

作业二

一. 有两个煤厂A,B, 每月进煤分别不少于60吨、100吨, 它们担负供应三个居民区的用煤任务, 这三个居民区每月用煤分别为45吨、75吨、40吨。A厂离这三个居民区分别为10公里、5公里、6公里, B厂离这三个居民区分别为4公里、8公里、15公里, 问这两煤厂如何分配供煤, 才能使总运输量(=货物重量×运输距离)最小?

一. 有两个煤厂A,B, 每月进煤分别不少于60吨、100吨, 它们担负供应三个居民区的用煤任务, 这三个居民区每月用煤分别为45吨、75吨、40吨。A厂离这三个居民区分别为10公里、5公里、6公里, B厂离这三个居民区分别为4公里、8公里、15公里, 问这两煤厂如何分配供煤, 才能使总运输量(=货物重量×运输距离)最小?

z_{min}

第一个居民区使用A厂 x_{a1} 吨煤, 第二个居民区使用A厂 x_{a2} 吨煤
M、此表数据, $x_{a3}, x_{b1}, x_{b2}, x_{b3}$,

$$\begin{cases} x_{a1} + x_{b1} = 45 \\ x_{a2} + x_{b2} = 75 \\ x_{a3} + x_{b3} = 40 \\ x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} \leq 60 \\ x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} \leq 100 \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

$$z_{min} = 10x_{a1} + 5x_{a2} + 6x_{a3} + 4x_{b1} + 8x_{b2} + 15x_{b3}.$$

% 三个居民区的用煤量

```
coal_demand = [45, 75, 40];
```

% 两个煤厂到三个居民区的距离

```
distance_A = [10, 5, 6]; % A厂到居民区的距离
```

```
distance_B = [4, 8, 15]; % B厂到居民区的距离
```

% 初始化每个煤厂的供煤量

```
coal_supply_A = zeros(1, 3);
```

```
coal_supply_B = zeros(1, 3);
```

% 循环计算每个煤厂到每个居民区的运输量

```
for i = 1:3
```

```
    % 计算煤厂A到居民区i的运输量
```

```
    if coal_demand(i) <= 60
```

```
        coal_supply_A(i) = coal_demand(i);
```

```
    else
```

```
        coal_supply_A(i) = 60;
```

```
    end
```

```

% 计算煤厂 B 到居民区 i 的运输量
if coal_demand(i) <= 100
    coal_supply_B(i) = coal_demand(i);
else
    coal_supply_B(i) = 100;
end
end
% 计算总运输量
total_transport_A = sum(coal_supply_A .* distance_A);
total_transport_B = sum(coal_supply_B .* distance_B);
% 输出结果
disp('煤厂 A 的供煤量: ');
disp(coal_supply_A);
disp('煤厂 B 的供煤量: ');
disp(coal_supply_B);
disp(['煤厂 A 的总运输量: ', num2str(total_transport_A)]);
disp(['煤厂 B 的总运输量: ', num2str(total_transport_B)]);
煤厂 A 的供煤量:
    45    60    40
煤厂 B 的供煤量:
    45    75    40
煤厂 A 的总运输量: 990
煤厂 B 的总运输量: 1380

```

二. 某医院每日至少需要如下数量的护士。每班护士在值班开始时向病房报到，连续工作 8 个小时。医院领导为满足每班所需要的护士数，最少需要雇用多少护士？

班次	时间	最少护士数
1	06 时 – 10 时	60
2	10 时 – 14 时	70
3	14 时 – 18 时	60
4	18 时 – 22 时	50
5	22 时 – 02 时	20
6	02 时 – 06 时	30

二. 某医院每日至少需要如下数量的护士。每班护士在值班开始时向病房报到，连续工作 8 个小时。医院领导为满足每班所需要的护士数，最少需要雇用多少护士？

班次	时间	最少护士数
1	06 时 - 10 时	60
2	10 时 - 14 时	70
3	14 时 - 18 时	60
4	18 时 - 22 时	50
5	22 时 - 02 时	20
6	02 时 - 06 时	30

z_{\min}

班次 1, 2 护士数 x_{12}

班次 2, 3 护士数 x_{23}

\vdots x_{34}

x_{45}

x_{56}

x_{61}

$z_{\min} = \min \{x_{12}, x_{23}, x_{34}, x_{45}, x_{56}, x_{61}\}$

s.t.

$x_{12} + x_{61} \geq 60$
 $x_{12} + x_{23} \geq 70$
 $x_{23} + x_{34} \geq 60$
 $x_{34} + x_{45} \geq 50$
 $x_{45} + x_{56} \geq 20$
 $x_{56} + x_{61} \geq 30$
 $x_{12}, x_{23}, \dots, x_{61} \geq 0$

% 创建线性规划问题

```
problem = optimproblem;
```

% 定义变量

```
x12 = optimvar('x12', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

```
x23 = optimvar('x23', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

```
x34 = optimvar('x34', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

```
x45 = optimvar('x45', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

```
x56 = optimvar('x56', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

```
x61 = optimvar('x61', 'LowerBound', 0, 'Type', 'integer');
```

% 添加约束

```
problem.Constraints.cons1 = x12 + x61 >= 60;
```

```
problem.Constraints.cons2 = x12 + x23 >= 70;
```

```
problem.Constraints.cons3 = x23 + x34 >= 60;
```

```
problem.Constraints.cons4 = x34 + x45 >= 50;
```

```
problem.Constraints.cons5 = x45 + x56 >= 20;
```

```
problem.Constraints.cons6 = x56 + x61 >= 30;
```

% 定义目标函数为最小化总护士数

```
problem.Objective = x12 + x23 + x34 + x45 + x56 + x61;
```

% 解决线性规划问题

```
[sol, fval, exitflag] = solve(problem);
```

% 输出结果

```
disp(['最少需要雇用的护士数: ', num2str(fval)]);
```

三. (投资问题) 某部门在今后五年内考虑给下列项目投资，已知：项目 A，从第一年到第四年每年年初需要投资，并于次年末回收本利 115%；项目 B，第三年初需要投资，到第五年末能回收本利 125%，但规定最大投资额不超过 4 万元；项目

C, 第二年初需要投资, 到第五年末能回收本利 140%, 但规定最大投资额不超过 3 万元; 项目 D, 五年内每年年初可购买公债, 于当年末归还, 并加利息 6%。该部门现有资金 10 万元, 问它应如何确定给这些项目每年的投资额, 使到第五年末拥有的资金的本利总额为最大?

1.6 某部门在今后五年内考虑给下列项目投资, 已知:

项目 A, 从第一年到第四年每年年初需要投资, 并于次年末回收本利 115%;

项目 B, 从第三年初需要投资, 到第五年末能回收本利 125%, 但规定最大投资额不超过 4 万元;

项目 C, 第二年初需要投资, 到第五年末能回收本利 140%, 但规定最大投资额不超过 3 万元;

项目 D, 五年内每年年初可购买公债, 于当年末归还, 并加利息 6%。

该部门现有资金 10 万元, 问它应如何确定给这些项目每年的投资额, 使到第五年末拥有的资金的本利总额为最大?

1.7 食品厂用三种原料生产两种糖果, 糖果的成分要求和销售价如表 1.4 所列。

	原料 A	原料 B	原料 C	价格/(元/kg)
高级巧克力	≥50%	≥25%	≤10%	24
水果糖	≤40%	≤40%	≥15%	13

设第 \$i\$ 年, 第 \$j\$ 年, 第 \$k\$ 年 ...

设 \$A\$ 投资 \$a_i\$, \$B\$ 投资 \$b_i\$, \$C\$ 投资 \$c_i\$, \$D\$ 投资 \$d_i\$

\$a_1 + b_1 + c_1 + d_1 = 10\$ ①

一: \$a_1 + d_1 = 100000\$ ②

二: \$a_2 + c_2 + d_2 = a_1 * 1.06\$ ③

三: \$a_3 + b_3 + d_3 = a_1 * 1.15 + d_2 * 1.06\$ ④

四: \$a_4 + d_4 = a_2 * 1.15 + d_3 * 1.06\$ ⑤

五: \$d_5 = a_3 * 1.15 + d_4 * 1.06\$ ⑥

目标: \$d_5 * 1.06 + a_5 * 1.15 + b_5 * 1.4 + c_5 * 1.25 = Z_{max}\$

\$b_3 \le 40000\$ ⑦

\$c_2 \le 30000\$ ⑧

% 初始资金

```
initial_funds = 100000;
```

% 项目 A 每年初投资额, 初始值为 0

```
investment_A = zeros(4, 1);
```

% 项目 B、C 的投资额限制

```
investment_limit_B = 40000;
```

```
investment_limit_C = 30000;
```

% 每年末总资金

```
total_funds = zeros(5, 1);
```

% 循环计算每年的投资额

```
for year = 1:5
```

% 计算年末资金

```
if year == 1
```

```
total_funds(year) = initial_funds;
```

```
else
```

% 项目 A 的投资额及回收金额

```
if year <= 4
```

```
investment_A(year-1) = total_funds(year-1) / 115;
```

```
total_funds(year) = total_funds(year-1) - investment_A(year-1);
```

```
else
```

```
total_funds(year) = total_funds(year-1) + investment_A(year-4)
```

```
* 1.15;
```

```
end
```

% 项目 B、C 的投资额

```
if year == 3
```

```
investment_B = min(total_funds(year) / 1.25,
```

```
investment_limit_B);
```

```
total_funds(year) = total_funds(year) - investment_B;
```

```
end
```

```
if year == 2
```

```
investment_C = min(total_funds(year) / 1.4,
```

```

investment_limit_C);
    total_funds(year) = total_funds(year) - investment_C;
end
% 项目 D 的购买公债
total_funds(year) = total_funds(year) * 1.06;
end
end
% 输出每年的投资额
disp('项目 A 每年初投资额: ');
disp(investment_A);
disp('项目 B 第三年初投资额: ');
disp(investment_B);
disp('项目 C 第二年初投资额: ');
disp(investment_C);
项目 A 每年初投资额:
    869.5652
    637.2023
    300.8654
         0
项目 B 第三年初投资额:
    40000
项目 C 第二年初投资额:
    30000

```

四. 一艘货船, 有效载重量为 24 吨, 可运输货物重量及运费收入如下表所示, 现货物 2、4 中优先运 2, 货物 1、5 不能混装, 若装货 6 则必须装货 3, 货物 2、4、6 中最多装两件, 试建立运费收入最多的运输方案。

货物	1	2	3	4	5	6
重量 (吨)	5	9	8	7	10	13
收入 (万元)	1	4	4	3	5	6

四. 一艘货船, 有效载重量为 24 吨, 可运输货物重量及运费收入如下表所示, 现货物 2、4 中优先运 2, 货物 1、5 不能混装, 若装货 6 则必须装货 3, 货物 2、4、6 中最多装两件, 试建立运费收入最多的运输方案。

货物	1	2	3	4	5	6
重量 (吨)	5	9	8	7	10	13
收入 (万元)	1	4	4	3	5	6

$Z_{max} = x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 6x_6$

$x_i, i=1 \sim 6$
 $x_i \in \{0, 1\}$ 选中
 $x_i = 0$ 不选中

$s.t. \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 7x_4 + 10x_5 + 13x_6 = 24 \\ x_1 + x_5 \leq 1 \\ x_6 \leq x_3 \\ x_4 \leq x_2 \\ x_2 + x_4 + x_6 \leq 2 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$

```
% 货物重量
weights = [5; 9; 8; 7; 10; 13];
% 货物收入
revenue = [1; 4; 4; 3; 5; 6];
% 有效载重量
capacity = 24;
% 构建整数线性规划模型
f = -revenue;
A = weights';
b = capacity;
intcon = 1:6;
% 求解整数线性规划
[x, fval, exitflag] = intlinprog(f, intcon, A, b);
% 输出结果
if exitflag > 0
    disp('运输方案: ');
    for i = 1:length(weights)
        if x(i) > 0
            fprintf('装载货物%d: %d 件\n', i, x(i));
        end
    end
    fprintf('最大收入: %d 万元\n', -fval);
else
    disp('未找到可行解。');
end
```