УДК 1(091)

ПУТЬ К АПОРИЯМ ЗЕНОНА: ЗАКРЫТЫЕ И ПОЛУОТКРЫТЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

К. А. Родин
Институт философии и права СО РАН (Новосибирск)
rodin.kir@gmail.com

Аннотация. В ответной реплике я формулирую немного модифицированную версию апории Зенона *Дихотомия* и кратко рассматриваю так называемые объекты Зенона (вместе с лампочкой Томпсона и демоном Бенацеррафа) с целью в итоге продемонстрировать нерелевантность различия между закрытыми и полуоткрытыми интервалами для решения (или даже для постановки) проблемы концептуализации движения. В конце статьи приводятся возражения на «парадокс встречного движения» (сформулированный Берестовым).

Ключевые слова: Зенон, апория, закрытые и полуоткрытые интервалы, парадокс, движение.

Для цитирования: Родин, К. А. (2022). Путь к апориям Зенона: закрытые и полуоткрытые интервалы. *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 68-74. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.68-74

ON THE WAY TO ZENON'S PARADOXES: CLOSED AND SEMI-OPEN INTERVALS

K. A. Rodin
Institute of Philosophy and Law SB RAS (Novosibirsk)
rodin.kir@gmail.com

Abstract. I formulate a slightly modified version of Zeno's paradox Dichotomy and briefly consider the so-called Zeno objects (together with Thomson's lamp and Benacerraf's resolution of the Thomson lamp) to demonstrate the irrelevance of the distinction between closed and semi-open intervals for solving (or even posing) the problem of conceptualizing movement. Then I present objections to the Paradox of Oncoming Movement (formulated by Berestov).

Keywords: Zeno, closed and semi-open intervals, paradox, movement.

For citation: Rodin, K. A. (2022). On the Way to Zenon's Paradoxes: Closed and Semi-open Intervals. *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 68-74. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.68-74

Хотелось бы высказать благодарность И. В. Берестову за приглашение принять участие в дискуссии и в который раз подумать над апориями Зенона.

Статья Берестова открывается пересказом апории «стрела» и пересказом предложенной Расселом «для преодоления зеноновской апории стрела» так называемой, «at-at теории движения» [подробнее: Берестов 2022]. Я не уверен в ключевом значении данной теории для фабулы статьи Берестова (разве что для сюжета). Призванные продемонстрировать неудовлетворительность «at-at теории движения» контрпримеры из статьи представляются самостоятельными (неспособность данной теории «представить удовлетворительное понимание широкого класса движений» кажется необязательным приложением к высказанным Зеноном затруднениям при попытках концептуализировать движение). Дальше в статье из «at-at теории движения» берется неопределенность движения в точке и определенность движения на интервале. Дополнительно признается существенной разница между закрытыми и полуоткрытыми интервалами и необходимость учитывать строгую монотонность (в более узком смысле – непрерывность) движения. И поэтому в ответной реплике я принимаю допущение для приводимых мысленных экспериментов: точечный объект непрерывно движется по какому-то закрытому или полуоткрытому интервалу. Отсюда элементарно воспроизводятся апории Ахиллес и Дихотомия.

В ответной реплике я рассматриваю модифицированную версию Дихотомии с целью сформулировать замечания к ключевому для статьи И. В. Берестова «парадоксу встречного движения».

Итак. Пусть Ахилл пытается пройти расстояние AB и двигается из точки A в точку B. Для завершения пути Ахиллу нужно сперва преодолеть 9/10 расстояния. Потом – 9/10 оставшегося расстояния (9/100 исходного) и так до бесконечности. Пока время пути и скорость не имеют значения. Очевидно: Ахилл просто не может пройти бесконечное количество ненулевых отрезков пути.

Требуется пройти бесконечное множество расстояний условной длинны (пусть будет в метрах):

0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + …

Бесконечное множество ненулевых расстояний пройти нельзя. Как нельзя завершить процесс последовательного нахождения суммы бесконечного числа ненулевых слагаемых.

Или как физически нельзя выписать число 9,9999… с бесконечным количеством знаков после запятой.

Различие между открытым [0 1) и закрытым [0 1] с конца интервалами не играет в исходной апории Зенона никакой роли. Ахилл просто не пройдет расстояние AB. Поэтому между утверждением «не прошел интервал [1 1]» и утверждением «не прошел интервал [0 1)» разницы пока нет.

Так формулируется прямая апория **формы** дихотомии (когда путь как-то – необязательно по половинам – делится на какое-то бесконечное количество ненулевых отрезков пути).

Существует и обратная апория формы дихотомии:

С целью пройти расстояние AB Ахилл должен сперва пройти 1/10 расстояния. Раньше – 1/10 часть от первой 1/10 части расстояния (1/100 исходного расстояния) и так до бесконечности. Не существует наименьшего расстояния от точки A по направлению к точке B. Ахилл не может сдвинуться с точечного места.

В обратной апории Ахилл пытается из точки A как бы запрыгнуть в полуоткрытый интервал (A B]. И здесь открытость интервала важна.

Прямая и обратная дихотомии немного различаются. Различаются и соответствующие проблема начала движения (не существует наименьшего расстояния от точки A по направлению к точке B) и проблема завершения движения (на любом этапе пути существует какое-то ненулевое расстояние до точки B).

В рамках прямой апории можно предположить завершение пути каким-то магическим чудом.

Пусть пройдено бесконечное множество ненулевых отрезков пути. Тогда существует способ найти длину пройденного пути:

сумма ряда 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + … равна 1. Как и 0,9999… = 1.

В так называемых решениях прямой апории **описание** движения часто подменяет проблему завершения движения. Из возможности описать движение (прохождение расстояния АВ) очевидно не следует возможность завершить прохождение бесконечного числа ненулевых отрезков пути. Поэтому описание вида 0,9 + 0,09 + … = 1 не заменяет концептуализацию движения [см. IV часть статьи: Papa-Grimaldi, 1996]. Пройденный путь (пройденное расстояние) не может быть отрезком на воображаемой числовой прямой. И апории Зенона показывают проблематичность отождествления пройденного пути с отрезком (интервалом) на числовой прямой.

Любой пройденный путь характеризуется пройденным расстоянием (длиной). Но бесконечное множество безразмерных точек суммарно дают нулевую длину. Отрезок не состоит из множества точек.

В привычном понимании непрерывность движения означает последовательное прохождение всех точек. Выкинуть какую-то точку на пути Ахилла (например, соответствующую 9/10 расстояния) означает прервать непрерывность движения. «Итоговое» пройденное расстояние не изменится. Но движение перестанет быть непрерывным. Без нарушения непрерывности возможно выкинуть «заключительную» точку пути и заявить: Ахилл прошел полуоткрытый интервал [0 1) и не прошел закрытый интервал [0 1]. Но такое представление прямой апории **предполагает решение** исходной апории Зенона: предполагается возможным пройти бесконечное число ненулевых отрезков пути. Хотя даже при таком предположении путь остается в каком-то смысле незавершенным.

В такой формулировке прямая и обратная апории зеркально похожи. В обратном варианте Ахилл стоит перед полуоткрытым интервалом и не может двинуться с места. В прямом варианте Ахилл не может завершить пройденный полуоткрытый интервал.

Незакрытая граница интервала (иногда граница двумерных или трехмерных объектов) лежит в основе ряда мысленных экспериментов и в основе построения так называемых зеноновских объектов [подробнее: Prosser, 2009]. Примеры приведены И. В. Берестовым [Берестов, 2021а; Берестов, 2021б]. Так, Бенацерраф создает фигуру демона (пусть некий демон определенной длины уменьшается пропорционально уменьшающимся отрезкам последовательно проходимого интервала из апории Зенона и исчезает совершенно в конечной точке: проходит интервал [А В) и не проходит интервал [А В]) с целью демонстрации логической независимости состояния некоего объекта в конечной точке В от предшествующих состояний на интервале [А В). Опровергается результат мысленного эксперимента «лампочка Томсона». В точке В демон логически может делать что угодно. Как и лампочка Томсона может быть в каком угодно состоянии (или вообще не существовать).

Но рассмотрим другой пример. Ахилл движется из точки А в точку В и не встречает никаких препятствий до середины пути (пусть точка Д середина пути). На оставшемся после прохождения интервала [А Д] интервале (Д В] затаилось бесконечное множество демонов с умением мгновенно воздвигать мгновенно останавливающие путника демонические стены.

На ½ расстояния от Д до В – первый демон. На ¼ расстояния от Д до В – второй демон и так до бесконечности [см. подробнее: Hawthorne, 2000]. Но демоны не трудятся впустую и заранее стены не воздвигают. 1-й демон мгновенно воздвигает стену только после удачного прохождения путником стены 2-го демона и так далее. Но по условию никакую стену пройти (миновать) нельзя. Поэтому Ахилл не наткнулся на стену 1-го демона (иначе Ахилл должен был бы миновать стену 2-го демона). Не наткнулся на стену 2-го демона (иначе должен был бы миновать стену 3-го демона) и так до бесконечности. Ахилл вообще не наткнулся ни на одну из возможных стен. Понятно и следующее: если Ахилл продвинулся хоть немного после прибытия в точку Д – Ахилл наткнулся на стену. Ахилл не наткнулся ни на одну стену и поэтому Ахилл не двинулся дальше точки Д.

Ахиллу логически невозможно продолжить движение и наткнуться на какую-то стену. В каком-то отношении вопрос о причинах остановки Ахилла не требует обсуждения. Или можно сказать (как бы странно не звучало): Ахилла остановила бесконечная логическая мощь бесконечного множества не воздвигнутых стен.

Перед нами снова различие между полуоткрытым интервалом (Д В] и закрытым интервалом [Д В]. Поведение демонов напоминает прохождение Ахиллом бесконечного количества ненулевых отрезков из прямой апории (демоны вправе называться демонами Зенона). Сам Ахилл никак не может сдвинуться с точки Д (как в обратной апории).

Но я бы несколько модифицировал мысленный эксперимент. Путь Ахилл опасается встречи с катящимся на него шаром и не опасается встречи с хитрыми демонами Зенона. Назовем точечный шар шаром Гектора. Ахилл просто движется из точки А в точку В. Навстречу Ахиллу из точки В в точку Д (середина расстояния и воображаемая точка гипотетической встречи с шаром Гектора) катится способом Ахилла из прямой апории шар Гектора (пусть Ахилл и шар Гектора движутся со странным образом одинаковой скоростью – хотя скорость шара по завершению интервала [В Д) определить все-таки нельзя). Сперва шар продвигается на 9/10 расстояния ВД. Потом – на 9/10 оставшегося расстояния (9/100 исходного) и так до бесконечности. Шар никогда не пройдет расстояния ВД. Однако пусть магическим чудом шар пройдет расстояние ВД и интервал [В Д). Будем понимать так: прохождение интервала [В Д) (без фактического решения прямой апории) означает возможность нахождения суммы 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + …

Шар Гектора никогда не окажется в точке Д. Ахилл без проблем доберется до точки Д (Ахилл движется безапорийным способом). Тогда аналогично стенам демонов Зенона Ахилл будет остановлен будто бы без встречи с шаром Гектора.

Однако мы никак не определили понятие встречи. В первом случае Ахилл не встретился с не-воздвигнутыми (несуществующими) стенами. Тогда как шар Гектора все-таки существует.

Преодолевший интервал [В Д) шар Гектора очевидно преодолеет расстояние в 1 метр (условно). Потому что 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + … = 1. И никакого расстояния до Ахилла (прибывшего в точку Д) шар Гектора преодолеть дополнительно не должен. Отсюда вроде бы следует: Ахилл встретится с шаром Гектора. Ситуация прохождения интервалов [А Д] и [В Д) достаточна для встречи. Ведь точка не имеет протяженности. И пройденный путь не зависит от характера интервала. Но допустим: пройти какое-то расстояние – не значит завершить движение (можно якобы пройти и **не завершить** полуоткрытый интервал (выражение «пройти полуоткрытый и не пройти закрытый интервал» неудовлетворительно)). Однако для встречи достаточно просто пройти какое-то требуемое расстояние.

Я намеренно избегаю упоминания «момента времени». Прямая апория работает безотносительно ко времени (проблема не в невозможности для Ахилла из апории завершить движение **в конечное время**). Однако мы очевидно не можем указать момент завершения движения по интервалу [В Д). В любой определенный момент времени пройдена только часть интервала. Однако изначально предполагалось прохождение указанного интервала безотносительно к моменту времени: пройти интервал значит каким-то магическим чудом пройти бесконечное множество ненулевых отрезков с итоговой длиной пути в условный 1 метр. Иначе в любой конкретный момент времени шар Гектора преодолеет только часть интервала [В Д). Однако тогда не имеет решения прямая дихотомия (мы предположили прямую апорию решенной).

Не существует момента встречи Ахилла с шаром Гектора. Но Ахилл и шар Гектора все-таки встретятся: Ахиллу и шару больше не нужно преодолевать никакого ненулевого расстояния навстречу друг другу.

Итак. Ни в какой момент времени шар Гектора не остановит Ахилла. Шар Гектора остановит Ахилла. Противоречия нет. Аналогично Ахилл не столкнулся ни с одной демонической стеной. Ахилл был остановлен.

Теперь я выскажу несколько замечаний относительно сформулированного в статье И. В. Берестова «парадокса встречного движения».

Ахилл и Гектор движутся навстречу друг другу по отрезку АВ. Где-то на отрезке АВ расположена воображаемая точка С гипотетической встречи Ахилла и Гектора.

Пусть вначале Ахилл прошел интервал [А С]. А Гектор прошел интервал [В С).

Потом Ахилл прошел интервал (С В]. А Гектор прошел интервал [С А]. Ахилл и Гектор каждый прошли расстояние АВ. Однако при совершении «строго монотонного движения навстречу друг другу» и при посещении всех точек [АВ] Ахилл и Гектор «ухитрились не встретиться».

Действительно: интервалы [А С] и [В С) (первые этапы пути) и интервалы (С В] и [С А] (вторые этапы пути) не имеют общих точек и не пересекаются. Однако из не-пересечения интервалов не следует не-встреча Ахилла с Гектором.

По завершении первых этапов пути Ахилл и Гектор больше не должны и не могут пройти никакого расстояния до или для встречи (до столкновения или для наложения). Поэтому Ахилл и Гектор встретятся.

Однако пусть под встречей все-таки понимается нахождение в одной общей точке (из-за безразмерности точки под «нахождением в точке» возможно понимать только метафору нашего согласия на определенное математическое описание). Ахилл и Гектор прошли целый путь АВ. И не встретились.

Тогда должна существовать выколотая из пути Ахилла или из пути Гектора (или для обоих) точка не-встречи. Ахилл или Гектор (оба) перепрыгнули точку не-встречи (или исчезли на точку). Но тогда движение не было непрерывным и строго монотонным.

Единственным кажется решение:

Интервалы первого и второго этапов пути не пересекаются: на первом и на втором этапах пути пройденные Ахиллом и Гектором интервалы не имеют ни одной общей точки. После прохождения первых этапов пути Ахилл и Гектор встретились.

При принятии описания (типа 0,9 + 0,09 + … = 1) за решение прямой апории всегда что-то невозможно определить: момент времени или состояние лампочки Томпсона, или причину остановки Ахилла при отсутствии какой бы то ни было стены, или местоположение демона Бенацеррафа, или цвет сферы Зенона (многие авторы приводят напрашивающуюся аналогию с принципом неопределенности Гейзенберга). При принятии описания остаются два варианта: допустить точечную неопределенность или же вернуться к апории стрела с дополнительно постулируемой сомнительной возможностью каждой точке сопоставить момент времени.

Список литературы / References

Берестов, И. В. (2022). Как Ахиллес с Гектором разминулся: затруднение в теории движения, разводящей прохождение открытого интервала и его замыкания. *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 5-27. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.5-27

Berestov, I. V. (2022). How Achilles and Hector Missed Each Other: A Difficulty in the Theory of Motion That Distinguish the Passage of an Open Space Interval from the Passage of its Closure. *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 5-27. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.5-27 (In Russ.)

Берестов, И. В. (2021a). Содержит ли современный анализ затруднений с зеноновскими последовательностями решение Дихотомии? *Respublica Literaria*. Т. 2. № 1. С. 28-36. DOI: 10.47850/RL.2021.2.1.28-36

Berestov, I. V. (2021a). Does Contemporary Analysis of Difficulties with Zeno Sequences Contain a Solution to the Dichotomy? *Respublica Literaria*. Vol. 2. no. 1. pp. 28-36. DOI: 10.47850/RL.2021.2.1.28-36 (In Russ.)

Берестов, И. В. (2021b). Анализ действенности Дихотомии Зенона Элейского. *Respublica Literaria*. Т. 2. № 4. С. 27-42. DOI: 10.47850/RL.2021.2.4.27-42

Berestov, I. V. (2021b). A Soundness Analysis of Zeno's of Elea Dichotomy. *Respublica Literaria*. Vol. 2. no. 4. pp. 27-42. DOI: 10.47850/RL.2021.2.4.27-42 (In Russ.)

Hawthorne, J. (2000). Before-Effect and Zeno Causality. *Noûs.* Vol. 34. no. 4. pp. 622-633.

Papa-Grimaldi, A. (1996). Why Mathematical Solutions of Zeno's Paradoxes Miss the Point: Zeno's "One and Many" Relation and Parmenides' Prohibition. *The Review of Metaphysics*. no. 50. pp. 299-314.

Prosser, S. (2009). Zeno objects and supervenience. *Analysis.* Vol. 69. no. 1. pp. 18-26

Информация об авторе / Information about the author

Родин Кирилл Александрович – кандидат философских наук, старший научный сотрудник Института философии и права Сибирского отделения РАН, г. Новосибирск, ул. Николаева, 8, e-mail: rodin.kir@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6582-8939

Статья поступила в редакцию: 14.11.2022
После доработки: 01.12.2022
Принята к публикации: 12.12.2022

Rodin Kirill – Candidate of Philosophical Sciences, Senior Researcher of the Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Nikolaeva str., 8, e-mail: rodin.kir@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6582-8939

The paper was submitted: 14.11.2022
Received after reworking: 01.12.2022
Accepted for publication: 12.12.2022