作业

作 业 一 — 答 案

一．已知矩阵

$$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

要求(1)屏幕输出 A 与 B；(2)A 的转置 A'；(3)求 A+B 的值；（4）求 4A；（5）求 A×B；（6）求|A|；（7）求 A^{-1} 。

```
>> A=[3 1 2 ;2 1 2;1 2 3]
A =
     3     1     2
     2     1     2
     1     2     3
>> B=[1 1 -1;2 0 1;1 0 1]
B =
     1     1    -1
     2     0     1
     1     0     1
>> C=A'
C =
     3     2     1
     1     1     2
     2     2     3
>> d=A+B
d =
     4     2     1
     4     1     3
     2     2     4
>> E=4*A
E =
    12     4     8
     8     4     8
     4     8    12
>> A*B
ans =
     7     3     0
     6     2     1
     8     1     4
>> det(A)
ans = -1
>> inv(A)
ans =
```

```
   1.0000    -1.0000    -0.0000
   4.0000    -7.0000     2.0000
  -3.0000     5.0000    -1.0000
```

二、一球从 100m 高度自由下落，每次落地后反弹回原高度的一半，再落下，求它在第 10 次落地时，共经过多少米？第 10 次反弹有多高？

解：

```
function [s,h]=sh(n)
z=100
s=z
for m=1:(n-1)
      z=z/2
      s=s+2*z
end
h=z/2
>> sh(10)
```

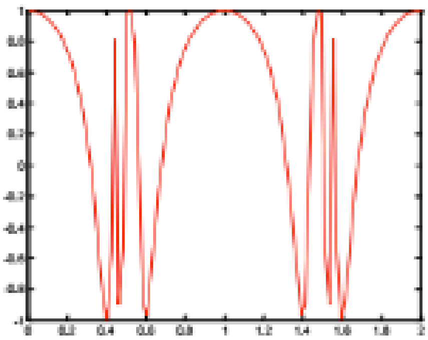
输出：h = 0.0977

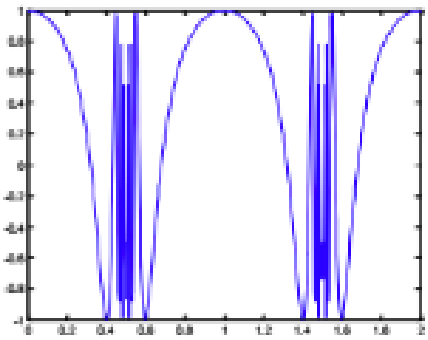
ans =299.6094

第10次落地时，共经过299.6094米,第10次反弹高度有0.0977米。

三．分别用 plot,fplot 绘制函数 y=cos(tan(πx))的图形。

```
>> x=linspace(0,2);
>>   y=cos(tan(pi*x));
plot(x,y,'r')
```



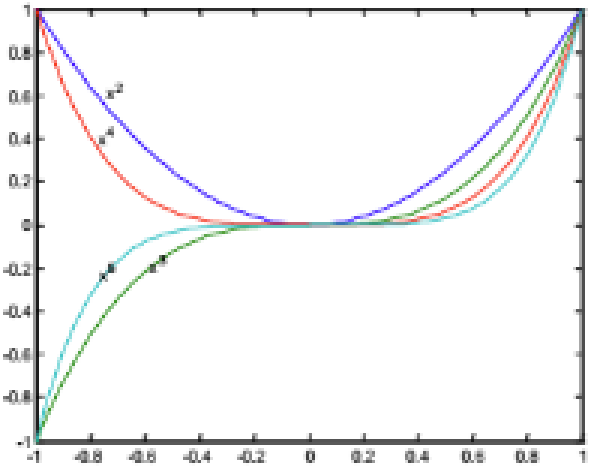


```
>> fplot('cos(tan(pi*x))',[0,2])
```

四．在同一坐标下做出 $y_1=x^2,y_2=x^3,y_3=x^4,y_4=x^5$ 这四条曲线的图形，要求在图形上加标注。

```
x=linspace(-1,1);
y=x.^2;
z=x.^3;
```

```
u=x.^4;
v=x.^5;
plot(x,y,x,z,x,u,x,v);gtext('x^2');gtext('x^3');gtext('x^4');gtext('x^5');
```



作 业 二 — 答 案

一、有两个煤厂A,B，每月进煤分别不少于60吨、100吨，它们担负供应三个居民区的用煤任务，这三个居民区每月用煤分别为45吨、75吨、40吨。A厂离这三个居民区分别为10公里、5公里、6公里，B厂离这三个居民区分别为4公里、8公里、15公里，问这两煤厂如何分配供煤，才能使总运输量最小？

解：设xa1,xa2,xa3分别表示煤厂A到居民区一、二、三的供煤量，

xb1,xb2,xb3分别表示煤厂B到居民区一、二、三的供煤量。

建立线性规划模型：

Min z=10*xa1+5*xa2+6*xa3+4*xb1+8*xb2+15*xb3;

$$xa1+xa2+xa3\geqslant 60$$

$$xb1+xb2+xb3\geqslant 100$$

$$xa1+xb1=45$$

$$xa2+xb2=75$$

$$xa3+xb3=40$$

$$xa1\geqslant 0,\ xa2\geqslant 0,\ xa3\geqslant 0,\ xb1\geqslant 0,\ xb2\geqslant 0,\ xb3\geqslant 0$$

输入Lingo模型：

```
min=10*xa1+5*xa2+6*xa3+4*xb1+8*xb2+15*xb3;
xa1+xa2+xa3>60;
xb1+xb2+xb3>100;
xa1+xb1=45;
xa2+xb2=75;
xa3+xb3=40;
```

输出：

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              960.0000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             0
                      Variable           Value        Reduced Cost
                           XA1        0.000000            9.000000
                           XA2        20.00000            0.000000
                           XA3        40.00000            0.000000
                           XB1        45.00000            0.000000
                           XB2        55.00000            0.000000
                           XB3        0.000000            6.000000
```

答案：A厂运输20吨至居民区2，运输40吨到居民区3；

B厂运输45吨到居民区1，运输55吨到居民区2。

二、某医院每日至少需要如下数量的护士。每班护士在值班开始时向病房报到，连续工作 8 个小时。医院领导为满足每班所需要的护士数，最少需要雇用多少护士？

班次	时间	最少护士数
1	06 时 －10 时	60
2	10 时 －14 时	70
3	14 时 －18 时	60
4	18 时 －22 时	50
5	22 时 －02 时	20
6	02 时 －06 时	30

解：设 xi 表示第 i 个班次开始上班的护士人数，i=1, 2, …, 6

建立整数线性规划模型：

$$\text{Min } z = x1+x2+x3+x4+x5+x6;$$

$$x6+x1 \geqslant 60;$$

$$x1+x2 \geqslant 70;$$

$$x2+x3 \geqslant 60;$$

$$x3+x4 \geqslant 50;$$

$$x4+x5 \geqslant 20;$$

$$x5+x6 \geqslant 30;$$

xi≥0 且为整数， i=1, 2, …6

Lingo 模型：

```
min=x1+x2+x3+x4+x5+x6;
x6+x1>60;
x1+x2>70;
x2+x3>60;
x3+x4>50;
x4+x5>20;
x5+x6>30;
@gin(x1);@gin(x2);@gin(x3);@gin(x4);@gin(x5);@gin(x6);
```

输出：

```
  Objective value:                              150.0000
  Objective bound:                              150.0000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Extended solver steps:                               0
  Total solver iterations:                             4

                       Variable           Value        Reduced Cost
                             X1        60.00000            1.000000
                             X2        10.00000            1.000000
                             X3        50.00000            1.000000
                             X4        0.000000            1.000000
                             X5        30.00000            1.000000
```

X6 0.000000 1.000000

答案：最少需要雇用 150 名护士。

三.（投资问题）某部门在今后五年内考虑给下列项目投资，已知：项目 A，从第一年到第四年每年年初需要投资，并于次年末回收本利 115%；项目 B，第三年初需要投资，到第五年末能回收本利 125%，但规定最大投资额不超过 4 万元；项目 C，第二年初需要投资，到第五年末能回收本利 140%，但规定最大投资额不超过 3 万元；项目 D，五年内每年初可购买公债，于当年末归还，并加利息 6%。该部门现有资金 10 万元，问它应如何确定给这些项目每年的投资额，使到第五年末拥有的资金的本利总额为最大?

解: 确定决策变量，设x1a, x2a, x3a, x4a表示第一年到第四年每年初项目A的投资额，x3b表示第三年初项目B的投资额，x2c表示第二年初项目C的投资额，x1d, x2d, x3d, x4d, x5d表示第一年到第五年每年初项目D的投资额。

目标是到第五年末的资金总额z最大，

z=1.15*X4a+1.25*X3b+1.40*X2c+1.06*X5d

约束条件：

所有决策变量非负： xi≥0;

第一年初投资资金10万元且全部投入项目A与项目D: x1a+x1d=100000;

第二年初回收项目D，投资项目A,C,D: x2a+x2c+x2d=1.06*x1d;

第三年初回收项目A,D,投资项目A,B,D: x3a+x3b+x3d=1.15*x1a+1.06*x2d;

第四年初回收项目A,D,投资项目A,D: x4a+x4d=1.15*x2a+1.06*x3d;

第五年初回收项目A,D，投资项目D: x5d=1.15*x3a+1.06*x4d;

项目B投资限额： x3b≤40000;

项目C投资限额： x2c≤30000;

得线性规划模型：

Max z=1.15*X4a+1.25*X3b+1.40*X2c+1.06*X5d

s.t. x1a+x1d=100000

x2a+x2c+x2d-1.06*x1d=0

x3a+x3b+x3d-1.15*x1a-1.06*x2d=0

x4a+x4d-1.15*x2a-1.06*x3d=0

x5d-1.15*x3a-1.06*x4d=0

x3b≤40000

x2c≤30000

x1a≥0, x2a≥0, x3a≥0, x4a≥0, x3b≥0, x2c≥0,

x1d≥0, x2d≥0, x3d≥0, x4d≥0, x5d≥0

LINGO模型：

```
    MAX=1.15*X4A+1.25*X3B+1.40*X2C+1.06*X5D;
约束条件
    X1A+X1D=100000;
     X2A+X2C+X2D=1.06*X1D;
    X3A+X3B+X3D=1.15*X1A+1.06*X2D;
    X4A+X4D=1.15*X2A+1.06*X3D;
    X5D=1.15*X3A+1.06*X4D;
    X3B<=40000;
    X2C<=30000;
```

输出：

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              143750.0
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             1
                       Variable           Value        Reduced Cost
                            X4A        45000.00            0.000000
                            X3B        40000.00            0.000000
                            X2C        30000.00            0.000000
                            X5D        0.000000            0.000000
                            X1A        71698.11            0.000000
                            X1D        28301.89            0.000000
                            X2A        0.000000            0.000000
                            X2D        0.000000           0.3036000E-01
                            X3A        0.000000            0.000000
                            X3D        42452.83            0.000000
                            X4D        0.000000           0.2640000E-01
```

所以，投资方案如下，到第五年末拥有的资金的本利总额为 143750 元。

项目	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
A	71698.11	0	0	45000	
B			40000		
C		30000			
D	28301.89	0	42452.83	0	0

四．一艘货船，有效载重量为 24 吨，可运输货物重量及运费收入如下表所示，现货物 2、4 中优先运 2，货物 1、5 不能混装，若装货 6 则必须装货 3，货物 2、4、6 中最多装两件，试建立运费收入最多的运输方案。

货物	1	2	3	4	5	6
重量（吨）	5	9	8	7	10	13
收入（万元）	1	4	4	3	5	6

解：设决策变量$xi=\begin{cases}1 & 选择货物\ i\\0 & 不选择货物\ i\end{cases}$　　(i=1,2,…,6)

建立整数规划模型：

max f= x1+4*x2+4*x3+3*x4+5*x5+6*x6

约束：　5*x1+9*x2+8*x3+7*x4+10*x5+13*x6≤24

x2≥x4

x1+x5≤1

x3≥x6

x2+x4+x6≤2

xi=0 或 1(i=1,2,…,6)

输入Lingo模型：

```
max=x1+4*x2+4*x3+3*x4+5*x5+6*x6;
5*x1+9*x2+8*x3+7*x4+10*x5+13*x6<=24;
X2>=x4;
X1+x5<=1;
X3>=x6;
X2+x4+x6<=2;
@bin(x1); @bin(x2); @bin(x3);@bin(x4); @bin(x5); @bin(x6);
```

输出：

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              11.00000
  Objective bound:                              11.00000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Extended solver steps:                               0
  Total solver iterations:                             0


                       Variable           Value        Reduced Cost
                             X1        0.000000           -1.000000
                             X2        1.000000           -4.000000
                             X3        1.000000           -4.000000
                             X4        1.000000           -3.000000
                             X5        0.000000           -5.000000
                             X6        0.000000           -6.000000
```

答案：选择运输货物 2、3、4，获得最大收益 11 万元。

作 业 三 — 答 案

一、某厂向用户提供发动机，合同规定，第一、二、三季度末分别交货 40 台、60 台、80 台. 每季度的生产费用为 $f(x)=ax+bx^2$（元），其中 x 是该季生产的台数. 若交货后有剩余，可用于下季度交货，但需支付存储费，每台每季度 c 元. 已知工厂每季度最大生产能力为 100 台，第一季度开始时无存货，设 $a=50$、$b=0.2$、$c=4$，问工厂应如何安排生产计划，才能既满足合同又使总费用最低?

解：设 xi 表示第 i 季度的产量， i=1,2,3

建立非线性规划模型：

Min f = 50*x1+0.2*x1^2+50*x2+0.2*x2^2+50*x3+0.2*x3^2
+4*(x1-40)+4*(x1+x2-100)

x1≥40;

x1+x2≥100;

x1+x2+x3=180;

x1≤100;

x2≤100;

x3≤100;

xi≥0, i=1,2,3

Lingo 模型：

```
min=50*x1+0.2*x1^2+50*x2+0.2*x2^2+50*x3+0.2*x3^2+4*(x1-40)+4*(x1+x2-100
);
x1>40;
x1+x2>100;
x1+x2+x3=180;
x1<100;
x2<100;
x3<100;
```

输出：

```
Objective value:                    11280.00
Infeasibilities:                    0.000000
Extended solver steps:                     5
Total solver iterations:                  50

                Variable        Value        Reduced Cost
                      X1     50.00000            0.000000
                      X2     60.00000            0.000000
```

X3 70.00000 0.000000

答案：安排生产计划为：第一季度生产 50 台，第二季度生产 60 台，第三季度生产 70 台。

二、钢管下料问题：某钢管零售商从钢管厂进货，将钢管按照顾客的要求切割出售。从钢管厂进货得到的原材料的长度都是 1850mm，现在一顾客需要 15 根 290mm、28 根 315mm、21 根 350mm 和 30 根 455mm 的钢管。为了简化生产过程，规定所使用的切割模式的种类不能超过 4 种，使用频率最高的一种切割模式按照一根原料钢管价值的 1/10 增加费用，使用频率次之的切割模式按照一根原料钢管价值的 2/10 增加费用，以此类推，且每种切割模式下的切割次数不能太多（一根原料钢管最多生产 5 根产品），此外，为了减少余料浪费，每种切割模式下的余料浪费不能超过 100mm，为了使总费用最小，应该如何下料？

解：设 rij 表示第 j 种切割模式下第 i 种规格的钢管的切割数量，设 xi 表示采用第 i 种切割模式的原材料钢管的使用数量。(i=1,2,3,4, j=1,2,3,4)

建立规划模型：

Min z = 1.1*x1+1.2*x2+1.3*x3+1.4*x4

x1≥x2

x2≥x3

x3≥x4

r11*x1+r12*x2+r13*x3+r14*x4≥15

r21*x1+r22*x2+r23*x3+r24*x4≥28

r31*x1+r32*x2+r33*x3+r34*x4≥21

r41*x1+r42*x2+r43*x3+r44*x4≥30

290*r11+315*r21+350*r31+455*r41≥1750

290*r11+315*r21+350*r31+455*r41≤1850

290*r12+315*r22+350*r32+455*r42≥1750

290*r12+315*r22+350*r32+455*r42≤1850

290*r13+315*r23+350*r33+455*r43≥1750

290*r13+315*r23+350*r33+455*r43≤1850

290*r14+315*r24+350*r34+455*r44≥1750

290*r14+315*r24+350*r34+455*r44≤1850

x1+x2+x3+x4≤22

x1+x2+x3+x4≥19

r11+r21+r31+r41≤5

r12+r22+r32+r42≤5

r13+r23+r33+r43≤5

r14+r24+r34+r44≤5

rij≥0 且为整数， xi≥0 且为整数， i=1,2,3,4, j=1,2,3,4

Lingo 模型：

```
min=1.1*x1+1.2*x2+1.3*x3+1.4*x4;
x1>x2;
x2>x3;
x3>x4;
r11*x1+r12*x2+r13*x3+r14*x4>15;
r21*x1+r22*x2+r23*x3+r24*x4>28;
r31*x1+r32*x2+r33*x3+r34*x4>21;
r41*x1+r42*x2+r43*x3+r44*x4>30;
290*r11+315*r21+350*r31+455*r41>1750;
290*r11+315*r21+350*r31+455*r41<1850;
290*r12+315*r22+350*r32+455*r42>1750;
290*r12+315*r22+350*r32+455*r42<1850;
290*r13+315*r23+350*r33+455*r43>1750;
290*r13+315*r23+350*r33+455*r43<1850;
290*r14+315*r24+350*r34+455*r44>1750;
290*r14+315*r24+350*r34+455*r44<1850;
x1+x2+x3+x4<22;
x1+x2+x3+x4>19;
r11+r21+r31+r41<5;
r12+r22+r32+r42<5;
r13+r23+r33+r43<5;
r14+r24+r34+r44<5;
    @gin(x1);    @gin(x2); @gin(x3); @gin(x4);    @gin(r11); @gin(r12);
    @gin(r13); @gin(r14);@gin(r21); @gin(r22); @gin(r23);@gin(r24); @gin(r31);
    @gin(r32); @gin(r33);@gin(r34); @gin(r41); @gin(r42); @gin(r43);@gin(r44);
```

输出：

```
Local optimal solution found.
  Objective value:                              21.60000
  Objective bound:                              21.60000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Extended solver steps:                             163
  Total solver iterations:                         13642

                                 Variable           Value
                                       X1        14.00000
                                       X2        3.000000
                                       X3        2.000000
                                       X4        0.000000
                                      R11        1.000000
                                      R12        0.000000
                                      R13        1.000000
                                      R14        2.000000
                                      R21        2.000000
```

```
R22        0.000000
R23        0.000000
R24        0.000000
R31        0.000000
R32        5.000000
R33        3.000000
R34        1.000000
R41        2.000000
R42        0.000000
R43        1.000000
R44        2.000000
```

答案：

第一种切割模式：1 根 290mm，2 根 315mm、0 根 350mm，2 根 455mm，
切割数量为 14 根；

第二种切割模式：0 根 290mm，0 根 315mm、5 根 350mm，0 根 455mm，
切割数量为 3 根；

第三种切割模式：1 根 290mm，0 根 315mm、3 根 350mm，1 根 455mm，
切割数量为 2 根；

第四种切割模式：2 根 290mm，0 根 315mm、1 根 350mm，2 根 455mm，
切割数量为 0 根。

三. 某架货机有三个货舱：前仓、中仓、后仓。三个货舱所能装载的货物的最大质量和体积都有限制，如下表 1 所示。并且为了保持飞机的平衡，三个货舱中实际装载货物的质量必须与其最大容许质量成比例。现有四类货物供该货机本次飞行装运，其有关信息如下表 2 所示，表中最后一列是装运后所获得的利润。问如何安排装运，使该货机本次飞行获利最大？

表 1：　三个货舱装载货物的最大容许质量和体积

	前仓	中仓	后仓
质量限制（t）	10	16	8
体积限制（m^3）	6800	8700	5300

表 2：　四类装运货物的信息

	质量（t）	体积（m^3/t）	利润（元/t）
货物 1	18	480	3100
货物 2	15	650	3800
货物 3	23	580	3500
货物 4	12	390	2850

解：设 Xij 表示第 i 种货物装入第 j 个货舱的质量，货舱 j=1,2,3，分别表示前仓、中仓、后仓。

建立线性规划模型：

Max f = 3100*(X11+X12+X13)+3800* (X21+X22+X23)+3500* (X31+X32+X33)
+2850* (X41+X42+X43)

约束：

（货物的总质量约束） $X11+X12+X13\leqslant 18$

$X21+X22+X23\leqslant 15$

$X31+X32+X33\leqslant 23$

$X41+X42+X43\leqslant 12$

（货舱的质量限制） $X11+X21+X31+X41\leqslant 10$

$X12+X22+X32+X42\leqslant 16$

$X13+X23+X33+X43\leqslant 8$

（货舱的空间限制） $480*X11+650*X21+580*X31+390*X41\leqslant 6800$

$480*X12+650*X22+580*X32+390*X42\leqslant 8700$

$480*X13+650*X23+580*X33+390*X43\leqslant 5300$

（货舱装入质量的平衡约束）

$$(X11+X21+X31+X41)/10 = (X12+X22+X32+X42)/16$$

$$(X12+X22+X32+X42)/16 = (X13+X23+X33+X43)/8$$

LINGO 求解后答案：货物 1 不装运；货物 2 装入前舱 7t，后舱 8t；货物 3 装入前舱 3t，中舱约 13t；货物 4 装入中舱约 3t。本次飞行总获利 121515.8 元。

作 业 四 — 答 案

一. 凌晨某地发生一起凶杀案，警方于早晨 6 时到达现场，测得尸温 26 度，室内温度 10 度。早晨 8 时，又测得尸温 18 度。若近似认为室内温度不变，估计凶杀案发生的时间。

解：记时刻 t 的尸温为 T(t)（早晨 6 时记 t=0），凶杀案发生的时间为 t_0，此时体温为 T_0=37 度，室温 T_1=10 度不变。得微分方程模型

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_1) \quad (k > 0)$$

解方程得 $T(t) = be^{-kt} + 10$

已知 T(0)=26, T(2)=18，求解参数 b, k，得 $T(t) = 16 \times 2^{-0.5t} + 10$ 。

代入数值 T_0=37，求得$t_0 \approx -1.5$，所以凶杀案发生时间是 4 时半。

二. 医生给患者开处方的时候必须注明两点：服药的剂量和服药的时间间隔。超剂量的药品会对身体产生不良后果，甚至死亡；而剂量不足，则不能达到治病的目的。已知患者服药后，随时间推移，药品在体内逐渐被吸收，也就是体内药品的浓度逐渐降低。设药品浓度降低的速度与体内当时药品的浓度成正比，当服药量为 A，服药间隔时间为 T 时，分析体内药的浓度随时间的变化规律。

解：将机体看作一个房室，室内药物浓度均匀。设血液容积为 V，则当服药量为 A 时，药品浓度在 t=0 时为 A/V。

设药品浓度 C 降低的速度与体内当时药品的浓度成正比，比例系数为 k(k>0)，得 $\frac{dC}{dt} = -kC$，解微分方程得 $C(t) = \frac{A}{V}e^{-kt}$

由此可知药物浓度下降符合负指数变化规律。当服药后时间间隔 T 时，药物浓度下降到 C(T)，需要再次服用药物以使药物浓度回到 A/V。

三. 已知微分方程如下，求其解析解；求其在[1,3]区间的数值解并作图。

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{x} + 4x \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

解：（1）命令：y=dsolve('Dy=-2*y/x+4*x','y(1)=2','x')

输出：y =(x^4+1)/x^2，　即 $y=(x^4+1)/x^2$

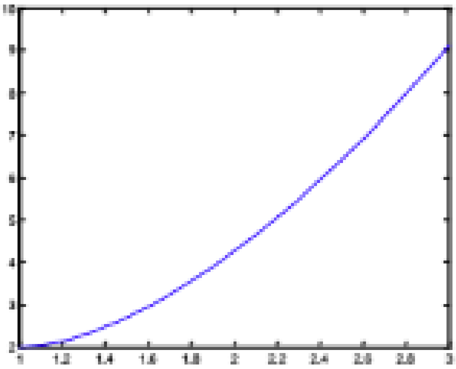
（2）函数 M 文件：

```
function dy=wei(x,y)
dy=-2*y/x+4*x;
```

命令：[x,y]=ode45('wei',[1,3],2);

```
plot(x,y)
```

输出：



四、只由 3 个字母 a,b,c 组成的长度为 n 的一些单词将在通信信道上传输，传输中应满足条件：不得有两个 a 连续出现在任一单词中。确定通信信道允许传输的单词的个数。

解：设 f(n)表示可传输的 n 位长的单词个数。

分析：n 位长单词的第 n 位若为 b 或 c，则 n 位长的单词有 2f(n-1)个；n 位长单词的第 n 位若为 a，则第（n-1）位只能为 b 或 c，这样的 n 位长的单词有 2f(n-2)个，所以有差分方程

f(n)=2f(n-1)+2f(n-2)，且初始条件 f(1)=3，f(2)=8

其特征方程为 $x^2-2x-2=0$， 得特征根 $x_1=1+\sqrt{3}$， $x_2=1-\sqrt{3}$

所以差分方程的通解 $f(n)=c_1(1+\sqrt{3})^n+c_2(1-\sqrt{3})^n$

由初始条件得方程组 $\begin{cases} c_1(1+\sqrt{3})^2+c_2(1-\sqrt{3})^2=8 \\ c_1(1+\sqrt{3})+c_2(1-\sqrt{3})=3 \end{cases}$

解得 $c_1=\frac{3+2\sqrt{3}}{6}$ ， $c_2=\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

所以 $f(n)=\frac{3+2\sqrt{3}}{6}(1+\sqrt{3})^n+\frac{3-2\sqrt{3}}{6}(1-\sqrt{3})^n$

作 业 五 — 答 案

一．现有如下关于函数 y=f(x)的 7 个观测点数据。

（1）用抛物线插值公式计算 f(6)的近似值。

（2）请用三次样条插值求出 x 分别为 3, 6, 8 时对应 y 的值。用三次样条插值画图并与已有观测数据比较。

（3）若已知 $y=\ln(a*x^2+b*x+c)$，请分别用 polyfit 和 lsqnonlin 指令进行数据拟合（要求给出相应的 matlab 代码）以确定系数 a、b 和 c 的最佳取值。

x	1	2	4	5	7	9	10
y	1.8	2.4	2.9	3.3	3.6	3.9	4.2

解：（1）选择与 x=6 最接近的三点 $x_0=4,x_1=5,x_2=7$ 为插值结点，根据抛物线插值公式计算：

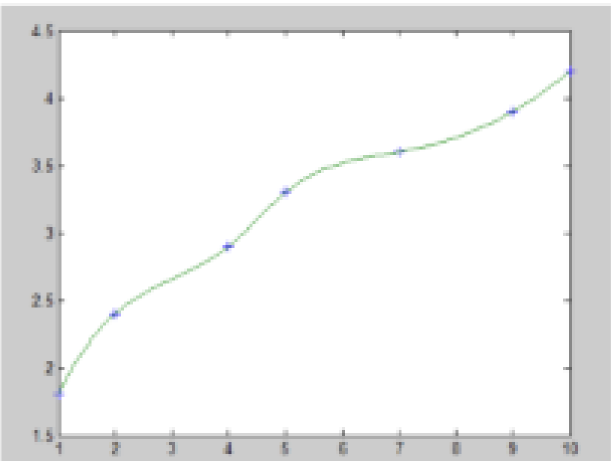
$$\begin{aligned}f(6) \approx L_2(6) &= y_0 \times \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1 \times \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + y_2 \times \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \\ &= 2.9 \times \frac{(6-5)(6-7)}{(4-5)(4-7)} + 3.3 \times \frac{(6-4)(6-7)}{(5-4)(5-7)} + 3.6 \times \frac{(6-4)(6-5)}{(7-4)(7-5)} \\ &= 3.5\end{aligned}$$

（2）主程序如下：

```
xdata=[1, 2, 4, 5, 7, 9, 10];
ydata=[1.8, 2.4, 2.9, 3.3, 3.6, 3.9, 4.2];
t=interp1(xdata,ydata, [3 6 8],'spline')
x=1:0.1:10;
y=interp1(xdata,ydata, x,'spline');
plot(xdata,ydata,'+',x,y, '-')              %作图
```

输出：

t =2.6564   3.5170   3.7094



（3）

（一）先用 lsqnonlin 指令

[1] 编写 M 文件 curve1.m

```
function f=curve1(x)
xdata=[1, 2, 4, 5, 7, 9, 10];
ydata=[1.8, 2.4, 2.9, 3.3, 3.6, 3.9, 4.2];
f= ydata-log(x(1)*xdata.^2+x(2)*xdata+x(3));
```

[2] 主程序 dianya1.m 如下：

```
x0=[1, 2, 3];
xishu=lsqnonlin('curve1',x0)
```

输出：xishu =   0.2622   3.2221   2.7382

所以，关系式为 $y=\ln(0.2622*x^2+3.2221*x+2.7382)$ 。

（二）使用 polyfit 指令。由于 y 是关于 x 的非线性函数，所以我们先将其关系公式两边取自然指数得到：

$$e^y=a*x^2+b*x+c$$

令 $u= e^y$。

[1] 主程序 dianya3.m 如下：

```
xdata=[1, 2, 4, 5, 7, 9, 10];
ydata=[1.8, 2.4, 2.9, 3.3, 3.6, 3.9, 4.2];
u=exp(ydata);
xishu=polyfit(xdata, u,2);
```

输出：xishu =   0.3906   1.9399   4.7912

所以，关系式为 $y=\ln(0.3906*x^2+1.9399*x+4.7912)$ 。

二.　某校 60 名学生的一次考试成绩如下:

93 75 83 93 91 85 84 82 77 76 77 95 94 89 91 88 86 83 96 81

79 97 78 75 67 69 68 84 83 81 75 66 85 70 94 84 83 82 80 78

74 73 76 70 86 76 90 89 71 66 86 73 80 94 79 78 77 63 53 55

（1）计算均值、标准差、极差、偏度、峰度，画出直方图；

（2）检验分布的正态性；

（3）若检验符合正态分布，估计正态分布的参数并检验参数。

解：（1）输入如下：

```
x1=[93 75 83 93 91 85 84 82 77 76 77 95 94 89 91 88 86 83 96 81];
x2=[79 97 78 75 67 69 68 84 83 81 75 66 85 70 94 84 83 82 80 78 ];
x3=[74 73 76 70 86 76 90 89 71 66 86 73 80 94 79 78 77 63 53 55];
```

```
>> x=[x1 x2 x3];
>> save data x
>> load data
>> x_mean=mean(x)
x_std=std(x)
x_var=var(x)
x_skewness=skewness(x)
x_kurtosis=kurtosis(x)
```

输出: x_mean =80.1000

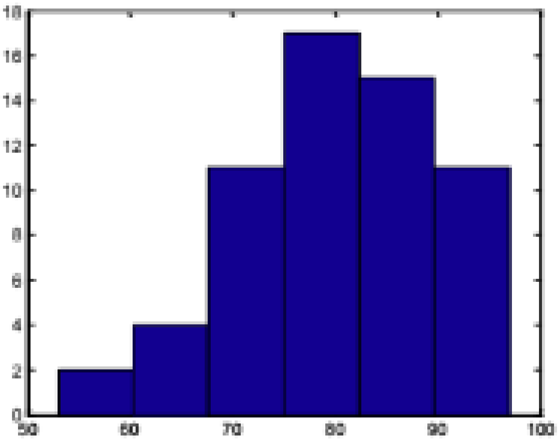
x_std = 9.7106

x_var =94.2949

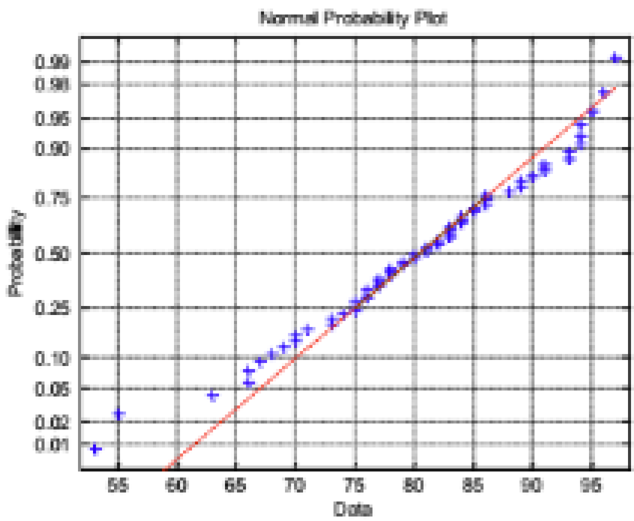
x_skewness = -0.4682

x_kurtosis = 3.1529

输入命令：hist(x,6)



(2) 命令：normplot(x)



结论：考试成绩近似服从正态分布。

（3）参数估计 命令：[muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(x)

输出：muhat = 80.1000 sigmahat = 9.7106

muci =77.5915 82.6085

sigmaci = 8.2310 11.8436

结论：估计考试成绩的均值为 80.1，方差为 9.7106，均值的 0.95 置信区间为[77.5915,82.6085]，方差的 0.95 置信区间为[8.2310,11.8436].

假设检验 命令：**[h,sig,ci] = ttest(x ,80)**

输出：h = 0 sig =0.9367 ci = 77.5915 82.6085

检验结果:布尔变量 h=0, 表示不拒绝零假设，说明提出的假设成绩均值为 80 是合理的； 95%的置信区间为[77.5915,82.6085], 它完全包括 80, 且精度很高；sig-值为 0.9367, 远超过 0.05, 不能拒绝零假设。

三.混凝土的抗压强度随养护时间的延长而增加,现将一批混凝土作出 12 个试块,记录了养护日期 x（日）及抗压强度 y（kg/cm^2）的数据：

养护时间 x	2	3	4	5	7	9	12	14	17	21	28	56
抗压强度 y	35	42	47	53	59	65	68	73	76	82	86	99

试求 $\hat{y} = a + b\ln x$ 型回归方程。

方法一：输入

```
>> x=[2 3 4 5 7 9 12 14 17 21 28 56]';
>> X=[ones(12,1) log(x)];
>> y=[35 42 47 53 59 65 68 73 76 82 86 99]';
>> [b bint]=regress(y,X)
```

输出：b = 21.0058 19.5285

bint = 19.4463 22.5653

18.8943 20.1627

结论：回归模型 y=21.0058+19.5285*lnx

方法二：

函数： function f=ti3(beta,x)

f=beta(1)+beta(2)*log(x);

输入：x=[2 3 4 5 7 9 12 14 17 21 28 56];

```
  y=[35 42 47 53 59 65 68 73 76 82 86 99];
beta0=[20 20]';
  [beta,r ,J]=nlinfit(x',y','ti3',beta0)
```

输出：beta =   21.0058   19.5285

结论：回归模型 y=21.0058+19.5285*lnx