

SISTEMAS COMPUTACIONAIS E SEGURANÇA

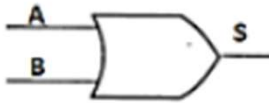
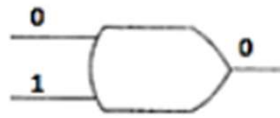
PORTA LÓGICA



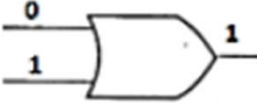
TABELA-VERDADE

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

EXEMPLO



A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	S
0	1
1	0



Lógica de Boole e Portas Lógicas

- **Portas l3gicas** ou **circuitos l3gicos**, s3o dispositivos que operam um ou mais sinais l3gicos de entrada para produzir uma e somente uma sa3da, dependente da fun33o implementada no circuito.
- S3o geralmente usadas em circuitos eletr3nicos, por causa das situa33es que os sinais deste tipo de circuito podem apresentar: presen3a de sinal, ou "1"; e aus3ncia de sinal, ou "0".
- As situa33es "Verdade" e "Falso" s3o estudadas na L3gica Matem3tica ou L3gica de Boole; origem do nome destas portas. O comportamento das portas l3gicas 3 conhecido pela **Tabela Verdade** que apresenta os estados l3gicos das entradas e das sa3das.

Nos primórdios da eletrônica, os problemas eram resolvidos por meio de sistemas analógicos. Posteriormente, com o avanço da tecnologia, os problemas passaram a ser solucionados pela eletrônica digital e, desta forma, os computadores, os sistemas de controle, codificadores, decodificadores, entre outros, empregam um grupo de circuitos lógicos básicos que são conhecidos como portas “e”, “ou”, “não” e “flip-flop”.

Combinando e utilizando adequadamente estas portas, é possível implementar as expressões geradas pela álgebra de Boole. Na álgebra de Boole há somente dois valores (estados ou símbolos), um oposto ao outro:

- 0 (zero) que representa não, falso, aparelho desligado, ausência de tensão, chave elétrica desligada.
- 1 (um) que representa sim, verdadeiro, aparelho ligado, presença de tensão, chave elétrica ligada.

Qualquer porta (função ou bloco) admite somente estes dois valores em suas entradas e saídas e, da mesma forma, uma variável booleana só aceita um dos dois valores permitidos (0 ou 1).

A tabela-verdade consiste em um mapa em que são colocadas todas as possíveis combinações (situações) com seus respectivos resultados, para uma expressão booleana qualquer.

Uma porta lógica é representada por um circuito eletrônico que recebe um ou mais sinais de entrada e produz um sinal de saída, cujo valor depende do tipo de regra lógica utilizada no referido circuito. Este conceito está detalhado na leitura a seguir:



Leia o tópico B.2 Portas e Operações Lógicas no Apêndice B - Conceito da Porta Lógica Digital (pág. 446 a 448)

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1973-4/cfi/459!/4/4@0.00:1.68>

MONTEIRO, M. A. Introdução à organização de computadores. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

- ☐ Em meados do século XIX, um matemático inglês chamado George Boole, desenvolveu o sistema matemático de análise lógica. Posteriormente, no século XX, o americano Claude Shannon sugeriu que a Álgebra Booleana pudesse ser aplicada para a análise e projeto de circuitos.
- ☐ Portas lógicas possuem várias aplicações e grande importância no projeto de componentes da arquitetura dos computadores.
- ☐ É comum reunirmos várias portas lógicas e fazer combinações a fim de projetar circuitos diversos e, ainda, representá-los por meio da tabela-verdade.



Fazer uma pesquisa sobre o Tema:

- Operadores lógicos na codificação de programas ou processos. Dê exemplos.

Cada linguagem de programação tem uma forma de representar os operadores lógicos. A simbologia mais encontrada são:

- AND, OR e NOT em linguagens como: Pascal, Visual Basic e SQL.
- &&, || e ! em linguagens como: Java e C#

► Proposição

A palavra “Proposição” vem do verbo “propor” que significa submeter à apreciação; requerer um juízo.

Trata-se de uma sentença declarativa – algo que será declarado por meio de termos, palavras ou símbolos – e cujo conteúdo poderá ser considerado verdadeiro ou falso.

► Proposição

A afirmação:

“Os gatos são felinos” representa uma proposição cujo valor lógico é verdadeiro.

Valor lógico - representa um dos dois possíveis juízos que se atribui a uma proposição: verdadeiro (V) ou falso (F).

► Proposição

A frase “Tenha um ótimo dia!”

É uma sentença para a qual se **não** se pode atribuir um valor lógico.

Para o estudo de **lógica** - interessa apenas as sentenças **declarativas** para as quais é possível atribuir o juízo de verdadeiro ou falso.

► Proposição

As proposições são representadas por letras minúsculas, como por exemplo:

p

q

r

a

s

etc

► Proposição

p: Rex é um cachorro.

q: $987 > 789$.

r: Patrícia tomou café na semana passada.

Ao se afirmar que é verdade que Rex é um cachorro (proposição p acima), diz-se que o valor lógico de **p** é verdadeiro.

A proposição **q** também é verdadeira.

► Raciocínio Lógico

O Raciocínio Lógico está sedimentado sobre alguns princípios:

Princípio da Identidade

Uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa.

Princípio da Não-Contradição

Nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Princípio do Terceiro Excluído

Uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa: não há outra possibilidade.

► Raciocínio Lógico

Proposições podem ser:

- Simples
- Compostas

► Raciocínio Lógico

Proposições Simples

São aquelas que vêm sozinhas, desacompanhadas de outras proposições.

Todo homem é mortal.

François é um gato de duas cores.

► Raciocínio Lógico

- Rex é um cahorro da raça pastor alemão **e** Gutti é um cachorro brincalhão.
- Paulo vai ao shopping **ou** Laís vai ao teatro.
- **Ou** Caio é paulista, **ou** é mineiro.
- **Se** eu comprar o apartamento **então** não irei viajar.
- Abrirei uma escola **se e somente se** eu ganhar na loteria.

Nas sentenças apresentadas, estão em destaque **conectivos lógicos** que poderão estar presentes em uma proposição composta.

Conectivos lógicos são expressões que servem para unir duas ou mais proposições.

► Conectivos Lógico

Uma proposição composta    verdadeira ou falsa, dependendo:

- do valor lógico das proposições componentes
- do tipo de conectivo que as une.

► Conectivos Lógico

Conectivo “e”: (conjunção)

Proposições compostas em que está presente o conectivo “e” são ditas conjunções.

Símbolo \wedge

► Conectivos Lógico

Conectivo “e”: (conjunção)

Rex é um cahorro da raça pastor alemão e Gutti é um cachorro brincalhão.

Representando em proposição

p = Rex é um cahorro da raça pastor alemão

e

q = Gutti é um cachorro brincalhão

Representação final..... $p \wedge q$

► Conectivos Lógico

Conectivo “e”: (conjunção)

$p \wedge q$

Uma conjunção só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras

► Conectivos Lógico

Ou Seja,

A sentença “Rex é um cahorro da raça pastor alemão **e** Gutti é um cachorro brincalhão.”

Só será **verdadeira** se for verdade, ao mesmo tempo, p e q.

E para a sentença ser falsa?

Uma (ou mais) proposições componentes sendo falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa.

► Conectivos Lógico

Modo de representar:

Escrita formalizada = $p \wedge q$

Tabela verdade - serve para verificar as possíveis combinações

Conjuntos – representação gráfica

► Conectivos Lógico

p = Rex é um cachorro da raça pastor alemão

e

q = Gutti é um cachorro brincalhão

Rex é um cahorro da raça pastor alemão	Gutti é um cachorro brincalhão	Rex é um cahorro da raça pastor alemão e Gutti é um cachorro brincalhão
p	q	$p \wedge q$
V	V	V

► Conectivos Lógico

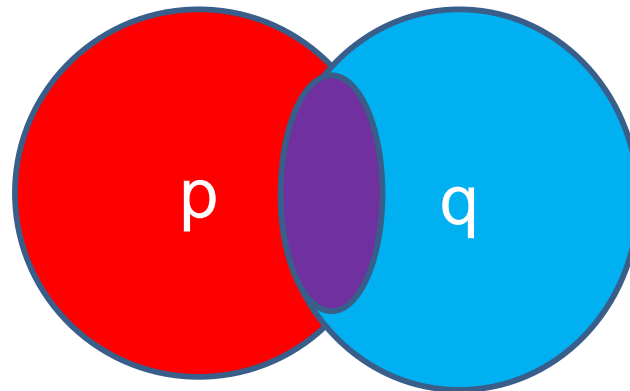
Mas como faço as possibilidades?

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

► Conectivos Lógico

Representando com conjuntos

A conjunção “p e q” corresponderá à interseção do conjunto p com o conjunto q.



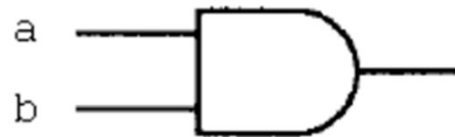
► Conectivos Lógico

Representação

Porta AND

Entradas = a, b

Saída = ab



Representar a funcionalidade da **Porta L3gica AND** utilizando:

Simuladores:

- Falstad
- EasySim
- Logic Gate Simulator
- Logisim
-

► Conectivos Lógico

Conectivo “ou”: (*disjunção*)

Recebe o nome de **DISJUNÇÃO** toda proposição composta em que as partes estejam unidas pelo conectivo **ou**.

Símbolo - \vee

Paulo vai ao shopping **ou** Laís vai ao teatro

Representação formal: $p \vee q$.

- Uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas.
- Nos demais casos, a disjunção será verdadeira.

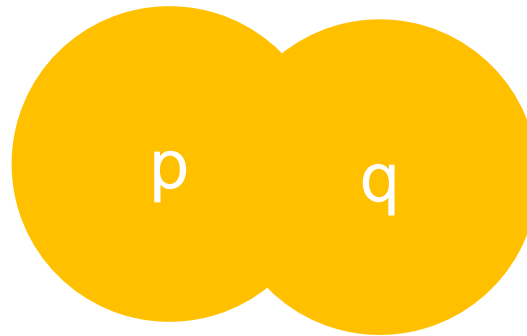
► Conectivos Lógico

Representação Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

► Conectivos Lógico

Representação - Conjunto



► Conectivos Lógico

Representação

Porta lógica OR

Entradas = a, b

Saída = $a+b$



Representar a funcionalidade da **Porta L3gica OR** utilizando:

Simuladores:

- Falstad
- EasySim
- Logic Gate Simulator
- Logisim
-

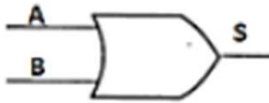
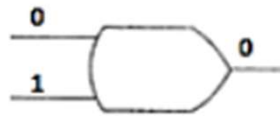
PORTA LÓGICA



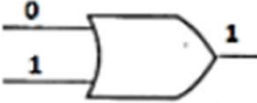
TABELA-VERDADE

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

EXEMPLO



A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	S
0	1
1	0



Lógica de Boole e Portas Lógicas

► Conectivos Lógico

Conectivo “Ou ... ou ...”: (disjunção exclusiva)

Há uma diferença com o anterior, vamos analisar:

- a) Ganharei um sorvete ou um chocolate.
 - b) Ou ganharei um sorvete ou um chocolate.
-
- a) 1ª parte sendo verdade, não impede a 2ª parte de ser verdade também, ou seja, posso ganhar o sorvete e ganhar o chocolate.
 - b) Se for verdade a 1ª parte não será possível a 2ª parte também ser verdade. E vice-versa.

► Conectivos Lógico

Símbolo \vee

A sentença

Ou ganharei um sorvete **ou** um chocolate.

Esta sentença é denominada de DISJUNÇÃO EXCLUSIVA.

- Uma disjunção exclusiva só será verdadeira se obedecer à mútua exclusão das sentenças.
- Só será verdadeira se houver uma das sentenças verdadeira e a outra falsa. Nos demais casos, a disjunção exclusiva será falsa.

► Conectivos Lógico

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

► Conectivos Lógico

Representação

Porta Lógica EXCLUSIVE OR



Entrada = a,b

Saída = $a \oplus b$

► Conectivos Lógico

Conectivo “Se ... então ...”: (*condicional*)

Se chover então o chão ficará molhado.

Se amanhecer chovendo então não irei à praia.

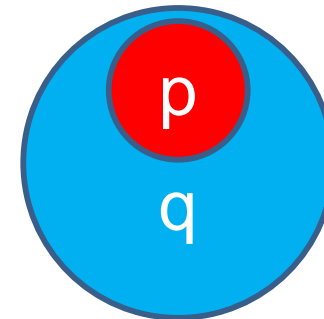
► Conectivos Lógico

Símbolo ➡

$P \Rightarrow q$

Representação em conjunto

Corresponderá à inclusão do conjunto p no conjunto q (p está contido em q)



► Conectivos Lógico

NEGAÇÃO “ não ”

Negação da Proposição Simples

No caso de uma proposição simples, é só colocar palavra não antes da sentença, e já a tornamos uma negativa.

João é médico.

Negativa: João não é médico.

Maria é estudante.

Negativa: Maria não é estudante.

► Conectivos Lógico

Negação da Proposição Simples

No caso a sentença original já seja uma negativa (já traga a palavra não), então para negar a negativa, teremos que excluir a palavra não.

João não é médico.

Negativa: João é médico.

Maria não é estudante.

Negativa: Maria é estudante.

► Conectivos Lógico

Negação da Proposição Simples

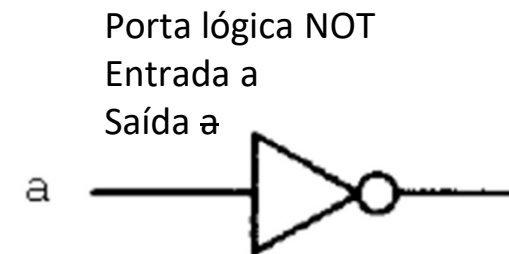
Símbolo

Uma pequena cantoneira (\neg) ou

Um sinal de til (\sim), antecedendo a sentença

Formalização

$\sim p$



► Conectivos Lógico

Negação da Proposição Composta

Pode ocorrer em qualquer proposição da sentença.

Negação de uma proposição conjuntiva: $\sim(p \text{ e } q)$

Para negar uma proposição no formato de conjunção ($p \text{ e } q$), deve-se fazer o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);
2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);
3. Troca-se E por OU.

► Conectivos Lógico

Negação da Proposição Composta

Exemplo: “Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”.

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = João não é médico;
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = Pedro não é dentista;
3. Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:

“João não é médico ou Pedro não é dentista”.

Traduzindo para a linguagem da lógica:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

Representar a funcionalidade da **Porta L3gica AND e OR** utilizando **NOT**:

Simuladores:

- Falstad
- EasySim
- Logic Gate Simulator
- Logisim
-

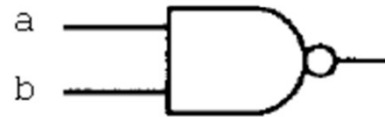
Porta **NAND** (NÃO-E)

Conectivos Lógicos

Porta lógica – NAND

Entrada a b

Saída \overline{ab}



Porta **NAND** (**NÃO-E**)

► Conectivos Lógico

Negação da Proposição Composta

Negação de uma proposição disjuntiva: $\sim(p \text{ ou } q)$

Para negar uma proposição no formato de disjunção ($p \text{ ou } q$), faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);
2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);
3. Troca-se OU por E.

► Conectivos Lógico

“Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro”.

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = Pedro não é dentista;
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = Paulo não é engenheiro;
3. Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:

“Pedro não é dentista e Paulo não é engenheiro”.

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Representar a funcionalidade da **Porta L3gica NAND**:

Simuladores:

- Falstad
- EasySim
- Logic Gate Simulator
- Logisim
-

Conectivos Lógicos

Porta lógica – NOR

Entrada a b

Saída $\neg(a + b)$



► Conectivos Lógico

Negação de uma proposição condicional

$$\sim(p \rightarrow q)$$

Como é que se nega uma condicional?

► Conectivos Lógico

Negação de uma proposição condicional

1º) Mantém-se a primeira parte;

2º) Nega-se a segunda parte.

► Conectivos Lógico

Negação de uma proposição condicional

Exemplo: “Se chover, então levarei o guarda-chuva”.

1º) Mantendo a primeira parte: “Chover”

2º) Negando a segunda parte: “não levarei o guarda-chuva”.

► Conectivos Lógico

Negação de uma proposição condicional

Resultado final: “Chove e eu não levo o guarda-chuva”.

Formalizando

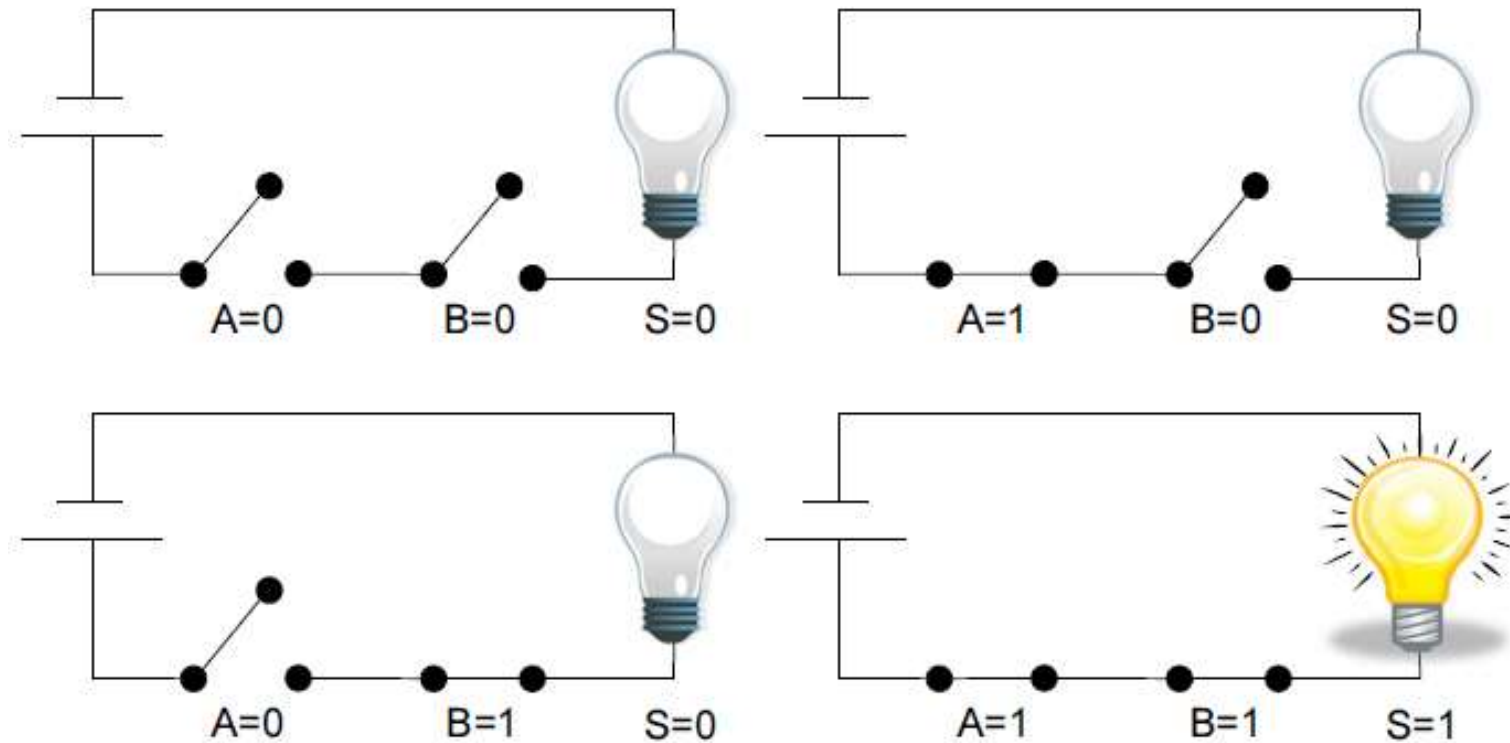
$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Representar a funcionalidade da **Porta L3gica NOR**:

Simuladores:

- Falstad
- EasySim
- Logic Gate Simulator
- Logisim
-

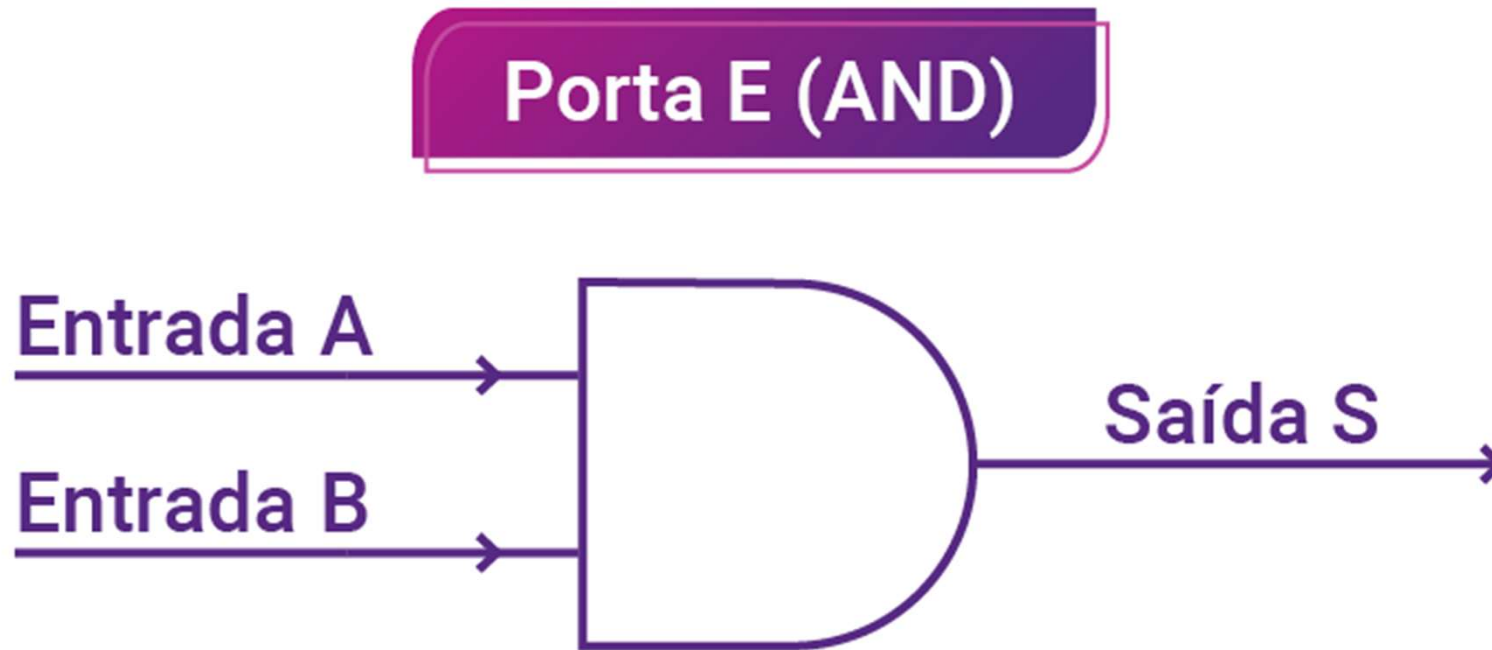
Porta **AND** ou Porta **E**



Porta Lógica E (AND)

A porta E (AND) é um circuito que executa a função E. Esta função é chamada de conectivo E ou *conjunção*.

Representação:

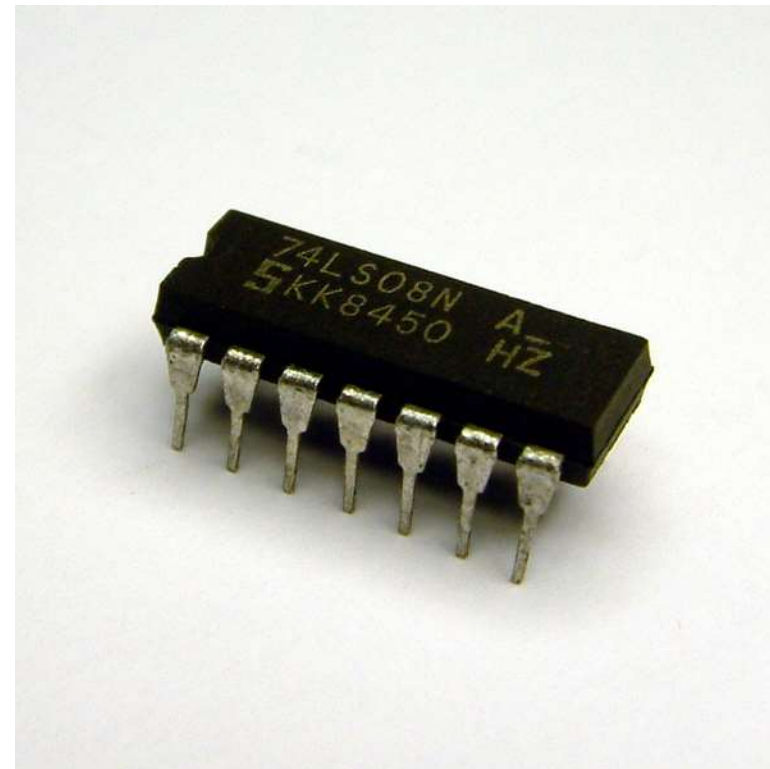
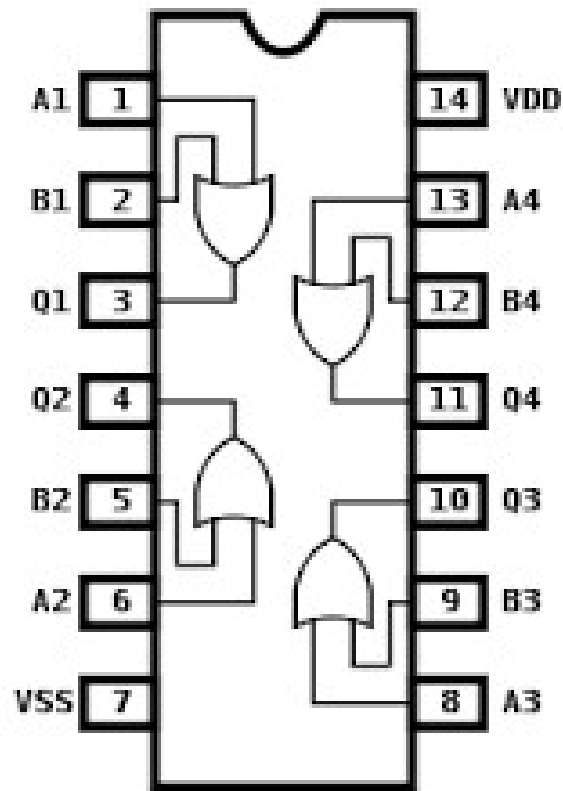


A expressão $S = A \text{ e } B$ é denotada por $S = A \wedge B$, ou $S = A \& B$, ou apenas $S = A.B$.

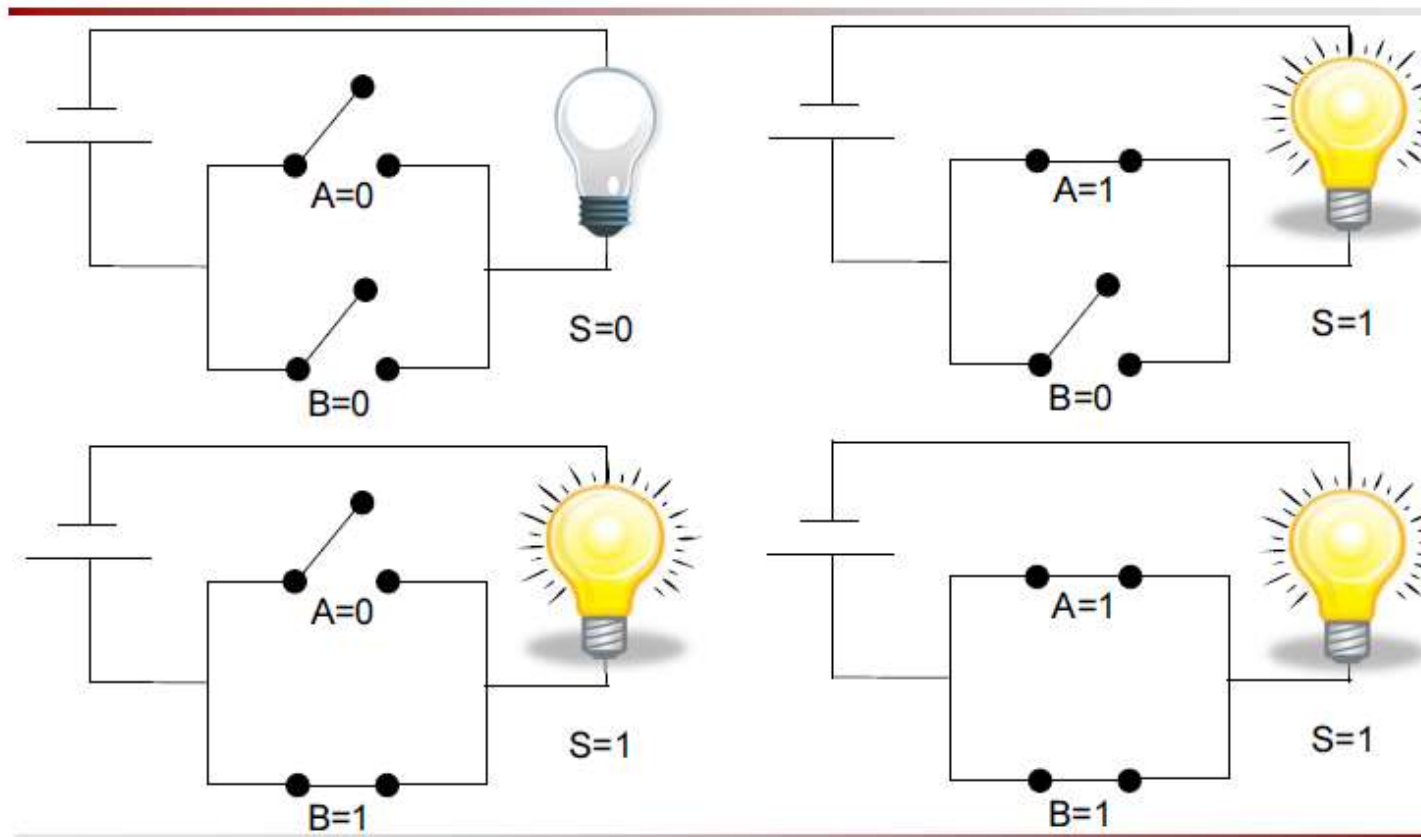
A porta E (AND) executa a tabela-verdade da função E: a saída será 1 somente se ambas as entradas forem iguais a 1. Nos demais casos, a saída será 0. A Tabela exibe a tabela-verdade da função E:

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Porta OR ou Porta OU

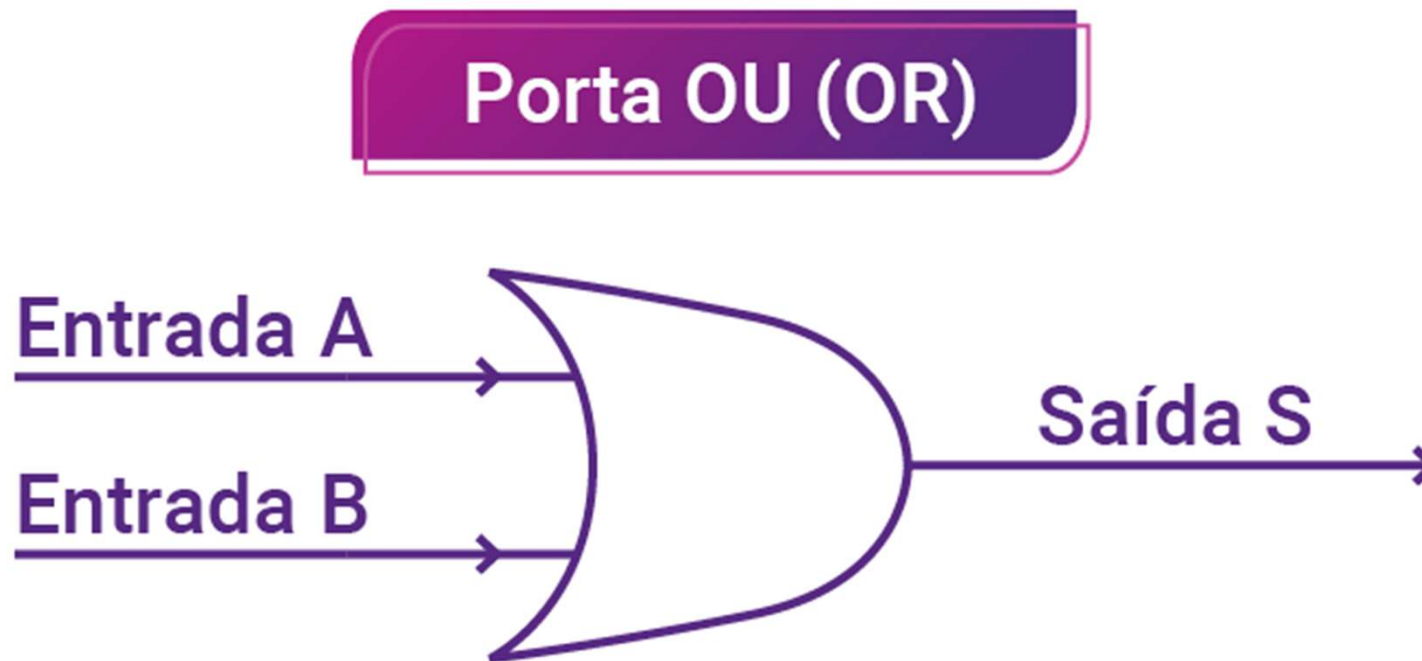


Porta **OR** ou Porta **OU**



A porta OU (OR) é um circuito que executa a função OU. Esta função é chamada de disjunção.

Representação:



- Operações l3gicas com bits

- **OR ou OU**

- opera33o que aceita dois operandos
 - operando s3o bin3rios simples (base 2)
 - opera33o OR 3
 - $0 \text{ or } 0 = 0$
 - $0 \text{ or } 1 = 1$
 - $1 \text{ or } 0 = 1$
 - $1 \text{ or } 1 = 1$
 - Em portugu3s:
 - “se o primeiro operando 3 1 ou o segundo operando 3 1 (ou os dois), o resultado 3 1, sen3o o resultado 3 0”
 - Conhecido como OR-INCLUSIVE

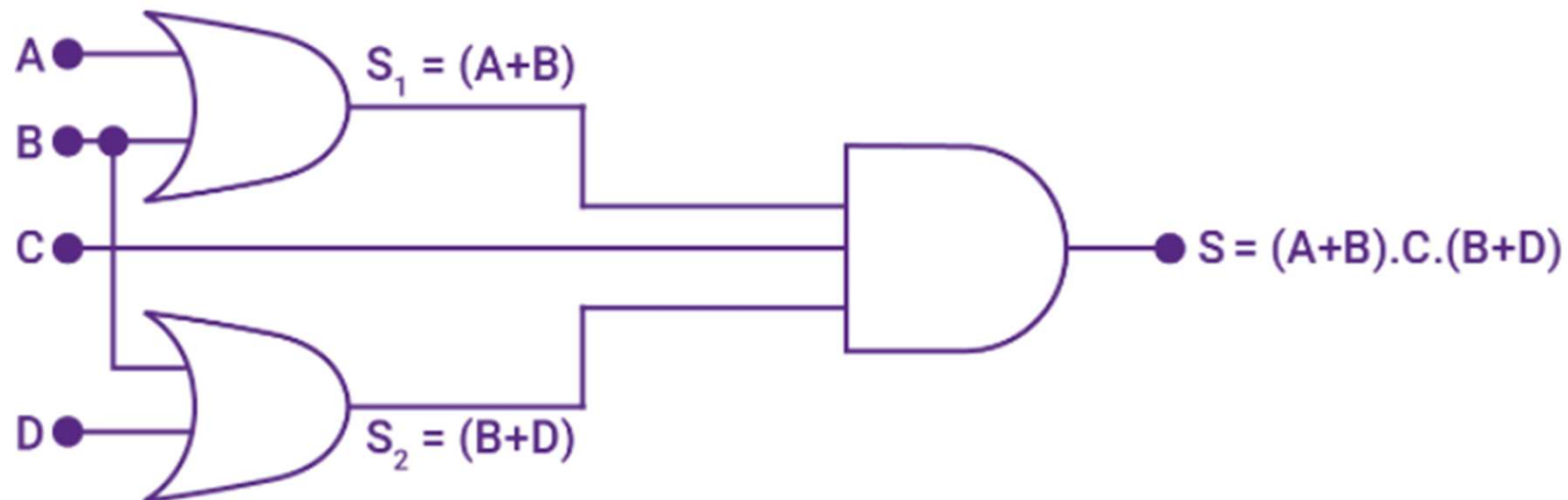
A expressão $S = A \text{ ou } B$ é denotada por $S = A \vee B$ ou $S = A + B$.

A porta OU (OR) executa a tabela-verdade da função OU: a saída será 0 somente se ambas as entradas forem iguais a 0. Nos demais casos, a saída será 1. A Tabela exibe a tabela-verdade da função OU:

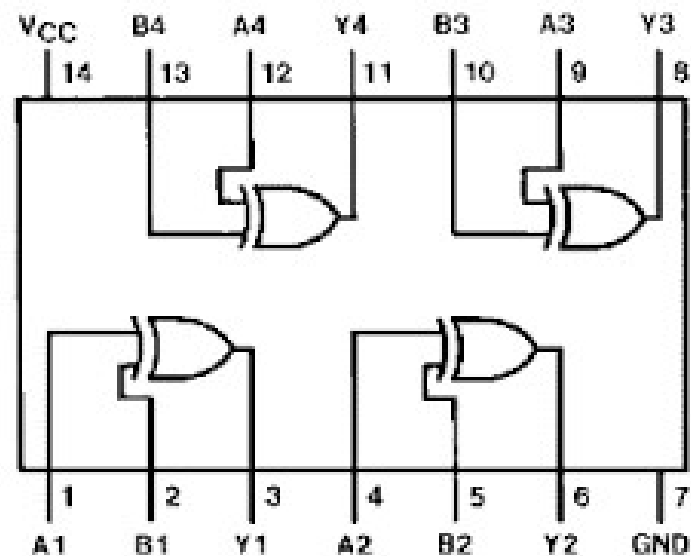
A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Dada a expressão booleana $S = (A+B).C.(B+D)$, representar o circuito lógico correspondente.

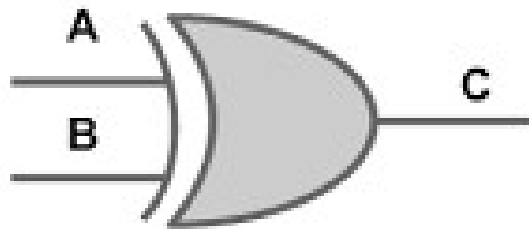
Dada a expressão booleana $S = (A+B).C.(B+D)$, representar o circuito lógico correspondente.



Porta XOR ou Porta OU Exclusivo

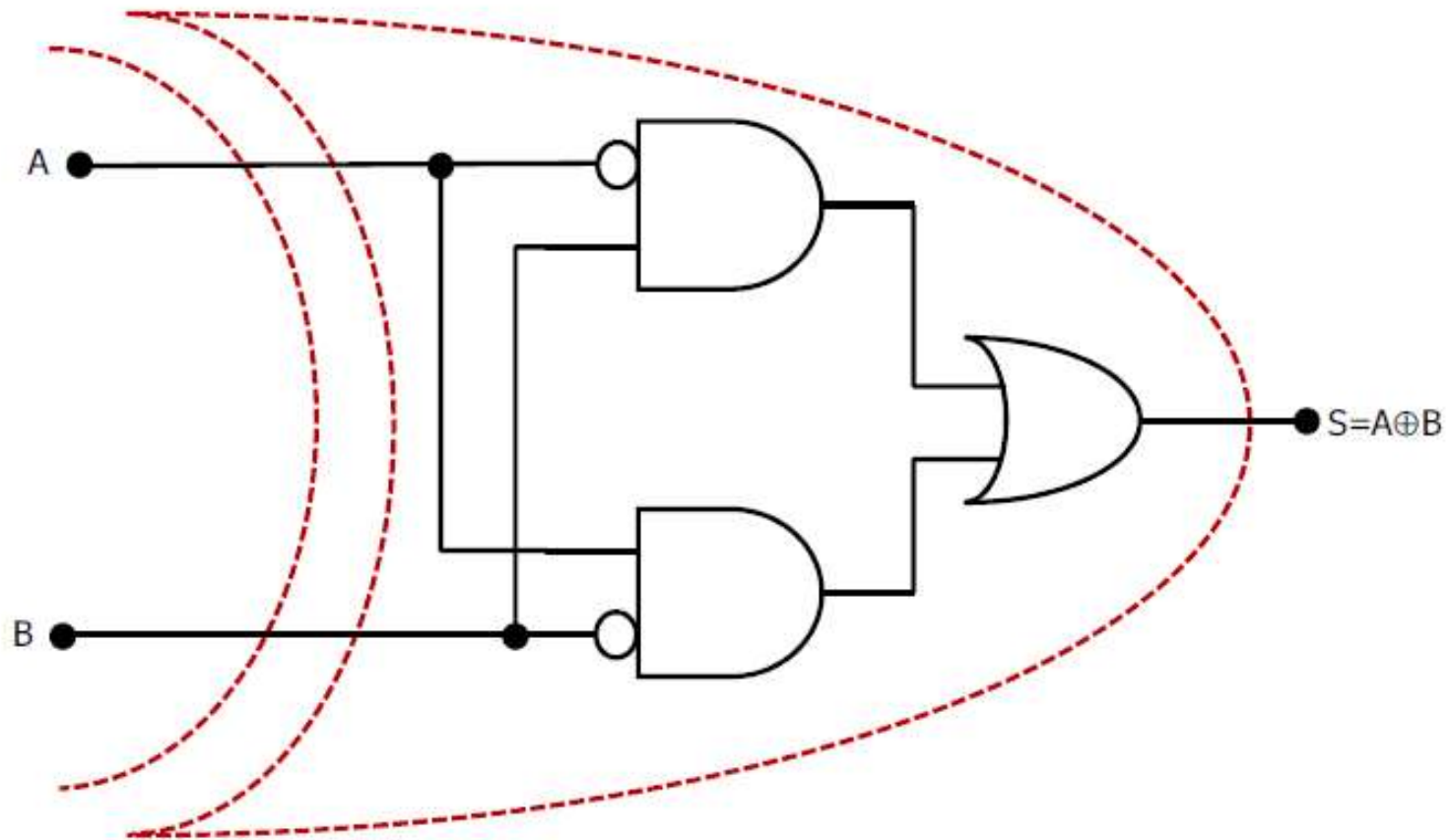


PORTA OU EXCLUSIVO (XOR) $C = A \oplus B$



A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta **XOR** ou Porta **OU Exclusivo**

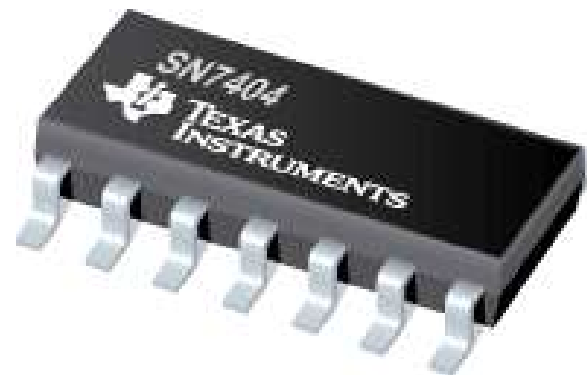
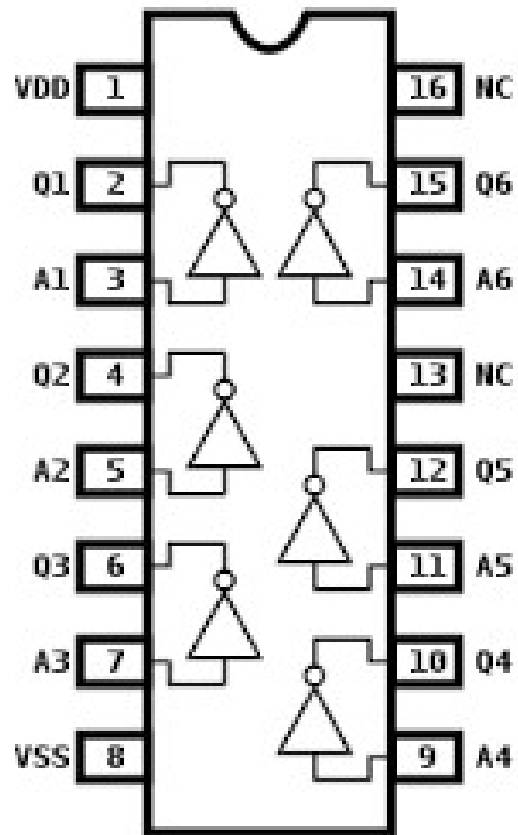


- Operações l3gicas com bits
 - **XOR ou OU EXCLUSIVO**
 - opera333o que aceita dois operandos
 - operando s3o bin3rios simples (base 2)
 - opera33o OR 3
 - $0 \text{ xor } 0 = 0$
 - $0 \text{ xor } 1 = 1$
 - $1 \text{ xor } 0 = 1$
 - $1 \text{ xor } 1 = 0$
 - Em portugu3s:
 - “Se o primeiro operando ou o segundo operando, mas n3o os dois, for 1, o resultado 3 1, sen3o o resultado 3 0”

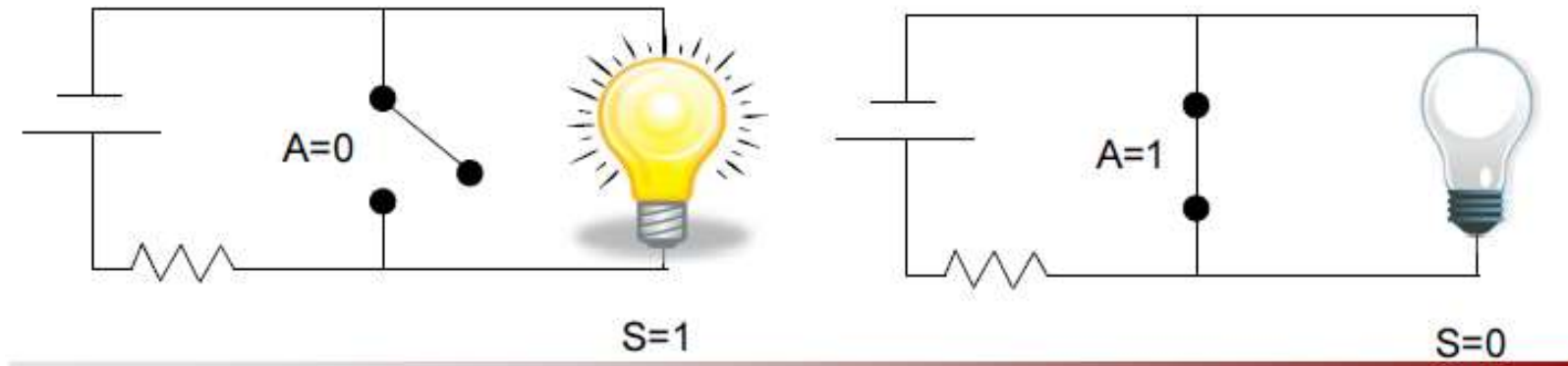
- Operações lógicas com bits
 - XOR – Tabela Verdade

Op1	Op2	Op1 XOR Op2
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NOT ou Porta NÃO



Porta **NOT** ou Porta **NÃO**



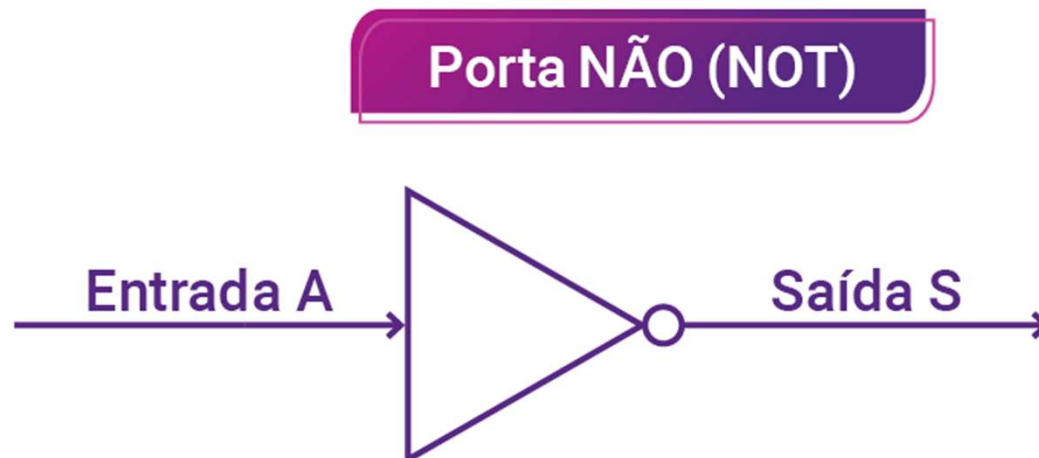
Porta Lógica NÃO (NOT)

A porta NÃO (NOT) é um circuito que executa a função NÃO. Esta função é o complemento ou a negação de uma variável binária.

- Se a variável estiver em 0, o resultado da função é 1;
- Se a variável estiver em 1, o resultado da função é 0.

Por isso, essa função é também chamada de inversora.

Representação:



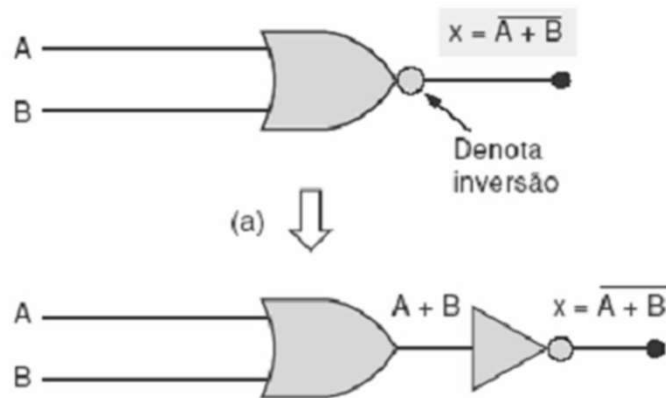
A expressão $S = \text{não } A$ é denotada por $S = A'$ ou $S = \sim A$.

A porta **NÃO** (NOT) executa a tabela verdade da função **NÃO**: a saída será 1 se a entrada for 0 e a saída será 0 se a entrada for 1. A Tabela exibe a tabela-verdade da função NOT:

A	A'
0	1
1	0

Qual ser3a a tabela verdade de uma porta OR com uma fun33o NOT ligada 3 sua sa3da? E para uma porta AND?

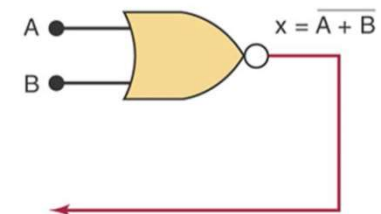
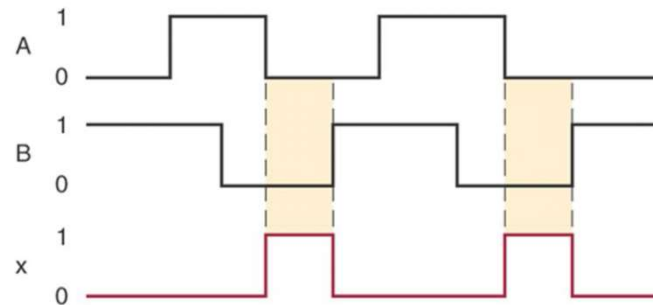
Combinação da porta OU com a porta inversora (NOT)



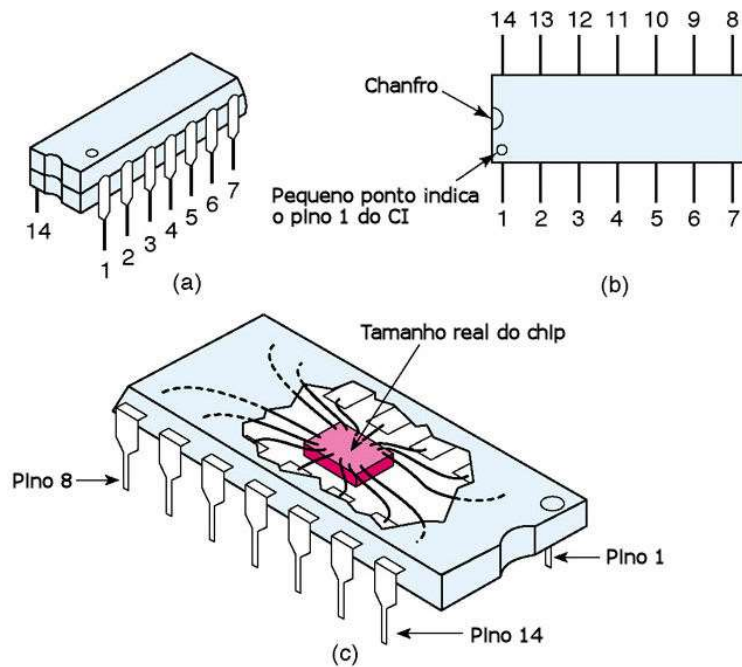
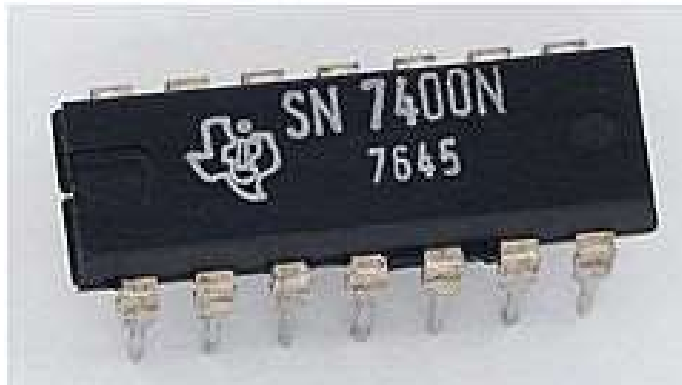
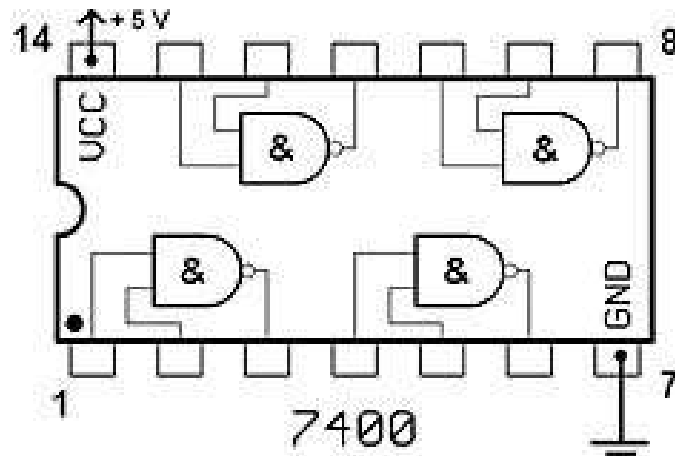
(b)

		OR		NOR	
A	B	$A + B$		$\overline{A + B}$	
0	0	0		1	
0	1	1		0	
1	0	1		0	
1	1	1		0	

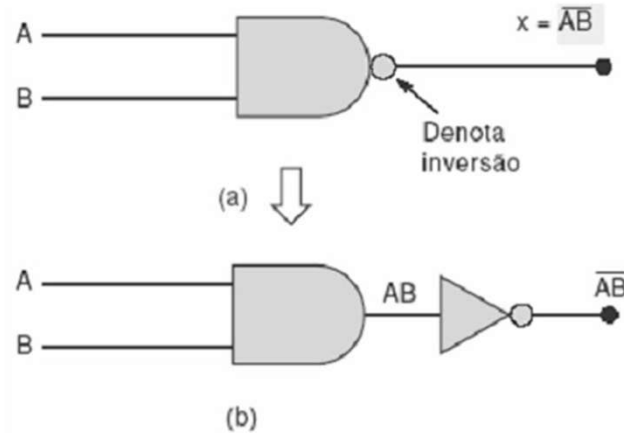
(c)



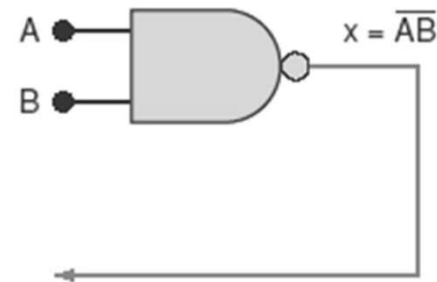
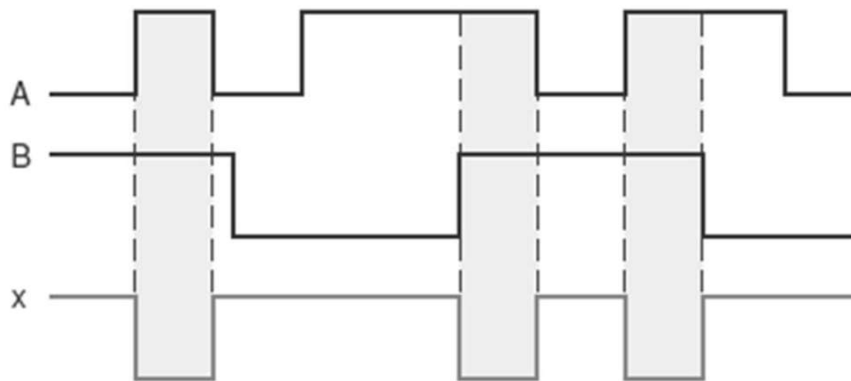
Porta **NAND** ou Porta **NE**



Combinação da porta AND com a porta inversora (NOT)



		AND	NAND
A	B	AB	\overline{AB}
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

FIGURA 3.23
Exemplo 3.10.

- Operações Lógicas com números
 - As operações lógicas trabalham apenas com operandos com bit único
 - Para realizar estas operações sobre um número (8, 16, 32 bits) é necessário realizar a operação bit-a-bit

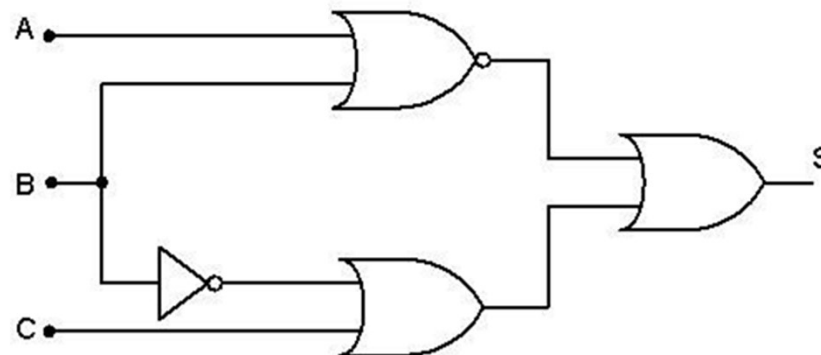
Exemplo: operação lógica AND com dois operandos de 8 bits

	1011 0101
AND	<u>1110 1110</u>
	1010 0100

- Como as operações lógicas são definidos em termos de valores binários, deve-se converter os números decimais, hexadecimais, etc., para números binários antes de realizar as operações lógicas


Quando aplicamos as lógicas em eletrônica, denominamos portas lógicas.

Sendo que a saída de uma porta pode ser a entrada de outra.



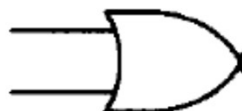
Portas Lógicas

AND  $f(a,b) = ab$

OR  $f(a,b) = a + b$

NOT  $f(a) = \bar{a}$

NAND  $f(a,b) = \overline{ab}$

NOR  $f(a,b) = \overline{a + b}$

EXCLUSIVE OR  $f(a,b) = a \oplus b$

EXCLUSIVE NOR  $f(a,b) = \overline{a \oplus b}$

Das portas L3gicas em bits 1 e 0.

AND

Entradas

a,b

Saída

c

a	b	c
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Das portas L3gicas em bits 1 e 0.

OR

Entradas

a,b

Saída

c

a	b	c
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Das portas L3gicas em bits 1 e 0.

NOT

Entradas

a

Saída

c

a	c
0	1
1	0

Das portas L3gicas em bits 1 e 0.

NOR

Entradas

a,b

Saída

c

a	b	c
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Das portas Lógicas em bits 1 e 0.

AND

Entradas

a,b

Saída

c

a	b	c
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Das portas L3gicas em bits 1 e 0.

XOR

Entradas







a,b

Saída

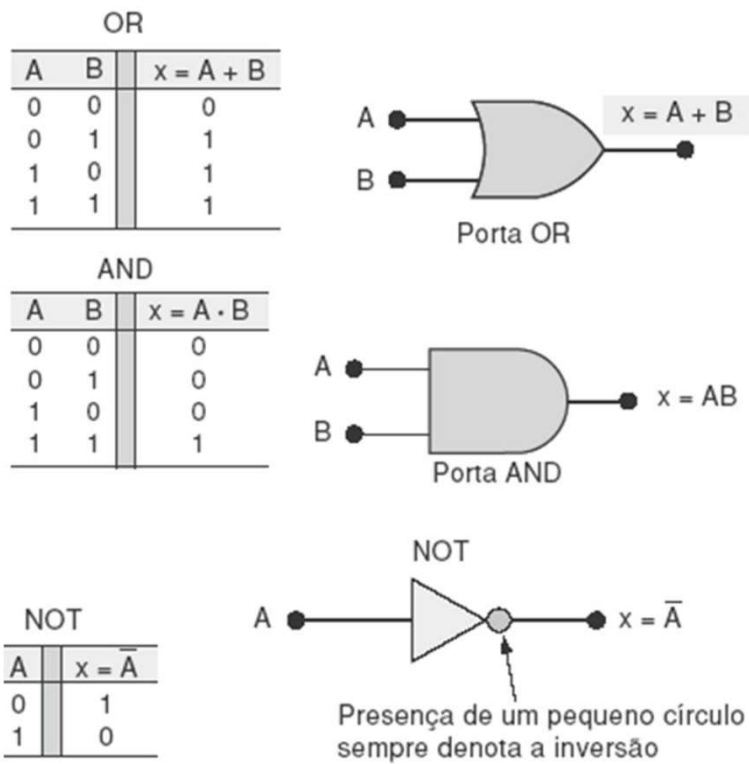
c

a	b	c
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

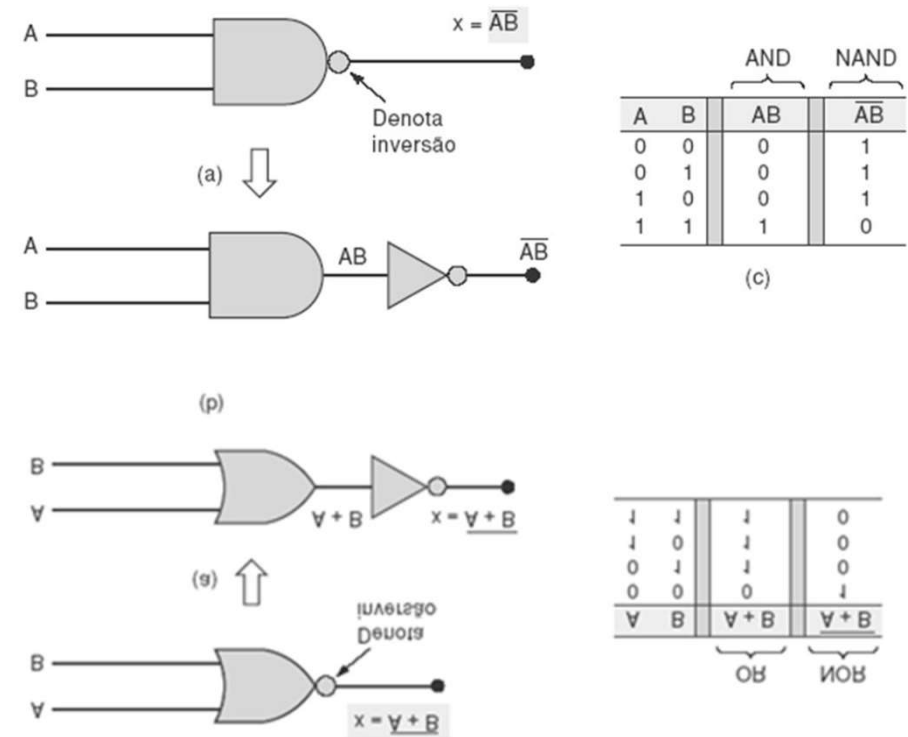
Portas Lógicas - Símbolos

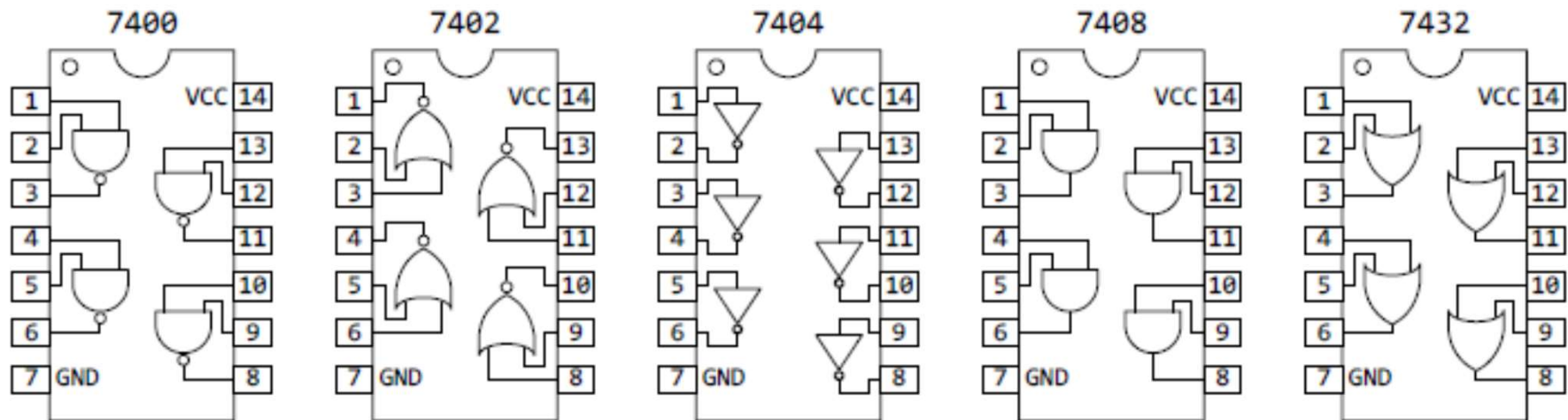
NOME	Símbolo Gráfico	Símbolo Algébrico
NOT		$S = \overline{A}$ ou $S = A'$
AND		$S = A \cdot B$ ou $S = AB$
OR		$S = A + B$
NAND		$S = \overline{(A \cdot B)}$
NOR		$S = \overline{(A + B)}$
XOR		$S = A \oplus B$

Blocos Lógicos básicos

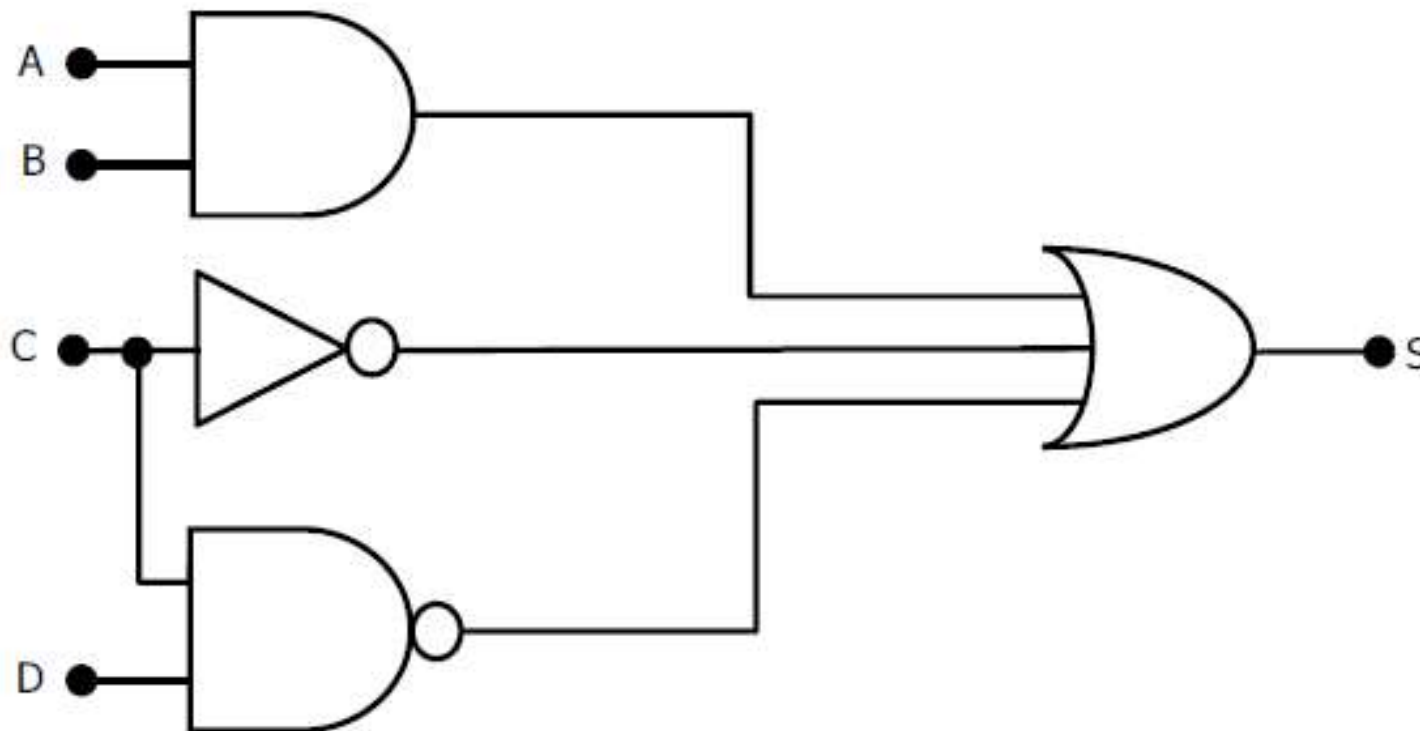


Blocos Lógicos derivados



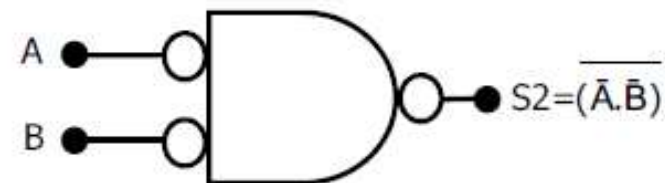
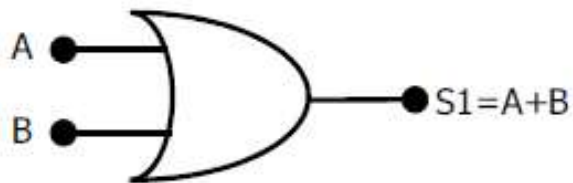


- Escreva a expressão booleana executada pelo circuito abaixo

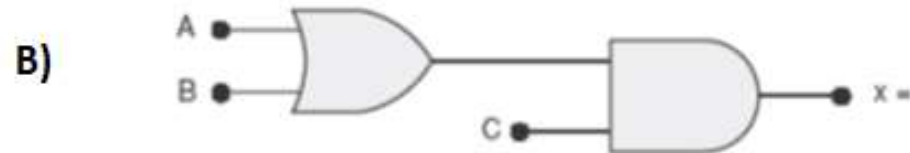
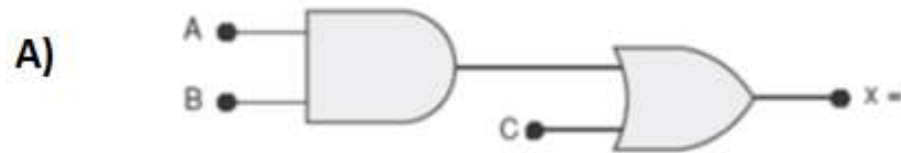


- Desenhe o circuito lógico cuja expressão característica  
$$S = (\overline{A}.B + C.\overline{D})$$

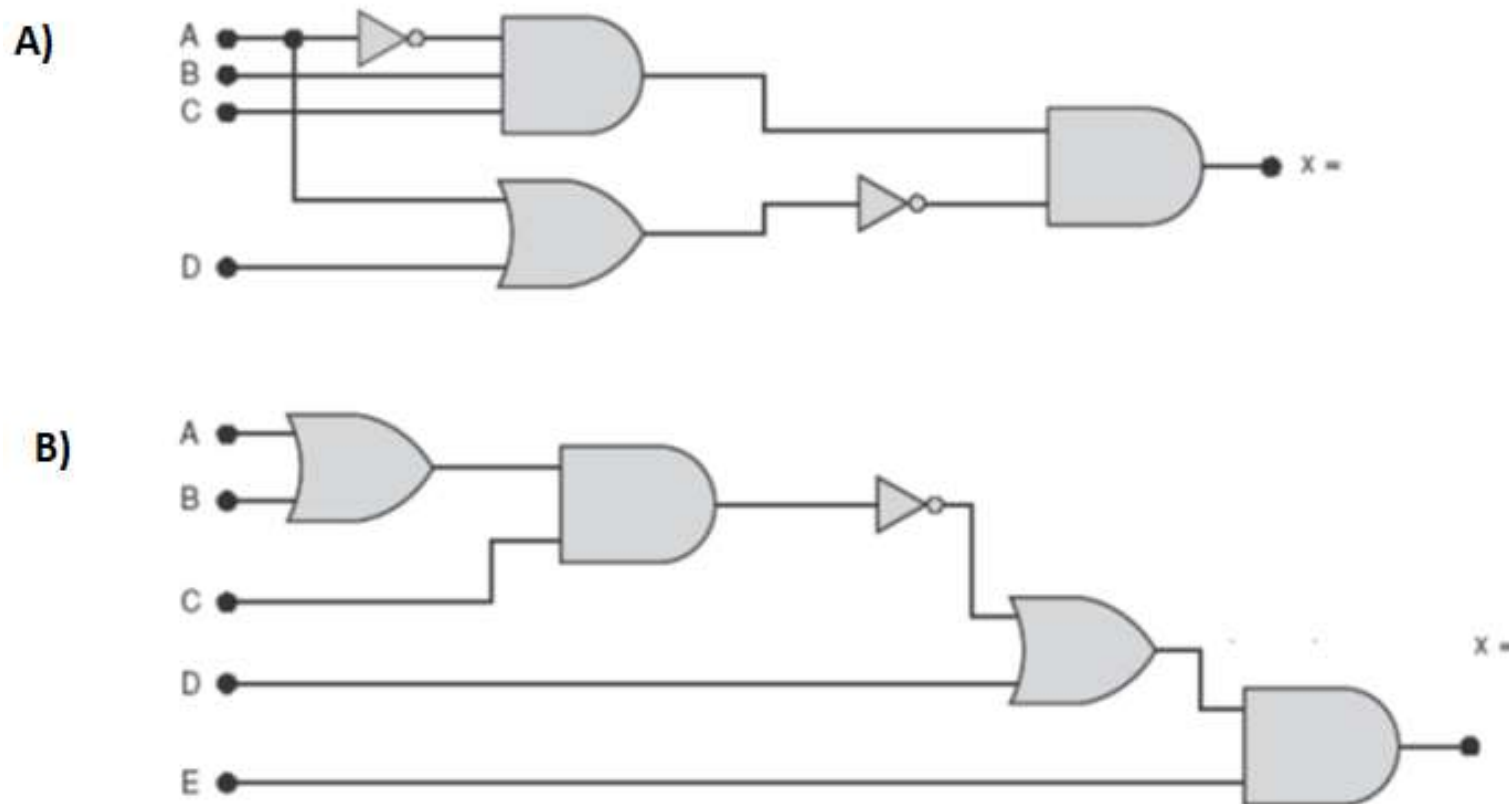
- Prove, usando tabela verdade, que os seguintes blocos lógicos são equivalentes



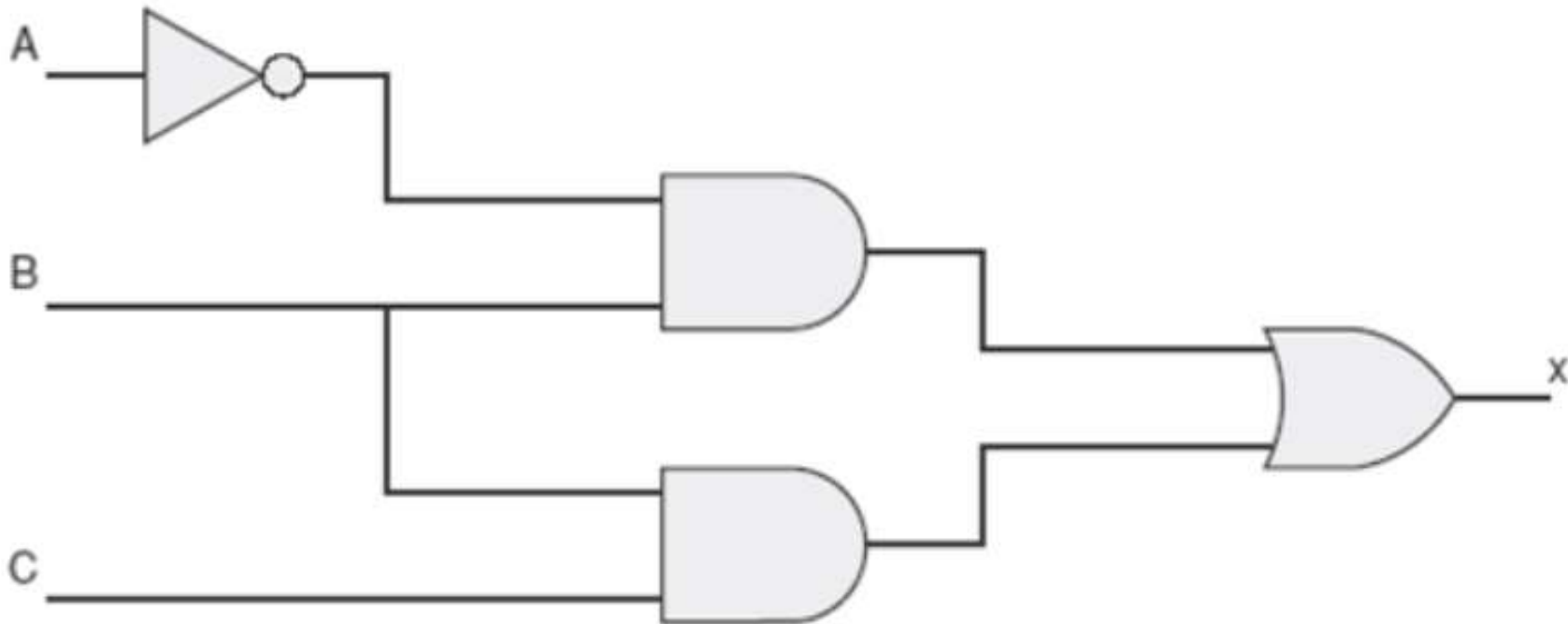
- Obtenha a expressão de X:



- Obtenha a expressão de X:



- Obter a Tabela Verdade do circuito:



- Construir um circuito lógico a partir da expressão:

$$y = AC + B\overline{C} + \overline{A}BC$$

Referências Bibliográficas

Cleone Silva de Lima, Fundamentos de Lógica e Algoritmos – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.

Obrigado