Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Фундаментальные науки»

КАФЕДРА «Прикладная математика»

РАСЧЁТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ УПРУГОСТИ И ИХ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

Студент группы ФН2-42М	____________ (Подпись, дата)	А.А. Соколов
Руководитель ВКР	____________ (Подпись, дата)	Г.Н. Кувыркин
Нормоконтролер	____________ (Подпись, дата)	М.М. Лукашин

2021 г.

1. Основные соотношения

1.1. Выбор функций нелокального влияния

В данной постановке задачи REF никак не конкретизируется геометрия области нелокального влияния $S'(\boldsymbol{x})$ и уж тем более сама функция нелокального влияния φ. Чаще всего в расчётах используют функцию нормального распределения Гаусса, а зону нелокального влияния аппроксимируют по првилу трёх сигм, но полученные при такой аппроксимации зоны получаются весьма большими, что накладывает серьёзные требования на объёмы используемой оперативной памяти. Вместе с тем, вычисление экспонент является весьма затратным с вычислительной точки зрения, поэтому предлагается использовать весьма широкий класс полиномиальных функций нелокального влияния с фиксированными областями нелокального влияния $S'(\boldsymbol{x})$, которые можно представить в виде

$$\varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \begin{cases} A(1 - \rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')^p)^q, & \rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') \leqslant 1, \\ 0, & \rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') > 1 \end{cases} \tag{1}$$

где ρ — метрическая функция, которую в общем случае можно определить следующим образом

$$\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \sqrt[n]{\left|\frac{x_i - x_i'}{r_i}\right|^n + \left|\frac{x_2 - x_2'}{r_2}\right|^n}.$$

Тогда нормировочный множитель A примет значение

$$A = \frac{pn}{4 r_1 r_2 \mathrm{B}(1/n, 1/n) \mathrm{B}(2/p, q+1)},$$

где $r_1, r_2 > 0$ — радиусы нелокального влияния вдоль каждой оси; $n > 0$ — параметр лебегова пространства; $p, q > 0$ — параметры плотности распределения влияния; B — бета-функция Эйлера.

Предполагается, что изучаемые тела изотропны, поэтому будем считать, что область нелокального влияния представляет из себя круг, то есть $r_1 = r_2 = r$, а параметр $n = 2$. Что касается параметров плотности распределения влияния, то стоит отметить, что при увеличении параметра p распределение влияния становится более равномерным и стремится к константе, что в теории должно приводить к увеличению отклонения от классического закона. При увеличении параметра q распределение влияния концентрируется в центре области и стремится к дельта-функции Дирака, которая даст нам классический закон Гука. На рис. 1 и 2 представлены примеры функций влияния в разрезе по оси симметрии при различных параметрах p и q. Для наглядности введём обозначение $\varphi_{p,q}$, которое даст понять какие параметры были выбраны.

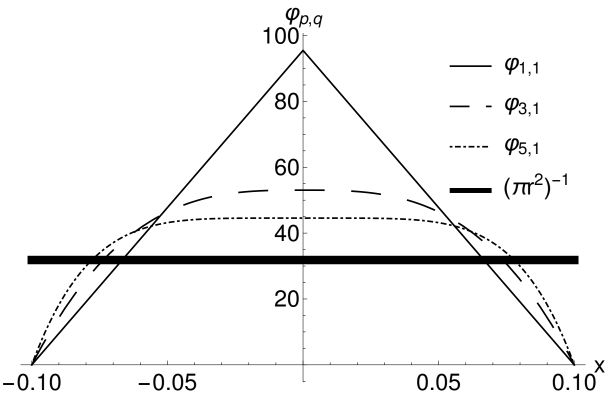

Рис. 1 Портреты функций влияния при вариации p

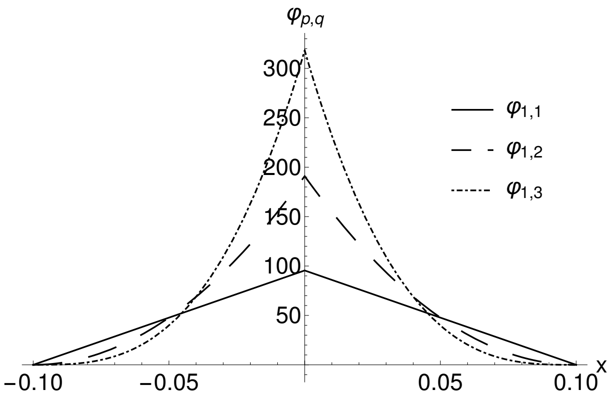

Рис. 2 Портреты функций влияния при вариации q