

1. Tam thức bậc hai :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0 ; \alpha, \beta \in \mathbb{R} ; \alpha < \beta ; S = -\frac{b}{a})$$

$f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \alpha < x_1 < x_2 \\ x_1 < x_2 < \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \end{cases}$
$f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases}$	$x_1 < \alpha < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$
α là nghiệm của $f(x) \Leftrightarrow f(\alpha) = 0$	$x_1 < \alpha < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) > 0 \end{cases}$
$x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow af(\alpha) < 0$	$\alpha < x_1 < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$
$\alpha < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 < \alpha < x_2 < \beta \\ \alpha < x_1 < \beta < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$
$x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha < 0 \end{cases}$	$\alpha < x_1 < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \\ \frac{S}{2} - \beta < 0 \end{cases}$

2. Bất đẳng thức Cauchy (Cô-si) :

- $a, b \geq 0$ thì $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b$
- $a, b, c \geq 0$ thì $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

3. Cấp số cộng :

a/. Định nghĩa : Dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

gọi là một cấp số cộng có công sai d nếu $u_k = u_{k-1} + d$

b/. Số hạng thứ n : $u_n = u_1 + (n - 1)d$

c/. Tổng n số hạng đầu tiên :

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n}{2} (u_1 + u_n) = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d]$$

4. Cấp số nhân :

a/. Định nghĩa: Dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

gọi là một cấp số nhân có công bội q nếu $u_k = u_{k-1} \cdot q$

b/. Số hạng thứ n : $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

c/. Tổng n số hạng đầu tiên :

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

Nếu $-1 < q < 1$ ($|q| < 1$) thì $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{u_1}{1 - q}$

5. Phương trình, bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối :

$ A = B \Leftrightarrow A = \pm B$	$ A < B \Leftrightarrow A^2 < B^2$
$ A = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases}$	$ A > B \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases}$
$ A < B \Leftrightarrow \begin{cases} A < B \\ A > -B \end{cases}$	

6. Phương trình, bất phương trình chứa căn :

$\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (} B \geq 0 \text{)} \\ A = B \end{cases}$	$\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases}$	

7. Phương trình, bất phương trình logarit :

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0 \text{)} \\ f(x) = g(x) \end{cases}$
$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ (a - 1)[f(x) - g(x)] > 0 \end{cases}$

8. Phương trình, bất phương trình mũ :

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \vee \begin{cases} a = 1 \\ f(x), g(x) \text{ xác định} \end{cases}$$

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (a - 1)[f(x) - g(x)] > 0 \end{cases}$$

9. Lũy thừa : $a, b > 0$

$$a^\alpha \cdot a^\beta \cdot a^\gamma = a^{\alpha + \beta + \gamma}$$

$$\frac{a^\alpha}{b^\alpha} = \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha$$

$$(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$$

$$a^\alpha \cdot b^\alpha = (a \cdot b)^\alpha$$

$$a^{-\alpha} = \frac{1}{a^\alpha}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^k}} = \sqrt[m \cdot n]{a^k} = a^{\frac{k}{m \cdot n}}$$

10. Logarit : $0 < N_1, N_2, N$ và $0 < a, b \neq 1$ ta có

$$\log_a N = M \Leftrightarrow N = a^M$$

$$\log_a \left(\frac{N_1}{N_2} \right) = \log_a N_1 - \log_a N_2$$

$$\log_a a^M = M$$

$$\log_a N^\alpha = \alpha \log_a N$$

$$a^{\log_a N} = N$$

$$\log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N$$

$$N_1^{\log_a N_2} = N_2^{\log_a N_1}$$

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

$$\log_a (N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

I. Công thức lượng giác :

1. Hệ thức cơ bản :

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1$
$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$1 + \operatorname{cotg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

2. Các cung liên kết : Đối - Bù - Phụ - Hơn kém π ; $\frac{\pi}{2}$

$\cos(-x) = \cos x$	$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
$\sin(-x) = -\sin x$	$\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg} x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\operatorname{tg}(\pi - x) = -\operatorname{tg} x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\operatorname{cotg}(\pi - x) = -\operatorname{cotg} x$

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$	$\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - x) = \operatorname{cotg} x$
$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$	$\operatorname{cotg}(\frac{\pi}{2} - x) = \operatorname{tg} x$

$\sin(x + \pi) = -\sin x$	$\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$
$\cos(x + \pi) = -\cos x$	$\operatorname{cotg}(x + \pi) = \operatorname{cotg} x$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$	$\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\operatorname{cotg} x$
$\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$	$\operatorname{cotg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\operatorname{tg} x$

3. Công thức cộng :

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

4. Công thức nhân đôi :

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\begin{aligned}\cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2 \cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 x\end{aligned}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

5. Công thức biểu diễn $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ theo $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$:

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

6. Công thức nhân ba :

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos^3 x = \frac{3 \cos x + \cos 3x}{4}$$

$$\sin^3 x = \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4}$$

7. Công thức biến đổi :

a/. Tích thành tổng :

$$\begin{aligned}\bullet \cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)] \\ \bullet \sin a \cdot \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)] \\ \bullet \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]\end{aligned}$$

b/. Tổng thành tích :

$$\begin{aligned}\bullet \cos x + \cos y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \bullet \cos x - \cos y &= -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \bullet \sin x + \sin y &= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \bullet \sin x - \sin y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \bullet \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y} & \bullet \operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y &= \frac{\sin(x+y)}{\sin x \cdot \sin y} \\ \bullet \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y} & \bullet \operatorname{cotg} x - \operatorname{cotg} y &= \frac{\sin(y-x)}{\sin x \cdot \sin y}\end{aligned}$$

Đặc biệt :

$$\begin{aligned}\sin x + \cos x &= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin x - \cos x &= \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \\ 1 \pm \sin 2x &= (\sin x \pm \cos x)^2\end{aligned}$$

II. Phương trình lượng giác :

1. Phương trình cơ bản :

$$\text{a/. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Đặc biệt : } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad ; \quad \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

$$b/. \quad \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Đặc biệt : $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$
 $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$c/. \quad \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$d/. \quad \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

2. Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác :

Cách giải : Đặt $t = \sin x$ (hoặc $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$) ta có phương trình

$$a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

Nếu $t = \cos x$ hoặc $t = \sin x$ thì có điều kiện $-1 \leq t \leq 1$

3. Phương trình bậc nhất theo $\sin x$ và $\cos x$:

$$a.\sin x + b.\cos x = c \quad a, b \neq 0$$

Điều kiện có nghiệm : $a^2 + b^2 \geq c^2$

Cách giải : Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ và sau đó đưa về phương trình lượng giác cơ bản

4. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$:

$$a.\sin^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = 0$$

Cách giải :

Xét $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ có phải là nghiệm không?

Xét $\cos x \neq 0$ chia 2 vế cho $\cos^2 x$ và đặt $t = \tan x$

5. Phương trình dạng : $a.(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x = c$

Cách giải : Đặt $t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin(x \pm \frac{\pi}{4})$; $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad (\text{hoặc } \sin x.\cos x = \frac{1 - t^2}{2})$$

và giải phương trình bậc hai theo t

III. Hệ thức lượng trong tam giác :

1. Định lý hàm số cosin :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

2. Định lý hàm số sin :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Công thức tính độ dài trung tuyến :

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}} ; m_b = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}} ; m_c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$$

4. Công thức tính diện tích tam giác :

$$S = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2} bc.\sin A = \frac{1}{2} ac.\sin B = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$$S = p.r ; S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

I. Đạo hàm :

$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\operatorname{cotg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u' \cdot e^u$
$a^x = a^x \cdot \ln a$	$a^u = u' \cdot a^u \cdot \ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

II. Bảng các nguyên hàm :

$\int dx = x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x + C$

Chú ý : Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$

III. Diện tích hình phẳng – Thể tích vật thể tròn xoay :

- Viết phương trình các đường giới hạn hình phẳng
- Chọn công thức để tính diện tích

$$S = \int_a^b |y_c - y_{c'}| dx$$

hoặc

$$S = \int_c^d |x_c - x_{c'}| dy$$

- Chọn công thức để tính thể tích :

- Hình phẳng quay quanh Ox :

$$V = \pi \int_a^b |y_c^2 - y_{c'}^2| dx$$

- Hình phẳng quay quanh Oy :

$$V = \pi \int_c^d |x_c^2 - x_{c'}^2| dy$$

- Biến x thì cận là $x = a$; $x = b$ cho trong giả thiết hoặc hoành độ các giao điểm

Biến y thì cận là $y = c$; $y = d$ cho trong giả thiết hoặc tung độ các giao điểm

I. Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng :

$$\overrightarrow{AB} = (a_1; a_2), \overrightarrow{AC} = (b_1; b_2) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |a_1 b_2 - a_2 b_1|$$

1. Đường thẳng :

a. Phương trình đường thẳng Δ :

- Phương trình tổng quát :

$$Ax + By + C = 0$$

(vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$; $A^2 + B^2 \neq 0$)

- Phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ và qua điểm $M(x_0, y_0)$)

- Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

- Phương trình đoạn chắn :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

(Δ qua $A(a; 0)$; $B(0; b)$)

b. Góc φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$) giữa hai đường thẳng :

$$Ax + By + C = 0 \text{ và } A'x + B'y + C' = 0$$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} = \frac{|AA' + BB'|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2}}$$

c. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng Δ :

$$d(M, \Delta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

d. Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng

$$\frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \pm \frac{A'x + B'y + C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}$$

e. Hai điểm $M(x_1, y_1)$, $M'(x_2, y_2)$ nằm cùng phía so với Δ

$$\Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 > 0$$

Hai điểm $M(x_1, y_1)$, $M'(x_2, y_2)$ nằm khác phía so với Δ

$$\Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 < 0$$

$$\left(t_1 = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} ; t_2 = \frac{A'x_2 + B'y_2 + C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} \right)$$

2. Đường tròn :

- Phương trình đường tròn :

Dạng 1 : Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính R

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Dạng 2 : Phương trình có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ là phương trình đường tròn (C) có

tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

- Phương tích của một điểm $M_0(x_0; y_0)$ đối với một đường tròn :

$$P_{M/(C)} = x_0^2 + y_0^2 - 2ax_0 - 2by_0 + c$$

II. Phương pháp tọa độ trong không gian :

1. Tích có hướng hai vectơ :

a. Định nghĩa : $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \end{pmatrix} = (yz' - zy'; zx' - xz'; xy' - yx')$$

b. Các ứng dụng :

• \vec{u}, \vec{v} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

• $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$

• $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$

• ABCD là tứ diện $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = m \neq 0$; $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |m|$

2. Mặt phẳng :

a. Phương trình mặt phẳng (α) :

- Phương trình tổng quát : $Ax + By + Cz + D = 0$

$$\vec{n} = (A; B; C) \quad , \quad (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$$

- Phương trình đoạn chắn : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$(\alpha) \text{ qua } A(a; 0; 0) ; B(0; b; 0) ; C(0; 0; c)$$

b. Góc giữa hai mặt phẳng :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\beta) : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n'}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n'}|} = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

c. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) :

$$d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

3. Đường thẳng :

a. Ba dạng phương trình của đường thẳng :

- Phương trình tham số của Δ qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và

có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

- Phương trình tổng quát :

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$

(với $A:B:C \neq A':B':C'$)

b. Góc giữa hai đường thẳng :

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

c. Khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ (Δ có vtcp \vec{u} và qua M) :

$$d(A, \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{MA}]|}{|\vec{u}|}$$

d. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau :

Δ có vtcp \vec{u} và qua M ; Δ' có vtcp \vec{v} và qua M'

$$d(\Delta, \Delta') = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \overrightarrow{MM'}|}{|[\vec{u}, \vec{v}]|}$$

e. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) :

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

4. Mặt cầu :

a. Phương trình mặt cầu :

- *Dạng 1* : Phương trình mặt cầu (S) có tâm I (a;b;c) và bán kính R

$$(x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2 = R^2$$

- *Dạng 2* : Phương trình có dạng :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu (S) có tâm I (a;b;c) và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

b. Sự tương giao giữa mặt cầu và mặt phẳng :

• $d(I,(\alpha)) < R \Leftrightarrow (\alpha)$ giao (S) theo đường tròn (C)

- Phương trình (C) :

$$\begin{cases} (x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$$

- Tâm H của (C) là hình chiếu của tâm I (a ; b ; c) lên mặt phẳng (α)

- Bán kính của (C) : $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

• $d(I,(\alpha)) = R \Leftrightarrow (\alpha)$ tiếp xúc với (S)

• $d(I,(\alpha)) > R \Leftrightarrow (\alpha) \cap (S) = \emptyset$

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

$$(1 + x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k$$

$$(1 - x)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \dots + (-1)^n C_n^n x^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k x^k$$

Tính chất :

$$C_n^n = C_n^0 = 1$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^{k-1} + C_n^k = C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$$

Công thức :

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$P_n = n!$$