

# 桂林电子科技大学试卷

2020-2021 学年第 2 学期 课程号 \_\_\_\_\_ 课号 \_\_\_\_\_

课程名称 高等数学 A11 (A 卷 闭卷) 适用班级 (或年级、专业) 2020 级

考试时间	120 分钟		班级	学号		姓名					
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	成绩
满分	18	16	24	14	12	12	4				
得分											
评卷人											

一、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

- 已知向量  $\vec{a} = (1, 1, -2)$ ,  $\vec{b} = (1, 3, 1)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 直线  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{-7} = \frac{z}{3}$  和平面  $x+y+z=0$  的关系为 (填“平行”或“垂直”)  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知函数  $z = x^2 + y^2$ , 则  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 数项级数  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2+1}$  的收敛性为 (填“收敛”或“发散”)  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2y)}{y}, & (x, y) \neq (1, 0) \\ 1, & (x, y) = (1, 0) \end{cases}$  在点  $(1, 0)$  处 (填“连续”或“间断”)  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 设光滑曲线  $L$  的弧长为  $\pi$ , 则  $\int_L 3ds = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、选择题 (每小题 4 分, 共 16 分)

- $xOz$  坐标面上的抛物线  $z^2 = x$  绕  $x$  轴旋转一周所得曲面的方程为 ( ).  
(A)  $x^2 + y^2 = z$  (B)  $y^2 + z^2 = x$  (C)  $x^2 + z^2 = y$  (D)  $y^2 + z^2 = x^2$
- 若  $f(x)$  的周期为  $2\pi$ , 在  $[-\pi, \pi]$  上  $f(x) = 2x^2$ , 则  $f(x)$  的傅里叶级数中的傅里叶系数  $a_0$  等于 ( ).  
(A)  $\frac{\pi^2}{3}$  (B)  $\frac{2\pi^2}{3}$  (C)  $\frac{4\pi^2}{3}$  (D)  $\frac{2\pi^2}{5}$
- 已知  $l$  为  $f(x) = xy^2$  在  $(1, 1)$  处增加最快的方向, 则  $f(x)$  在该点沿  $l$  的方向导数为 ( ).  
(A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C) -3 (D)  $\sqrt{5}$

- 设函数  $f(x, y)$  的定义域为有界闭域  $D$ , 点  $P_0 \in D$ , 以下说法中, 错误的是 ( ).  
(A) 若  $f$  在  $D$  上连续, 则  $f$  在  $D$  上一定有界

- 若  $f$  的两个一阶偏导数都在  $P_0$  处连续, 则  $f$  在  $P_0$  处也连续
- 若  $f$  在  $P_0$  处连续, 则它在  $P_0$  处沿任一方向的方向导数都存在
- 若  $f$  在  $D$  上连续, 则  $f$  在  $D$  上的二重积分一定存在

三、计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

- 求过点  $(1, 2, 3)$  且与两平面  $2x-z=1$  和  $3y-z=2$  都平行的直线方程.
- 已知二元函数  $z = xy + \frac{x}{y}$ , 计算偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .
- 设  $x^2 - y^2 + z^2 - 3z = 0$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

四、计算题二 (每小题 7 分, 共 14 分)

- 计算二重积分  $\iint_D (x+y)d\sigma$ , 其中积分区域  $D$  是顶点为  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  的三角形闭区域.

② 计算  $\int_L y ds$ , 其中  $L$  为曲线  $y = x^3$  上点  $(0, 0)$  到  $(1, 1)$  之间的一段弧.

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{1+9x^4} dx$$

五、计算题 (每小题 6 分, 共 12 分)

- 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} xy ds$ , 其中  $\Sigma$  为平面  $x+y+z=1$  在第一卦限中的部分.

② 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} (x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy)$ , 其中  $\Sigma$  为  $\Omega$  的表面外侧,  $\Omega$  由  $x^2 + y^2 = z$  及  $z=1$  所围成.

$$2\pi \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-z}} (x^2 + y^2) r dr dz$$

六、解答题 (每小题 6 分, 共 12 分)

- 曲线积分  $\int_L 3x^2 y dx + (x^3 + 1)y dy$  是否与路径无关? 并说明理由. 若  $L$  为一条从点  $A(0, 0)$  到点  $B(1, 1)$  的光滑曲线, 且可表示为  $y = f(x)$ , 那么该积分的值是多少?

- 将  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  展开成  $(x-1)$  的幂级数, 并求该级数的收敛域.

七、证明题 (共 4 分)

若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛, 证明  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛. 进一步, 设  $f(x)$  在点  $x=0$  的某邻域内具有连续的二阶导数, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , 证明级数  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$  收敛.

$\Rightarrow |u_n| \leq \frac{1}{n^2} \rightarrow \sum |u_n| < \infty \rightarrow \sum u_n$  收敛