложен способ квадратурной аппроксимации области нелокального влияния, подразумевающий аппроксимацию области относительно каждого квадратурного узла и учёт в расчёте тех элементов, квадратурные узлы которых попали в область. Представлены алгоритмы ассемблирования слагаемых систем алгебраических уравнений, соответствующих слагаемым исходных уравнений, а также вычисления производных величин, таких как вектор плотности теплового потока и тензор напряжений.

**В третьей главе** представлена общая структура программного комплекса NonLocFEM, описана взаимосвязь модулей программы, их структура и особенности. Стоит отметить возможность использовать многопроцессорные вычислительные системы при помощи технологий OpenMP и MPI.

Далее в главе описаны алгоритмы и структуры, реализованные в программном комплексе: параллельный алгоритм ассемблирования матриц теплопроводности и жёсткости, аппроксимация области нелокального влияния относительно центров элементов на основе k-d дерева, а также оптимизированный базис для квадратичных серендиповых элементов.

**В четвёртой главе** представлен сравнительный анализ решений между классической постановкой и нелокальной. Продемонстрирована применимость принципов Сен-Венана и стабильности тепловых потоков в контексте нелокальных постановок. Изучено влияние нелокальных эффектов в областях с концентраторами тепловых потоков и напряжений. Проведён анализ температурных деформаций на областях с эллиптическими вырезами.

Главной особенностью нелокальных решений, по сравнению с их классическими аналогами, стоит считать кромочные эффекты, которые характеризуются увеличением температуры и перемещений вблизи точек приложения нагружений и снижением производных величин, таких как плотность теплового потока и напряжения на свободных от нагружений границах. Также стоит отметить снижение роли концентраторов в нелокальных постановках и увеличению уровня напряжения внутри области.

**В пятой главе** проведён анализ эффективности программного комплекса NonLocFEM. Представлены результаты ускорения расчётов на 18-ядерном процессоре Intel Core i9-10980XE, а также данные о балансировке данных между шестью вычислительными узлами, свидетельствующие о высоком уровне параллельности кода программы.

Был проведён анализ сходимости метода сопряжённых градиентов при вариации свободного параметра базиса и весового параметра модели. Представленные данные свидетельствуют об ускорении сходимости метода сопряжённых градиентов при увеличении вклада нелокального влияния. В последнем разделе главы был предложен предобуславливатель на основе неполного разложения Холецкого локальной матрицы жёсткости. При применении такого способа предобуславливания системы удалось получить двукратное ускорение сходимости решения.

В качестве **замечаний по работе** следует отметить следующие:

1. Для предобуславливания системы линейных алгебраических уравнений конечно-элементных аппроксимаций использован алгоритм неполного разложения Холецкого. Детали его реализации не приводятся. Вместе с тем, в настоящее время существуют достаточно эффективные параллельные (MPI, OpenMP) реализации неполного разложения Холецкого, например, в свободной и бесплатной библиотеке SuperLU. Использование подобных библиотек сделало бы параллельной самую вычислительно «тяжелую» часть программной реализации и позволило бы рассматривать задачи существенно большей сеточной размерности. Так же автору следует рассмотреть возможность использования предобуславливателей на основе многосеточного метода, имеющих практически идеальную масштабируемость и «поэлементных» («element-by-element») предобуславливателей.
2. Основное назначение предложенных автором моделей ‑ это моделирование процессов в микро- и нано-неоднородных средах и материалах. Вместе с тем, связь между параметрами использованных феноменологических моделей и параметрами первичными, «микронеоднородных» моделей в работе не показана и не анализируется.
3. Предложенный в работе алгоритм численного решения оперирует блочными матрицами и в работе были введены определения блоков, из которых ассемблируются матрицы теплопроводности (2.9) и жёсткости (2.10). Однако процедура, при которой были получены именно такие определения блоков, не до конца изложена.

Сделанные замечания не влияют на общую высокую оценку, проделанной работы. Тема работы полностью соответствует выбранной специальности и удовлетворяет всем формальным требованиям, а её содержание и вклад автора в разработку новых методов математического моделирования открывает возможности для дальнейшего изучения процессов в сложноустроенных средах и материалах в содержательных прикладных постановках.

Диссертационная работа полностью соответствует требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям в соответствии с Проставлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842 (ред. от 01.10.2018) «О порядке присуждения учёных степеней», а её автор Соколов Андрей Александрович заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

**Ответы соискателя на замечания, содержащиеся в отзывах ведущей организации, официальных оппонентов и отзывах на автореферат.**

У меня заготовлена презентация с вопросами, которые я сгруппировал по темам и упорядочил их по главам диссертации.

Термин структурно-чувствительные материалы, в каком-то смысле, мне достался по наследству от Георгия Николаевича, и он подразумевает под собой материалы, которые обладают некоторой структурой, то есть материал представляется в виде зернистой структуры, где каждое зерно связано со всеми остальными. Обычно такими структурами обладают наноматериалы и, в частности, нанокомпозиты. И для таких структур важно уметь описывать эффекты, которые могут в них возникать и механика сплошной среды не применима напрямую к такого рода структурам, так как необходимо дополнительно учесть такие эффекты, например, кромочные и прочие дальнодействующие эффекты.

Насчёт прикладных задач, здесь, конечно, согласен, что было бы здорово использовать данную модель уже где-нибудь на практике, но всё ограничено недостатком экспериментальных данных и пока что был сделан упор на модельные задачи, чтобы в принципе понять, как себя ведёт данная модель при разных условиях.

Здесь собраны вопросы, касающиеся определения параметров и функции нелокального влияния. Что касается весовых параметров и , функции нелокального влияния и области нелокального влияния , то это всё модельные параметры, то есть они не материальны и для их определения нужно провести серию экспериментов и на основе полученных данных, например, путём регрессионного анализа получить подходящие для конкретного материала значения.

В своей работе я рассматривал два семейства функций нелокального влияния: полиномиальные и экспоненциальные. Но эти семейства параметрические, то есть у них есть несколько параметров, ответственных за распределение плотности функций. И при исследовании, качественных различий между ними я не увидел. В моей работе есть целое исследование, которое этому посвящено. Поэтому я решил остановить свой выбор на квадратичной параболе, так как вариация параметров носит лишь количественные различия в решениях, а их проще добиться путём вариации весовых параметров модели.

Здесь я согласен, что нужно было добавить больше пояснений и ссылок в мою работу на некоторые фундаментальные определения. Что касается объяснения происхождения формулы (1.1). На слайдах я её не представил, но в работе, в частности в автореферате, приведено определение нелокального интегрального оператора. Это была моя попытка обобщить постановку нелокальных задач, но после общения с Михаилом Ушангиевичем из ведущей организации, стало понятно, что для такого подхода нужно было ввести более строгий формализм в объяснения.

Далее собраны замечания, связанные с различными опечатками и неточностями. Я, конечно же, согласен с ними, в тексте научной работы должно быть всё строго, поэтому в будущем постараюсь избежать подобных неточностей.

Что касается разработки модуля для какого-нибудь популярного программного комплекса. Разумеется, это было бы хорошей идеей уже на апробированном комплексе добавить расчётный модуль, так как основные изменения коснулись лишь алгоритмов ассемблирования матриц теплопроводности и жёсткости, а остальные части алгоритма остались неизменными. Но в этом и кроется основная сложность, так как мне пришлось достаточно сильно пересмотреть многие базовые алгоритмы, которые формируют эти самые матрицы, для того, чтобы программа работала достаточно эффективно. Но так как планируется развивать это направление, было принято решение реализовать собственный программный комплекс.

Насчёт использования метода контрольных объёмов или метода конечных элементов. Выбор в пользу метода конечных элементов сделан по причине того, что данный метод проще использовать в мультифизических постановках, то есть когда у нас несколько разных физических процессов происходит одновременно, так как для разных процессов могут потребоваться разные функции формы, с разными порядками элементов. В конечно-элементной процедуре это сделать проще, чем в методе контрольных объёмов. Также, насколько я понимаю, но могу ошибаться, так как у меня нет большого практического опыта в использовании метода контрольных объёмов, контактные задачи проще решать методом конечных элементов и это задел на будущее.

Насчёт использования квадратичных серендиповых элементов. В первую очередь это была попытка получить более точное решение. В нелокальном случае решения, при сравнении решений, полученных с билинейными элементами, действительно различаются, но при высокой степени дискретизации можно использовать и билинейные, так как разница становится несущественной. Если сравнивать серендиповые элементы и лагранжевые, то лагранжевые элементы оказываются очень дорогими в расчёте, так как в нелокальной постановке они начинают требовать примерно в два раза больше оперативной памяти и соответственно время счёта тоже значительно увеличивается.

А что касается соотношения размера элементов сетки к радиусу нелокального влияния, то этот вопрос уже сегодня звучал. Основной тезис остаётся неизменным, элементы должны быть меньше радиуса нелокального влияния. Что касается перехода от квадратурного способа аппроксимации области нелокального влияния к элементному. Здесь это можно интерпретировать как использование всего одной квадратурной точки Гаусса, то есть это просто снижение порядка точности аппроксимации области. Но в качестве компенсации, можно увеличить радиус поиска элементов, то есть при заданном радиусе нелокального влияния, к нему можно добавлять дополнительную величину при вычислении радиуса поиска, например, максимальное расстояние между двумя смежными элементами.

Насчёт способов оценки эффективности распараллеливания алгоритма ассемблирования, то в расчёт бралось время выполнения всего алгоритма ассемблирования, а учитывая обобщённость алгоритмов, которые пригодны и для локальных, и для нелокальных задач, на малом объёме данных они показывают плохую эффективность в силу дополнительных выделений памяти, которые из-за частого вызова снижают эффективность его работы.

Если говорить про абсолютные затраты времени, в работе я привёл данные только про время ассемблирования матриц, но не привёл время, которое требуется для решения СЛАУ (систем линейных алгебраических уравнений). Если говорить о задачах, которые я решал в рамках своей диссертационной работы, то порядок времён следующий: локальные задачи решались от 5 секунд до нескольких минут; нелокальные задачи от 5 минут до 2 часов.

И последнее замечание касается алгоритма разложения Холецкого. Я не вижу смысла использовать такие серьёзные библиотеки для данного разложение, так как основная идея при его использовании заключалась в том, что локальная матрица занимает значительно меньший объём данных по сравнению с нелокальной. Поэтому её разложение является относительно простой операцией и, более того, каждый исполняющий процесс может хранить её целиком. Поэтому в своей реализации я использовал готовую из библиотеки линейной алгебры Eigen и считал это разложение без дополнительного распараллеливания.

Использование предобуславливателей на основе многосеточных методов, конечно, звучит достаточно перспективно, но требует дополнительной адаптации метода на нелокальный случай. Возможно в будущем получится это реализовать. Спасибо!

После ответа соискателя на замечания **председатель диссертационного совета, д.т.н., с.н.с. Зимин В.Н.** предложил членам комиссии высказать своё мнение касательно работы **Соколова А.А.**

**Выступил к.т.н., доцент Аттетков Александр Владимирович, ученый секретарь диссертационного совета.**

Соискатель себя хорошо показал ещё с третьего курса, когда изучал у меня методы оптимизации. Не знаю насколько успешно он тогда сдал этот предмет, но раз использует метод сопряжённых градиентов в своих алгоритмах, значит чего-то из курса методов многомерной безусловной оптимизации осталось. Слушал его несколько раз, когда он курсовые работы представлял. Ну, конечно, то что представлено здесь и что было на третьем-четвёртом курсе – это уже совершенно другой уровень восприятия. Считаю, что это один из самых ярких студентов данного выпуска. Призываю и других членов диссертационного совета положительно оценить данную диссертационную работу и поддержать, как Георгия Николаевича, так и нового научного руководителя данного молодого дарования, который, как я понимаю, планирует связать свою судьбу с кафедрой прикладной математики, что вдвойне положительно будет отражаться на новом поколении. Спасибо, успехов и ещё раз спасибо.

**Выступил д.т.н., профессор Зарубин Владимир Степанович.**

Это направление в пределах нашей кафедры возглавлял Кувыркин Георгий Николаевич. К сожалению, события повернулись таким образом, что не удалось довести до конца руководство этой работы. Но я считаю, что Инга Юрьевна сумела продолжить и направить к финишу Андрея Александровича.

Если рассматривать критические замечания в отзывах. Ну ясно, что всё-таки хотелось получить результаты явно прикладного характера, но здесь ситуация не такая простая. Всё-таки основная направленность связана с тем, чтобы показать возможность известных средств механики сплошной среды, приблизить их к дальнейшему анализу на микроуровне. И вот при наличии фундаментальных работ, многие из которых берут своё начало с середины прошлого столетия, и связанные с ними имена известных, выдающихся учёных, то доведение до количественных результатов, в это области работ сравнительно не много. Связано это с тем, что вычислительный инструмент в этой области ещё требует совершенствования. Поэтому работу Андрея Александровича можно рассматривать, как мне кажется, с позиции вклада в совершенствование инструментария.

И в этой связи, я думаю, что в отзыве первого оппонента удалось вскрыть особенности этой ситуации. Я считаю, что оценка роли кандидатской работы Андрея Александровича здесь были весомыми и достаточными для того, чтобы признать обсуждаемую работу достойной того, чтобы присудить диссертанту степень кандидата именно физико-математических наук.

Ну, я уже сказал, что ряд замечаний больше был связан со стремлением получить результаты какого-то практического характера. Я думаю, что инструмент в области учёта нелокальных эффектов с точки зрения пространственного влияния. Он требует ещё продолжения и совершенствования в различных направлениях, сопоставления возможностей для того, чтобы становиться на каких-то работоспособных отечественных разработках.

Так что считаю, что у нашего диссертационного совета есть все основания вот такую работу, именно в такой направленности поддержать. Спасибо.

**В заключительном слове соискатель Соколов А.А.** поблагодарила диссертационный совет и высказал свои планы по дальнейшему развитию своего направления и программного комплекса.

Для проведения тайного голосования по диссертации Соколова А.А. диссертационный совет избрал открытым голосованием счетную комиссию в составе:

1. Фурсов А.С., д.ф.-м.н.
2. Крищенко А.П., д.ф.-м.н., профессор.
3. Горяинов В.Б., д.ф.-м.н., доцент.

Для решения о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, утвержденным постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, члены диссертационного совета провели тайное голосование. В тайном голосовании участвовали 18 членов диссертационного совета из 18 присутствующих. При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 18 человек, из них 12 докторов наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, участвовавших в заседании (8 – физико-математические науки, 4 – технические науки), из 25 человек, входящих в состав совета, **проголосовал: за – 18, против – нет, недействительных бюллетеней – нет.** Диссертационный совет открытым голосованием утвердил результаты тайного голосования.