

# ENG10019 - Sistemas de Controle Digital

## Implementação de um Controlador Digital pelo Método de Virtual Reference Feedback Tuning

Eduardo Denner Brezolin - 00229746

Vitor Almeida de Carvalho - 00289783

### I. INTRODUÇÃO

O presente documento tem como objetivo apresentar o projeto de um controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) por meio de um dos métodos de controle baseado em dados (*Data Driven Control*), o VRFT (Virtual Reference Feedback Tuning). O projeto foi desenvolvido para disciplina ENG10019

- Sistemas de Controle Digital, ministrada pelo Professor Doutor Alexandre Sanfelici Bazanella.

O processo a ser controlado consiste em um circuito composto por 3 resistores e 3 capacitores. O circuito é apresentado na Figura 1, no qual os capacitores  $C_1, C_2$  e  $C_3$  apresentam valores nominais de  $1000 \mu F$ ,  $1000 \mu F$  e  $100 \mu F$  (respectivamente) e todos os resistores apresentam valor nominal de  $10k\Omega$ . A tolerância de todos os capacitores é de  $\pm 10\%$  e de todos os resistores é de  $\pm 5\%$ . Esse processo deverá seguir saltos máximos de referência de 5 Volts dentro da faixa de 2,5 Volts a 7,5 Volts com erro nulo em regime permanente, tempo de acomodação inferior ao de malha aberta e sobrepasso máximo de 10%.

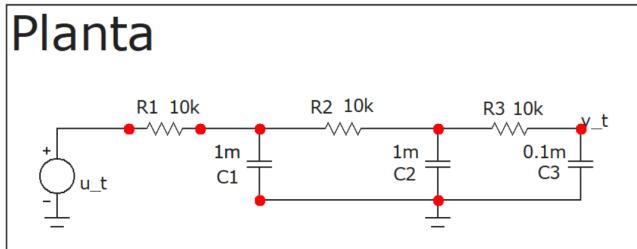


Fig. 1. Circuito esquemático da planta proposta. Fonte: Elaborado pelos autores.

A Seção II apresenta o desenvolvimento do projeto do controlador PID e requisitos de desempenho, subdividindo-se na descrição do *hardware* para acionamento (Seção II-A), do *software* necessário para coleta de dados (Seção II-B), ensaios de coleta de dados (Seção II-C) e aplicação do método para obtenção dos parâmetros do controlador (Seção II-D).

A Seção III apresenta a análise do processo em laço fechado com o PID, realizada no *hardware* desenvolvido. Finalmente, a Seção IV analisa criticamente os resultados obtidos, apontando diferenças entre o teórico e o prático, avaliando a qualidade do controlador obtido.

### II. DESCRIÇÃO DO PROJETO

Nesta seção são expostos os requisitos de desempenho do sistema e de construção dos elementos necessários para coleta de dados, seguido da aplicação do método VRFT. O projeto é configurado para executar saltos máximos de 5 Volts com limite inferior de 2,5V e limite superior de 7,5V. Os requisitos desempenho são os seguintes:

- Erro nulo em regime permanente;
- Sobrepasso inferior a 10%;
- Tempo de acomodação em malha fechada inferior ao tempo em malha aberta.

Definidos os requisitos, o circuito proposto foi construído no *software* de simulação *MicroCap12*, onde foi obtida a resposta ao salto apresentada na Figura 2. Dessa percebe-se que, percebe-se um tempo de acomodação de aproximadamente 115 segundos. Esse tempo será considerado o tempo de ideal em malha aberta que o circuito apresenta considerando o acionador, os componentes e o sensor como ideais. A seguir, será apresentado o *hardware* auxiliar que foi desenvolvido para o controle do processo.

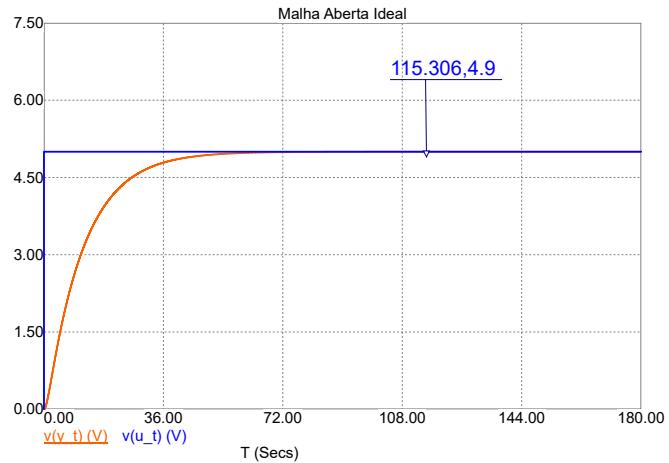


Fig. 2. Resposta ideal ao salto em malha aberta. Curva em azul é a referência e curva em laranja é o processo. Fonte: Elaborado pelos autores.

#### A. Desenvolvimento do Hardware Auxiliar

Para implementar o sistema de controle digital e a Equação de diferenças que descreve o controlador, foi utilizado a placa de prototipagem Arduino Mega 2560 R3. Essa placa apresenta

um microcontrolador ATmega2560, comunicação por USB (*Universal Serial Bus*), 54 portas digitais de entrada e saída com tensão de 0 a 5 Volts. Desses 54 portas digitais, 15 podem ser usadas como PWM (*Pulse Width Modulation*) com 8 bits para configuração do *duty cycle*. Além disso, apresenta 16 entradas analógicas com conversor AD de 10 bits. A corrente máxima de entrada e saída nas portas é de 40 mA. Considerando essas especificações, é fácil perceber que essa placa por si só é incapaz de atuar sobre um processo na faixa de atuação proposta. Para tornar isso possível, foram utilizados dois amplificadores operacionais TL071, um para acionamento e outro para o sensoriamento. O circuito da Figura 3 apresenta o TL071 na configuração não-inversora com ganho 2, usado para o acionamento. Como o Arduino Mega 2560 não possui uma saída analógica, definiu-se o uso de uma das suas saídas de PWM (*Pulse Width Modulation*) como sinal de acionamento e o uso de um filtro passa baixas conectado à entrada não-inversora do amplificador.

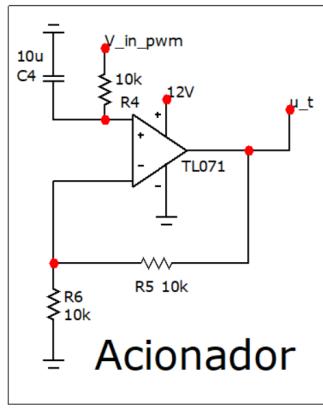


Fig. 3. Circuito esquemático do acionador do processo. Fonte: Elaborado pelos autores.

O circuito da Figura 4 apresenta o TL071 sendo utilizado como *buffer* de tensão. Na sua saída é conectado um divisor de tensão que possibilita a leitura dos dados pelo Arduino Mega 2560 em um nível de tensão válido. A alimentação de ambos amplificadores foi feita com uma fonte de 0 a 12 Volts.

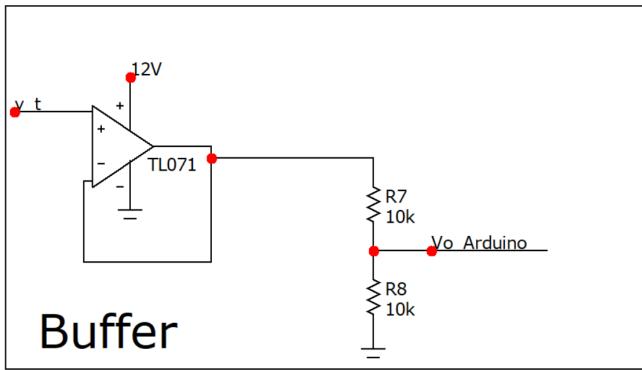


Fig. 4. Circuito esquemático do *buffer* para sensoriamento. Fonte: Elaborado pelos autores.

Para atuar como seletor de referência em malha fechada foi

utilizado um potenciômetro linear de 50 k $\Omega$ . Esse elemento possibilita saltos distintos dentro da região de operação do processo (2,5 a 7,5 V). Considerando o discutido até o momento, o circuito foi então montado em uma placa de prototipagem universal (*protoboard*) conforme a Figura 5, na qual também são indicadas as conexões necessárias que devem ser efetuadas no Arduino.

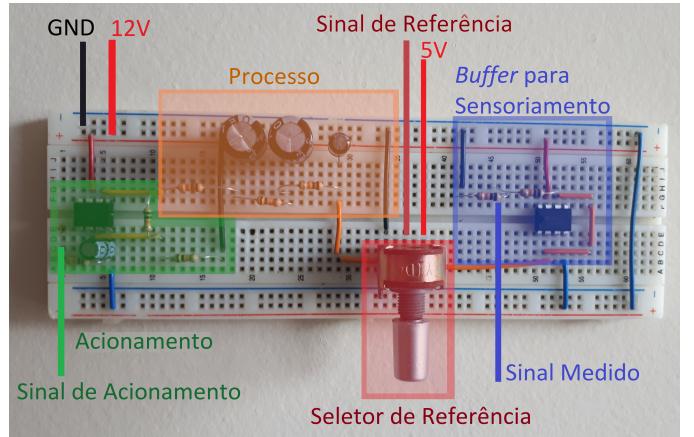


Fig. 5. Circuito real construído. Fonte: Elaborado pelos autores.

### B. Desenvolvimento de Softwares Auxiliares

Além dos códigos desenvolvidos no Arduino para a coleta de dados e implementação do PID, também foi desenvolvido um *software* na linguagem de programação *Python* para a visualização em tempo real dos dados. Esse *software* possibilita a visualização alguns sinais de interesse durante a realização do ensaio em malha aberta e na operação em malha fechada, bem como a possibilidade de salvá-los. Além disso, *software* apresenta algumas funcionalidades extras como salvar os gráficos apresentados na tela. A comunicação com o Arduino é feita de maneira serial. A Figura 6 apresenta um captura de tela do coletor e visualizador de dados em malha fechada onde é possível verificar os sinais de referência e saída (gráfico a esquerda), sinal de controle (canto superior direito) e sinal de erro (canto inferior direito).

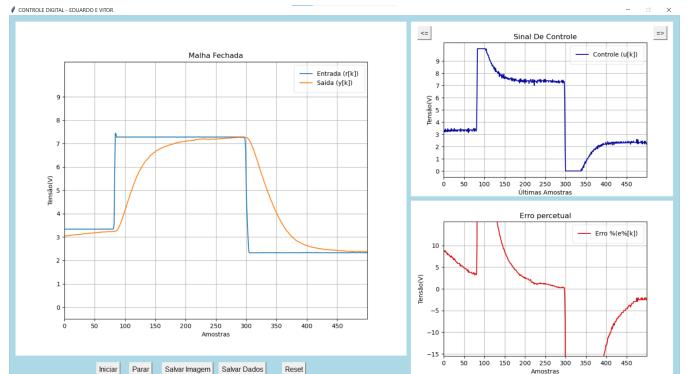


Fig. 6. Captura de tela do *software* auxiliar desenvolvido para a coleta de dados. Fonte: Elaborado pelos autores.

### C. Ensaios

Nesta seção são apresentados os ensaios realizados para a obtenção dos dados necessários para a aplicação do método VRFT. Todavia, antes de executar o ensaio de coleta de dados, é importante considerar a necessidade de definição do tempo de amostragem do sistema digital. Conforme apresentado anteriormente na Figura 2, o tempo em malha aberta ideal é de 115 segundos, com isso, já é possível caracterizar o tempo de amostragem do sistema como  $500ms$  (valor superior a  $1/100$  do valor do polo lento). Porém, uma das vantagens do controle baseado em dados é que não existe a necessidade de conhecer nenhuma informação prévia sobre a planta. Por isso, optou-se por realizar um ensaio preliminar em malha aberta para a validação do tempo de acomodação teórico e então definir-se um tempo de amostragem com maior confiança.

Esse primeiro ensaio em malha aberta foi realizado efetuado-se um salto de 5V em 100 segundos, partindo de 2,5V. A Figura 7 apresenta resposta desse salto, onde percebe-se que o tempo de acomodação é de 109 segundos. Esse tempo apresenta uma pequena diferença em relação ao tempo de acomodação do circuito simulado. Essa diferença ocorre devido as tolerâncias dos componentes do processo e do *hardware* de sensoriamento e acionamento como um todo. Como esse tempo ainda é próximo do tempo teórico, optou-se por fixar taxa de amostragem em  $500ms$ .

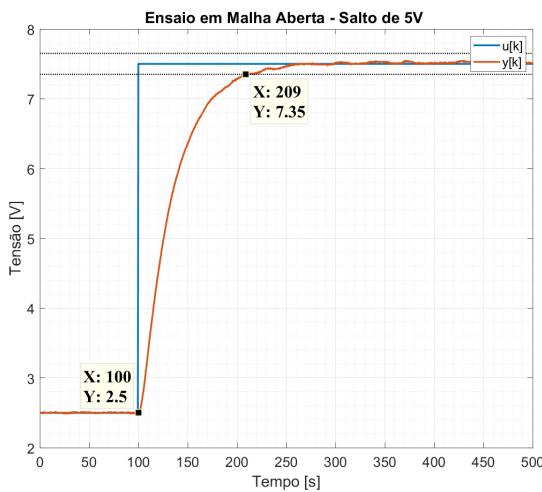


Fig. 7. Resposta ao Salto em malha aberta do processo. Fonte: Elaborado pelos autores.

Definido o tempo de amostragem, realizou-se o segundo ensaio para a coleta de dados necessários para a aplicação do método VRFT. Para o segundo ensaio, o sinal de excitação é uma onda quadrada com período de 1000 amostras, 5 Volts pico a pico e nível de tensão contínua de 2,5V. Com isso a onda quadrada varia entre 2,5 Volts e 7,5 Volts, ou seja, é simétrica em relação aos 5 Volts que é a média do sinal de controle que pode ser aplicado pelo *hardware* proposto. A Figura 8 apresenta o resultado dessa simulação.

Diante do exposto, finalizou-se a etapa de ensaios em malha aberta. A seguir, serão definidos os elementos necessários para

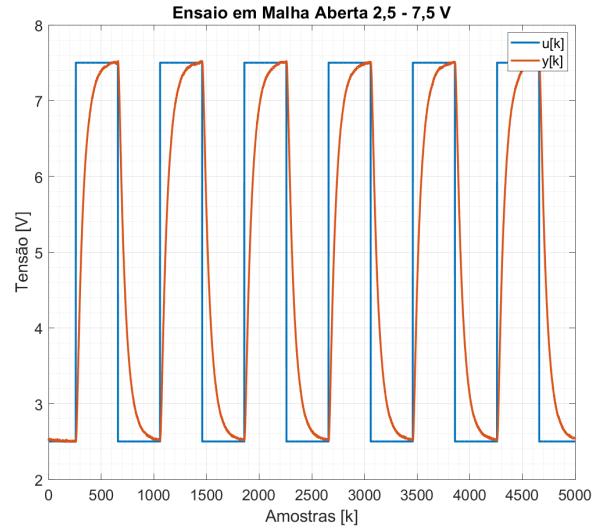


Fig. 8. Ensaio com onda quadrada, amplitude de 5 Volts e 1000 amostras. Fonte: Elaborado pelos autores.

a aplicação do VRFT bem como apresentado o controlador obtido.

### D. Aplicação do método VRFT

O método de projeto de controladores VRFT consiste em utilizar os dados de entrada ( $u[k]$ ) e saída ( $y[k]$ ) de um único ensaio para, através de uma identificação por mínimos quadrados, obter um controlador. A ideia do método consiste em supor que o ensaio realizado foi efetuado em malha fechada com um controlador ( $C_d(z)$ ) que pertence a classe de controladores que se deseja implementar. Esse controlador deve ser excitado com erro virtual ( $e_v[k]$ ) de forma a produzir o sinal de controle  $u[k]$  que é conhecido e foi de fato aplicado na planta. Para construir o sinal  $e_v[k]$  é necessário usar uma referência virtual ( $r_v[k]$ ), a qual da nome ao método.

O sinal  $r_v[k]$  é obtido ao se passar a saída conhecida  $y[k]$  por um filtro que é definido pela inversa da função de transferência desejada em malha fechada ( $T_d(z)^{-1}$ ). A  $T_d(z)$  deve ser definida considerando os requisitos de desempenho. A Figura 9 apresenta o diagrama em blocos do processo aqui descrito, no qual os elementos pontilhados consistem nas ligações virtuais e elementos que devem ser definidos para a aplicação do método e as ligações sólidas consistem nos elementos provenientes do ensaio (dados disponíveis).

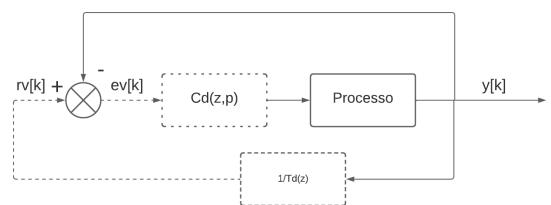


Fig. 9. Diagrama em blocos do método VRFT. Fonte: Elaborado pelos autores.

Conforme exposto anteriormente, o tempo de acomodação em malha aberta é de aproximadamente 109 segundos ou 218 amostras utilizando a amostragem de 500ms. Considerando o requisito de desempenho transitório, definiu-se um tempo de acomodação de 60 segundos, ou seja, 120 amostras. Utilizando-se a Equação 1 é possível definir a posição desse polo no tempo contínuo, onde  $T_{ac}$  é o tempo de acomodação desejado, em segundo. Considerando  $T_{dc}(s)$  como a função de transferência contínua de primeira ordem, o que garante sobrepasso nulo, é possível escrever  $T_{dc}(s)$  conforme a Equação 2, onde  $p$  definido conforme anteriormente.

$$p = -4/T_{ac} = -4/60 \implies p \approx -0,07 \text{ rad/s} \quad (1)$$

$$T_{dc}(s) = \frac{|p|}{s - p} = \frac{0,07}{s - 0,07} \quad (2)$$

Posteriormente discretizou-se  $T_{dc}(s)$  com o tempo de amostragem de 500ms, obtendo a expressão discreta da função de transferência desejada ( $T_d(z)$ ) conforme a Equação 3 que apresenta seu polo  $c$  em 0,9802rad/s. Essa função de transferência desejada possibilita um tempo de acomodação de 112 amostras, sobrepasso nulo, além do erro nulo em regime permanente para entradas do tipo salto.

$$T_d(z) = \frac{1 - c}{z - c} \implies T_d(z) = \frac{0,03434}{z - 0,9656} \quad (3)$$

De posse de  $T_d(z)$ , é possível aplicar o sinal  $y[k]$  coletado em um filtro descrito pela inversa dessa função de transferência e então obter  $r_v[k]$  conforme a Equação 4. Possuindo-se o sinal  $r_v[k]$  encontra-se  $e_v[k]$  definido pela Equação 5.

$$r_v[k] = T_d(z)^{-1} y[k] \quad (4)$$

$$e_v[k] = r_v[k] - y[k] \quad (5)$$

A família de controladores escolhidos foi a família dos PIDs, que pode ser descrita conforme a Equação 6. Os parâmetros  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  terão seus valores definidos com a síntese do controlador utilizando o VRFT. Para poder aplicar o método mais facilmente, o controlador é escrito em função do vetor de parâmetros  $\rho$  e do vetor  $\beta(z)$  que contém a função de transferência vinculada a cada parâmetro e são definidos conforme as equações 7 e 8, respectivamente.

$$C_d(z, \rho) = K_d + K_i \cdot \frac{z}{z - 1} + K_d \cdot \frac{z - 1}{z} = \rho^T \beta(z) \quad (6)$$

$$\rho^T = [K_p \ K_i \ K_d] \quad (7)$$

$$\beta(z) = \left[ 1 \ \frac{z}{(z - 1)} \ \frac{z - 1}{z} \right]^T \quad (8)$$

Após, busca-se minimizar uma função de custos descrita de acordo com a Equação 9, na qual  $N$  é o número de amostras coletadas (  $N = 5000$  no caso do ensaio efetuado). O resultado dessa ação, é o vetor  $\rho$ , descrito pela Equação 10. Por sua vez, o vetor regressor  $\varphi[k]$  é definido por  $\varphi[k] = \beta[z] \cdot e_v[k]$ .

$$J^{VR}(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[ u[k] - C(z, \rho) \frac{1 - T_d(z)}{T_d(z)} \cdot y[k] \right]^2 \\ = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [u[k] - (C(z, \rho) \cdot e_v[k])]^2 \quad (9)$$

$$\rho = \sum_{k=1}^N [\varphi[k] \varphi^T[k]]^{-1} \sum_{k=1}^N [\varphi[k] u[k]] \quad (10)$$

Finalmente resolveu-se a Equação 10 obtendo-se os parâmetros do controlador conforme a Equação 11. O custo por amostra  $J^{VR}(\rho)$  encontrado foi considerado aceitável uma vez que apresenta o valor de 0,0661. Com isso deu-se por finalizada a etapa de desenvolvimento do controlador. A seguir, serão apresentados os testes em malha fechada que foram realizados com o intuito de verificar a validade do controlador obtido.

$$\rho^T = [2, 34778 \ 0.03262 \ 10.39821] \quad (11)$$

### III. TESTES EM LAÇO FECHADO E VALIDAÇÃO DO CONTROLADOR

Inicialmente a função de transferência descrita pelo controlador com os parâmetros definidos foi realizada e então implementada no Arduino para que fosse possível testar o circuito físico. Na Figura 10, é apresentado o primeiro teste de validação. O teste consiste em submeter o circuito em malha fechada a uma variação de referência igual a que foi utilizada para a identificação do sistema (saltos de 5V). As curvas apresentadas são:  $r[k]$  (referência a ser seguida),  $y_{MA}[k]$  (sinal de saída do sistema em malha aberta) e  $y_{MF}[k]$  (sinal de saída do sistema em malha fechada). Para o último sinal citado, percebe-se a existência de um sobrepasso que não havia sido projetado e que, por sua vez, acaba degradando a resposta. Além disso, o sobrepasso causado pelo salto negativo é, inclusive, superior a 10%, mostrando que esse controlador não atinge os requisitos de projeto.

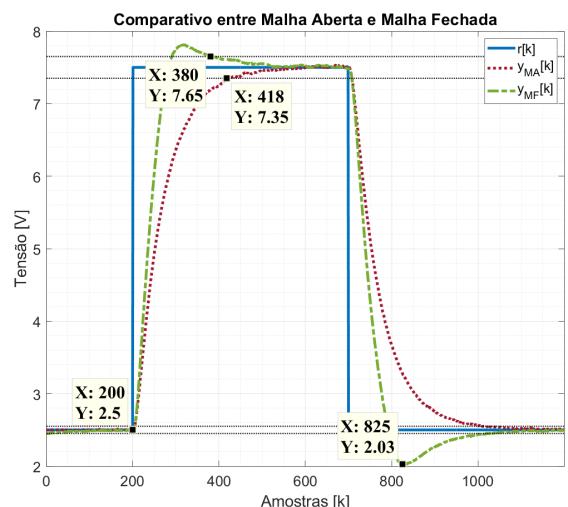


Fig. 10. Ensaio com onda quadrada, amplitude de 5 Volts e 1000 amostras. Fonte: Elaborado pelos autores.

De forma a compreender o que acontecia com o processo, foram analisados os sinais de controle de maneira individual. Conforme a Figura 11 fica evidente que a saturação do controlador está influenciando no sinal de controle, mais especificadamente na ação integral, o que caracteriza o fenômeno de *Wind-up*.

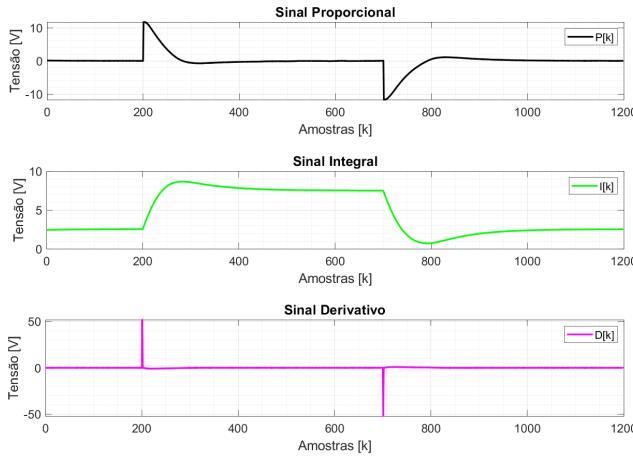


Fig. 11. Sinais de controle isolados, ação Proporcional, ação integral e ação derivativa. Fonte: Elaborado pelo autor.

O fenômeno de *Wind-up* consiste em uma sobrecarga do sinal integral, ou seja, esse sinal fica acima do valor necessário para manter erro nulo em regime permanente e isso ocorre devido à saturação do acionador. Um comportamento análogo ocorre com o salto negativo, exceto que ocorre uma descarga excessiva. Esses comportamentos são responsáveis pelos sobrepasses observados no sinal  $y_{MF}[k]$ . De forma a mitigar o efeito negativo causado pela saturação, foi adicionado um laço anti *Wind-up* conforme descrito na Figura 12. O parâmetro  $K_w$  pode ser expresso em função dos parâmetros  $K_i$  e  $K_d$  conforme a Equação 12.

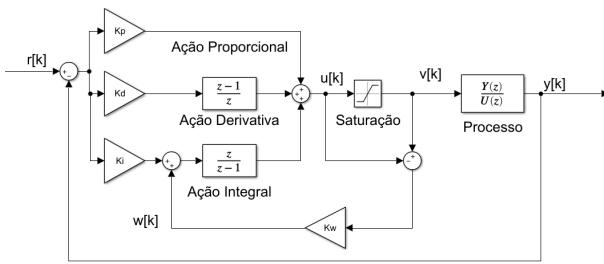


Fig. 12. Diagrama em blocos do controle com anti *Wind-up*. Fonte: Elaborado pelos autores.

$$K_w = \sqrt{K_d/K_i} \approx 0,056 \quad (12)$$

Uma vez implementado o laço anti *Wind-up* o experimento foi efetuado novamente. Nesse segundo experimento, observa-se que a resposta não apresenta sobrepasso e tem uma acomodação em 189 amostras (Figura 13). Esse valor, ainda é superior ao projetado, mas isso é condizente, uma vez que

o projeto não leva em consideração os efeitos da suturação. Ainda assim, o laço anti *Wind-up* aprimora o desempenho do controlador eliminando os sobrepasses causados pela ação integral. Portanto, o laço anti *Wind-up* torna-se indispensável para manter a característica de sobrepasso nulo.

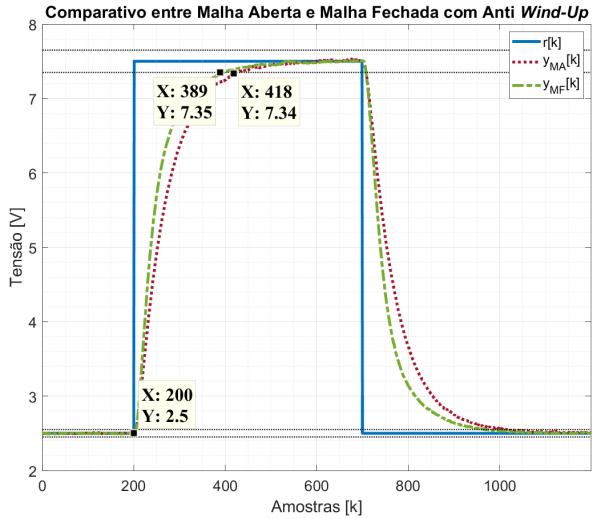


Fig. 13. Comparação entre a resposta em malha aberta e malha fechada com o anti *Wind-up*. Fonte: Elaborado pelos autores.

Com o intuito de aprimorar o desempenho do controlador, o parâmetro  $K_w$  foi re-sintonizado por meio de algumas iterações seguidas de testes no processo real. Após algumas tentativas, o valor do ganho do anti *Wind-up* ajustado ( $K_{w_t}$ ) foi definido como 0,4 $K_w$ . A Figura 14 apresenta a comparação da resposta em malha aberta e malha fechada com o controlador projetado e o ganho  $K_{w_t}$  para o laço anti *Wind-up*.

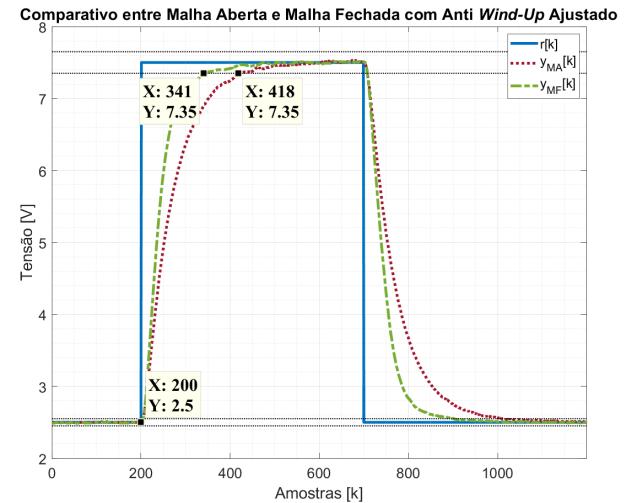


Fig. 14. Comparação entre a resposta em malha aberta e malha fechada com o anti *Wind-up* ajustado. Fonte: Elaborado pelos autores.

Analizando a Figura 14 percebe-se que o tempo de acomodação foi de 141 amostras. Esse tempo ainda é superior ao projetado (112 amostras). Porém, em vista das não linearidades

dades que não se encontram modeladas no projeto, o resultado foi considerado satisfatório.

#### IV. ANÁLISE CRÍTICA DOS RESULTADOS

Considerando os resultados obtidos ao longo deste trabalho, é possível verificar a relevância do método VRFT. Esse método de controle baseado em dados se mostra muito interessante para sistemas onde, como o processo aqui apresentado, existem uma série de elementos não modelados além da incerteza natural a cada componente. A potência do método VRFT fica evidente por esse fato, uma vez que em nenhum momento foi necessário conhecer algo sobre o processo.

Quanto ao desempenho obtido pelo controlador projetado, esse pode ser considerado aceitável, uma vez que cumpre todos os requisitos de desempenho solicitados. Todavia, é importante notar que isso só foi possível de ser atingido com a implementação de um laço anti *Wind-up* e com a sua devida sintonia. Isso posto, o tempo de acomodação obtido foi 141 amostras versus os 218 em malha aberta, ou seja, um tempo de acomodação 35,3 % menor. Além disso, não há sobrepasso.

Caso um tempo menor de acomodação fosse necessário, seria possível explorar uma função de transferência  $T_d(z)$  mais complexa que possibilitasse, mesmo com um pequeno sobrepasso, um controle mais dinâmico. Ainda assim, um elemento muito relevante para obter-se um desempenho superior seria a possibilidade da excursão do sinal de controle em limites maiores. Para isso, seria necessário então alterar a fonte de alimentação dos amplificadores operacionais bem como a topologia do *hardware* para possibilitar a aplicação de sinais de maiores magnitudes e sinais negativos. Naturalmente, a implementação do *software* de acionamento no Arduino também deveria ser reprojetada.

#### A. Conclusão

Diante do exposto, se vale exaltar, novamente, o quanto interessante o projeto de controladores por VRFT é. Esse método elimina a necessidade de modelar o processo. A modelagem, dependendo do contexto, pode ser extremamente complexa e demorada. Além disso, um modelo de projeto normalmente não leva em conta imperfeições como a variabilidade de componentes eletrônicos entre outros. Dessa forma, efetuando-se o projeto por métodos de controle clássico, a resposta obtida provavelmente seria inferior a obtida utilizando um método de controle baseado em dados ou mesmo algum método clássico combinado com uma identificação de sistemas.

Finalmente também é válido notar que esse método de projeto é facilmente transformado em um algoritmo. Portanto, sua aplicação, uma vez compreendida a teoria, pode ser estendida a diversos outros processos, alterando-se somente a função de transferência desejada e a estrutura do controlador almejado.

#### REFERENCES

- [1] K.J. Åström and B. Wittenmark. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design, Third Edition*. Dover Books on Electrical Engineering. Dover Publications. ISBN: 9780486284040.
- [2] A. S. Bazanella, L. Campestrini, and D. Eckhard. *Data-driven Controller Design: The  $H_2$  Approach*. n/a. Netherlands: Springer, 2012. doi: 10.1007/978-94-007-2300-9.
- [3] A.S. Bazanella and J.M. Gomes da Silva Jr. *Sistemas de Controle: Princípios e Métodos de Projeto*. Editora da UFRGS, 2005.
- [4] Antônio Pertence Jr. *Eletrônica Analógica: Amplificadores Operacionais e Filtros Ativos*. 8<sup>a</sup>. Bookman, 2015.
- [5] Norman S. Nise. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 7<sup>a</sup>. LTC, 2020.
- [6] Jagadish Chandra Bose Research Organisation. *Plot Real Time Serial data using Python GUI*. URL: <https://www.jcbrolabs.org/python-codes>.