

大学物理

第一章: 位矢 位移 速度 加速度

2023/2/20/15:26

1. 描述物体的运动状态: 1. 位移 2. 速度 3. 加速度

2. 位矢: 初始点都在坐标原点的位移

$$\vec{r}_{OA} = (x_A \vec{i}) + (y_A \vec{j}) \quad \text{其中 } \vec{i} \text{ 表示为 } x \text{ 关于 } t \text{ 的方程, } \vec{j} \text{ 表示为 } y \text{ 关于 } t \text{ 的方程}$$

题型1 求 Δr 将 $t + \Delta t$ 代入 $-t$ 代入得到 Δr

3. 速度 \vec{v} (位移/时间) 速率 v (路程/时间)

$$(\text{位移})' = (\text{速度})' = (\text{加速度})$$

当判断是否为匀速圆周运动时, 注意: 匀速圆周运动的速度也随着时间的变化而变化, 要根据速度的大小是否变化来判断是否为匀速圆周运动

题型2 已知速度与 t 的公式求位移与 t 的公式: 求积分

题中必须标明初位置的时间, 即积分下限才能求得位移与 t 的关系式

16:03

2023/2/22 16:17

题型三 已知 x 与 t 的关系式, 求 $t = _$ 时走过的路程和位移:

当出现此题型时多半有往返情况

1. 先求 v 与 t 之间的关系式 求 $v=0$ 时, $t=?$

2. 再通过往返求的路程与位移

eg. $x = 2t^2 - 4t + 6$ 求 $t=2$ 是走过的路程和位移

解: $v = 4t - 4$ $v=0$ 时, $t=1, x=4$

$t=0$ 时 $x=6$

$t=2$ 时 $x=6$

则位移为: $x_2 - x_0 = 0$

则路程为: $x_1 - x_0 + (x_1 - x_0) = 4$

题型四 已知加速度(a)与时间(t)的关系式 求 速度(v) 位移(x)

求 速度与时间的关系式时, $a = dv/dt$ 类似于 $dy/dx = P(y) = Q(x)$

求 位移与时间的关系式时, $a = v(dv/dx)$ 类似于 $v(dv/dt) + P(x) \cdot v = Q(x)$

eg. $a = 6t$ $t=1$ 时 $v=2$

$dv/dt = 6t$

$\int_2^v dv = \int_1^t 6t dt$

$$v=3t^2-1$$

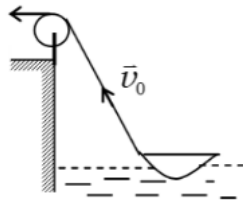
2023/3/5/11:46

判断是否为曲线运动:观察加速度与速度是否在同一方向上

切向加速度可以为0,法向加速度(除拐点外)必不为0

若物体做匀速率运动,则其总加速度不一定为0,(匀速圆周运动)

9 单选 (5分)



如图所示,湖中有一小船,有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动。设该人以匀速率 v_0 收绳,绳不伸长、湖水静止,则小船的运动是 []

- ☐ A. 变减速运动
- ☐ B. 匀加速运动
- ☒ C. 变加速运动
- ☐ D. 匀减速运动

8 单选 (5分) 物体,其运动规律为 $\frac{dv}{dt} = -kv^2t$, 式中的 k 为大于零的常量。当 $t=0$ 时,初速为 v_0 , 则速度 v 与时间 t 的函数关系是: []

- ☐ A. $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$
- ☐ B. $\frac{1}{v} = -\frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$
- ☒ C. $\frac{1}{v} = \frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$
- ☐ D. $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$

平均速度,平均速率,瞬时速度,瞬时速率

- 平均速度是一个描述物体运动平均快慢程度和运动方向的矢量
- 平均速率是指物体运动的路程和通过这段路程所用时间的比,对运动的物体来说,平均速率不可能为零。
- 瞬时速度表示物体在某一时刻或经过某一位置时的速度,该时刻相邻的无限短时间内的位移与通过这段位移所用时间的比值 $v=\Delta x/\Delta t$ 。瞬时速度是矢量,既有大小又有方向。瞬时速度是理想状态下的量。
- 瞬时速度是指运动物体在某一时刻(或某一位置)的速度。从物理含义上看,瞬时速度指某一时刻附近极短时间内的平均速度。**瞬时速度的大小叫瞬时速率**,简称速率。

物体做曲线运动,其瞬时速度 = 平均速度,其瞬时速率 != 平均速率,瞬时速度是瞬时速率的大小

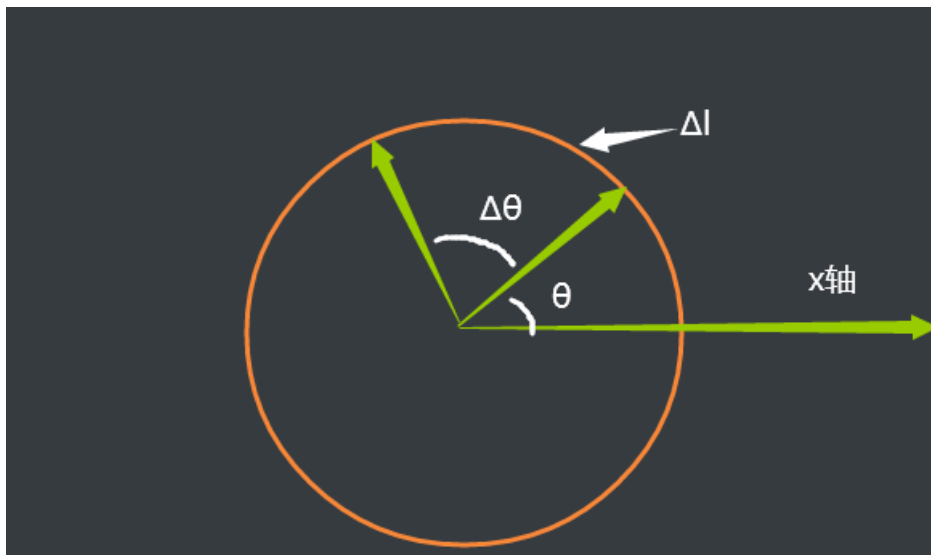
圆周运动

角量与线量:

角量是一种度量角形大小的物理量,用来描述两条平行直线之间的夹角.eg. 弧度,角度

线量是一种度量空间中直线的长度或距离的物理量.eg. 米,厘米

1. 角位移:



1. 初始角位移: 从x轴到初始位置的角度

2. 角位移: Δt 所对的 $\Delta\theta$

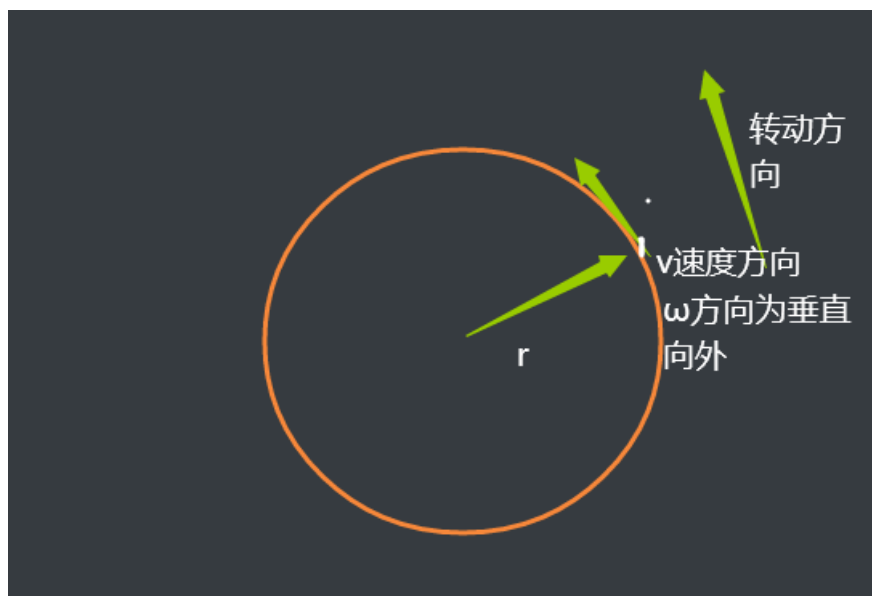
3. 角位移的大小: $\Delta\theta$ 所对应的 Δl

2. 角速度:

1. 角速度: $\omega = \Delta\theta / \Delta t$

$$\omega = d\theta / dt$$

2. 角速度方向: 右手握住圆, 四指弯曲与转动方向一致 大拇指为角速度方向



上图 ω 方向为垂直屏幕向外

3. 匀速圆周运动, ω 不变

3. 角加速度:

1. 角加速度: $\beta = \Delta\omega / \Delta t = d^2\theta / dt^2$ 2023/2/3/20:25改
于时间的导数

$\beta = d\omega / dt$ 角加速度是角速度关

2. 角加速度方向 β 为正/加速 与角速度方向相同; β 为负/减速 与角速度方向相反
3. β 不变, 匀加速圆周运动 β 变, 变加速圆周运动

4. 弧长:

1. 弧长: $s = \theta \cdot r$

5. 方向

叉乘(X): 右手四指指向第一个矢量, 弯曲向第二个矢量, 大母指的方向为该矢量的方向

2023/3/6

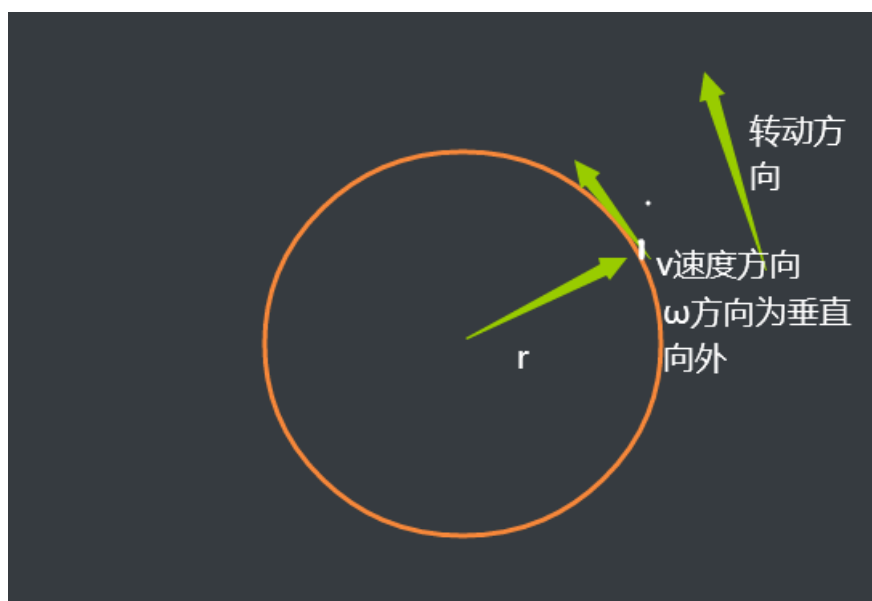
补

1. 速度 v 的方向

$$\vec{v} = d\vec{s} / dt = \vec{T} \cdot \vec{v} \quad (\text{切向方向}) \quad 2023/3/2/20:23 \text{改}$$

由矢量式: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ 可得, r 的方向为圆心指向质点

v 的方向为: 右手 四指先指向 ω 的方向, 再向 r 方向弯曲, 大母指的方向为 v 的方向



上图 v 方向为 ω 正切线方向

2. 由加速度而来的方向

$$\vec{a} = d\vec{v} / dt = d(\vec{\omega} \times \vec{r}) / dt = (d\vec{\omega} / dt) \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (d\vec{r} / dt) = \beta \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad \text{加速度是速度的导数}$$

其中 $\beta \times \vec{r}$ 的方向为切线方向, 即四指先指向 β 的方向, 再向 r 的方向弯曲, 大母指为 $\beta \times \vec{r}$ 的方向, 如上图切线方向

其中 $\vec{\omega} \times \vec{v}$ 的方向为法向 (\vec{n}), 即四指先指向 $\vec{\omega}$ 的方向, 再向 v 的方向弯曲, 大母指为法向, 如上图方向指向圆心

2023/2/27 15:30

6. 切向与法向

切向: $a_T = \beta \cdot r$, 此加速度改变速度大小

法向: $a_n = \omega \cdot v = v^2 / r$, 此加速度改变速度方向

7. 匀变速圆周运动

质点绕圆改变 θ , 当 $t=0$ 时, $\theta = \theta_0$ $\omega = \omega_0$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0 \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad \frac{d\omega}{dt} = \beta \quad \omega = \omega_0 + \beta t$$

则 $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \beta t^2 / 2$

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta (\theta - \theta_0)$ 2023/3/2/20:35增添

第二章: 质点运动的动力学

牛顿三定律

1. 牛三:

牛顿第一定律: 质量越大, 惯性越大

牛顿第二定律: $F_{\text{合}}(\text{矢量}) = dp(\text{矢量}) / dt(\text{通用}) = d(mv(\text{矢量})) / dt$ 2023/3/2/20:35增添

若果不考虑相对论, 可使用 $F = m \cdot a$; 即速度小于 $1C$ (大约 10^7)

牛顿第三定律: 作用力与反向作用力

作用力与反向作用力-----大小相等, 方向相反, 同一直线, 两个物体

2. 推导 $F_{\text{合}}$

合外力: 动量关于时间的导数

$F_{\text{合}}(\text{矢量}) = dp(\text{矢量}) / dt = d(mv(\text{矢量})) / dt = v(\text{矢量}) (dm / dt) + m(dv(\text{矢量}) / dt) = ma(\text{矢量})$

合外力 \Leftrightarrow 运动状态

3. 冲量 I

(动能定理) 合外力的冲量 \Leftrightarrow 动量的变化量 $I = \int_0^t F dt = \Delta P$

冲量单位: SI

题型 已知合外力求动量变化量

运用公式: $I = \int_0^t F dt = \Delta P$

题型 求合外力冲量

运用公式: $I = \int_0^t F dt = \Delta P$

2023/3/2/20:49

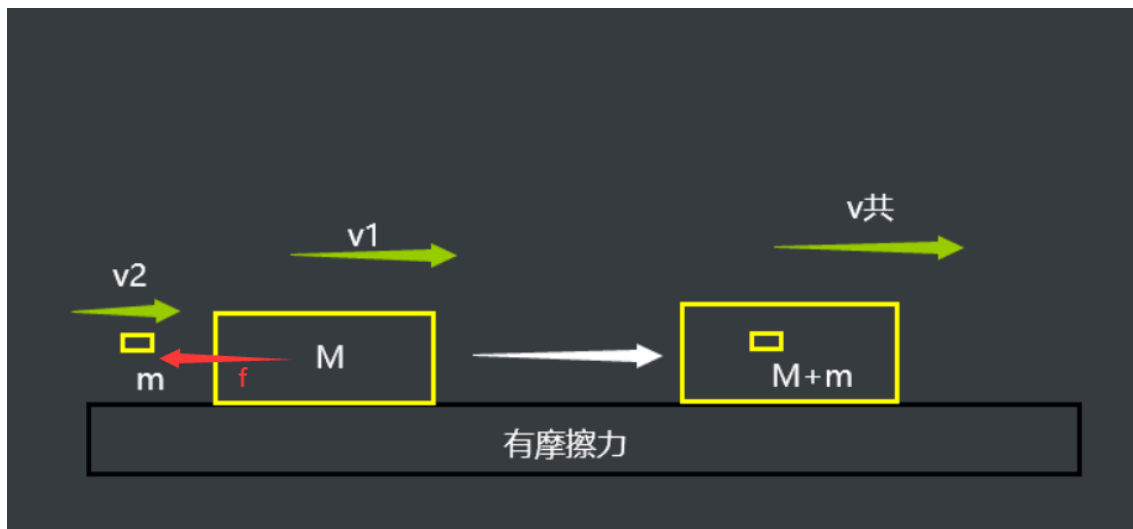
动力学

1. 动量定理

$\Delta P(\text{矢量}) = I(\text{矢量})$ (同一方向)

当合外力 > 重力的100倍时, 可忽略重力

2. 质点系的动量定理



$$\int_0^t (-f) dt = mv_{\text{共}} - mv_2 \quad 1$$

$$\int_0^t (f - F) dt = Mv_{\text{共}} - Mv_1 \quad 2$$

$$\int_0^t (-F) dt = (Mv_{\text{共}} + mv_{\text{共}}) - (Mv_1 + mv_2) \quad 3$$

也就是: $Mv_1^2/2 + mv_2^2/2 = Mv_{\text{共}}^2/2 + mv_{\text{共}}^2/2$ (高中公式)

3. 动量守恒

动量守恒: 不受外力做功, 所受合外力为0

质点系(某一方向上)的合外力为0, 在该方向上动量守恒

即3中 $\int_0^t (-F) dt = 0$ 即 $Mv_{\text{共}} + mv_{\text{共}} = Mv_1 + mv_2$

题 人相对于船以 1m/s 的速度跳上岸 船质量为 300 人的质量为 60

$$360 * 3 = 300 * v + 60 (v + 1)$$

能量

1. 做功 W

一维: $W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (矢量)

二维: $W = \int F_x dx + \int F_y dy$

变力做功: $\int \vec{F} \cdot d\vec{r}(\text{矢量}) = \int (F_{xi} + F_{yj}) * (dx_i + dy_j) = \int F_x dx + \int F_y dy$ 将二维分解成一维

重力做功: $\int G_x d\vec{r}(\text{矢量}) = mgy_0 - mgy$ 与路径无关

保守力

做功与路径无关的力

重力, 静电力, 弹簧的弹力 都是保守力

表示方法:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

2. 势能

只有保守力有势能的概念

(所拥有的)重力势能: 物体从原位置到 0 势能面所做的功

(所改变的)重力势能: 末重力势能 - 初重力势能 -----两次位置改变的差值

与零势能面的选择无关

势能是系统所共有的

保守力做正功, 势能减少

Δ 保守力做的功 = Δ 势能

3. 动能定理 ΔE_k

$\int F_{\text{合}}(\text{矢量}) \cdot d\mathbf{r} = \int (d\mathbf{p} / dt) \cdot d\mathbf{r}(\text{矢量}) = \int d\mathbf{p}(\text{矢量}) \cdot \mathbf{v} = \int d(m\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} = m \int d\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}(\text{点乘}) = m \int v dv$

$\Delta E_k = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = mv_2^2 / 2 - mv_1^2 / 2$

合外力做功 = 质点势能的增量

第三章: 刚体力学基础

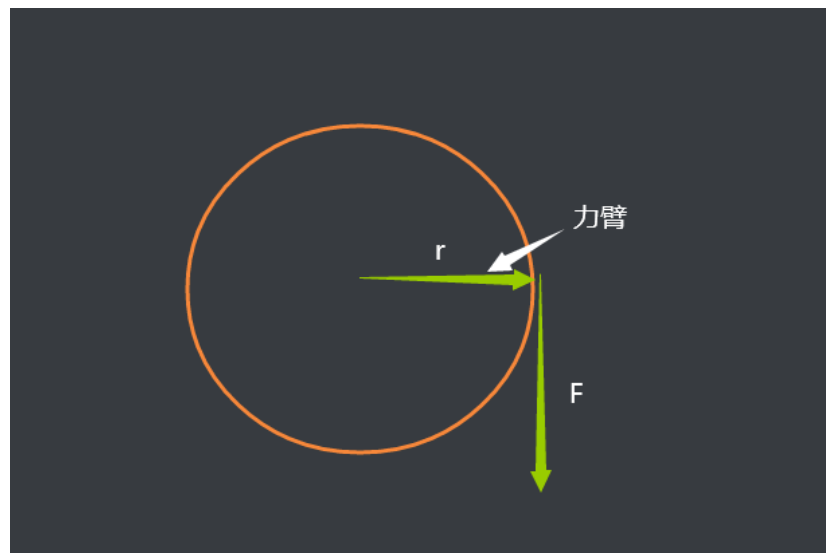
2023/3/6/13:08

1. 力矩

力臂:

转轴与力的垂线

正方向: 转轴指向垂足

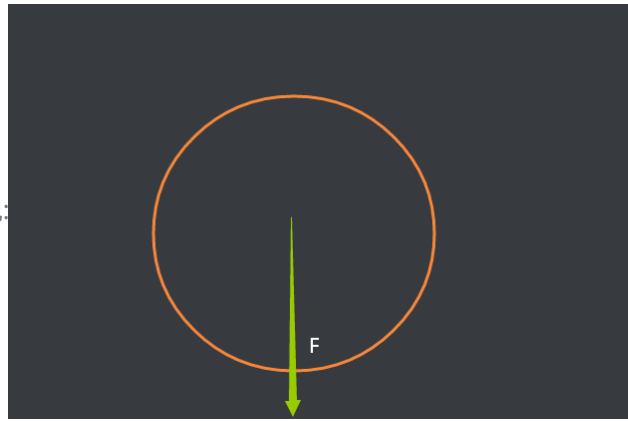


力矩:

大小: 力臂 \times 力 = r (半径) $\times F$ (力)

方向: 力臂 \times 力(叉乘)

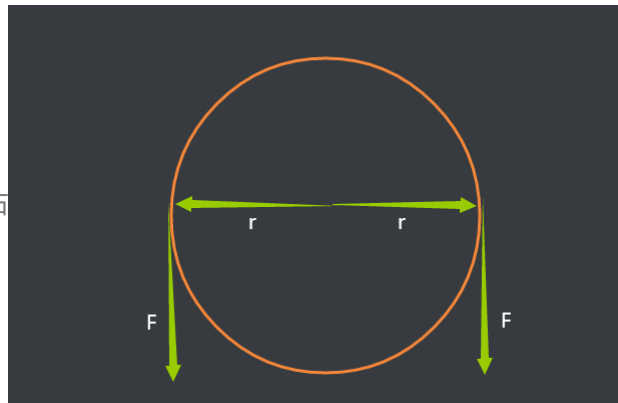
特殊情况:



此时力与轴线在同一条直线上,力臂 = 0 ,力矩 = 0

力矩是物体产生角加速度的原因,力矩与角加速度的方向相同

题 已知: $F_{\text{左}} = F_{\text{右}}$



$F_{\text{左}}$ 的力矩方向向里, $F_{\text{右}}$ 的力矩方向向外,加和为 0 方向相反,大小相等

■ 合力矩

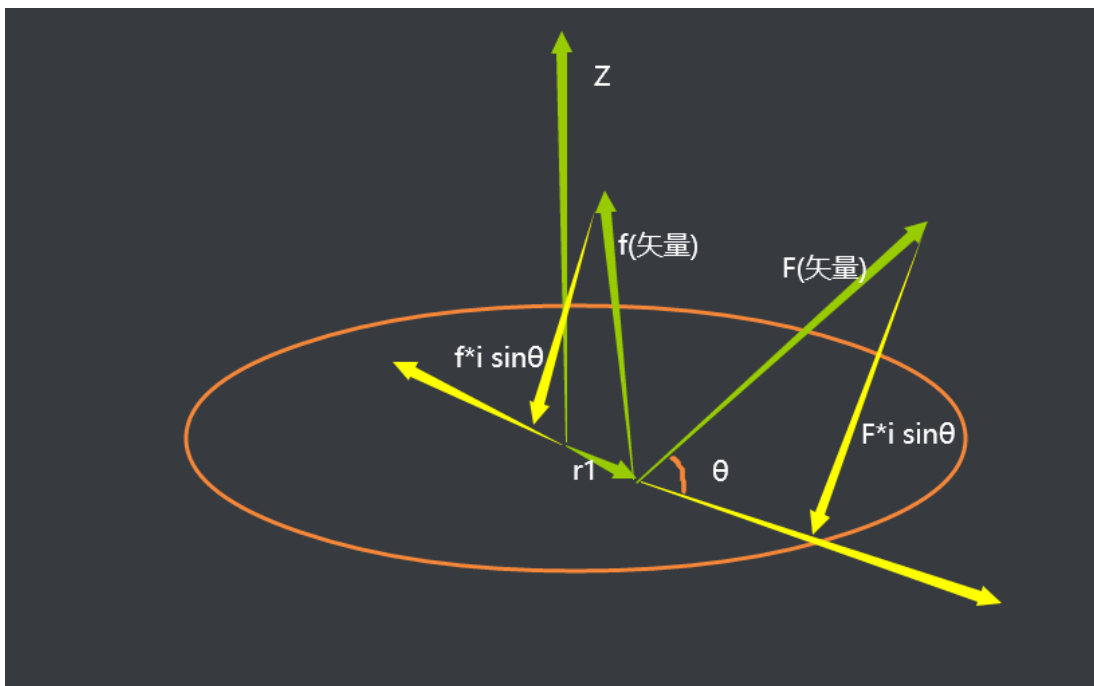
力矩的加和 不是合力的力矩

两个力的合力 $\neq 0$,但合力矩可以 $= 0$

两个力的合力 $= 0$,合力矩可以 $\neq 0$

作用力与反作用力的力矩特点: 大小相等,方向相反,在同一条直线上

2. 转动定律



- 角量与线量在同一平面内都相等
- F_i (矢量关于该方向的分量 i) + f_i (矢量关于该方向的分量 i) = $\Delta m_i a_i$ (矢量) (切线分量, 垂直于切线)

$$F_i + f_i = F_i \sin \theta_i + f_i \sin \theta_i = \Delta m_i a_i \tau$$

- 合外力的合力矩

$$M^{\rightarrow}_{(\text{合外力})} = J \cdot \beta^{\rightarrow}$$

刚体转动惯量

确定的刚体和转轴 - J 常量

确定刚体不确定转轴 - J 不变

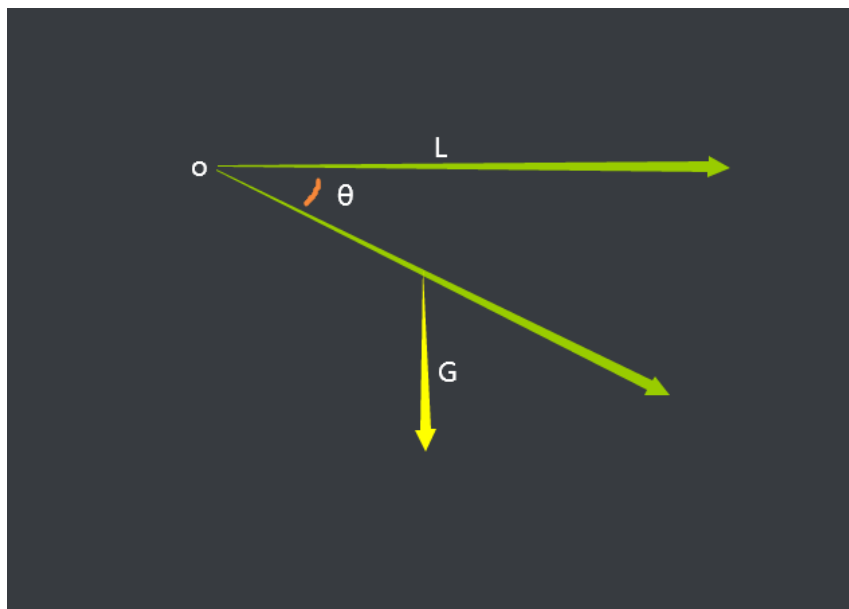
J 取决于质量相对于轴的分量

$$\sum_i F_i r_i \sin \theta_i + \sum f_i r_i \sin \psi_i = \sum_i (\Delta m_i r_i^2) \beta$$

$$\sum f_i r_i \sin \psi_i = 0$$

$$\sum_i F_i r_i \sin \theta_i = \sum_i (\Delta m_i r_i^2) \beta$$

题 1. 木棒绕点 O 旋转 θ 求角加速度



力臂 = $L/2 * \cos\theta$

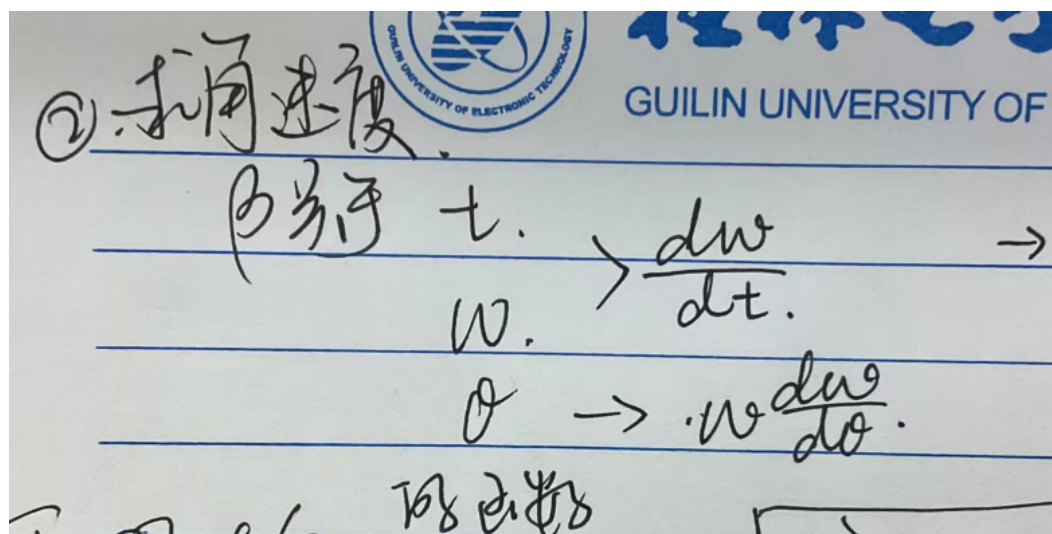
力矩: $mg L/2 \cos\theta = mL^2/3 \beta$ (其中 J 为 $mL^2/3$, 绕一点旋转的 J 为 $mL^2/3$)

可求 β

2. 求角速度 ω

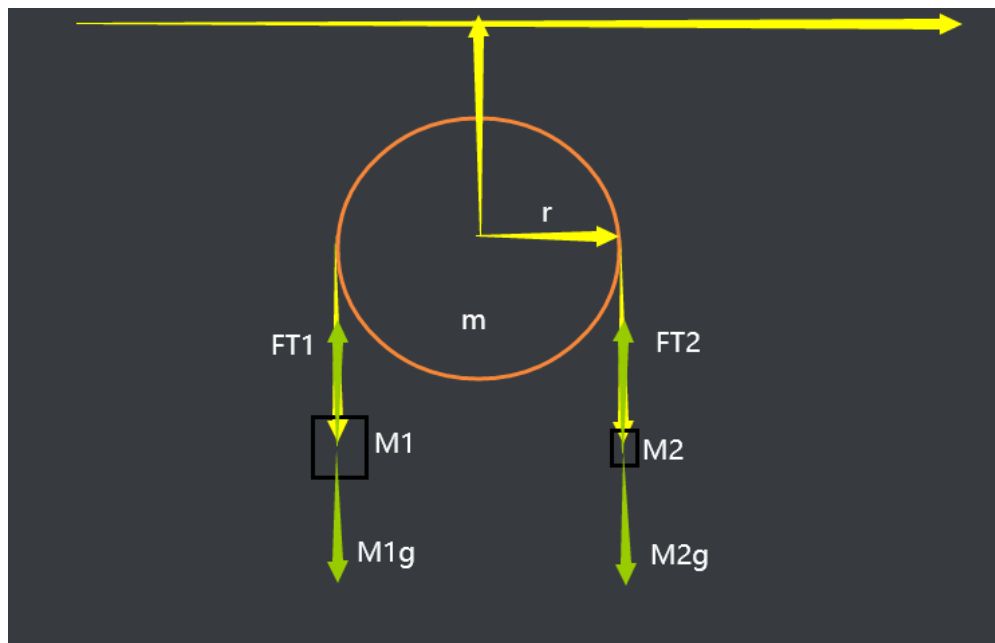
$$\beta = (\text{常数}) * \cos\theta = \omega d\omega/d\theta$$

$\int_{\theta_0}^{\theta} (\text{常数}) * \cos\theta = \int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega$ 其中 θ_0 和 ω_0 题中已知



3. 重滑轮

题 已知圆环半径 r 圆环质量 m 物块质量 M_1, M_2 , 求 F_{T1} F_{T2} a β



圆盘的J为 $\frac{1}{2}mr^2$ 圆环的J为 mr^2

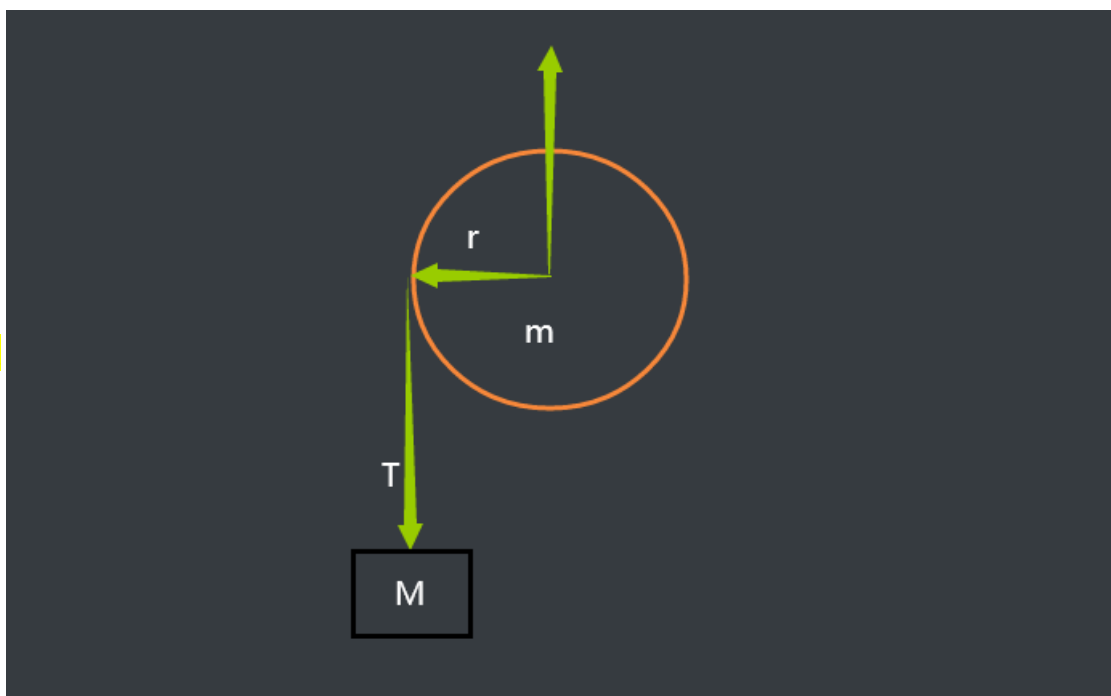
解析: M1与M2 速度一样,位移一样,加速度一样

1. $M_1g - F_{T1} = M_1a$ 对于物体1
2. $F_{T2} - M_2g = M_2a$ 对于物体2
3. $F_{T1}r - F_{T2}r = J\beta$ 对于滑轮
4. $a_T = \beta r = a$ 绳子与滑轮无相对滑动

可解

2023/3/8/21:35

题

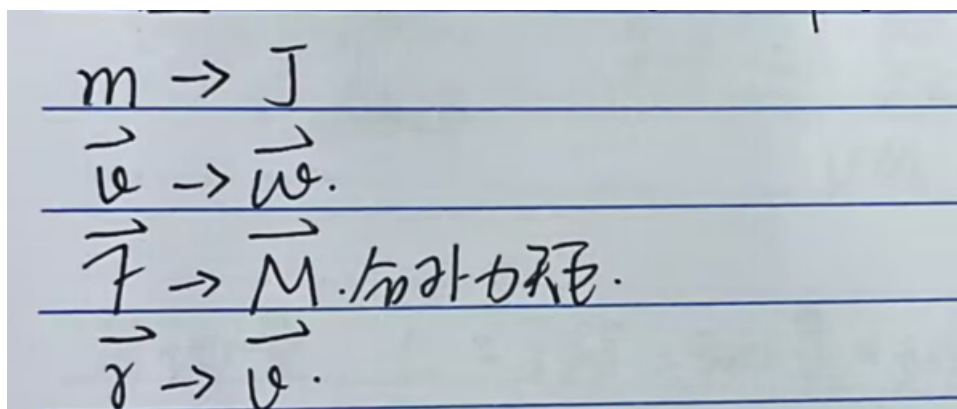


$$Mg - T = ma \quad 1$$

$$Tr = J\beta \quad 2$$

$$a = \beta r \quad 3$$

类比可得出:



3. 力矩的功(W)

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cos \alpha ds = F_T r d\theta = M d\theta$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cos \alpha ds = F_T ds = F_T r d\theta = M d\theta.$$

\downarrow
 $F \sin \theta$ $\vec{F} \cdot r \sin \theta \rightarrow$ 力矩 = 力矩 = M.

$$W = \int M d\theta = \int J \beta d\theta = \int J \frac{d\omega}{dt} d\theta = \int_{\omega_0}^{\omega} J \omega d\omega = J\omega^2/2 - J\omega_0^2/2$$

$$W = \int M d\theta = \int J \beta d\theta = \int J \frac{d\omega}{dt} d\theta = \int_{\omega_0}^{\omega} J \omega d\omega.$$

$\int = \frac{J\omega^2}{2} - \frac{J\omega_0^2}{2}$

- 动能定理: $W = J\omega^2/2 - J\omega_0^2/2$

合外力做功 = 末动能 - 初动能

- 质点系的动能定理

$$f s_1 = \frac{M v^2}{2}$$

$$(F - f) s_2 = \frac{m v^2}{2}$$

$$F s_2 - f (s_2 - s_1) = E_K - E_{K0}$$

质点系内力做功 = 动能变化量

$$W_{\text{外}} + W_{\text{内}} = E_K - E_{K0}$$

其中 $W_{\text{内}} = W_{\text{保守力}} + W_{\text{非保守力}}$

$$W_{\text{保守力}} = -\Delta E_P = -(E_K - E_{K0})$$

- 功能定理: 上面带入下面

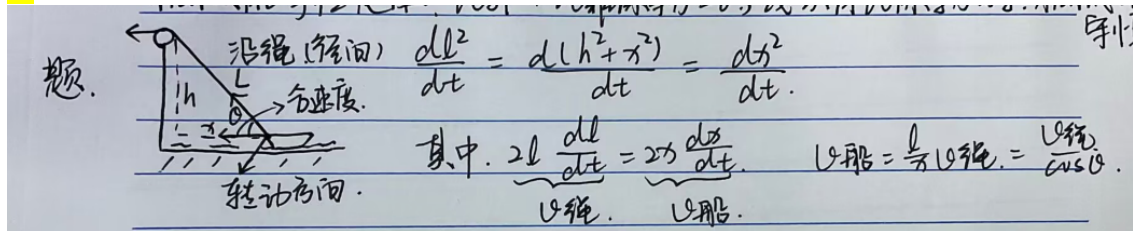
$$W_{\text{外}} + W_{\text{非保守力}} = E - E_0 \text{ (机械能增量)}$$

其中 $E = E_K - E_P$

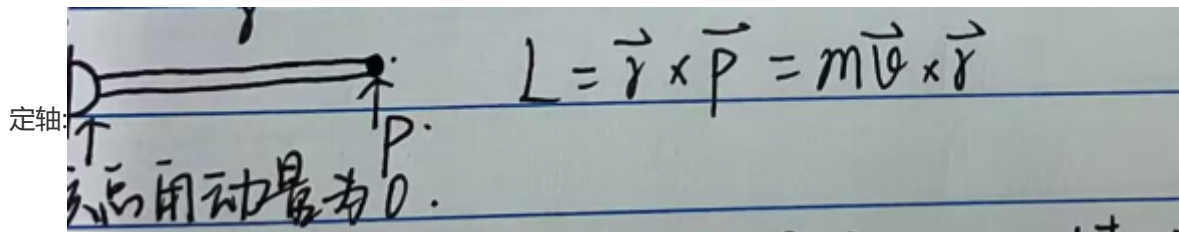
- 机械能守恒定律

$$W_{\text{外}} + W_{\text{非保守力}} = 0 \text{ 或只有 } W_{\text{保守力}} \text{ 时, 机械能守恒}$$

题



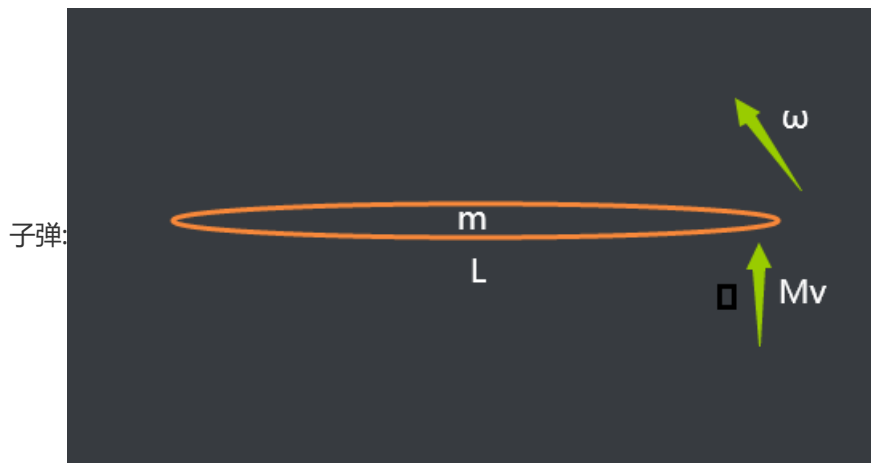
- 角动量 $L^{\rightarrow} = J \omega^{\rightarrow} = \text{动量} * \text{动量臂}$ (过转轴做动量的垂线, 为转轴到垂足间的距离)



刚体定轴转动的动量定理:

$$\int_{t_0}^t \vec{M} dt = \int_{L_0}^L dL = J \vec{\omega} - J \vec{\omega}_0$$

角动量守恒: $J \omega^{\rightarrow} = J \omega_0^{\rightarrow}$



子弹打刚体, 无动量守恒, 只有角动量守恒

- 求子弹打入后子弹连着转轴向上转动的角速度

$$\textcircled{1} M v L = \left(\frac{m L^2}{3} + M L^2 \right) \omega_{\text{共}}$$

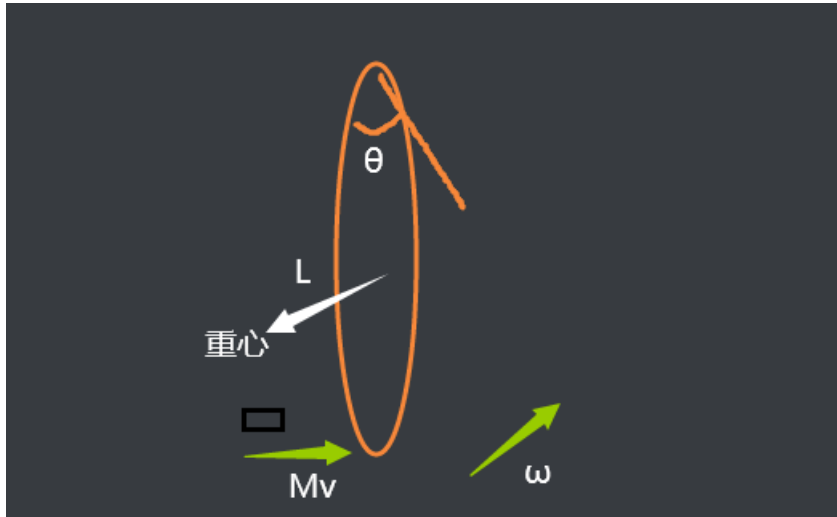
刚体. 绕轴的 J.

- 求子弹打入过程中损失的能量

$$\textcircled{2} E_{\text{损}} = \frac{m v^2}{2} - \frac{\left(\frac{m L^2}{3} + M L^2 \right) \omega_{\text{共}}^2}{2}$$

↑ 初 ↑ 末.

求子弹打入后子弹连着转轴向上转动的角速度



$$\begin{aligned}
 r &= l - l \cos \theta \rightarrow \tau_{p1} = Mg(l - l \cos \theta) \\
 r_{\text{质心}} &= \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cos \theta \rightarrow \tau_p = mg(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cos \theta) \\
 \tau_{\text{总}} &= \frac{J \omega^2}{2} = \tau_{p1} + \tau_{p2} \\
 \text{可求}
 \end{aligned}$$

I Jinji Road, 541004, Guilin,
 Guangxi, P.R, China
[Http://www.gliet.edu.cn](http://www.gliet.edu.cn)

动量守恒: 不受外力做功, 所受合外力为0

机械能守恒的条件: 只有保守力做功时

角动量守恒的条件: 合外力矩=0