2.6 Expressões Booleanas Obtidas de Tabelas da Verdade

Até aqui, vimos como obter expressões a partir de circuitos, circuitos a partir de expressões e tabelas da verdade a partir de circuitos ou expressões. Veremos, neste item, como podemos obter expressões e circuitos a partir de tabelas da verdade, sendo este o caso mais comum em projetos práticos, pois, geralmente, necessitamos representar situações através de tabelas da verdade e a partir destas, obter a expressão booleana e consequentemente, o circuito lógico.

Para demonstrar este procedimento, vamos obter a expressão da tabela 2.16.

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Tabela 2.16

Observando a tabela, notamos que expressão é verdadeira (S = 1) nos casos onde A = 0 **e** B = 0 **ou** A = 1 **e** B = 0 **ou** A = 1 **e** B = 1. Para obter a expressão, basta montar os termos relativos aos casos onde a expressão for verdadeira e somá-los:

Caso 00: S = 1 quando, A = 0 e B = 0 ($\overline{A} = 1$ e $\overline{B} = 1$) $\Rightarrow \overline{A}.\overline{B}$

Caso 10: S = 1 quando, A = 1 e B = 0 (A = 1 e $\overline{B} = 1$) $\Rightarrow A.\overline{B}$

Caso 11: S = 1 quando, A = 1 e B = 1 $\Rightarrow$ A . B

$\therefore S = \overline{A}.\overline{B} + A.\overline{B} + A.B$

Notamos que o método permite obter, qualquer que seja a tabela, uma expressão padrão formada sempre pela soma de produtos. No próximo capítulo, relativo à álgebra de Boole, estudaremos o processo de simplificação desta, bem como, de outras expressões booleanas, possibilitando a obtenção de circuitos mais simplificados.

2.6.1 Exercícios Resolvidos

1 - Determine a expressão que executa a tabela 2.17 e desenhe o circuito lógico.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Tabela 2.17

Para solucionar, extraímos os casos onde a expressão é verdadeira (S = 1): 000 ou 010 ou 110 ou 111.

$\therefore S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + A.B.\overline{C} + A.B.C$

Da expressão, extraímos o circuito lógico:

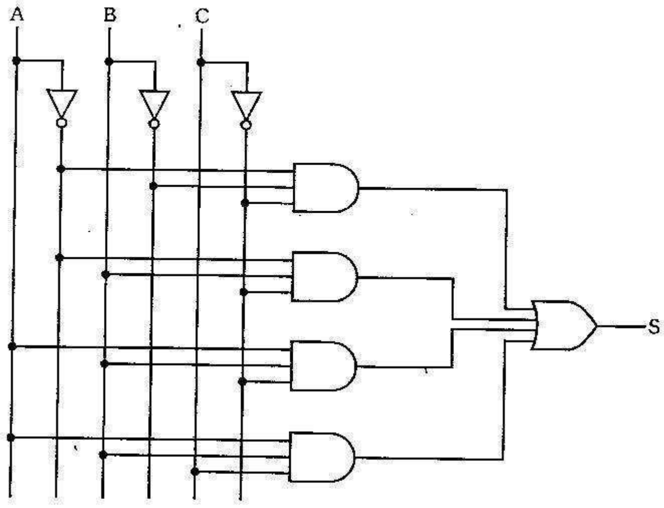


Figura 2.32

2 - Obtenha a expressão booleana da tabela 2.18.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Tabela 2.18

Da tabela extraímos os casos onde a expressão é verdadeira (S = 1):

0100 ou 0110 ou 1000 ou 1011.

$\therefore S = \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}CD$

2.7 Blocos Lógicos OU EXCLUSIVO e COINCIDÊNCIA

Estudaremos, neste tópico, os blocos OU Exclusivo e Coincidência que são muito importantes na área de Eletrônica Digital, pois juntamente com as outras portas lógicas formam outros circuitos elementares dentro dos sistemas digitais.

Embora estes circuitos sejam blocos lógicos básicos, podemos considerá-los também como circuitos combinacionais, pois, como veremos em capítulos posteriores, sua obtenção provém de uma tabela da verdade (situação), que gera uma expressão característica, de onde esquematizamos o circuito.

2.7.1 Bloco OU EXCLUSIVO

A função que ele executa, como o próprio nome diz, consiste em fornecer 1 à saída quando as variáveis de entrada forem diferentes entre si. Com esta pequena apresentação podemos montar sua tabela da verdade e, obter pelo mesmo processo visto até aqui, sua expressão característica e, posteriormente, esquematizar o circuito:

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela 2.19

Da tabela obtemos sua expressão característica:

$S = \overline{A}.B + A.\overline{B}$.

Da expressão esquematizamos o circuito representativo da função OU Exclusivo, visto na figura 2.33.

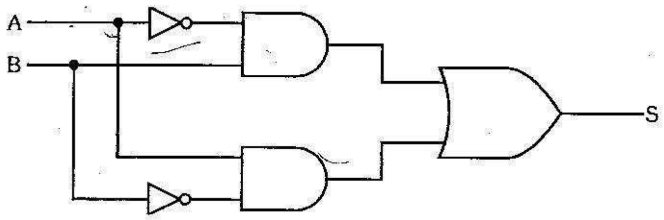


Figura 2.33

A notação algébrica que representa a função OU Exclusivo é $\mathbf{S = A \oplus B}$, onde se lê A OU Exclusivo B, sendo $S = A \oplus B = \overline{A}.B + A.\overline{B}$. O circuito OU Exclusivo pode ser representado tanto pelo circuito da figura 2.33, como também pelo símbolo visto na figura 2.34, sendo este mais simples.

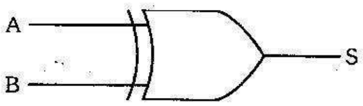


Figura 2.34

Uma importante observação é que, ao contrário de outros blocos lógicos básicos, o circuito OU Exclusivo só pode ter 2 variáveis de entrada, fato este devido à sua definição básica. O circuito OU Exclusivo também é conhecido como Exclusive OR (EXOR), termo derivado do inglês.

2.7.2 Bloco COINCIDÊNCIA

A função que ele executa, como seu próprio nome diz, é a de fornecer 1 à saída quando houver uma coincidência nos valores das variáveis de entrada.

Vamos, agora, montar sua tabela da verdade:

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela 2.20

A tabela gera a expressão $S = \overline{A}.\overline{B} + A.B$.

A partir desta expressão, vamos esquematizar o circuito:

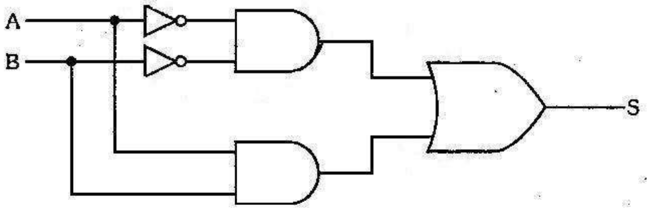


Figura 2.35

A notação algébrica que representa a função Coincidência é $\mathbf{S = A \odot B}$, onde se lê A Coincidência B, sendo $S = A \odot B = \overline{A}.\overline{B} + A.B$. O símbolo do circuito Coincidência é visto na figura 2.36.

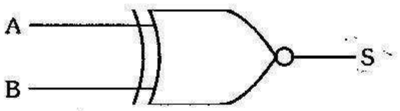


Figura 2.36

Se compararmos as tabelas da verdade dos blocos OU Exclusivo e Coincidência, iremos concluir que estes são complementares, ou seja, teremos a saída de um invertida em relação à saída do outro. Assim sendo, podemos escrever:

$$A \oplus B = \overline{A \odot B}$$

O bloco Coincidência é também denominado de NOU Exclusivo e do inglês Exclusive NOR.

Da mesma forma que o OU Exclusivo, o bloco Coincidência é definido apenas para 2 variáveis de entrada.

2.7.3 Quadro Resumo

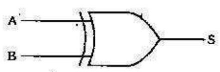
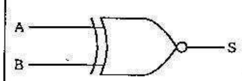
BLOCOS LÓGICOS BÁSICOS				
Porta	**Símbolo Usual**	**Tabela da Verdade**	**Função Lógica**	**Expressão**
OU EXCLUSIVO **EXCLUSIVE OR**		A B S 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0	**Função OU** Exclusivo: assume 1 quando as variáveis assumirem valores diferentes entre si.	$S=\overline{A}.B+A.\overline{B}$ $S=A\oplus B$
NOU EXCLUSIVO **EXCLUSIVE NOR** **COINCIDÊNCIA**		A B S 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1	**Função Coincidência:** assume 1 quando houver coincidência entre os valores das variáveis.	$S=\overline{A}.\overline{B}+A.B$ $\boxed{S=A\odot B}$

Tabela 2.21

2.7.4 Exercícios Resolvidos

1 - A partir dos sinais aplicados às entradas da porta da figura 2.37, desenhe a forma de onda na saída S.

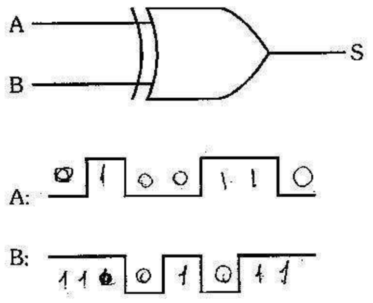


Figura 2.37

Para a solução, devemos desenhar o sinal de saída bit a bit, efetuando a operação OU Exclusivo entre os níveis, colocando S = 1 nos casos A = 0 e B = 1 ou A = 1 e B = 0. Assim sendo, temos:

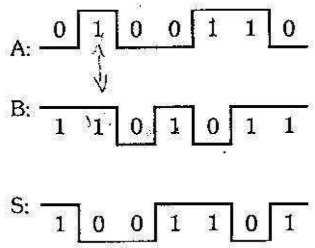


Figura 2.38

2 - Determine a expressão e a tabela da verdade do circuito visto na figura 2.39.

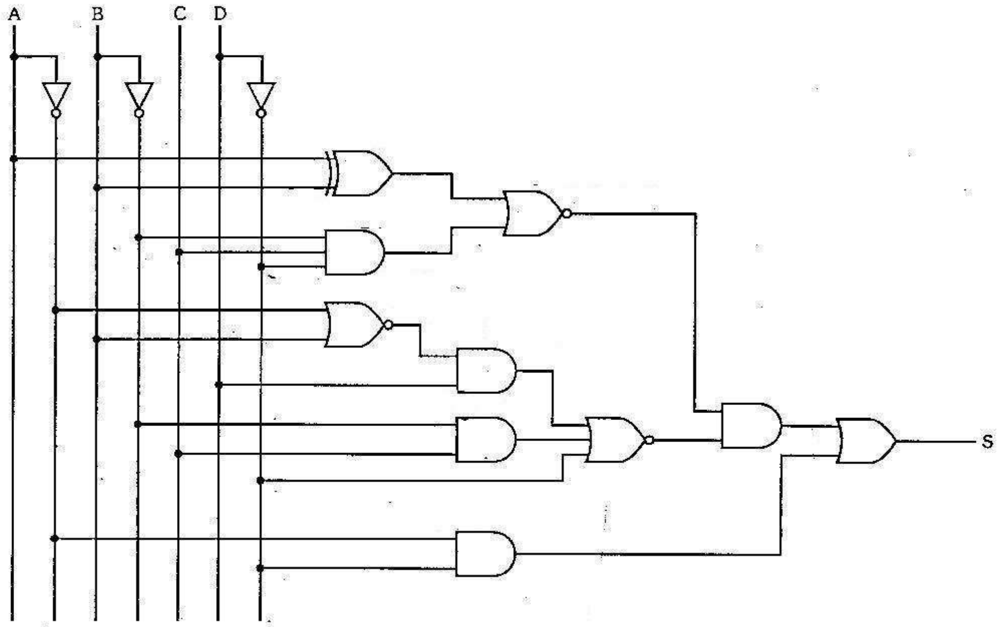


Figura 2.39

Vamos primeiramente obter a expressão que o circuito executa:

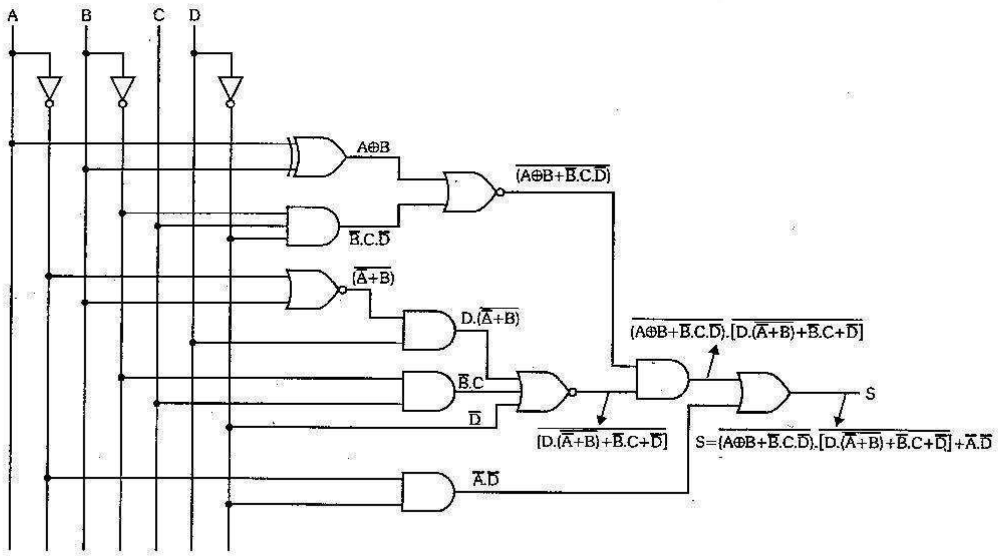


Figura 2.40

Logo após, a partir da expressão, vamos levantar sua tabela da verdade:

① Nos casos onde A = D = 0, temos S = 1, pois o termo $\overline{A}.\overline{D}$ será igual a 1: S = ... + 1 = 1.

② Nos casos remanescentes onde A = 1 e B = 0 ou A = 0 e B = 1 $(A \oplus B = 1)$, temos S = 0, pois o termo $\overline{(A \oplus B + \overline{B}C\overline{D})}$ será 0 e este multiplica o outro termo da expressão.

③ Nos casos remanescentes onde D = 0, temos S = 0, pois o termo $\overline{[\ldots + \overline{D}]}$ da mesma forma será 0.

④ Para o caso restante, onde $\overline{B}.C = 1$ (B = 0 e C = 1), da mesma forma S = 0.

⑤ Para os casos restantes onde B = 1, temos S = 1, pois o parêntese $\overline{(\overline{A}+B)}$ será 0, sendo $S = 1.\overline{[0+0+0]}+0=1$.

⑥ No último caso S = 1, pois sendo A = 0 valem as mesmas considerações do caso ⑤.

A tabela 2.22 mostra a tabela obtida da expressão, com os casos analisados assinalados.

A	B	C	D	S	
0	0	0	0	1	①
0	0	0	1	1	⑥
0	0	1	0	1	①
0	0	1	1	0	④
0	1	0	0	1	①
0	1	0	1	0	②
0	1	1	0	1	①
0	1	1	1	0	②
1	0	0	0	0	②
1	0	0	1	0	②
1	0	1	0	0	②
1	0	1	1	0	②
1	1	0	0	0	③
1	1	0	1	1	⑤
1	1	1	0	0	③ ⑤
1	1	1	1	1	⑤

Tabela 2.22