

THỐNG KÊ MÁY TÍNH & ỨNG DỤNG – 18HCB

BÀI TẬP 1

Câu 1. (1.5 đ).Thực hiện thí nghiệm tung một đồng xu đồng chất 4 lần. Gọi A là biến cố “được mặt sấp nhiều hơn mặt ngửa”.

a) Cho biết các phần tử của không gian mẫu và biến cố A

➤ Các phần tử của không gian mẫu là:

Gọi 1, 2, 3, 4 lần lượt là lần gieo đồng xu thứ I, II, III, IV

Gọi S là gieo đồng xu được mặt sấp

Gọi N là gieo đồng xu được mặt ngửa

→ Ta có bảng sau thể hiện không gian mẫu

1	2	3	4
S	S	S	S
S	S	S	N
S	S	N	S
S	S	N	N
S	N	S	S
S	N	S	N
S	N	N	S
S	N	N	N
N	S	S	S
N	S	S	N

Bài tập tuần 1

N	S	N	S
N	S	N	N
N	N	S	S
N	N	S	N
N	N	N	S
N	N	N	N

➤ Các phần tử của biến cố A:

1	2	3	4
S	S	S	S
S	S	S	N
S	S	N	S
S	N	S	S
N	S	S	S

b) Tính xác suất của A

$$P(A) = \frac{5}{16}$$

Bài tập tuần 1

Câu 2. (2.5 đ). Thực hiện thí nghiệm gieo một xúc xắc đồng chất 2 lần. Tính xác suất các biến cố:

Thí nghiệm: “Tung hai xúc xắc đồng chất”

→ Không gian mẫu: $\Omega = \{(i, j) : i, j \in \{1, 2, \dots, 5, 6\}\} = \{1, 2, \dots, 5, 6\}^2$

⇒ Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = 6^2 = 36$

a) Tổng số chấm của hai lần là 7

- Gọi A là biến cố “Tổng số chấm của hai lần là 7”
- Tổng số chấm của hai lần là 7 ⇒ Phải gieo được các cặp mặt sau: (1,6) (6,1) (2,5) (5,2) (3, 4) (4,3)
⇒ $A = \{(i, j) : i, j \in \Omega : i + j = 7\} \Rightarrow |A| = 6$
- Vì đây là mô hình xác suất đơn giản nên ta có xác suất của A là:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b) Tổng số chấm của hai lần không quá 4

- Gọi B là biến cố “Tổng số chấm của hai lần không quá 4”
- Tổng số chấm của hai lần không quá 4
⇒ $B = \{(i, j) : i, j \in \Omega : i + j \leq 4\} \Rightarrow |B| = 6$
- Vì đây là mô hình xác suất đơn giản nên ta có xác suất của B là:

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Bài tập tuần 1

	I	II	III	IV	V	VI	
I	2	3	4	5	6	7	<p>I, II, III, IV, V, VI : Là các mặt của xúc xắc 0,1,2,3,4,5: Là hiệu của hai mặt xúc xắc (Lấy trị tuyệt đối) Như vậy các cặp số thỏa biến cố là (màu đỏ): (I, I) (I, II) (I, III) (II, I) (II, II) (III, I)</p>
II	3	4	5	6	7	8	
III	4	5	6	7	8	9	
IV	5	6	7	8	9	10	
V	6	7	8	9	10	11	
VI	7	8	9	10	11	12	

c) Số chấm của lần thứ nhất là lẻ

- Gọi C là biến cố “Số chấm của lần thứ nhất là lẻ”
- Số chấm của lần thứ nhất là lẻ
 $\Rightarrow C = \{(i, j) : i \in \{1, 3, 5, \}, j \in \Omega\} \Rightarrow |C| = 18$
- Vì đây là mô hình xác suất đơn giản nên ta có xác suất của C là:

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Bài tập tuần 1

	I	III	V		I, II, III, IV, V, VI : Là các mặt của xúc xắc thỏa
I					
II					
III					
IV					
V					
VI					

d) Số chấm của hai lần là như nhau

- Gọi D là biến cố “Số chấm của hai lần là như nhau”

- Số chấm của hai lần là như nhau

$$\Rightarrow D = \{(i, j) : i, j \in \Omega : i = j\} \Rightarrow |D| = 6$$

- Vì đây là mô hình xác suất đơn giản nên ta có xác suất của D là:

$$P(D) = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Bài tập tuần 1

	I	II	III	IV	V	VI	<p>I, II, III, IV, V, VI : Là các mặt của xúc xắc 0,1,2,3,4,5: Là hiệu của hai mặt xúc xắc (Lấy trị tuyệt đối) Như vậy các cặp số thỏa biến cố là (x màu đỏ): (I, I) (II, II) (III, III) (IV, IV) (V, V) (VI, VI)</p>
I	x						
II		x					
III			x				
IV				x			
V					x		
VI						x	

e) Số chấm của lần thứ nhất là lẻ nhưng số chấm của lần thứ hai là chẵn

- Gọi E là biến cố “Số chấm của lần thứ nhất là lẻ nhưng số chấm của lần thứ hai là chẵn”
- Số chấm của lần thứ nhất là lẻ nhưng số chấm của lần thứ hai là chẵn
 $\Rightarrow E = \{(i, j) : i \in \{1, 3, 5, \}, j \in \{2, 4, 6, \}\} \Rightarrow |E| = 9$
- Vì đây là mô hình xác suất đơn giản nên ta có xác suất của E là:

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

	I	III	V		I, II, III, IV, V, VI : Là các mặt của xúc xắc thỏa
II					
IV					
VI					

Bài tập tuần 1

Câu 3. (2 đ). Rút ngẫu nhiên 4 lá bài từ bộ bài Tây 52 lá. Tính xác suất các biến cố:

Thí nghiệm: “Rút ngẫu nhiên 4 lá bài từ bộ bài Tây 52 lá”

→ Mỗi kết quả của thí nghiệm là một tổ hợp chập 4 của 52 phần tử

⇒ Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = C_{52}^4 = 270725$

a) Được một tứ quý

- Gọi A là biến cố “Rút được một tứ quý”
- Ta có một bộ bài có 13 tứ quý từ 2 đến A

$$\Rightarrow |A| = 13$$

- Ta có xác suất của A là:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{13}{270725} = \frac{1}{20825}$$

b) Được một sảnh

- Gọi B là biến cố “Rút được một sảnh bốn quân”
- Một bộ bài có 4 chất cơ, rô, chuồn, bích ứng với 13 quân bài 2, 3, 4, ..., J, Q, K, A.

⇒ Để chọn được một quân bài phân biệt thì ta có $C_4^1 = 4$ cách chọn

⇒ Để hình thành một sảnh bốn thì ta có $C_4^1 \times C_4^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 4^4 = 256$ cách chọn

- Thứ tự rút 4 quân để hình thành sảnh bốn là một hoán vị

⇒ Ta có 4! cách chọn

- ✓ Xét theo cách chơi bài tiến lên thì thứ tự các quân bài từ 3, 4, 5, ..., J, Q, K, A, 2 (2 không được tính vào sảnh). Từ sảnh 3,4,5,6 đến sảnh J, Q, K, A

⇒ Các sảnh có thể có là 9 sảnh:

Bài tập tuần 1

3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A	2
3	4	5	6									
	4	5	6	7								
		5	6	7	8							
			6	7	8	9						
				7	8	9	10					
					8	9	10	J				
						9	10	J	Q			
							10	J	Q	K		
								J	Q	K	A	

Vậy số phần tử của biến cố B là $|B| = 4^4 \times 4! \times 9 = 55296$

Ta có xác suất của A là:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{55296}{270725}$$

✓ Xét theo thứ tự bộ bài 2, 3, 4, ..., J, Q, K, A. Từ sảnh 2,3,4,5 đến sảnh J, Q, K, A

⇒ Các sảnh có thể có là 10 sảnh:

Bài tập tuần 1

2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
2	3	4	5									
	3	4	5	6								
		4	5	6	7							
			5	6	7	8						
				6	7	8	9					
					7	8	9	10				
						8	9	10	J			
							9	10	J	Q		
								10	J	Q	K	
									J	Q	K	A

Vậy số phần tử của biến cố B là $|B| = 4^4 \times 4! \times 10 = 61440$

Ta có xác suất của A là:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{61440}{270725}$$

Câu 4. (2 đ). Hai biến cố A, B được gọi là độc lập nếu $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Xét thí nghiệm tung một đồng xu đồng chất 3 lần, kiểm tra xem các cặp biến cố sau đây có độc lập không:

- Kí hiệu N là đồng xu ngửa, S là đồng xu sấp
- Khi đó không gian mẫu:

$$\Omega = \{(S, S, S); (S, N, S); (S, S, N); (S, N, N); (N, S, S); (N, N, S); (N, S, N); (N, N, N)\}$$

Bài tập tuần 1

	S	N	
S	S, S, S	S, N, S	S
	S, S, N	S, N, N	N
N	N, S, S	N, N, S	S
	N, S, N	N, N, N	N

$$\Rightarrow |\Omega| = 8$$

a) A : lần 1 được mặt ngửa, B : lần 2 và lần 3 được mặt sấp.

- $A = \{(N, S, S); (N, N, S); (N, S, N); (N, N, N)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- $B = \{(S, S, S); (N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- $A \cap B = \{(N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

- Ta có $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A)P(B) = P(A \cap B)$

$\Rightarrow A, B$ độc lập với nhau

Bài tập tuần 1

b) A : lần 1 được mặt ngửa, B : có đúng 2 lần được mặt sấp.

- $A = \{(N, S, S); (N, N, S); (N, S, N); (N, N, N)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- $B = \{(S, N, S); (S, S, N); (N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{3}{8}$$

- $A \cap B = \{(N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

- Ta có $\frac{3}{8} \times \frac{1}{2} \neq \frac{3}{16} \Rightarrow P(A)P(B) \neq P(A \cap B)$

$\Rightarrow A, B$ không độc lập với nhau

c) A : lần 1 được mặt ngửa, B : có đúng 2 lần liên tiếp được mặt sấp.

- $A = \{(N, S, S); (N, N, S); (N, S, N); (N, N, N)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- $B = \{(S, S, N); (N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- $A \cap B = \{(N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

- Ta có $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A)P(B) = P(A \cap B)$

$\Rightarrow A, B$ độc lập với nhau

Bài tập tuần 1

d) A : lần 2 được mặt ngửa, B : có đúng 2 lần liên tiếp được mặt sấp.

- $A = \{(S, N, S); (S, N, N); (N, N, S); (N, N, N)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- $B = \{(S, S, N); (N, S, S)\}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- $A \cap B = \{\emptyset\}$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{0}{8} = 0$$

- Ta có $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow P(A)P(B) \neq P(A \cap B)$

$\Rightarrow A, B$ không độc lập với nhau

Câu 5. (2 đ). Một lớp học có các học sinh được phân bố như bảng sau:

Số lượng	Nam	Nữ
Nội thành	8	16
Ngoại thành	12	4

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Ký hiệu các biến cố:

A : học sinh được chọn là học sinh nội thành.

B : học sinh được chọn là học sinh nam.

Cho biết A, B có độc lập không? Tại sao?

Bài tập tuần 1

- Số phần tử không gian mẫu $= 8 + 16 + 12 + 4 = 40$

- Số học sinh nội thành $= 8 + 16 = 24$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

- Số học sinh nam $= 8 + 12 = 20$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

- Gọi C là biến cố “Học sinh được chọn là nam và ở nội thành”

Số học sinh là nam và ở nội thành $= 8$

$$\Rightarrow P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

- Ta có $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \neq \frac{1}{5} \Rightarrow P(A)P(B) \neq P(A \cap B)$

$\Rightarrow A, B$ không độc lập với nhau