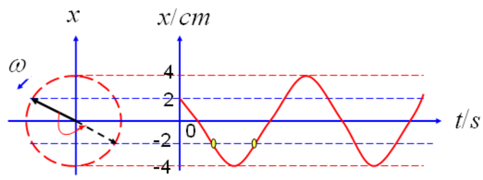
一、振动和波动

例题1　一质点沿x轴作简谐振动，振动方程为$x=4\times10^{-2}\cos(2\pi t+\frac{1}{3}\pi)(SI)$.

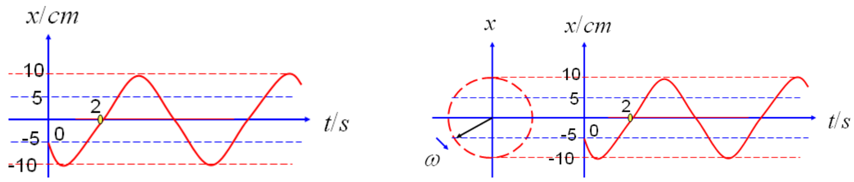
从$t=0$时刻起，到质点位置在$x=-2cm$处，且向X轴正方向运动的最短时间间隔为

(A) $\frac{1}{8}s$　(B) $\frac{1}{6}s$　(C) $\frac{1}{4}s$　(D) $\frac{1}{3}s$　(E) $\frac{1}{2}s$

解：公式$\Rightarrow$ $\varphi=\frac{\pi}{3}$；$\omega=2\pi$　题意$\Rightarrow$ $\omega t=\pi$ $\Rightarrow$ $2\pi t=\pi$ $\Rightarrow$ $t=\frac{1}{2}s$ $\Rightarrow$(E)



例题2 一简谐振动的振动曲线如图所示．求振动方程．

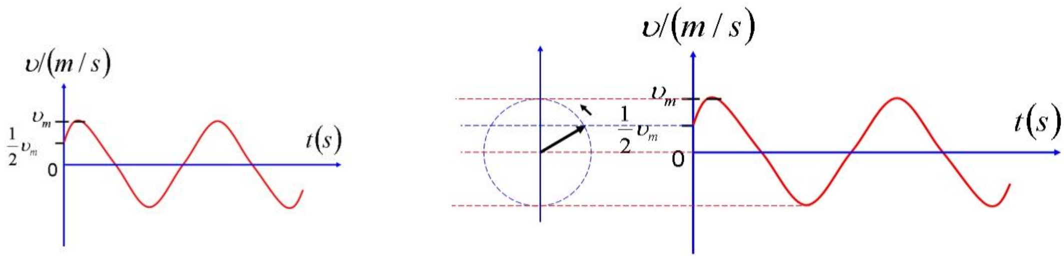


解：由图$\Rightarrow$ $A=0.1m$；$t=2s$　由图$\Rightarrow$ 旋转矢量 $\Rightarrow$ $\varphi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$

旋转矢量 $\Rightarrow$ $\omega t=\frac{5\pi}{6}$ $\Rightarrow$ $\omega=\frac{5\pi}{12}$ $\Rightarrow$ $x=A\cos(\omega t+\varphi)=0.1\cos\left(\frac{5\pi}{12}t+\frac{2\pi}{3}\right)(SI)$

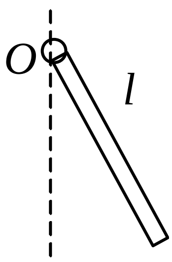
例题3 一质点作简谐振动．其运动速度与时间的曲线如图所示．若质点的振动规律用余弦函数描述，则其初相应为

(A)　π/6.　(B)　5π/6.　(C) −5π/6.　(D)　−π/6.　(E)　−2π/3.



答案：(C) −5π/6

$x=A\cos(\omega t+\varphi)$；$\upsilon=\upsilon_m\cos(\omega t+\varphi')$　$\varphi'=-\frac{\pi}{3}=\varphi+\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\varphi=-\frac{5}{6}\pi$



例题4 一长为l的均匀细棒悬于通过其一端的光滑水平固定轴上，（如图所示），作成一复摆．已知细棒绕通过其一端的轴的转动惯量$J=\frac{1}{3}ml^2$，此摆作微小振动的周期为

A $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$；B $2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$；C √ $2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$；D $\pi\sqrt{\frac{l}{3g}}$；

P31 、8—9

解：（1）由振动方程$x=0.60\sin(5t-\frac{\pi}{2})$知：$A=0.6m,\omega=5(rad/s)$

故振动周期：$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2}{5}\pi=1.256(s)\approx1.26(s)$

(2) t=0 时，由振动方程得：$x_0 = -0.60\text{m}$
$\upsilon_0 = \frac{dx}{dt}|_{t=0} = 3.0\cos(5t - \frac{\pi}{2}) = 0$

(3) 由旋转矢量法知，此时的位相：$\varphi = -\frac{\pi}{3}$

速度 $\upsilon = -A\omega\sin\varphi = -0.60\times5\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})\text{m/s} = 2.6(\text{m/s})$

加速度 $a = -A\omega^2\cos\varphi = -0.60\times5^2\times\frac{1}{2}\text{m}/s^2 = -7.5(\text{m}/s^2)$

所受力 $F = ma = 0.2\times(-7.5)\text{N} = -1.5(\text{N})$

（4）设质点在 x 处的动能与势能相等，由于简谐振动能量守恒，即：$E_k + E_p = E = \frac{1}{2}kA^2$

故有： $E_k = E_p = \frac{1}{2}E = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}kA^2)$ 即 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}kA^2$ 得： $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A = \pm0.42(\text{m})$

作业：

1、利用旋转矢量绘制合振动的轨迹图形，已知两个简谐振动的方程 $x = A_1\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ ； $y = A_2\cos(\omega t + \pi)$ 且 $A_1 = 2A_2$

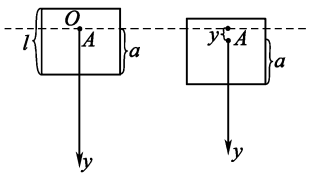
第三十讲：§8.1 简谐振动

8-1 解：取固定坐标 xOy，坐标原点 O 在水面上（图题所示）

设货轮静止不动时，货轮上的 A 点恰在水面上，则浮力为 $S\rho ga$.这时 $Mg = s\rho ga$

往下沉一点时，合力 $F = Mg - s\rho g(a+y)$ $= -s\rho gy$.

又 $F = Ma = M\frac{\mathrm{d}y^2}{\mathrm{d}t^2}$ 故 $M\frac{\mathrm{d}y^2}{\mathrm{d}t^2} + s\rho gy = 0$ $\frac{dy^2}{dt^2} + \frac{s\rho g}{M}y = 0$



故作简谐振动 $\omega^2 = {s\rho g}/{M}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{s\rho g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^4\times10^3}{2\times10^3\times10^3\times9.8}} = 6.35(s)$

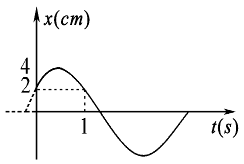
习题 8-1 图

8-3 解：简谐振动的振动表达式：$x = A\cos(\omega t + \varphi)$

由题图可知，$A = 4\times10^{-2}\,\text{m}$,当 t=0 时，将 $x = 2\times10^{-2}\,\text{m}$ 代入简谐振动表达式，得：$\cos\varphi = \frac{1}{2}$

由 $\upsilon = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$， 当 t=0 时，$\upsilon = -\omega A\sin\varphi$

由图可知：υ >0,即 $\sin\varphi < 0$， 故由 $\cos\varphi = \frac{1}{2}$， 取 $\varphi = -\frac{\pi}{3}$



又因:t=1s 时， $x = 2\times10^{-2}m,$ 将其入代简谐振动表达式，得：

$2 = 4\cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right)$， $\cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

习 题 8-3

由 t=1s 时，$\upsilon = -\omega A\sin\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right) \prec 0$ 知：$\sin\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right) > 0$，取 $\omega - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$，

即 $\omega = \frac{2\pi}{3}s$ 质点作简谐振动的振动表达式为：$x = 4\times10^{-2}\cos\left(\frac{2}{3}\pi t - \frac{\pi}{3}\right)m$

练习题1. 一物体同时参与两个同方向的简谐振动：$x_1 = 0.04\cos(2\pi t + \frac{1}{2}\pi)(SI)$ ， $x_2 = 0.03\cos(2\pi t + \pi)(SI)$

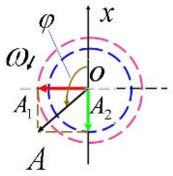
求此物体的振动方程.

解：设合成运动（简谐振动）的振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \phi)$ 则 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1)$ ①

以 $A_1 = 4$ cm，$A_2 = 3$ cm，$\phi_2 - \phi_1 = \pi - \frac{1}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$ 代入①式， 得 $A = \sqrt{4^2 + 3^2}\text{cm} = 5cm$ 2分

又 $\phi=\mathrm{arctg}\dfrac{A_1\sin\phi_1+A_2\sin\phi_2}{A_1\cos\phi_1+A_2\cos\phi_2}\approx127^\circ\approx2.22rad$ ② 2分

∴ $x=0.05\cos(2\pi t+2.22)(SI)$ 1分



练习题2. 两个同方向简谐振动的振动方程分别为

$x_1=5\times10^{-2}\cos(10t+\frac{3}{4}\pi)(\mathrm{SI})$； $x_2=6\times10^{-2}\cos(10t+\frac{1}{4}\pi)(\mathrm{SI})$

求合振动方程.

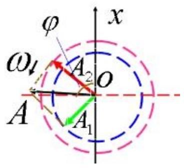
解：依合振动的振幅及初相公式可得

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\phi}$$

$$=\sqrt{5^2+6^2+2\times5\times6\times\cos(\frac{3}{4}\pi-\frac{1}{4}\pi)}\times10^{-2}=7.81\times10^{-2}m$$

$$\phi=\mathrm{arctg}\frac{5\sin(3\pi/4)+6\sin(\pi/4)}{5\cos(3\pi/4)+6\cos(\pi/4)}=84.8^\circ=1.48rad$$ 2分

则所求的合成振动方程为 $x=7.81\times10^{-2}\cos(10t+1.48)(\mathrm{SI})$ 1分



练习题3. 两个同方向 动的振动方程分别为

$x_1=4\times10^{-2}\cos2\pi(t+\frac{1}{8})$ (SI)， $x_2=3\times10^{-2}\cos2\pi(t+\frac{1}{4})$ (SI)

求合振动方程.

解：由题意 $x_1=4\times10^{-2}\cos(2\pi t+\frac{\pi}{4})$ (SI) $x_2=3\times10^{-2}\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})$ (SI)

按合成振动公式代入已知量，可得合振幅及初相为

$A=\sqrt{4^2+3^2+24\cos(\pi/2-\pi/4)}\times10^{-2}=6.48\times10^{-2}m$， $\phi=\mathrm{arctg}\dfrac{4\sin(\pi/4)+3\sin(\pi/2)}{4\cos(\pi/4)+3\cos(\pi/2)}=1.12rad$

合振动方程为 $x=6.48\times10^{-2}\cos(2\pi t+1.12)$ (SI)

练习题4. 一质点同时参与两个同方向的简谐振动，其振动方程分别为

$x_1=5\times10^{-2}\cos(4t+\pi/3)$ (SI)， $x_2=3\times10^{-2}\sin(4t-\pi/6)$ (SI)

画出两振动的旋转矢量图，并求合振动的振动方程.

解： $x_2=3\times10^{-2}\sin(4t-\pi/6)$

$=3\times10^{-2}\cos(4t-\pi/6-\pi/2)$

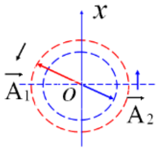
$=3\times10^{-2}\cos(4t-2\pi/3)$.

作两振动的旋转矢量图，如图所示. 图2分

由图得：合振动的振幅和初相分别为

$A=(5-3)\mathrm{cm}=2\ \mathrm{cm}$，$\phi=\pi/3$ 2分

合振动方程为 $x=2\times10^{-2}\cos(4t+\pi/3)$ (SI) 1分



8-16 解：设两质点的振动表达式分别为：$x_1 = A\cos(\omega t+\varphi_1)$

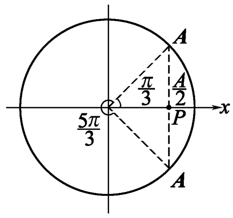
$x_2 = A\cos(\omega t+\varphi_2)$

由图题可知，一质点在$x_1=\frac{A}{2}$处时对应的相位为：$\omega t+\varphi_1=\arccos\frac{A/2}{A}=\frac{\pi}{3}$

同理：另一质点在相遇处时，对应的相位为：$\omega t+\varphi_2=\arccos\frac{A/2}{A}=\frac{5\pi}{3}$

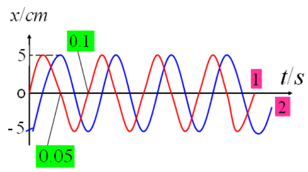
故相位差$\Delta\varphi=(\omega t+\varphi_2)-(\omega t+\varphi_1)=\varphi_2-\varphi_1=\frac{5\pi}{3}-\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi$

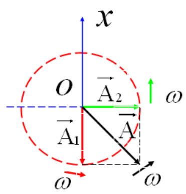
若υ_1与υ_2的方向与上述情况相反，故用同样的方法，可得：$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{3})=\frac{2}{3}\pi$



习题 8-16 图

8-17 解：由 8-17 图（P33)所示曲线可以看出，两个简谐振动的振幅相同，即$A_1=A_2=0.05\text{m}$,周期均匀$T=0.1\text{s}$，因而圆频率为：$\omega=\frac{2\pi}{T}=20\pi$





由 x-t 曲线可知，简谐振动 1 在 t=0 时，$x_{10}=0$,且$\upsilon_{10}>0$，故可求得振动 1 的初位相$\varphi_{10}=\frac{3}{2}\pi$. 同样，简谐振动 2 在 t=0 时，$x_{20}=-0.05m,\upsilon_{20}=0,\text{可知}\varphi_{20}=\pi$

故简谐振动 1、2 的振动表达式分别为：$x_1=0.05\cos(20\pi t+\frac{3}{2}\pi)$

$x_2=0.05\cos(20\pi t+\pi)m$

因此，合振动的振幅和初相位分别为：$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_{20}-\varphi_{10})}=5\sqrt{2}\times10^{-2}m$

$\varphi_0=\arctan\frac{A_1\sin\varphi_{10}+A_2\sin\varphi_{20}}{A_1\cos\varphi_{10}+A_2\cos\varphi_{20}}=\arctan 1=\frac{\pi}{4}$或$\frac{5}{4}\pi$

但由 x-t 曲线知，t=0 时，$x=x_1+x_2=-0.05,\text{因此}\varphi\text{应取}\frac{5}{4}\pi$.，故合振动的振动表达式：$x=5\sqrt{2}\times10^{-2}\cos(20\pi t+\frac{5}{4}\pi)m$

二、波动例题1. 机械波的表达式为$y = 0.03\cos6\pi(t + 0.01x)$ (SI) ，则

(A) 其振幅为3 m. (B) 其周期为$\frac{1}{3}$s (C) 其波速为10 m/s. (D) 波沿x轴正向传播.

答案：$\omega=\frac{2\pi}{T}=6\pi$ $\Rightarrow$ $T=\frac{1}{3}s$ $\Rightarrow$ （B） $A=3mm$ ；波沿 x 轴负向传播；$u=100m/s$

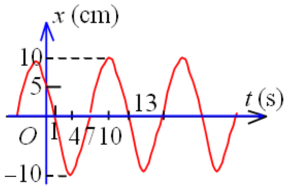
例题2：若一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(Bt-Cx)$，式中A、B、C为正值常量，则

(A) 波速为C. (B)周期为1/B. (C) 波长为 2π /C. (D) 角频率为2π /B.

答案：

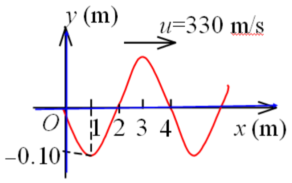
(A) 波速为$u=\frac{\omega}{C}$ ；(B) 周期$T=\frac{2\pi}{B}$ ；(C) 波长为$\lambda=\frac{2\pi}{C}$ ；(D)角频率为$\omega=Cu$ (B)

例题 3：一简谐振动用余弦函数表示，其振动曲线如图所示，则此简谐振动的三个特征量为： A =_________；ω =_____________；φ =_______________.



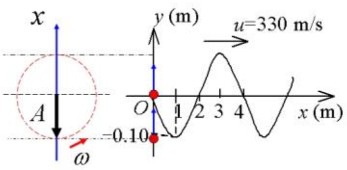
答案：$A = 0.1m$ ；$T = 12s$ ；$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{6} rad/s$ ；$\phi = \frac{\pi}{3}$

例题 4. 图为 $t = T/4$ 时一平面简谐波的波形曲线，则其波的表达式为____.



答案：$A = 0.1m$ ；$\lambda = 4m$ ；$u = 330m/s$ $\Rightarrow$ $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi u}{\lambda} = 165\pi rad/s$

由 $t = T/4$ 时刻的波形图 $\Rightarrow$ t=0 时刻的波形图，利用旋转矢量法求 φ，在利用三步法求出波函数。



注意：旋转矢量仅与振动图像对应，与波形图无关。

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right] \Rightarrow y = 0.10\cos\left[165\pi\left(t - \frac{x}{330}\right) \mp \pi\right]$$

例题5：在简谐波的一条射线上，相距0.2 m两点的振动相位差为π /6．又知振动周期为0.4 s，则波长为_______，波速为_________.

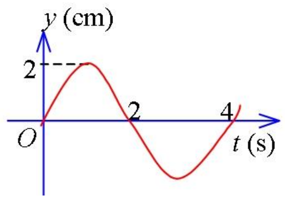
答案：已知：$\Delta x = 0.2m$ ；$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$；$T = 0.4s$

解：$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ $\Rightarrow$ $\lambda = \frac{2\pi}{\Delta\varphi}\Delta x = 2.4m$ $\Rightarrow$ $u = \frac{\lambda}{T} = 6m/s$

例题6：一列平面简谐波在媒质中以波速u = 5 m/s沿x轴正向传播，原点O处质元的振动曲线如图所示.

(1) 求解并画出x = 25 m处质元的振动曲线.

(2) 求解并画出t = 3 s时的波形曲线.



已知：$A = 0.02m$ ；$T = 4s$ ；$u = 5m/s$ ；$\Rightarrow$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ；$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} rad/s$

解：(1) 求解并画出 x = 25 m 处质元的振动曲线

设：O 点的振动方程：$y_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$ $\Rightarrow$ P 点的振动方程：$y_P = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$

$$\xrightarrow{x=25m} y_P = 0.02\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t - \frac{25}{5}\right) - \frac{\pi}{2}\right] = 0.02\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right)$$

(2) 求解并画出$t = 3$ s时的波形曲线

$y_P = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ $\Rightarrow$ $y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ $\Rightarrow$ $y = 0.02\cos\left(\pi-\frac{\pi x}{10}\right)$

例题7：一振幅为 10 cm，波长为200 cm的一维余弦波．沿x轴正向传播，波速为 100 cm/s，在$t = 0$时原点处质点在平衡位置向正位移方向运动．求：

(1) 原点处质点的振动方程．

(2) 在 $x = 150$ cm 处质点的振动方程．

已知：$A=0.1m$ ；$\lambda=2m$ ；$u=1m/s$ ；$\varphi=-\frac{\pi}{2}$或$\frac{3\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\omega=2\pi\nu=2\pi\frac{u}{\lambda}=\pi rad/s$

解：(1) 原点处质点的振动方程$y_0=A\cos(\omega t+\varphi)$ $\Rightarrow$ $y_0=0.1\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

(2) 在 $x = 150$ cm=1.5m 处质点的振动方程$y_P=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ $\Rightarrow$ $y=0.1\cos\left(\pi t-\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\right)=0.1\cos\pi t$

例题8：某质点作简谐振动，周期为2 s，振幅为0.06 m，$t = 0$ 时刻，质点恰好处在负向最大位移处，求：

(1) 该质点的振动方程；

(2) 此振动以波速$u = 2$ m/s沿x轴正方向传播时，形成的一维简谐波的波动表达式，（以该质点的平衡位置为坐标原点）；

(3) 该波的波长．

已知：$T=2s$ ；$A=0.06m$ ；$\varphi=\pm\pi$ $\Rightarrow$ $\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi rad/s$

解：(1) 该质点的振动方程$y=A\cos(\omega t+\varphi)$ $\Rightarrow$ $y=0.06\cos(\pi t\mp\pi)$

(2)以波速 $u = 2$ m/s 沿 x 轴正方向传播时的波动表达式$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\mp\pi\right]$ $\Rightarrow$ $y=0.06\cos\left[\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)\mp\pi\right]$

(3) 该波的波长 $\lambda=uT=4m$

9-11 解

（1）因合成波方程为：$y=y_1+y_2$

$$\begin{aligned}&=[0.06\cos\pi(x-4t)+0.06\cos\pi(x+4t)]m\\&=2\times0.06\cos\frac{\pi(x-4t)+\pi(x+4t)}{2}\times\cos\frac{\pi(x-4t)-\pi(x+4t)}{2}m\\&=0.12\cos\pi x\times\cos4\pi tm\end{aligned}$$

故细绳上的振动为驻波式振动。

(2) 由$\cos\pi x=0$得：$\pi x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ 故波节位置为：$x=\frac{1}{2}(2k+1)(m) \quad (k=0,\pm1,\pm2\cdots)$

由$|\cos\pi x|=1$得：$\pi x=k\pi$ 故波腹位置 $x=k(m) \quad (k=0,\pm1,\pm2\cdots)$

(3) 由合成波方程可知，波腹处振幅为：$A=0.12$m

在 x=1.2m 处的振幅为：$A_x=|0.12\cos1.2\pi|m=0.097$

9-12 (1) $y_入=A\cos\left[10\pi(t-\frac{x}{40})+\frac{\pi}{2}\right]=A\cos(10\pi t-\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{2})$

$y_反=A\cos\left[10\pi(t-\frac{28-x}{40})+\frac{\pi}{2}-\pi\right]=A\cos\left[10\pi(t-\frac{28-x}{40})-\frac{\pi}{2}\right]=A\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4}x-\frac{3\pi}{2})$

(2) 驻波方程

$$y=y_入+y_反=A\cos(10\pi t-\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{2})+A\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4}x-\frac{3}{2}\pi)=2A\cos(10\pi t-\frac{\pi}{2})\cos(\pi-\frac{\pi}{4}x)$$

$$=2A\cos(\pi-\frac{\pi}{4}x)\sin10\pi t=-2A\cos\frac{\pi}{4}x\sin10\pi t$$

(3) 波节$\cos\frac{\pi}{4}x=0 \quad \frac{\pi}{4}x=\frac{2k+1}{2}\pi\Rightarrow x-2(2k+1)=4k+2$ 波腹$\left|\cos\frac{\pi}{4}x\right|=1 \quad \frac{\pi}{4}x=k\pi \quad x=4k$

∴ 波节：x=2,6,10,14 ； 波腹：x=0,4,8,12

例题 1：一广播电台的平均辐射功率为 20Kw,假定辐射的能量均匀分布在以电台为球心的球面上，那么，距离电台 10Km 处电磁波的平均强度为多少？

$I=\frac{\bar{P}}{\Delta S}=\frac{\bar{P}}{4\pi r^2}=\frac{20\times10^3}{4\pi\times(10\times10^3)^2}=1.59\times10^{-5}W\cdot m^2$ (P72 9-17)

解：（1）波源远离观察者运动，故 υ_s 应取负值，观察者听到的声音频率为：$\nu'=\frac{u}{u-\upsilon_s}\nu=\frac{340}{340+10}\times100\text{Hz}=971.4\text{Hz}$

(2) 波源向着悬崖运动，υ_S 应取正值，从悬崖反射的声音频率为：

（3）拍频 $\nu''=\frac{u}{u-\upsilon_s}\nu=\frac{340}{340-10}\times100\text{Hz}=1030.3\text{Hz}$ $\Delta\nu=\nu''-\nu'(1030.3-971.4)\text{Hz}=58.9\text{Hz}$

现论上应有 58.9 拍，但因为强弱相差太悬殊，事实上可能听不出拍频。

二、光学

习题1：在双缝干涉实验中，波长λ＝550 nm的单色平行光垂直入射到缝间距d＝2×10^{-4} m的双缝上，屏到双缝的距离D＝2 m．求：

(1) 中央明纹两侧的两条第10级明纹中心的间距；

(2) 用一厚度为e＝6.6×10^{-6} m、折射率为n＝1.58的玻璃片覆盖一缝后，零级明纹将移到原来的第几级明纹处？(1 nm = 10^{-9} m)

解：(1)　Δx＝20 $D\lambda$ / d　　2分

＝0.11 m　　2分

(2) 覆盖云玻璃后，零级明纹应满足　$\delta=0\ \Rightarrow$ $(n-1)e+r_1=r_2$　　2分

设不盖玻璃片时，此点为第k级明纹，则应有：$r_2-r_1=k\lambda$　　2分

所以　$(n-1)e=k\lambda$　　$k=(n-1)\,e\,/\,\lambda$＝6.96≈7　　零级明纹移到原第7级明纹处 。　　2分

习题2：在双缝干涉实验中，双缝与屏间的距离D＝1.2 m，双缝间距d＝0. 45 mm，若测得屏上干涉条纹相邻明条纹间距为1.5 mm，求光源发出的单色光的波长λ．

解：根据公式　x＝ $k\lambda D\,/\,d$　相邻条纹间距　Δx＝$D\lambda\,/\,d$　则　λ＝$d\Delta x\,/\,D$＝562.5 nm．

作业：P131　10—1；10—2

10-1　（1）由 $x=k\frac{D}{d}\lambda$ 得：$\lambda=\frac{xd}{kD}=\frac{6\times10^{-3}\times0.2\times10^{-3}}{2\times1.0}=6\times10^{-7}\text{m}=6000\overset{\circ}{A}$

（2）　$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=\frac{6\times10^{-7}}{0.2\times10^{-3}}=3\times10^{-3}=3(\text{mm})$

10-2　若在下缝处置一折射率为 n 厚度为 t 的透明薄膜，则光从下缝到屏上的光程将增加$(n-1)t$，屏上的条纹均要向下移动。依题意中央明条纹多到屏中心下方原来第 3 级明条纹位置，则从双缝到该位置的光程差

$$\delta=[r_2+(n-1)t]-r_1=(r_2-r_1)+(n-1)t\ =-3\lambda+(n-1)t=0$$

故　$t=\frac{3\lambda}{n-1}=\frac{3\times6.328\times10^{-7}}{1.6-1}=3.16\times10^{6}\text{m}\approx3.2\mu\text{m}$

例题 1．在康普顿散射实验中，波长 $\lambda_0=0.1nm$ 的 X 射线在碳块上散射，我们从与入射的 X 射线束成 $90°$ 方向去研究散射

（1） 求这个方向的波长改变量 $\Delta\lambda$；

（2） 反冲电子获得的能量有多大。

解：（1）由康普顿散射公式，有

$$\Delta\lambda=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}=2\times2.426\times10^{-12}\times\sin^2\frac{\pi}{4}$$

$$=2.43\times10^{-3}nm$$

（2）根据碰撞过程中能量守恒，有

$$\frac{hc}{\lambda_0}+m_0c^2=\frac{hc}{\lambda}+mc^2$$

所以反冲电子获得的能量为

$$E_k=mc^2-m_0c^2=\frac{hc}{\lambda_0}-\frac{hc}{\lambda_0+\Delta\lambda}=295eV$$

例题 2．在康普顿散射中，入射光子的波长为 $0.003nm$，反冲电子的速度为光速的 60%，求散射光子的波长及散射角。

解：根据碰撞中能量守恒，有

$$\frac{hc}{\lambda_0}+m_0c^2=\frac{hc}{\lambda}+mc^2$$

又由于反冲电子的质量为

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

联立两式，可求得

$$\lambda=0.0043nm$$

由康普顿散射公式，有

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}$$

解得： $\theta=62.3°$

习题1：在康普顿效应实验中，若散射光波长是入射光波长的 1.2倍，则散射光光子能量ε与反冲电子动能E_K之比ε/E_K为

(A) 2.　　(B) 3.　　(C) 4.　　(D) √ 5.

习题2：具有下列哪一能量的光子，能被处在$n=2$的能级的氢原子吸收?

(A) 1.51 eV.　　(B) √ 1.89 eV.　　(C) 2.16 eV.　　(D) 2.40 eV.

习题3：玻尔的氢原子理论的三个基本假设是：

(1)______________________________,

(2)______________________________,

(3)______________________________.

答案：量子化定态假设　1分量子化跃迁的频率法则　$\nu_{kn}=|E_n-E_k|/h$ 角动量量子化假设　$L=nh/2\pi$　n=1，2，3，……

习题 4：氢原子中电子从 $n=3$ 的激发态被电离出去，需要的能量为________eV.

答案：1.51　　3 分

习题1：　一束平行单色光垂直入射在光栅上，当光栅常数$(a+b)$为下列哪种情况时(a代表每条缝的宽度)，k=3、6、9 等级次的主极大均不出现?

(A) $a+b=2a$.　　(B) √ $a+b=3a$.　　(C) $a+b=4a$.　　(A) $a+b=6a$.

习题2：在光栅光谱中，假如所有偶数级次的主极大都恰好在单缝衍射的暗纹方向上，因而实际上不出现，那么此光栅每个透光缝宽度a和相邻两缝间不透光部分宽度b的关系为

(A) a=0. 5b.　　(B) √a=b.　　(C) a=2b.　　(D) a=3 b.

习题 4：已知入射的 X 射线束含有从$0.095\sim0.13nm$这个范围内的各种波长，晶体晶格常数为$0.275nm$，当 X 射线以 45°角入射到晶体时，问对哪些波长的 X 射线能产生强反射?

解：由布拉格公式 $2d\sin\varphi=k\lambda$ 得 $\lambda=\frac{2d\sin\varphi}{k}=\frac{2\times2.75\times\sqrt{2}/2}{k}=\frac{3.89\mathring{A}}{k}$

当 $k=1,\lambda=3.89\mathring{A};k=2,\lambda_2=1.94\mathring{A}$;

当 $k=3,\lambda_3=1.3\mathring{A};k=4,\lambda_4=0.97\mathring{A}$;

所以只有 λ 为 1.30 $\mathring{A}$ 和 0.97 $\mathring{A}$ 的谱线在 x 射线波长范围内，能产生强反射.

课堂习题1：在双缝干涉实验中，波长λ=550 nm的单色平行光垂直入射到缝间距$d=2\times10^{-4}$ m的双缝上，屏到双缝的距离为D=2 m．求：(1) 中央明纹两侧的两条第10级明纹中心的间距；　(2) 用一厚度为$e=6.6\times10^{-6}$m、折射率为n=1.58的玻璃片覆盖一缝后，零级明纹将移到原来的第几级明纹处? (1 nm = 10^{-9} m)

解：(1) $\Delta x=20D\lambda/d$　=0.11 m　　4分(2) 覆盖云玻璃后，零级明纹应满足 $\delta=0$ $\Rightarrow$ $(n-1)e+r_1=r_2$　　2分

设不盖玻璃片时，此点为第k级明纹，则应有　$r_2-r_1=k\lambda$　　2分

所以　$(n-1)e=k\lambda$　$k=(n-1)e/\lambda=6.96\approx7$　　故 零级明纹移到原第7级明纹处。

习题2：在双缝干涉实验中，双缝与屏间的距离D=1.2 m，双缝间距d=0. 45 mm，若测得屏上干涉条纹相邻明条纹间距为1.5 mm，求光源发出的单色光的波长λ.

解：根据公式　$x=k\lambda D/d$　相邻条纹间距　$\Delta x=D\lambda/$ 则　　$\lambda=d\Delta x/D$　=562.5 nm.

P13110-1

已知：$d=0.20mm=0.2\times10^3m$；$D=1.0m$；　$\Delta x_2=6.0mm=6.0\times10^{-3}m$

$x_{明}=\pm k\frac{D}{d}\lambda$　$k=0,1,2,3,\cdots$；$\Delta x=x_{k+1}-x_k=\frac{D}{d}\lambda$

求：(1) $\lambda=?$；(2) $\Delta x=?$

解：　(1) 由 $x_{明}=\pm k\frac{D}{d}\lambda$ $\Rightarrow$ 第二级明纹$k=2$ 第二级明纹中心线到中心的距离为$\Delta x_2=x_2-x_0=\frac{2D\lambda}{d}$

$\Rightarrow$ $\lambda = \frac{\Delta x_2 d}{2D} = \frac{6\times10^{-3}\times0.2\times10^{-3}}{2\times1.0} = 6\times10^{-7}\text{m} = 6000\,\mathring{A}$

（2） $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda$ $\Rightarrow$ $\Delta x = \frac{D}{d}\lambda = \frac{1.0\times6\times10^{-7}}{0.2\times10^{-3}} = 3\times10^{-3} = 3(\text{mm})$

10-2 解：若在下缝处置一折射率为 ***n*** 厚度为 ***t*** 的透明薄膜，则光从下缝到屏上的光程将增加**(*n*-1)*t***，屏上的条纹均要向下移动。依题意中央明条纹多到屏中心下方原来第 **3** 级明条纹位置，则从双缝到该位置的光程差

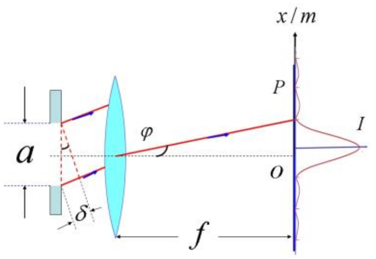
$$\delta = [r_2 + (n-1)t] - r_1 = (r_2 - r_1) + (n-1)t = -3\lambda + (n-1)t = 0$$

故 $t = \frac{3\lambda}{n-1} = \frac{3\times6.328\times10^{-7}}{1.6-1} = 3.16\times10^{6}\,\text{m} \approx 3.2\mu\text{m}$

§10.4.1 光的衍射现象及分类

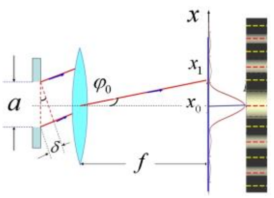
习题1：在夫琅禾费单缝衍射实验中，对于给定的入射单色光，当缝宽度变小时，除中央亮纹的中心位置不变外，各级衍射条纹

(A) 对应的衍射角变小. **(B)** √ 对应的衍射角变大. **(C)** 对应的衍射角也不变. **(D)** 光强也不变.



单缝衍射极小值的公式：$a\sin\varphi = \pm k\lambda$ $\Rightarrow$ $a\downarrow \sin\varphi\uparrow = \pm k\lambda = \text{恒量}$

习题 2：单缝宽 $a = 0.10mm$，透镜焦距为 $f = 50cm$，用 $\lambda = 500nm$ 的钠光垂直照射单缝，求位于透镜焦平面处的屏幕上中央明条纹的宽度和半角宽度各为多少？若把此装置侵入水中（$n = 1.33$），中央明条纹的半角宽度又是多少？



解：∵衍射角 φ_0 很小，有 $\varphi_0 \approx \sin\varphi_0 \approx \tan\varphi_0$ ∴中央明条纹的半角宽度：$\varphi_0 = \frac{\lambda}{a} = \frac{5\times10^{-7}}{0.1\times10^{-3}} = 5\times10^{-3}\text{rad}$

（$a\sin\varphi = \pm k\lambda$ 当 $k = 1$ $a\sin\varphi_0 \approx a\varphi_0 = \lambda$）

中央明条纹的宽度（线宽度）

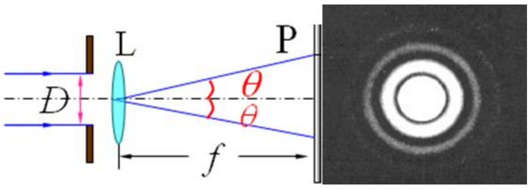
$$\Delta x = 2(x_1 - x_0) = 2x_1 = 2f\tan\varphi_0 \approx 2f\frac{\lambda}{a} = 5\times10^{-3}m = 5mm$$

若单缝装置浸入水中，中央明条纹的半角宽度

$\varphi_0 = \frac{\lambda}{a}$ $\Rightarrow$ $\varphi_0 = \frac{\lambda}{na} = \frac{5\times10^{-7}}{1.33\times0.1\times10^{-3}} = 3.76\times10^{-3}\text{rad}$

§10.4.4 圆孔夫琅禾费衍射

习题 1：在夫琅禾费圆孔衍射中，设圆孔半径为 $0.10mm$，透镜焦距为 $50cm$，所用单色光波长为 $500nm$，求在透镜焦平面处屏幕上呈现的艾里斑半径。如圆孔半径改为 $1.0mm$，其他条件不变，艾里斑的半径变为多少？

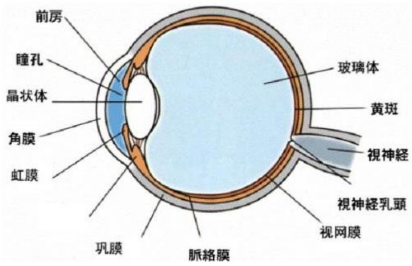


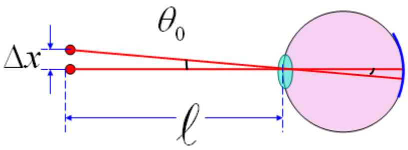
解：　爱里班半径

$$r = f \times 1.22\frac{\lambda}{D_1} = 1.22 \times 0.5 \times \frac{5\times10^{-7}}{2\times0.1\times10^{-3}} = 1.53\times10^{-3}\text{m}$$

若 $D_2 = 2\times1.0\text{mm}$，则 $r = 1.22f\frac{\lambda}{D_2} = 1.22\times0.5\times\frac{5\times10^{-7}}{2\times1\times10^{-3}} = 1.53\times10^{-4}\text{m}$

习题 2：在迎面驶来的汽车上，两盏前灯相距 $120cm$，设夜间人眼瞳孔直径为 $5.0mm$，入射光波长为 $500nm$，问汽车离人多远的地方，眼睛恰可分辨这两盏灯？





解：人眼最小分辨角为 $\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22\times\frac{5\times10^{-7}}{5\times10^{-3}} = 1.22\times10^{-4}\text{rad}$ 而 $l\cdot\theta_0 = \Delta x$，

所以眼睛恰可分辨两灯的距离为 $l = \frac{\Delta x}{\theta_0} = \frac{1.2}{1.22\times10^{-4}} = 9.84\times10^3 = 9.84\text{km}$

习题 3：设人眼在正常照度下的瞳孔直径约为 3mm，而在可见光中，人眼最敏感的波长为 550nm，

问：（1）人眼的最小分辨角有多大？

（2）若物体放在距人眼 25cm（明视距离）处，则两物点间距为多大时才能被分辨？

解（1）

$$\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = \frac{1.22\times5.5\times10^{-7}\text{m}}{3\times10^{-3}\text{m}} = 2.2\times10^{-4}\text{rad}$$

（2）

$$d = l\theta_0 = 25\text{cm}\times2.2\times10^{-4} = 0.0055\text{cm} = 0.055\text{mm}$$

10-19　∵衍射角 φ_0 很小，∴中央明条纹的半角宽度 $\varphi_0 = \frac{\lambda}{a} = \frac{5\times10^{-7}}{0.1\times10^{-3}} = 5\times10^{-3}\text{rad}$

中央明条纹的宽度 $\Delta x = 2ftg\varphi_0 \approx 2f\frac{\lambda}{a}$ $= 5\times10^{-3}\text{m} = 5\text{mm}$

若单缝装置浸入水中，中央明条纹的半角宽度 $\varphi_0 = \frac{\lambda}{na} = \frac{5\times10^{-7}}{1.33\times0.1\times10^{-3}} = 3.76\times10^{-3}\text{rad}$

10-29　人眼最小分辨角为 ； $\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22\times\frac{5\times10^{-7}}{5\times10^{-3}} = 1.22\times10^{-4}\text{rad}$

而 $l\cdot\theta_0 = \Delta x$，所以眼睛恰可分辨两灯的距离为 $l = \frac{\Delta x}{\theta_0} = \frac{1.2}{1.22\times10^{-4}} = 9.84\times10^3 = 9.84\text{km}$

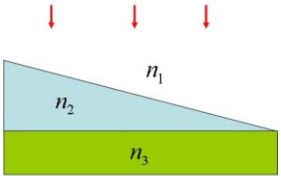
习题1：波长为 λ 的平行单色光垂直照射到劈形膜上，劈形膜的折射率为 n，在由反射光形成的干涉条纹中，第五条明条纹与第三条明条纹所对应的薄膜厚度

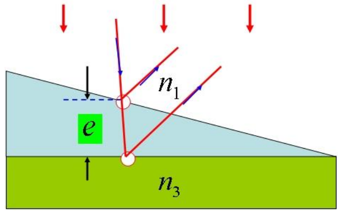
之差为________.

∵相邻明纹之间的距离：$\Delta e=e_{k+1}-e_k=\dfrac{\lambda}{2n}$

∴第五条明条纹与第三条明条纹所对应的薄膜厚度之差为：$\Delta_{53}=e_5-e_3=2\times\dfrac{\lambda}{2n}=\dfrac{\lambda}{n}$

习题2：用波长为λ的单色光垂直照射折射率为n_2的劈形膜(如图)图中各部分折射率的关系是$n_1<n_2<n_3$．观察反射光的干涉条纹，从劈形膜顶开始向右数第5条暗条纹中心所对应的厚度e＝____________.





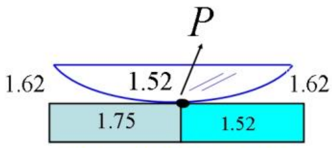
$\Delta=2n_2e=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ $k=0,1,2,3,\cdots$ 第五条暗纹$k=4$ $\Rightarrow$ $e=\dfrac{9\lambda}{4n_2}$

习题3：波长λ＝600 nm的单色光垂直照射到牛顿环装置上，第二个明环与第五个明环所对应的空气膜厚度之差为_____nm．(1 nm=10^{-9} m)

$\Delta=2e+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda$ $\Rightarrow$ $2e=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 第二个明环$k=1$；第五个明环$k=4$

$\Delta e=e_5-e_2=(9-3)\dfrac{\lambda}{4}$ $\Rightarrow$ $\Delta e=900$

习题4：在图示三种透明材料构成的牛顿环装置中，用单色光垂直照射，在反射光中看到干涉条纹，则在接触点P处形成的圆斑为



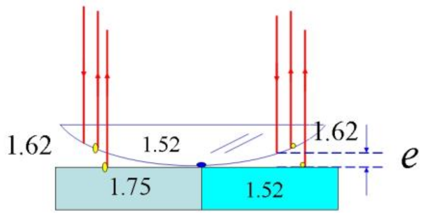
图中数字为各处介质的折射率

(A) 全明.

(B) 全暗.

(C) 右半部明，左半部暗.

(D) 右半部暗，左半部明. [D]



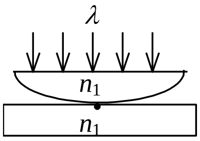
$\Delta_{P左}=2en=k\lambda$；$\Delta_{P右}=2en+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda$

P点的厚度为零$e=0$ $\Rightarrow$ $\Delta_{P左}=0$ $\Rightarrow$左半部明

P点的厚度为零$e=0$ $\Rightarrow$ $\Delta_{P右}=\dfrac{\lambda}{2}$ $\Rightarrow$右半部暗$\Rightarrow$ D

习题5：在如图所示的牛顿环装置中，把玻璃平凸透镜和平面玻璃(设玻璃折射率$n_1=1.50$)之间的空气($n_2=1.00$)改换成水($n_2'=1.33$)，求第k个暗环半径

的相对改变量$(r_k - r_k')/r_k$.



解：在空气中时第k个暗环半径为 $r_k = \sqrt{kR\lambda}$ ，($n_2 = 1.00$)　　3分

充水后第k个暗环半径为 $r_k' = \sqrt{kR\lambda / n_2'}$ ，($n_2' = 1.33$)　　3分

干涉环半径的相对变化量为 $\frac{r_k - r_k'}{r_k} = \frac{\sqrt{kR\lambda}\left(1 - 1/\sqrt{n_2'}\right)}{\sqrt{kR\lambda}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{n_2'}} = 13.3\%$　　2分

习题1： 一束光是自然光和线偏振光的混合光，让它垂直通过一偏振片．若以此入射光束为轴旋转偏振片，测得透射光强度最大值是最小值的5倍，那么入射光束中自然光与线偏振光的光强比值为

(A) √ 1 / 2.　　(B) 1 / 3.　　(C) 1 / 4.　　(D) 1 /5.

答案：$\frac{I_{Max}}{I_{\min}} = \frac{\frac{I_{自然光}}{2} + I_{线偏光}}{\frac{I_{自然光}}{2}} = 5 \Rightarrow \frac{I_{自然光}}{I_{线偏光}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ A

习题2：如果两个偏振片堆叠在一起，且偏振化方向之间夹角为60°，光强为I_0的自然光垂直入射在偏振片上，则出射光强为

(A) √ I_0 / 8.　　(B) I_0 / 4.　　(C) 3 I_0 / 8.　　(D) 3 I_0 / 4.

答案：$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 60^\circ = \frac{1}{8} I_0$

习题3：使一光强为I_0的平面偏振光先后通过两个偏振片P_1和P_2．P_1和P_2的偏振化方向与原入射光光矢量振动方向的夹角分别是α和90°，则通过这两个偏振片后的光强I是

(A) $\frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha$　　(B) 0.　　(C) √ $\frac{1}{4} I_0 \sin^2 2\alpha$.　　(D) $\frac{1}{4} I_0 \sin^2 \alpha$　　(E) $I_0 \cos^4 \alpha$.

答案：$I = (I_0 \cos^2 \alpha) \cdot \cos^2(90^\circ - \alpha) = I_0 \cos 2\alpha \cdot \sin^2 2\alpha = \frac{1}{4} I_0 \sin^2 2\alpha$

习题4：光强为I_0的自然光依次通过两个偏振片P_1和P_2．若P_1和P_2的偏振化方向的夹角$\alpha = 30^\circ$，则透射偏振光的强度I是

(A) I_0 / 4.　　(B) $\frac{\sqrt{3}}{4} I_0$.　　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2} I_0$.　　(D) I_0 / 8.　　(E) √ 3I_0 / 8.

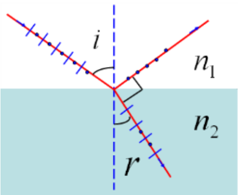
答案：$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ = \frac{3}{8} I_0$

习题5：一束平行的自然光，以60°角入射到平玻璃表面上．若反射光束是完全偏振的，则透射光束的折射角是________________；玻璃的折射率为______________.

$\tan\theta_b = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{n_2}{n_1} = n_2 \Rightarrow n = \sqrt{3}$

习题6：如图所示，一束自然光入射到折射率分别为n_1和n_2的两种介质的交界面上，发生反射和折射．已知反射光是完全偏振光，那

么折射角θ_r的值为________________________.



答案：$\tan\theta_b=\frac{n_2}{n_1}$ $\theta_b+\theta_r=\frac{\pi}{2}$ $\theta_b=$为布儒斯特 $\theta_r=\frac{\pi}{2}-\arctan\frac{n_2}{n_1}$

习题7：假设某一介质对于空气的临界角是45°，则光从空气射向此介质时的布儒斯特角是________________________.

答案：$n_1\sin i_c=n_2\sin r$ $\Rightarrow$ $1\times\sin45^\circ=n_2\sin90^\circ$ $\Rightarrow$ $n_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ $\theta_b=\arctan\frac{n_2}{n_1}=\arctan\frac{\sqrt{2}}{2}$

习题8：当一束自然光在两种介质分界面处发生反射和折射时，若反射光为线偏振光，则折射光为____________偏振光，且反射光线和折射光线之间的夹角为____________.

习题一：若在迈克耳孙干涉仪的可动反射镜M_1移动$0.620mm$过程中，观察到干涉条纹移动了2300条，则所用光波的波长为____________nm. $(1m=10^{-9}nm)$

答案：$d=N\frac{\lambda}{2}$ $\Rightarrow$ $\lambda=\frac{2d}{N}=\frac{2\times0.620}{2300}\times10^{6}=539.1nm$

习题二：用迈克耳孙干涉仪测微小的位移．若入射光波波长$\lambda=628.9nm$，当动臂反射镜移动时，干涉条纹移动了2048条，反射镜移动的距离$d=$________.

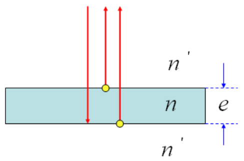
答案：$d=N\frac{\lambda}{2}=2048\times\frac{628.9}{2}\times10^{-6}=0.644mm$

习题三：已知在迈克耳孙干涉仪中使用波长为λ的单色光．在干涉仪的可动反射镜移动距离d的过程中，干涉条纹将移动______条.

答案：$d=N\frac{\lambda}{2}$ $\Rightarrow$ $N=\frac{2d}{\lambda}$

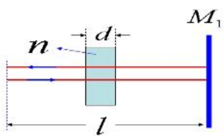
习题四：一束波长为λ的单色光由空气垂直入射到折射率为n的透明薄膜上，透明薄膜放在空气中，要使反射光得到干涉加强，则薄膜最小的厚度为

(A) $\frac{\lambda}{4}$.　(B) $\frac{\lambda}{4n}$.　(C) $\frac{\lambda}{2}$.　(D) $\frac{\lambda}{2n}$.　[B]



答案：三线合一，$\Delta=2ne+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ $\Rightarrow$ $e=\frac{1}{2n}\left(k-\frac{1}{2}\right)\lambda$　当$k=1$时，薄膜厚度为最小$e=\frac{\lambda}{4n}$ $\Rightarrow$ B

习题五：在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，插入一块折射率为n，厚度为d的透明薄片．插入这块薄片使这条光路的光程改变了________________.



答案：　前：$\Delta_1=2l$　　后：$\Delta_2=2[l-d+nd]=2l+2(n-1)d$　　前后：$\Delta=\Delta_2-\Delta_1=2(n-1)d$

P132 **10-17** $\left(1m=10^{-9}nm=10^{-10}\overset{\circ}{A}\right)$

已知：$d=0.322mm=0.322\times10^{-3}m$；$N=1024$

求：$\lambda=?$

解：由$d=N\frac{\lambda}{2}$得$\lambda=\frac{2d}{N}=\frac{2\times0.322\times10^{-3}}{1024}=6.29\times10^{-7}\mathrm{m}=6290\overset{\circ}{A}$

P132 **10-18**

已知：$N=150$ ；$\lambda=500nm$ ；$n=1.632$

求：$d=?$

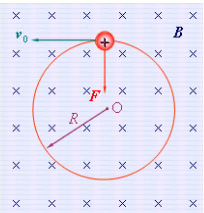
解：设放入厚度为n玻璃片后，则来自干涉仪两臂相应的光程差变化为

$$2(n-1)d=N\lambda \qquad d=\frac{N\lambda}{2(n-1)}=\frac{150\times5\times10^{-7}}{2\times(1.632-1)}=5.93\times10^{-5}\text{m}$$

三、量子力学

习题1：若α粒子(电荷为$2e$)在磁感应强度为B均匀磁场中沿半径为R的圆形轨道运动，则α粒子的德布罗意波长是

(A) $h/(2eRB)$. (B) $h/(eRB)$. (C) $1/(2eRBh)$. (D) $1/(eRBh)$.



回旋半径：

$$F_m=qv_0B=m\frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R=\frac{mv_0}{qB}$$

$$\Rightarrow mv_0=2eBR$$

$$P=\frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{h}{P}=\frac{h}{mv_0}=\frac{h}{2eBR} \Rightarrow \text{A}$$

习题2：能量为15eV的光子，被处于基态的氢原子吸收，使氢原子电离发射一个光电子，求此光电子的德布罗意波长为________nm.

(电子的质量m_e=9.11×10^{-31} kg，普朗克常量h =6.63×10^{-34} J·s，1 eV =1.60×10^{-19} J)

解：远离核的光电子动能为$E_K=\frac{1}{2}m_e v^2=15-13.6=1.4eV$

则 $$v=\sqrt{\frac{2E_K}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\times1.4\times1.6\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}}=7.0\times10^5 m/s$$

光电子的德布罗意波长为$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m_e v}=1.04\times10^{-9}m=1.04nm$

习题3：若不考虑相对论效应，则波长为$550nm$的电子的动能是多少eV？

(普朗克常量h =6.63×10^{-34} J·s，电子静止质量m_e=9.11×10^{-31} kg)

解：非相对论动能 $E_K=\frac{1}{2}m_e v^2$ 而 $p=m_e v$ 故有 $E_K=\frac{p^2}{2m_e}$ 2分

又根据德布罗意关系有$p=h/\lambda$代入上式 (1分) 则$E_K=\frac{1}{2}h^2/(m_e\lambda^2)=4.98\times10^{-6}eV$ 2分

习题 4：若光子的波长和电子的德布罗意波长λ相等，试求光子的质量与电子的质量之比．

解：光子动量： $p_r = m_r c = h/\lambda$ ① 2分

电子动量： $p_e = m_e v = h/\lambda$ ② 2分

两者波长相等，有 $m_r c = m_e v$

得到 $m_r / m_e = v/c$ ③

电子质量 $m_e=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ④ 2分

式中m_0为电子的静止质量．由②、④两式解出 $v=\frac{c}{\sqrt{1+(m_0^2\lambda^2c^2/h^2)}}$ 2分

代入③式得 $\frac{m_r}{m_e}=\frac{1}{\sqrt{1+(m_0^2\lambda^2c^2/h^2)}}$ 2分

习题 5：一束带电粒子经 206V 电压加速后，测得其德布罗意波长为$2.0\times10^{-3}nm$，已知该粒子所带的电量与电子电量相等，求粒子的质量。

解：粒子的能量$\frac{1}{2}mv^2=eU \Rightarrow \frac{1}{2}(mv)^2=meU$；$P=mv \Rightarrow$动量$p=\sqrt{2meU}$ 2 分

由德布罗意关系式 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$ (3 分)

所以 $m = \frac{h^2}{2\lambda^2 eU} = \frac{(6.63\times10^{-34})^2}{2\times(2.0\times10^{-12})^2\times1.6\times10^{-19}\times206} = 1.67\times10^{-27}\text{kg}$ 3分

习题1：若α粒子(电荷为2e)在磁感应强度为B均匀磁场中沿半径为R的圆形轨道运动，则α粒子的德布罗意波长是

(A) √ $h/(2eRB)$. (B) $h/(eRB)$. (C) $1/(2eRBh)$. (D) $1/(eRBh)$.

习题2：直接证实了电子自旋存在的最早的实验之一是

(A) 康普顿实验. (B) 卢瑟福实验. (C) 戴维孙－革末实验. (D) √ 斯特恩－革拉赫实验.

习题3：若不考虑相对论效应，则波长为 5500 Å的电子的动能是多少eV？ (普朗克常量h =6.63×10^{-34} J·s，电子静止质量m_e=9.11×10^{-31} kg)

解：非相对论动能 $E_K = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ 而 $p = m_e\upsilon$ 故有 $E_K = \frac{p^2}{2m_e}$ 又根据德布罗意关系有

$p = h/\lambda$ 代入上式 则 $E_K = \frac{1}{2}h^2/(m_e\lambda^2) = 4.98\times10^{-6}eV$ 2分

习题 4：若光子的波长和电子的德布罗意波长λ相等，试求光子的质量与电子的质量之比.

解：光子动量： $p_r = m_r c = h/\lambda$ ①

电子动量： $p_e = m_e v = h/\lambda$ ② 2 分

两者波长相等，有$m_r c = m_e v$ 得到 $m_r / m_e = v/c$ ③

电子质量 $m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ④ 2分

式中m_0为电子的静止质量．由②、④两式解出

$v = \frac{c}{\sqrt{1+(m_0^2\lambda^2c^2/h^2)}}$ 2分， 代入③式得 $\frac{m_r}{m_e} = \frac{1}{\sqrt{1+(m_0^2\lambda^2c^2/h^2)}}$ 2分

习题5： 关于不确定关系 $\Delta p_x \Delta x \ge \hbar$ ($\hbar = h/(2\pi)$)，有以下几种理解：

(1) 粒子的动量不可能确定. (2) 粒子的坐标不可能确定.

(3) 粒子的动量和坐标不可能同时准确地确定. (4) 不确定关系不仅适用于电子和光子，也适用于其它粒子.

其中正确的是：

(A) (1)，(2). (B) (2)，(4). (C) √(3)，(4). (D) (4)，(1).

习题1： 关于不确定关系 $\Delta x\cdot\Delta p_x \ge \hbar$ ($\hbar = h/(2\pi)$)，有以下几种理解：

(1) 粒子的动量不可能确定. (2) 粒子的坐标不可能确定.

(3) 粒子的动量和坐标不可能同时准确地确定. (4) 不确定关系不仅适用于电子和光子，也适用于其它粒子.

其中正确的是：

(A) (1)，(2). (B) (2)，(4). (C) (3)，(4). (D) (4)，(1).

答案：C

习题 2：一颗质量为$10g$的子弹，具有$200m\cdot s^{-1}$的速率．若其动量的不确定范围为动量的0.01% (这在宏观范围是十分精确的)，则该子弹位置的不确定量范围为多大?

解： 子弹的动量： $p = m\upsilon = 2kg\cdot m\cdot s^{-1}$

动量的不确定范围： $\Delta p = 0.01\% p = 2\times10^{-4}kg\cdot m\cdot s^{-1}$

位置的不确定量范围： $\Delta x \ge \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-4}} = 3.3\times10^{-30}m$

习题 3：一电子具有$200m\cdot s^{-1}$的速率， 动量的不确范围为动量的 0.01% (这也是足够精确的了)， 则该电子的位置不确定范围有多大?

解：电子的动量： $p = m\upsilon = 9.11\times10^{-31}\times200 \approx 1.8\times10^{-28}kg\cdot m\cdot s^{-1}$

动量的不确定范围：$\Delta p = 0.01\% p = 1.8\times10^{-32} kg\cdot m\cdot s^{-1}$

位置的不确定量范围：$\Delta x \ge \dfrac{h}{\Delta p} = \dfrac{6.63\times10^{-34}}{1.8\times10^{-32}} = 3.7\times10^{-2} m$

习题1：下列各组量子数中，哪一组可以描述原子中电子的状态？

(A)　n = 2，l = 2，m_l = 0，$m_s = \frac{1}{2}$.　　(B) √ n = 3，l = 1，m_l =-1，$m_s = -\frac{1}{2}$.

(C)　n = 1，l = 2，m_l = 1，$m_s = \frac{1}{2}$.　　(D)　n = 1，l = 0，m_l = 1，$m_s = -\frac{1}{2}$.

习题2：氢原子中处于2p状态的电子，描述其量子态的四个量子数(n，l，m_l，m_s)可能取的值为

(A)　(2，2，1，$-\frac{1}{2}$).　(B)　(2，0，0，$\frac{1}{2}$).　(C) √ (2，1，-1，$-\frac{1}{2}$).　(D)　(2，0，1，$\frac{1}{2}$).

习题3：　原子内电子的量子态由n、l、m_l及m_s四个量子数表征．当n、l、m_l一定时，不同的量子态数目为________________；当n、l一定时，不同的量子态数目为__________________；当n一定时，不同的量子态数目为___

答案：2　　　$2\times(2l+1)$　　　$2n^2$

习题1：用频率为ν_1的单色光照射某种金属时，测得饱和电流为I_1，以频率为ν_2的单色光照射该金属时，测得饱和电流为I_2，若$I_1 > I_2$，则

(A)　$\nu_1 > \nu_2$.　　**(B)**　$\nu_1 < \nu_2$.　　**(C)**　$\nu_1 = \nu_2$.　　**(D)**　ν_1与ν_2的关系还不能确定．

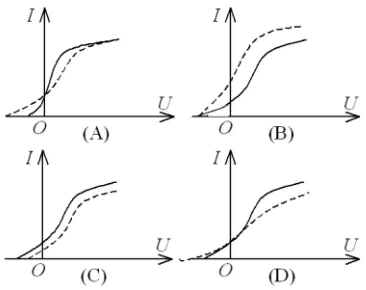
∵ 光电流与光子数成正比，而与频率无直接关系。　　∴ ν_1与ν_2的关系还不能确定 $\Rightarrow$ D

习题2：已知某单色光照射到一金属表面产生了光电效应，若此金属的逸出电势是U_0 (使电子从金属逸出需作功eU_0)，则此单色光的波长λ 必须满足：

(A)　$\lambda \leqslant hc/(eU_0)$.　　**(B)**　$\lambda \geqslant hc/(eU_0)$.　　**(C)**　$\lambda \leqslant eU_0/(hc)$.　　**(D)**　$\lambda \geqslant eU_0/(hc)$.

∵ $\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_0$；$h\frac{c}{\lambda} \ge \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow h\frac{c}{\lambda} \ge eU_0$　　∴ $\Rightarrow \lambda \le \dfrac{hc}{eU_0} \Rightarrow$ A

习题3：　一定频率的单色光照射在某种金属上，测出其光电流的曲线如图中实线所示．然后在光强度不变的条件下增大照射光的频率，测出其光电流的曲线如图中虚线所示．满足题意的图是：



习题4：光子波长为λ，则其能量=____________；动量的大小 =_____________；质量=_______________

答案：$E = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$　1分；$P = \dfrac{h}{\lambda}$　2分；$m = \dfrac{P}{c} = \dfrac{h}{c\lambda}$　2分。

习题5：频率为 100 MHz的一个光子的能量是______________，动量的大小是_______________.　(普朗克常量h =6.63×10^{-34} J·s)

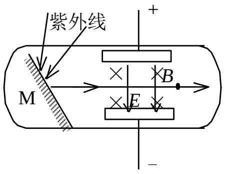
答案：$E = h\nu = 6.63\times10^{-34}\times10^{8} = 6.63\times10^{-26} J$　　$P = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{6.63\times10^{-34}\times10^{8}}{3\times10^{8}} = 2.21\times10^{-34} Kg\cdot m/s$　4分

习题6：某金属产生光电效应的红限频率为ν_0，当用频率为ν ($\nu > \nu_0$)的单色光照射该金属时，从金属中逸出的光电子(质量为m)的德布罗意波长为_______________.

答案：$mv_m = P = \dfrac{h}{\lambda}$；$h\nu = \dfrac{1}{2}mv_m^2 + h\nu_0 \Rightarrow v_m = \sqrt{\dfrac{2h}{m}(\nu-\nu_0)} \Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{mv_m} = \sqrt{\dfrac{h}{2m(\nu-\nu_0)}}$

习题7：如图所示，某金属M的红限波长λ_0 = 260 nm (1 nm = 10^{-9} m)今用单色紫外线照射该金属，发现有光电子放出，其中速度最大的光电子可以匀速直线地穿过互相垂直的均匀电场(场强E = 5×10^3 V/m)和均匀磁场(磁感应强度为B = 0.005 T)区域，求：

(1) 光电子的最大速度v.　(2) 单色紫外线的波长λ.　(电子静止质量m_e=9.11×10^{-31} kg，普朗克常量h =6.63×10^{-34} J·s)



解：(1) 当电子匀速直线地穿过互相垂直的电场和磁场区域时，电子所受静电力与洛仑兹力相等，即 $eE = evB$　　2分

$v = E/B = 10^6 m/s$　　1分

(2) 根据爱因斯坦光电理论，则有 $hc/\lambda = hc/\lambda_0 + \frac{1}{2}m_e v^2$　　2分

∴ $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{1+\dfrac{1}{2}(\dfrac{m_e v^2 \lambda_0}{hc})} = 1.63\times10^{-7} m = 163nm$　　3分

例题 1．在康普顿散射实验中，波长 $\lambda_0 = 0.1nm$ 的 X 射线在碳块上散射，我们从与入射的 X 射线束成 $90°$ 方向去研究散射

（1） 求这个方向的波长改变量 $\Delta\lambda$；

（2） 反冲电子获得的能量有多大。

解：（1）由康普顿散射公式，有

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2} = 2\times2.426\times10^{-12}\times\sin^2\frac{\pi}{4} = 2.43\times10^{-3} nm$$

（2）根据碰撞过程中能量守恒，有

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} + mc^2$$

所以反冲电子获得的能量为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_0+\Delta\lambda} = 295eV$$

例题 2．在康普顿散射中，入射光子的波长为 $0.003nm$，反冲电子的速度为光速的 60%，求散射光子的波长及散射角。

解：根据碰撞中能量守恒，有

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} + mc^2$$

又由于反冲电子的质量为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

联立两式，可求得

$$\lambda = 0.0043nm$$

由康普顿散射公式，有

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

解得

$$\theta = 62.3°$$

例题 3．关于康普顿效应实验现象的描述，下列表述中正确的是

(A) 散射光波长的改变量仅由入射光的波长决定，与散射角无关。

(B) 在反射方向上， 散射光的波长与入射光的波长相同。

(C) 散射光波长的改变量由散射角决定，与入射光的波长无关。

(D) 仅用能量守恒就可能解释康普顿效应。

答案： C

习题2：具有下列哪一能量的光子，能被处在 $n = 2$ 的能级的氢原子吸收？

(A) 1.51 eV.　　(B) √ 1.89 eV.　　(C) 2.16 eV.　　(D) 2.40 eV.

习题3：玻尔的氢原子理论的三个基本假设是：

(1)__________________________________，

(2)__________________________________，

(3)__________________________________．

答案：量子化定态假设　1分量子化跃迁的频率法则 $\nu_{kn} = |E_n - E_k|/h$　角动量量子化假设 $L = nh/2\pi$　n =1，2，3，……　2分

习题 4：氢原子中电子从 $n = 3$ 的激发态被电离出去，需要的能量为________eV.

答案：1.51　　　3 分

习题1：下列各组量子数中，哪一组可以描述原子中电子的状态？

$(A)\quad n=2,\ell=2,m_\ell=0,m_s=\frac{1}{2}$　　　$(B)\quad n=3,\ell=1,m_\ell=-1,m_s=-\frac{1}{2}$

$(C)\quad n=1,\ell=2,m_\ell=1,m_s=\frac{1}{2}$　　　$(D)\quad n=1,\ell=2,m_\ell=-1,m_s=-\frac{1}{2}$

答案：B

习题2：氢原子中处于2p状态的电子，描述其量子态的四个量子数（n，ℓ，m_ℓ，m_s）可能取的值为

(A)　(2，2，1，$-\frac{1}{2}$).　　(B)　(2，0，0，$\frac{1}{2}$).　　(C)　(2，1，-1，$-\frac{1}{2}$).　　(D)　(2，0，1，$\frac{1}{2}$).

答案：C　∵2p$\longrightarrow$ $n=2$；$\ell=1$

习题3：　原子内电子的量子态由n，ℓ，m_ℓ，m_s四个量子数表征．当n，ℓ，m_ℓ一定时，不同的量子态数目为__________；当n，ℓ一定时，不同的量子态数目为__________；当n一定时，不同的量子态数目为______.

答案：　2　　1分　；　　$2(2\ell+1)$　　2分　；　　$2n^2$　　2分.