Lösungsstrategien für NP-schwere Probleme der Kombinatorischen Optimierung

— Übungsblatt 8 —

Walter Stieben (4stieben@inf)
Tim Reipschläger (4reipsch@inf)
Louis Kobras (4kobras@inf)
Hauke Stieler (4stieler@inf)

Abgabe am: 20. Juni 2016

Aufgabe 8.1

Zunächst sei bemerkt, dass $c(T) \leq c(H^*)$ gilt, alle Kanten in T haben weniger oder gleich viele Kosten wie die aus H^*.

Beweis: T ist ein *minimaler* Spannbaum, man kann also keine Kanten weglassen und trotzdem einen zusammenhängenden Graphen haben und die vorhandenen Kanten sind diejenigen mit minimalem Gewicht womit $c(T) \not> c(H^*)$ gilt.
Vor dem Bilden von T^+ gilt für T die Ungleichung $c(T) < c(H^*)$. Da T ein Baum ist und keinen Zyklus bildet, enthält T keine Tour für das Δ–TSP, somit kann $c(T) = c(H^*)$ nie gelten und es gilt $c(T) < c(H^*)$.
Durch die Hinzunahme von M gibt es einen Zyklus für das Δ–TSP, somit ist $c(T^+) = c(H^*)$, zudem ist $c(T^+) = c(H) = c(T) + c(M)$. aus $(*)$ wissen wir, dass $c(M) \leq \frac{1}{2} \cdot c(H^*)$ gilt. Da alle Kanten aus T^+ in H^* enthalten sind gilt für T^+:

$$c(T^+) = c(H) = c(T) + c(M) \leq c(H^*) + \frac{1}{2} \cdot c(H^*) = \frac{3}{2} \cdot c(H^*)$$

Insgesamt gilt also $c(H) \leq \frac{3}{2} \cdot c(H^*)$.

$\square$

Aufgabe 8.2