桂 林 电 子 科 技 大 学 试 卷

2021-2022 学年第 2 学期　　　　课号 ________

课程名称 高等数学 AII （A 卷, 闭卷） 适用班级（或年级、专业） 2021 级

考试时间 120 分钟　　班级________　　学号________　　姓名________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	成绩
满　分	15	15	24	21	14	7	4				100
得　分											
评卷人											

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 曲线 $\begin{cases} x^2+2y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所得曲面方程为________；

2. 函数 $z=xy+ye^x$ 在点 $(0,1)$ 处的全微分 $dz\big|_{(0,1)}=$________；

3. 交换二次积分的积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y=$________；

相

4. 已知 L 是圆周 $x^2+y^2=4$，则曲线积分 $\oint_L \mathrm{d}s=$________；

5. 设 $f(x)=x(-\pi\le x\le\pi)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的 Fourier 级数的和函数为 $S(x)$，则 $S(\pi)=$ 0 .

二、单项选择（每小题 3 分，共 15 分）

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,0,2)$, $\vec{b}=(0,1,1)$, 则 λ 与 μ 满足（　　）时 $(\lambda\vec{a}+\mu\vec{b})\perp z$ 轴；

A. $\lambda+\mu=0$;　　B. $2\lambda+\mu=0$;　　C. $\lambda+2\mu=0$;　　D. $\lambda-\mu=0$;

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\sin xy}{y}=$（　　）

A. 0;　　B. 1;　　C. 2;　　D. 不存在

3. 设区域 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-\sqrt{x}\le y\le\sqrt{x}\}$，则下列积分式正确的是（　　）

A. $\iint\limits_D x^2\mathrm{d}\sigma=0$;　　B. $\iint\limits_D y^2\mathrm{d}\sigma=0$;　　C. $\iint\limits_D x\mathrm{d}\sigma=0$;　　D. $\iint\limits_D y\mathrm{d}\sigma=0$;

4. 已知 L 是起点为原点 O、终点为 $A(1,2)$ 的有向直线段，则 $\int_L 2x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y=$（　　）

A. 0;　　B. 1;　　C. 2;　　D. 3;

5. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 都发散，则（ A ） C

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ 一定发散;　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 一定发散;

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|a_n|+|b_n|)$ 一定发散;　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)$ 一定发散;

三、计算题一（每小题 8 分，共 24 分）

1. 求过点 $(1,2,3)$ 且与直线 $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+z=2 \end{cases}$ 垂直的平面方程;

2. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^z+xyz=y^2$ 确定，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$； $-\frac{F_y}{F_z}$

3. 求函数 $f(x,y)=2x-4y+x^2+y^2$ 的极值.

四、计算题二（每小题 7 分，共 21 分）

1. 计算二重积分 $\iint\limits_D y\mathrm{d}\sigma$，其中 D 是由曲线 $y=\sqrt{x}$ 和 $y=x$ 所围成的平面区域;

2. 计算曲线积分 $\int_L z\mathrm{d}s$，其中 L 为螺旋线 $x=3\cos t, y=3\sin t, z=4t$ 上相应于 t 从 0 到 π 上的一段弧;

3. 将函数 $\frac{1}{5-x}$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数，并写出收敛区间.

五、计算题三（每小题 7 分，共 14 分）

1. 计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma z\mathrm{d}S$，其中 Σ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\,(z\le 1)$;

2. 计算曲面积分 $\oiint\limits_\Sigma ye^z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为上半球体 $0\le z\le\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的整个表面，取外侧;

六、解答题（7 分）：设 f 在 $\mathbb{R}$ 上连续可导，L 是从点 $A(3,\frac{2}{3})$ 到点 $B(1,2)$ 的直线段. 证明曲线积分

$$\int_L \frac{1+y^2f(xy)}{y}\mathrm{d}x+\frac{x}{y^2}[y^2f(xy)-1]\mathrm{d}y$$

在上半平面 $G=\{(x,y)\,|\,x,y\in\mathbb{R}, y>0\}$ 上与路径无关，并求其值.

七、证明题（4 分）：证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\int_0^{\frac{\pi}{n}}\frac{\sin x}{1+x}\mathrm{d}x$ 收敛.

$\sin x \sim x$ $\qquad \int_0^{\frac{\pi}{n}} x\,dx$

$0<\frac{\sin}{1+x}<\frac{x}{1+x}<x$ $\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi^2}{2n^2}$ 收敛

收敛.