УДК 1(091)

АНАЛИЗ ДЕЙСТВЕННОСТИ *ДИХОТОМИИ* ЗЕНОНА ЭЛЕЙСКОГО

И. В. Берестов
Институт философии и права СО РАН (г. Новосибирск)
berestoviv@yandex.ru

Аннотация. Мы исследуем три базовые интерпретации апории *Дихотомия*, в которой Зенон пытается доказать невозможность движения. Во всех этих трактовках ключевым допущением является сомнительное утверждение о невозможности выполнить бесконечную последовательность действий за конечное время. Однако нам удалось показать, что в двух интерпретациях *Дихотомии* можно избавиться от сомнительного ключевого допущения, заменив его на кажущееся гораздо более достоверным допущение о том, что преодоление дистанции представимо как последовательность перемещений. Наш подход основывается на доказанном П. Бенацеррафом тезисе, что выполнения бесконечной последовательности перемещений в одной из интерпретаций *Дихотомии* недостаточно для достижения конца дистанции.

Ключевые слова: Апории Зенона, аргументы против движения, *Дихотомия* Зенона, бесконечные последовательности действий, открытый интервал, континуум, бесконечная делимость, перемещение, Бенацерраф.

Для цитирования: Берестов, И. В. (2021). Анализ действенности *Дихотомии* Зенона Элейского. *Respublica Literaria*. Т. 2. № 4. С. 27-42. DOI: 10.47850/RL.2021.2.4.27-42.

A SOUNDNESS ANALYSIS OF ZENO'S OF ELEA *DICHOTOMY*

I. V. Berestov
Institute of Philosophy and Law SB RAS (Novosibirsk)
berestoviv@yandex.ru

Abstract. We are studying three basic interpretations of the *Dichotomy* aporia, in which Zeno tries to prove the impossibility of movement. In all these interpretations, the key assumption is the dubious statement about the impossibility of performing an infinite sequence of actions in a finite time. However, we show that in the two interpretations of the *Dichotomy* it is possible to get rid of the dubious key assumption, replacing it with the seemingly much more reliable assumption that covering the distance is representable as a sequence of displacements. Our approach is based on the thesis proved by P. Benacerraf that completing an infinite sequence of movements in an interpretation of the *Dichotomy* is not sufficient to arrive to the end of the distance.

Keywords: Zeno's aporias, arguments against movement, Zeno's *Dichotomy*, infinite sequences of acts, open interval, continuum, infinite divisibility, displacement, Benacerraf.

For citation: Berestov, I. V. (2021). A Soundness Analysis of Zeno's of Elea *Dichotomy*. *Respublica Literaria*. Vol. 2. no. 4. pp. 27-42. DOI: 10.47850/RL.2021.2.4.27-42

Дихотомия является одним из аргументов Зенона Элейского против возможности движения; об аргументах Зенона против возможности для сущего быть множественным [см.: Берестов, 2020]. В настоящей статье мы продолжаем обсуждение *Дихотомии*, начатое в [Берестов, 2021].

Изложение апории *Дихотомия* дошло до нас в виде нескольких свидетельств Аристотеля и, по большей части, комментариев неоплатоников к его тексту. Ниже мы приведем несколько свидетельств, дающих представление о способах, которыми античные философы трактовали *Дихотомию*.

Основные свидетельства о *Дихотомии*

D14 LM[1] (< 29 A 25 DK[2]; < 19 Lee[3]) = Аристотель, *Физика* – Arist. *Phys.* Z(6).9 239b11–14 (перевод наш):

Первый [scil. аргумент] состоит в том, что нет никакого движения, потому что **то, что сдвинулось, должно дойти до половины прежде, чем дойти до конца** […].

20 Lee = Симпликий, *Комментарий к «Физике»*, 1013, 4 [к *Phys.* 239 b 10] (перевод А.В. Лебедева по [Фрагменты ранних греческих философов, 1989], помещен как дополнение к его переводу 29 A 25 DK):

Первый [аргумент] гласит: если движение есть, то движущееся [тело] по необходимости должно в конечное [время] пройти бесконечность, но это невозможно. Следовательно, движения нет. Большую посылку [этого доказательства] он доказывал так: движущееся [тело] движется на некоторое расстояние. Но поскольку **всякое расстояние делимо до бесконечности**, то движущееся [тело] по необходимости **должно сначала пройти половину того расстояния, на которое оно движется, и [лишь] затем все [расстояние]**. Однако до половины всего [расстояния оно должно пройти] половину половины и опять-таки половину этого [последнего расстояния]. Стало быть, **половины [расстояния] бесконечны [по числу]**, так как в любом данном [расстоянии] можно взять половину, а **бесконечные [по числу величины] невозможно пройти в конечное время**, – этот постулат Зенон принимал как очевидный («приведённый» аргумент Аристотель упоминает раньше, когда он говорит, что невозможно в конечное [время] пройти бесконечное число [величин] и коснуться бесконечного числа [точек]). Между тем всякая величина содержит бесконечное число делений. Следовательно, невозможно в конечное время пройти какую-либо величину.

---

[1] Ссылка “LM” означает нумерацию фрагмента по изданию: [Laks, Most, 2016].
[2] Ссылка “DK” означает нумерацию фрагмента по изданию: [Diels, Kranz, 1951-1952].
[3] Ссылка “Lee” означает нумерацию фрагмента по изданию: [Lee, 1936].

R17 LM (< A25; < 19 Lee) = Аристотель, *Физика* – Arist. *Phys.* Z (6).2 233a21–31 (перевод наш):

Вот почему аргумент Зенона ложно принимает, что невозможно ни пройти (διελθεῖν) бесконечные (τὰ ἄπειρα) [scil. по числу сущие], ни прикоснуться к каждому из бесконечных [scil. по числу сущих] за конечное время. Ибо в двух отношениях и длина, и время, и вообще все непрерывное называются бесконечными [scil. по числу]: либо из-за [их бесконечного] деления (κατὰ διαίρεσιν), либо из-за [отсутствия у них] пределов (τοῖς ἐσχάτοις). Теперь, **невозможно прикоснуться к [сущим], которые количественно (κατὰ τὸ ποσὸν) бесконечны в течение конечного времени, но это можно сделать в отношении [сущих], бесконечных из-за деления**. Ибо само время в этом же отношении бесконечно. Поэтому процесс пересечения [сущих, бесконечных по числу из-за их бесконечного деления] занимает бесконечное [scil. время], а не конечное; так что преодоление (διιέναι) бесконечного осуществляется посредством касания бесконечного [числа сущих], а не конечного.

R18 LM (= 23 Lee) = Аристотель, *Физика* – Arist. *Phys.* 8.8 263a4–11(перевод наш):

Точно так же нужно отвечать и тем, которые ставят вопрос об аргументе (λόγον) Зенона, а именно: что всегда **необходимо преодолеть (διιέναι) половину, и эти [т. е. половины] бесконечны [scil. по числу], и невозможно пройти (διελθεῖν) бесконечные [scil. по числу сущие]**.

Или как другие формулируют иначе вопрос, поставленный этим же аргументом: **за время, в течение которого движение [движущегося предмета] покрывает половину [отрезка], нужно сначала посчитать эту половину, что происходит каждый раз, так что, когда [движущийся предмет] полностью прошел целое (τὴν ὅλην) [т. е. совокупность всех отрезков], получится, что посчитано бесконечное число**. Но это, по общему мнению, невозможно.

24 Lee = Симпликий, *Комментарий к «Физике»*, 1289, 5 [к *Phys.* 263a4–11] (перевод А. В. Лебедева по [*Фрагменты ранних греческих философов*, 1989], помещен как дополнение к его переводу 29 A 25 DK):

Аргумент Зенона, который [Аристотель] сейчас упоминает, гласит: «Если есть движение, то будет нечто, прошедшее в конечное время бесконечное число [точек или величин]. Ибо вследствие того, что дихотомия может продолжаться до бесконечности, в любом континууме окажется бесконечное число половин, так как каждая часть его обладает половиной. Стало быть, **[движущееся тело], прошедшее конечное расстояние, окажется прошедшим бесконечное число половин за то конечное время, за которое оно прошло конечное расстояние**. Беря в качестве меньшей посылки суждение, противоречащее следствию большей посылки, а именно «невозможно, чтобы нечто прошло в конечное время какое-либо бесконечное множество», так как бесконечное вообще невозможно пройти, он упразднял реальность движения. Так [аргументировал] Зенон. А некоторые, говорит [Аристотель], формулировали этот аргумент иначе: «Если есть движение, то, поскольку в каждом континууме содержится бесконечное число половин, движущееся по континууму может считать каждую половину по отдельности, проходя ее. В результате этого, **когда движущееся [тело] пройдет до конца конечную величину, считающий окажется сосчитавшим бесконечное число.** Стало быть, если сосчитать бесконечное невозможно, то невозможна и посылка, из которой следует этот вывод, а посылка, из которой он следует, была: «движение есть».

25 Lee = Аристотель (?), *О неделимых линиях*, 968a 18 (перевод наш):

Далее, они [*sc.* сторонники наличия минимальных, далее не делимых величин (линий)] полагают, что **необходимым результатом аргумента Зенона является наличие неделимых величин**. Ведь невозможно совершить бесконечное число прикосновений одно за другим в конечное время: но движущееся тело должно сначала достичь половины любой дистанции, и у любой дистанции, которая не является совершенно неделимой, всегда имеется половина.

Ключевое допущение в различных трактовках *Дихотомии*

Исходя из приведенных цитат, можно выделить несколько версий *Дихотомии*, приписываемых Зенону Аристотелем и Симпликием. Во фрагменте D14 LM, как кажется, имеется очень краткое изложение аргумента, которое допускает расширение до трех сходных, но все-таки различных аргументов (см. ниже), которые мы будем называть базовыми версиями *Дихотомии*. Ключевой посылкой в этих аргументах является утверждение о невозможности выполнения специфической для каждой версии аргумента бесконечной **последовательности** условий или действий (в качестве которых выступают «пробежки» или перемещения тела). В свете современных дискуссий о том, могут ли «машины бесконечности» выполнить бесконечную последовательность действий [Берестов, 2021], это ключевое допущение в *Обратной Дихотомии* представляется весьма разумным – во всяком случае, его даже в наше время нельзя отвергнуть «с ходу». Однако «анализируемые» в современных дискуссиях последовательности действий (такие, как последовательность убыстряющихся включений и выключений Лампы Томсона из [Thomson, 1954]) не включают в себя выполнение рассматриваемых в версиях *Дихотомии* последовательностей действий или условий. Ведь допущение о выполнении этих действий или условий (или даже о выполнении их за конечный промежуток времени) не влечет противоречия. Действительно, в 20 Lee Симпликий утверждает, что, по Зенону, невозможно пройти бесконечное число величин (здесь – отрезков) за конечное время. В R17 LM Аристотель выражает обоснованное сомнение по поводу этого тезиса. Этот зеноновский тезис, по Аристотелю, неверен, если проходимые отрезки уменьшаются (например, каждый в два раза короче предыдущего), так что время, необходимое для преодоления последующего отрезка, также уменьшается в два раза (для тела, движущегося с постоянной скоростью). Возражение Аристотеля было бы опровергнуто, если бы в современных дискуссиях было доказано, что выполнение *любой* бесконечной последовательности действий невозможно. Но этот тезис до сих пор обосновать не удалось, хотя современные дискуссии и научили нас относиться к этому тезису с некоторым уважением.

Другим вариантом ключевого допущения Зенона является невозможность посчитать бесконечное число (23 и 24 Lee). Что здесь имеется в виду? Вероятно, Зенон подразумевает сценарий из *Прямой Дихотомии*: движущееся тело (скажем, Ахиллес) сначала проходит половину всей дистанции, затем половину оставшейся дистанции, и т. д. При этом Ахиллес зачем-то считает количество пройденных им отрезков, таких, что каждый последующий вдвое короче предыдущего. Эта задача, вообще говоря, отличается от задачи *просто* преодолеть исходную дистанцию, не выполняя никаких дополнительных не требующихся для этого действий, в том числе – не считая пройденные отрезки. Хорошо, пусть Ахиллес считает пройденные отрезки. Но что означает «невозможность посчитать бесконечное число»? Отсутствие среди натуральных чисел «бесконечного числа»? Да, такого числа нет среди натуральных чисел, но из того, что некто посчитал все натуральные числа, не следует, что он посчитал бесконечное число, и не следует, что такое число имеется среди натуральных чисел. Может быть, под «невозможностью посчитать бесконечное число» имеется в виду невозможность посчитать от 1 до бесконечности, т. е. посчитать каждое натуральное число за конечное время? Заметим, что утверждение о невозможности посчитать каждое натуральное число является частным случаем утверждения о невозможности выполнить бесконечную последовательность действий. Как кажется, довольно трудно понять, в чем состоит проблема с таким подсчетом, особенно если время не ограничено. Если же время ограничено, то этот подсчет по-прежнему возможен, если быстрота, с которой считающий способен считать, не имеет ограничений.

Пытался ли Зенон в *Дихотомии* доказать, что величины (линии) не могут быть бесконечно делимы (о чем идет речь в 25 Lee), допустив, что они делимы до бесконечности, и использовав доказательство *a contrario*? В 25 Lee указывается, что «наличие неделимых величин» является лишь «необходимым результатом аргумента Зенона», но не утверждается, что сам Зенон стремился доказать именно это. Мы будем считать, что Зенон пытался доказать в *Дихотомии* и *Ахиллесе* именно невозможность движения при условии бесконечной делимости предполагаемого пути движения тела, что соответствует другим свидетельствам. В *Стадии* же Зенон пытался доказать невозможность движения, если и время, и пространство не являются бесконечно делимыми, а в *Стреле* доказательство не зависит от того, являются ли время и пространство бесконечно делимыми или нет.

С учетом вышеизложенного, мы можем сформулировать следующие варианты *Дихотомии*, которые мог иметь в виду Зенон. Все они принимают во внимание приведенные возражения против проанализированных выше вариантов ключевых допущений, и принимают в качестве ключевого допущения до сих пор обсуждаемый философами тезис о невозможности выполнить бесконечную последовательность действий.

Три базовые трактовки *Дихотомии*

Прямая Дихотомия

Примем допущение о бесконечной делимости времени и пространства. Для того, чтобы какое-либо тело (например, Ахиллес, о котором явно идет речь в *Ахиллесе*; это тело для простоты можно рассматривать как способную к движению точку) последовательно переместилось из точки A в точку B, необходимо, чтобы это тело сначала прошло от A до точки C, которая делит отрезок AB пополам, затем прошло от точки C до точки D, которая делит отрезок CB пополам, затем прошло от точки D до точки E, которая делит отрезок DB пополам, и т. д. до бесконечности. Но выполнение такой бесконечной последовательности действий (т. е. перемещений тела по отрезкам AC, CD, DE, и т. д. до бесконечности; эти перемещения удобно называть «пробежками») за конечное время невозможно. Следовательно, никакое тело не может переместиться из A в B, *Q.E.D.*

Можно изложить это рассуждение и несколько иначе – более просто, не упоминая точки на интервале предполагаемого движения. Примем допущение о бесконечной делимости времени и пространства. Для того, чтобы тело, находящееся в начале интервала L, последовательно преодолело L, оно должно сначала преодолеть ближайшую к нему половину интервала L, т. е. должно преодолеть расстояние $L/2$, затем оно должно преодолеть половину оставшегося до конца интервала L расстояние $L/4$, затем оно должно преодолеть половину оставшегося до конца интервала L расстояние $L/8$, и т. д. до бесконечности. Но выполнение получившейся бесконечной последовательности пробежек невозможно. Следовательно, никакое тело не может преодолеть интервал L, *Q.E.D.*

Обратная Дихотомия

Помимо *Прямой Дихотомии*, сохранившиеся изложения *Дихотомии* можно трактовать еще и как *Обратную Дихотомию* (или *Вложенную Дихотомию*). В *Обратной Дихотомии* доказывается, что последовательность необходимых условий для того, чтобы тело, двигаясь последовательно, из произвольной точки A переместилось в произвольную точку B (или переместилось по произвольному интервалу L), не может быть выполнена.

Мы изложим *Обратную Дихотомию* следующим образом. Примем допущение о бесконечной делимости времени и пространства. Для того, чтобы тело, находящееся в начале интервала L, последовательно преодолело L, оно должно сначала преодолеть ближайшую к нему половину интервала L, т. е. должно преодолеть расстояние $L/2$; для того, чтобы сделать это, оно должно сначала преодолеть ближайшую к нему половину половины L, т. е. должно преодолеть расстояние $L/4$; для того, чтобы сделать это, оно должно сначала преодолеть ближайшую к нему половину половины половины L, т. е. должно преодолеть расстояние $L/8$, и т. д. до бесконечности. Но выполнение получившейся бесконечной последовательности необходимых условий для последовательного преодоления L невозможно. Следовательно, никакое тело не может переместиться по произвольному интервалу L, *Q.E.D.*

Заметим, что в *Прямой Дихотомии* рассматриваемые отрезки последовательно расположены на AB так, что последующий интервал не вложен в предшествующий (т. е. не лежит на предшествующем), но эти интервалы имеют только одну общую точку. В *Обратной Дихотомии* последующий интервал вложен в предшествующий (т. е. полностью лежит на предшествующем). Поэтому *Обратную Дихотомию* можно называть также и *Вложенной Дихотомией*.

В соответствии с дошедшими до нас свидетельствами, в *Дихотомии* доказывается, что, поскольку движущемуся от A в B телу необходимо сначала преодолеть половину требующегося расстояния, для чего необходимо преодолеть первую половину указанной половины, для чего необходимо преодолеть первую половину предыдущей половины, и т. д. до бесконечности, движение тела от A в B «не может даже начаться». Как кажется, *Дихотомия* трактуется здесь как *Обратная Дихотомия*. Однако выстраиваемая в *Обратной Дихотомии* последовательность условий, если эту последовательность рассматривать полностью, является последовательностью условий, необходимых именно для перемещения из A в B. Условия, необходимые «для начала движения», в этом аргументе не обсуждаются. Однако существует еще одна трактовка *Дихотомии*, которая, как кажется, представляет собой аргумент, в котором действительно доказывается тезис «движение не может даже начаться». Эту трактовку *Дихотомии* мы назовем *Обращенной Дихотомией*. Это название оправдано тем, что в *Обращенной Дихотомии* описывается выполнение последовательности действий, описанных в *Прямой Дихотомии*, но обращенное во времени.

Обращенная Дихотомия

Примем допущение о бесконечной делимости времени и пространства. Ахиллес находится в точке B – в крайней правой точке отрезка AB. Чтобы Ахиллес достиг точки A, последовательно перемещаясь из точки B в точку A, необходимо, чтобы он прошел от точки C, которая делит отрезок AB пополам, до точки A. Чтобы сделать это, Ахиллес должен перед этим пройти от точки D, которая делит отрезок CB пополам, до точки C. Чтобы сделать это, Ахиллес должен перед этим пройти от точки E, которая делит отрезок DB пополам, до точки D. И т. д. до бесконечности. Но выполнение такой бесконечной последовательности действий (т. е. перемещений тела по отрезкам …, ED, DC, CA) за конечное время невозможно. Следовательно, никакое тело не может переместиться из B в A, *Q.E.D.*

Аналогичное рассуждение можно провести, если вместо точки A взять любую точку интервала [AB). Из этого следует, что Ахиллес не только не может переместиться из точки A в точку B, но не может даже переместиться на интервал [AB), так что «движение не может даже начаться».

Фрагмент D14 LM и первая часть фрагмента R18 LM сформулированы слишком кратко, так что они могут трактоваться и как *Прямая Дихотомия*, и как *Обратная Дихотомия*, и как *Обращенная Дихотомия*.

Анализ *Обратной Дихотомии* как некорректного аргумента

В *Обратной Дихотомии* движущемуся телу, скажем, Ахиллесу (который в начальный момент времени находится в точке A), для того, чтобы, двигаясь слева направо от точки A, дойти до точки B, нужно пройти сначала левую половину (AB], чтобы пройти ее, нужно пройти левую половину левой половины (AB], и т. д. до бесконечности. Зенон утверждает, что в силу *этого* Ахиллес никогда не дойдет до B. Но в силу чего именно? Если мы будем считать, что, двигаясь от A, невозможно последовательно, одна за другой, пройти точки на (AB], соответствующие числовой последовательности, состоящей из частей интервала (AB] и его самого – …, 1/8, 1/4, 1/2, 1, – то это утверждение ложно: из допущения, что (AB] пройден – причем каждая из указанных точек пройдена позже предыдущей, – противоречие не выводится. Оно не выводится, даже если указанная последовательность точек – как предполагается – бесконечна, а значит, не содержит первой точки, которую Ахиллесу надо пройти раньше всех остальных точек из этой последовательности.

Таким образом, первый аргумент, подтверждающий вывод Зенона с помощью *Обратной Дихотомии*, оказался неудачным. Но для подтверждения вывода Зенона можно привести и еще один, кажущийся более корректным, аргумент. Зададимся двумя вопросами. 1) Какое именно действие позволило Ахиллесу переместиться из точки A вне интервала (AB] на интервал (AB]? 2) В какой именно момент времени Ахиллес появился на (AB]?

Попытаемся ответить на вопрос 1). Как мы видели, для того, чтобы дойти из A до B, расстояние между которыми, скажем, 1 м, Ахиллес должен последовательно совершить следующие действия: … , пройти 1/8 м, пройти 1/4 м, пройти 1/2 м, пройти 1 м. Ни одно из этих действий не является действием перемещения из A на (AB], потому что каждому из них предшествует действие, в результате которого Ахиллес *уже* находится на (AB]. Значит, искомым действием может быть только некоторое дополнительное действие, не входящее в приведенный список действий. Но в какую точку C на (AB] Ахиллес переместится этим дополнительным действием? Какой бы ни была эта точка C, существует бесконечно много действий из приведенной последовательности действий, в результате выполнения которых Ахиллес окажется ближе к A, чем в результате выполнения этого дополнительного действия; но это невозможно, т. к. для того, чтобы выполнить каждое действие из этой бесконечной последовательности, Ахиллес должен выполнить предшествующее ему, но в результате этого он будет *уже* находиться на (AB]. Таким образом, в какую бы точку C на (AB] ни переместило Ахиллеса дополнительное действие, он будет находиться на (AB] до того, как он будет находиться на (AB] – противоречие. Таким образом, действия, переместившего Ахиллеса из A на (AB], не существует, и, в то же время, оно необходимо для того, чтобы Ахиллес достиг B, поскольку каждое действие из бесконечной последовательности действий, приведенной выше, имеет место, только если Ахиллес уже переместился на (AB], т. е. осуществление указанного дополнительного действия необходимо для осуществления каждого действия из указанной бесконечной последовательности действий, а значит, для осуществления первого действия в этой последовательности, состоящего в достижении точки B.

К сходному результату приводит и попытка ответить на вопрос 2). Чтобы это показать, сделаем следующее допущение:

(0) ***Ахиллес, находившийся в определенный момент времени t_0 в точке А, достиг в момент времени t_1 точки В***[4].

Сделаем также еще одно допущение, в котором принимается, что Ахиллес должен пройти весь интервал от А до В не останавливаясь и *последовательно*, т. е. не возвращаясь назад, и *полностью пройдя* [AB], т. е. один и только один раз посетив каждую точку на [AB]:

(1) ***Если Ахиллес, находившийся в определенный момент времени t_0 в точке А, достиг в момент времени t_1 точки В, то Ахиллес последовательно прошел все полученные посредством Обратной Дихотомии точки, т. е. существует монотонно возрастающая взаимно-однозначная функция, ставящая в соответствие каждому моменту времени из $[t_0, t_1]$ точку на интервале [AB], причем Ахиллес находится в момент времени t_0 в точке А, а в момент времени t_1 – в точке В.***

Какой бы момент времени t, $t_0 < t \leq t_1$, мы ни взяли, Ахиллес не может появиться на (AB] в момент времени t. Действительно, в силу того, что движение Ахиллеса *последовательно*, Ахиллес не может в моменты времени, следующие после t, посетить точки, лежащие на (AB] перед той точкой С на (AB], в которой он появился в момент времени t – т. е. Ахиллес не может посетить точки, лежащие на интервале (AC), соответствующем временнóму интервалу (t_0, t), *после* момента времени t, поскольку Ахиллес не возвращается назад. Но Ахиллес не может посетить точки, лежащие на интервале (AC) и *до* момента времени t – ведь до появления на интервале (AB] Ахиллес не может посетить ни одну точку, лежащую на (AB]. Следовательно, Ахиллес никогда не посетит точки, лежащие на интервале (AC). Но это противоречит допущению (1), согласно которому интервал [AB] должен быть *пройден полностью*. Таким образом, момента времени, в который Ахиллес появился на (AB], не существует, и, в то же время, для того, чтобы достичь В, Ахиллес должен появиться на (AB].

Как кажется, невозможность обнаружить действие, посредством которого Ахиллес переместился на (AB], и найти точку на (AB], куда Ахиллес переместился и момент времени, в который он переместился, свидетельствуют о невозможности для Ахиллеса достичь В, т. е. говорят о невозможности движения. Но присмотримся к получению такого заключения внимательнее.

Ответ на вопрос 2) всего лишь иллюстрирует мысль, что, если Ахиллес движется на интервале (AB], то этому пространственному интервалу соответствует временнóй интервал $(t_0, t_2]$, в течение которого он движется, и, поскольку оба эти интервала открыты слева, не существует первой точки на (AB], в которой Ахиллес движется, и не существует первого момента времени на $(t_0, t_2]$, в который Ахиллес движется. Само по себе это наблюдение не делает движение проблематичным, если *дополнительно* не доказано, что должно

[4] Здесь и далее, мы считаем, что Ахиллес (точечный объект) достиг какую-либо точку в какой-либо момент времени t, тогда и только тогда, когда произошло наложение Ахиллеса на эту точку в этот момент времени.

существовать некое *дополнительное* действие, помимо всех действий по перемещению Ахиллеса на … , 1/8 м, 1/4 м, 1/2 м, 1 м. И, пытаясь ответить на вопрос 1), мы, как кажется, получили, что такое действие действительно должно быть осуществлено, поскольку ни одно из указанных перемещений Ахиллеса не является действием, благодаря осуществлению которого Ахиллес появился на (AB].

Однако в этом доказательстве имеется изъян. Мы получили, что для осуществления каждого перемещения из указанной бесконечной последовательности перемещений должно быть осуществлено некоторое дополнительное действие, состоящее в перемещении Ахиллеса в какую-то точку интервала (AB]. Это действие должно быть завершено к моменту времени из временнóго интервала (t_0, t_2]. Но из этого *не следует*, что для осуществления *всех* действий из указанной бесконечной последовательности *вместе* указанное дополнительное действие должно быть осуществлено. Ситуация подобна тому, как из того, что каждое натуральное число не является бесконечным множеством, *не следует*, что *все* натуральные числа *вместе* не являются бесконечным множеством.

Анализ *Прямой Дихотомии* как корректного аргумента

Однако можно показать, что такие вариации *Дихотомии*, как *Прямая Дихотомия* и *Обращенная Дихотомия,* не позволяют использовать для опровержения соответствующего аргумента Зенона указанный способ, действенный для опровержения *Обратной Дихотомии*. А именно, для опровержения *Прямой Дихотомии* и *Обращенной Дихотомии* нельзя ссылаться на то, что осуществление *дополнительного* действия (помимо осуществления *всех* пробежек из бесконечных последовательностей пробежек, указанных в этих аргументах) по перемещению Ахиллеса из A на интервал (AB] или из интервала [AB) в B не является необходимым. Ведь можно показать, что осуществление такого *дополнительного* действия в указанных двух аргументах необходимо – в отличие от *Обратной Дихотомии*. И также можно показать, что проблема не решается, если допустить, что дополнительное действие совершает мереологическая сумма всех пробежек – по аналогии с тем, как в [Hawthorne, 2000] мереологическая сумма стен или намерений демонов возвести стену останавливает приблизившийся к этим стенам объект, хотя ни одна конкретная стена или ни одно конкретное намерение конкретного демона возвести стену этого не делает, и наличия бесконечной последовательности стен или намерений недостаточно для того, чтобы остановить приблизившийся объект. Ниже мы обоснуем эти два тезиса.

Покажем, что *Прямую Дихотомию* и *Обращенную Дихотомию* нельзя опровергнуть по аналогии с *Обратной Дихотомией*. Рассмотрим *Прямую Дихотомию*. Чтобы попасть из A в B, Ахиллес должен сначала пройти первую половину всей дистанции L (т. е. должен пройти $L/2$), затем – первую половину оставшейся дистанции (т. е. должен пройти $L/4$), и т. д. Последовательность дистанций, пройденных совокупно после совершения каждой пробежки $L/2$, $3L/4$, $7L/8$, … сходится к L, но, как замечают многие исследователи аргументов Зенона, из этого факта самого по себе не следует ничего, касающегося проблематичности или непроблематичности *движения* по интервалу L – хотя, надо признать, наиболее известные опровержения *Прямой Дихотомии* и *Ахиллеса* полагают этот факт достаточным для опровержения этих аргументов [Papa-Grimaldi, 1996]. Осуществление каждой из пробежек длиной в $L/2$, $L/4$, $L/8$, … является необходимым условием для достижения B, но, как показал П. Бенацерраф [Benacerraf, 2001, p. 108], осуществления их всех недостаточно для перемещения в B. Действительно, ни одна пробежка не заканчивается в B, а значит, не перемещает Ахиллеса в B. Следовательно, чтобы Ахиллес попал, наконец, в B, необходимо, кроме осуществления *всех* пробежек от точки A до $L/2$, от $L/2$ до $3L/4$, от $3L/4$ до $7L/8$, … (или осуществления мереологической суммы *всех* таких пробежек), осуществить еще и *дополнительное* действие (и последнее действие), в результате выполнения которого Ахиллес переместится, наконец, в финальную точку B дистанции L. Как отмечает П. Бенацерраф, кто-нибудь, обладающий достаточным могуществом, например, Зевс, мог бы перенести Ахиллеса, посетившего *все* точки, расположенные на расстояниях $L/2$, $3L/4$, $7L/8$, … от A, *но не посетившего точку* B, прямо в начало дистанции, в точку A, или в какую-либо другую точку. И тот факт, что последовательность $L/2$, $L/4$, $L/8$, … сходится к L, не противоречит этому выводу и не может опровергнуть его. Но, тогда, такое же сверхъестественное вмешательство может помочь Ахиллесу завершить «обычный» переход из A в B. Таким образом, даже в случае «обычного» (т. е. последовательного, удовлетворяющего условию (1)) движения, невозможно обойтись без *дополнительного* действия, состоящего, например, в том, что Зевс перемещает Ахиллеса, посетившего *все* точки, расположенные на расстояниях $L/2$, $3L/4$, $7L/8$, … от A, *но не посетившего точку* B, прямо в конец дистанции, в точку B.

Заметим, что последнее перемещение Ахиллеса в точку B, осуществляемое с помощью сверхъестественного вмешательства Зевса, является только одним из возможных объяснений движения. Ничего не мешает нам допустить, что Ахиллес сам осуществляет свое последнее перемещение – сам переносит себя в точку B – и тогда во вполне естественном движении не будет присутствовать ничего подозрительно сверхъестественного. Но, кто бы ни осуществлял перенос Ахиллеса в точку B, и как бы ни осуществлялся этот перенос, можно поставить вопрос: из какой именно точки Ахиллес перемещается последним перемещением, и в течение какого именно интервала времени или в какой именно момент времени это перемещение осуществляется? И попытка ответить на этот вопрос озадачивает. Покажем это.

В нашем описании любого варианта *Дихотомии* подразумевается, что Ахиллес является способной к движению точкой. Поэтому и двигаясь, и покоясь он в каждый момент времени занимает одну и только одну точку. Ахиллес, прошедший *все* точки, расположенные на расстояниях $L/2$, $3L/4$, $7L/8$, … от A, *не может находиться в какой-либо точке интервала* [AB), и тот момент времени, в который Ахиллес осуществил это, *не может присутствовать среди тех моментов времени, в которые Ахиллес находится на* [AB) – хотя, как верно замечает П. Бенацерраф, выполнение указанной последовательности пробежек не запрещает Ахиллесу, прошедшему *все* указанные точки, находиться в точке B (или в любой другой точке) в соответствующий момент времени t_1. Короче говоря, выполнение указанной последовательности пробежек и присутствие Ахиллеса в точке B логически *совместимы*. Но *нашей* целью при анализе *Прямой Дихотомии* является не установление того, совместимы они или нет (здесь, благодаря П. Бенацеррафу, все ясно), а поиск непротиворечивого описания действия, которое должно быть совершено с Ахиллесом для того, чтобы он попал в точку B, если Ахиллесом выполнена *Z*-последовательность пробежек (то, что без осуществления этого действия Ахиллес не достигнет B, мы показали выше). Для того чтобы предоставить такое описание, необходимо ответить на вопросы:

– из какой именно точки Ахиллес был перемещен этим действием? и

– в какой именно момент времени он находился в той точке, из которой он был перемещен?

И указание на то, что после выполнения *всех* пробежек из *Z*-последовательности пробежек (от точки A до $L/2$, от $L/2$ до $3L/4$, от $3L/4$ до $7L/8$, …), Ахиллес может находиться в B – т. е. на то, что конъюнкция предложений «Ахиллес выполнил указанную *Z*-последовательность пробежек» и «Ахиллес находится в B» не влечет противоречия – не дает ответа на эти вопросы.

Мы получили, что, в соответствии с *Прямой Дихотомией*, для достижения точки B Ахиллес должен выполнить все пробежки из указанной *Z*-последовательности пробежек, и, кроме того, после выполнения Ахиллесом всех таких пробежек должно быть выполнено еще и некоторое *дополнительное* действие, состоящее в перемещении Ахиллеса в точку B. Но «перемещение» такого точечного объекта, как рассматриваемый нами Ахиллес, может осуществляться только из *определенной* точки пространства и начиная с *определенного* момента времени (а именно, начиная с того момента, когда Ахиллес находится в указанной *определенной* точке пространства) в другую *определенную* точку пространства в соответствующий прибытию в эту точку пространства момент времени. И проблема состоит в том, что не существует той точки в пространстве и того момента времени, которые характеризуют положение Ахиллеса в пространстве и времени *при* выполнении им всех пробежек из указанной *Z*-последовательности пробежек, но *до* осуществления перемещения Ахиллеса в точку B. Это значит, что не может быть выполнено последнее действие, необходимое для достижения Ахиллесом B и состоящее в перемещении Ахиллеса в точку B в тот момент, в который завершено выполнение им указанной *Z*-последовательности пробежек, или в течение какого-либо интервала времени после этого момента, начиная с него или позже него. Следовательно, все условия, необходимые для перемещения Ахиллеса из A в B, не могут быть выполнены. Но тогда Ахиллес не может достичь точки B.

Уклониться от этого вывода можно, если отказаться признавать, что после выполнения *любого* действия (в том числе и сложного действия, состоящего в выполнении *всех* пробежек из указанной *Z*-последовательности пробежек) Ахиллес находится в *определенной* точке пространства и в *определенный* момент времени. Однако это противоречило бы условию (1), в котором утверждается, что Ахиллес движется *последовательно* на [AB].

Другим возражением могло бы быть рассуждение по аналогии с объяснением П. Бенацеррафом ситуации с Лампой Томсона[5]. П. Бенацерраф показывает, что в некоторых возможных мирах Лампа Томсона включена после совершения бесконечной последовательности нажатий на ее выключатель, а в некоторых других возможных мирах она выключена, так что *Z*-последовательность нажатий не определяет состояние Лампы Томсона в моменты времени *после* выполнения этой *Z*-последовательности. Аналогично, Ахиллес в некоторых возможных мирах сразу же после выполнения *Z*-последовательности пробежек окажется в конечной точке интервала [AB], а в других возможных мирах окажется в других точках (не обязательно, что эти точки лежат в этих мирах на интервале [AB]). Каждый из этих сценариев непротиворечив. Однако благодаря какому именно действию Ахиллес окажется в различных возможных мирах в этих точках? Состояние Лампы Томсона (включена или выключена) через 2 с не определяется *Z*-последовательностью нажатий выключателя, осуществленных на временно́м интервале [0 с, 1 с). Местонахождение же Ахиллеса, хотя и не определяется его пробежками на интервале [AB), все-таки должно определяться каким-то действием, а именно, перемещением Ахиллеса.

В ситуации с *Лампой Томсона* причина состояния Лампы в момент времени 2 с не рассматривается. В этом ситуация с *Прямой Дихотомией* кардинально отличается от ситуации с *Лампой Томсона*, поскольку в *Прямой Дихотомии* причиной того, что Ахиллес занимает какое-либо положение в пространстве после выполнения этой *Z*-последовательности пробежек, является *только* дополнительное перемещение Ахиллеса (не совпадающее с какой-либо пробежкой из *Z*-последовательности пробежек и со всей этой последовательностью пробежек целиком, выполнения которых, как показал П. Бенацерраф, недостаточно для того, чтобы Ахиллес занял это положение в пространстве; а значит, выполнения *Z*-последовательности пробежек недостаточно для того, чтобы Ахиллес занял это положение в пространстве). И, как мы видели, последнее перемещение Ахиллеса может осуществляться только из *определенной* точки на [AB), но ни одна точка не может быть той точкой на [AB), в которой Ахиллес находится после выполнения *Z*-последовательности пробежек.

При желании можно попытаться уменьшить различие между *Лампой Томсона* и *Прямой Дихотомией* и сказать, что причиной того, что в некоторых возможных мирах Лампа Томсона включена, является то, что в этих мирах была выполнена *Z*-последовательность ее включений и выключений. Также причиной того, что в других возможных мирах Лампа Томсона была выключена, является то, что в этих мирах была выполнена *та же самая Z*-последовательность включений и выключений Лампы. Получается, что в разных возможных мирах одна и та же причина имеет различные следствия, что может показаться слишком странным, или требующим разработки подходящей теории причинности. Но нам сейчас нет нужды детально анализировать причинность, поскольку ситуацию с Лампой Томсона и *Прямой Дихотомией* можно изложить и без использования термина «причина», поскольку «причину»

[5] [См.: Thomson, 1954]. Представим себе лампу, включенную 1/2 минуты, затем сразу же выключенную 1/4 минуты, затем сразу же снова включенную 1/8 минуты, и т. д. до бесконечности. Будет лампа Томсона включена или выключена через минуту после того, как ее впервые включили?

в приведенных выше рассуждениях можно заменить на «необходимое условие». Необходимым условием того, что в некотором возможном мире *W* Лампа Томсона включена в момент времени 2 с, в *W* является выполнение *Z*-последовательности включений и выключений Лампы в *W*. Необходимым условием того, что в некотором возможном мире Ахиллес занимает какое-либо положение в пространстве, является выполнение Ахиллесом *Z*-последовательности пробежек. Однако в случае *Прямой Дихотомии* мы задаемся еще и вопросом: при условии выполнения Ахиллесом *Z*-последовательности пробежек, совершения какого действия *достаточно* для достижения Ахиллесом определенного положения в пространстве? Ответ на этот вопрос состоит в том, что таким действием в рамках *Прямой Дихотомии* может быть только дополнительное перемещение Ахиллеса (т. е. перемещение, не совпадающее ни с одной пробежкой из *Z*-последовательности пробежек, и не совпадающее с выполнением *Z*-последовательности пробежек целиком); но любое действие, которое может рассматриваться в качестве такого перемещения, не удовлетворяет требованиям к перемещению. В случае же *Лампы Томсона* мы не ставим аналогичного вопроса: при условии выполнения *Z*-последовательности включений и выключений Лампы Томсона, какого действия *достаточно* для того, чтобы Лампа была в момент времени 2 с включена (или выключена)?

Мы получили, что тезис «Ахиллес не сможет достичь точки B» не может быть оспорен на основании того, что достижение Ахиллесом точки B (как и любой другой точки) логически возможно – при условии, что Ахиллесом выполнена *Z*-последовательность пробежек, описанная в *Прямой Дихотомии*. Действительно, это возможно, но лишь до тех пор, пока мы не приняли несколько весьма естественных дополнительных условий, очерченных выше. Заметим, что аналогично можно представить в виде корректного аргумента *Обращенную Дихотомию*, а также *Ахиллеса и черепаху*. В первом случае доказывается, что Ахиллес, находясь в точке B, не может переместиться на интервал [AB). Во втором случае доказывается, что Ахиллес не может из точки A дойти до точки Z, где Z – та точка, перед которой величина интервалов между Ахиллесом и черепахой стремится к нулю (т. е. та точка, в которой, в соответствии с математическим расчетом, Ахиллес должен догнать черепаху).

Заключение

Мы получили, что *Прямая Дихотомия* и *Обращенная Дихотомия* являются действительно сильными аргументами, но приведенное выше их изложение должно быть скорректировано. Ключевая посылка этих аргументов о невыполнимости бесконечной последовательности действий за конечное время может быть отброшена как необоснованная. Можно допустить, что, например, в *Прямой Дихотомии* Ахиллес, изначально находившийся в точке A, может пройти весь интервал [AB). Но прохождения Ахиллесом всего интервала [AB) ***недостаточно*** для появления Ахиллеса в точке B при условии (1), т. е. при условии, что Ахиллес должен пройти весь интервал от A до B не останавливаясь и последовательно. Действительно, не существует перемещения, благодаря которому Ахиллес окажется в точке B – ведь ни одно из описываемых в *Прямой Дихотомии* сокращающихся перемещений Ахиллеса не переносит его в точку B.

Это означает, что для того, чтобы Ахиллес достиг точки B, должно быть совершено некоторое дополнительное перемещение, завершающееся в точке B. Но это противоречит следующему допущению:

(2) ***Если Ахиллес был перемещен, то имеется точка, из которой он был перемещен, и точка, в которую он был перемещен***.

Действительно, при выполнении Ахиллесом всей бесконечной последовательности перемещений, описываемых в *Прямой Дихотомии*, Ахиллес, который, в силу (1), выполнял эту последовательность перемещений, двигаясь последовательно, без остановок и без скачков, не может находиться:

– ни в одной точке на [AB), поскольку в этом случае будет либо выполнена не вся последовательность перемещений, либо Ахиллес возвратится назад, что запрещено положением (1);

– вне [AB], поскольку Ахиллес, в силу (1), не может совершать скачков;

– в точке B, поскольку не существует ни одного перемещения в *Z*-последовательности перемещений, описываемых в *Прямой Дихотомии*, которое заканчивалось бы в точке B.

Следовательно, Ахиллес, после выполнения *Z*-последовательности перемещений, нигде не находится. Но, тогда, не существует точки, из которой его надлежит переместить, и, в силу (2), перемещение Ахиллеса в какую-либо точку не может быть осуществлено.

Таким образом, при изложении *Прямой Дихотомии* ключевая посылка этого аргумента о невыполнимости бесконечной последовательности действий за конечное время должна быть заменена на допущение (2), кажущееся гораздо более приемлемым. Аналогично исправляется и *Обращенная Дихотомия*.

Список литературы / References

Берестов, И. В. (2021). Содержит ли современный анализ затруднений с зеноновскими последовательностями решение *Дихотомии*? *Respublica Literaria*. Т. 2. № 1. С. 28-36. DOI: 10.47850/RL.2021.2.1.28-36.

Berestov, I. V. (2021). Does Contemporary Analysis of Difficulties with Zeno Sequences Contain a Solution to the *Dichotomy*? *Respublica Literaria.* Vol. 2. no. 1. pp. 28-36. DOI: 10.47850/RL.2021.2.1.28-36. (In Russ.)

Берестов, И. В. (2020). Специфика преемственности концепций в элейской философской школе. *Respublica Literaria*. Т. 1. № 2. С. 28-51. DOI: 10.47850/RL.2020.1.2. 28-51.

Berestov, I. V. (2020). A Feature of the Conception Inheritance in the Eleatic School of Philosophy. *Respublica Literaria.* Vol. 1. no. 2. pp. 28-51. DOI: 10.47850/RL.2020.1.2.28-51. (In Russ.)

Фрагменты ранних греческих философов. Ч. 1. (1989). Ред. и пер. А. В. Лебедев. М.: Наука.
Lebedev, A. V. (1989). (ed. and transl.). *Fragments of Early Greek Philosophers*. Part 1. Moscow. (In Russ.)

Benacerraf, P. (2001). Tasks, Supertasks, and the Modern Eleatics. In Salmon, W. C. (ed.) *Zeno's Paradoxes*. Indianapolis. Hacklett. pp. 103-129. (Originally published in 1962).

Diels H., Kranz W. (Hrsg.). (1951-1952). *Die Fragmente der Vorsokratiker* (=DK). Bd I–II. Die sechste Auflage. Hildesheim. Weidmannsche Verlagsbuchhandlung.

Hawthorne, J. (2000). Before-Effect and Zeno Causality. *Noûs*. Vol. 34. no. 4. pp. 622-633.

Laks, A, Most, G.W. (eds. and transl.). (2016). *Early Greek Philosophy*. Vol. V. Part 2. Cambridge (Mass., USA). London (UK). Harvard University Press. 801 p. (Loeb Classical Library; Vol. 528)

Lee, H. P. D. (ed. and transl.) (1936). Zeno of Elea. Text, with Translation and Notes (= Lee). Cambridge. Cambridge University Press. Pp. vi, 125. (Ser. Cambridge Classical Studies)

Papa-Grimaldi, A. (1996). Why Mathematical Solutions of Zeno's Paradoxes Miss the Point: Zeno's One and Many Relation and Parmenides' Prohibition. *Review of Metaphysics*. Vol. 50. no. 2. pp. 299-314.

Thomson, J. F. (1954). Tasks and Super-Tasks. *Analysis*. Vol. 15. pp. 1-13.

Сведения об авторе / Information about the author

Берестов Игорь Владимирович – кандидат философских наук, старший научный сотрудник Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, ул. Николаева, 8, e-mail: berestoviv@yandex.ru, http://orcid.org/0000-0003-0782-761X

Статья поступила в редакцию: 15.10.2021
После доработки: 27.10.2021
Принята к публикации: 01.11.2021

Berestov Igor – Candidate of Philosophy, Senior Researcher of the Institute of Philosophy and Law (IPL), Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Nikolaeva str., 8, e-mail: berestoviv@yandex.ru, http://orcid.org/0000-0003-0782-761X

The paper was submitted: 15.10.2021
Received after reworking: 27.10.2021
Accepted for publication: 01.11.2021