



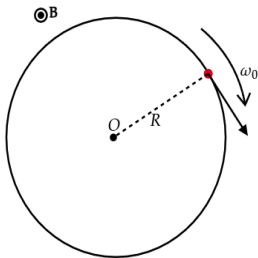
Bất Biến

Người trình bày: Hirrus



1. Vấn đề khởi động
2. Các định luật bảo toàn
 - 2.1 Năng lượng
3. Một vài ứng dụng
4. Bất biến trong một số bài toán khác

Bài toán khởi động



Hình: Chuyển động ban đầu



Hình: Nhiều động nhỏ

► $\mathbf{B} = \frac{B_0}{r^n} \hat{\mathbf{z}}.$

► $\omega_0 = \frac{eB_0}{mR^n}.$

► $|\Delta \mathbf{v}| \ll \omega_0 R.$

► $r_{\max} = R + \delta, \quad \delta \ll R.$

Từ định luật II Newton và định luật Lorentz:

$$m\mathbf{a} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Kết quả thu được:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 \\ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{eB_0}{m} \begin{bmatrix} r^{1-n}\dot{\phi} \\ -r^{-n}\dot{r} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Chú ý rằng,

$$r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\phi}).$$

Kết hợp với phương trình (1), và thu được

$$\frac{d}{dt} \left(r^2\dot{\phi} + \frac{1}{2-n} \frac{eB_0}{m} r^{2-n} \right) = 0.$$

Hay,

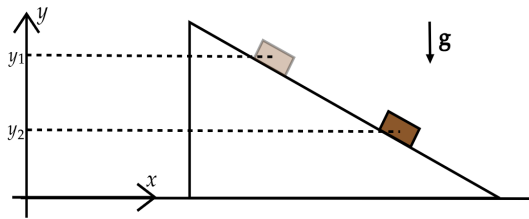
$$r^2\dot{\phi} + \frac{1}{2-n} \frac{eB_0}{m} r^{2-n} = \text{const.} \quad (!)$$

Kết quả cuối cùng:

$$r = R + \delta \cos \left(\omega_0 \sqrt{1-n} t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2)$$

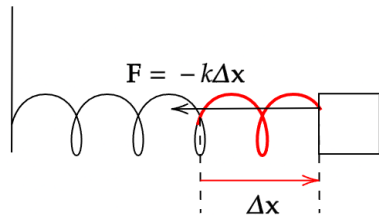
1. Vấn đề khởi động
2. Các định luật bảo toàn
 - 2.1 Năng lượng
3. Một vài ứng dụng
4. Bất biến trong một số bài toán khác

Các bài toán quen thuộc



$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} - mgy \right) = 0.$$

$$\Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) - \int_{y_1}^{y_2} (-mg) dy = 0.$$



$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta x)^2}{2} \right) = 0.$$

$$\Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) - \int_{x_1}^{x_2} (-k\Delta x) dx = 0.$$



Động năng, công, và thế năng

- ▶ Đại lượng $K = \frac{mv^2}{2}$ được gọi là động năng.
- ▶ Đại lượng $A = \int_{q_1}^{q_2} F_q dq$ được gọi là công.
- ▶ Đại lượng $V(q) = - \int_O^q F_q(q) dq$ được gọi là thế năng.

Định lý biến thiên động năng:

$$\frac{dK}{dt} = \sum \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}.$$

Nếu công của tất cả các lực tác dụng có thể được viết dưới dạng một hàm thế năng $V(q)$, thì *cơ năng* bảo toàn:

$$E = K + V = \text{const.}$$

Chú ý: Không phải công của mọi lực chỉ phụ thuộc vào tọa độ đều có thể viết dưới dạng thế năng.

1. Vấn đề khởi động
2. Các định luật bảo toàn
 - 2.1 Năng lượng
3. Một vài ứng dụng
4. Bất biến trong một số bài toán khác

1. Vấn đề khởi động
2. Các định luật bảo toàn
 - 2.1 Năng lượng
3. Một vài ứng dụng
4. Bất biến trong một số bài toán khác

Đơn cực từ

Xét sự chuyển động của một điện tích điểm q_e , khối lượng m trong từ trường của một đơn cực từ giả tưởng nằm yên tại gốc toạ độ:

$$\mathbf{B} = k \frac{q_m}{r^2} \hat{r}.$$

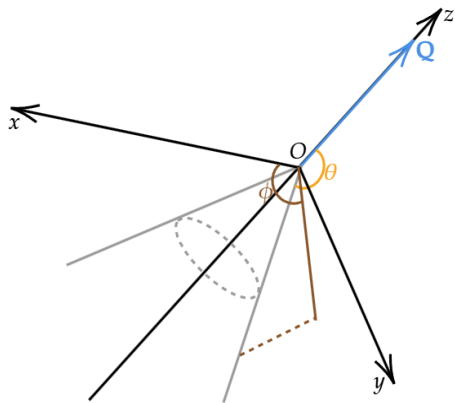
- ▶ Phương trình động lực học: $m\mathbf{a} = q_e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$.
- ▶ Công suất của lực từ bằng 0: $|\mathbf{v}| = \text{const.}$

Chứng minh được rằng, đại lượng

$$\mathbf{Q} = \mathbf{L} - kq_eq_m\hat{r}$$

là một hằng số chuyển động (bất biến).





- ▶ $\mathbf{Q} \cdot \hat{\phi} = mr^2 \dot{\theta} = 0 \implies \theta = \text{const.}$
- ▶ $\mathbf{Q} \cdot \hat{r} = Q \cos \theta = -kq_e q_m \implies |\mathbf{Q}| = \text{const.}$
- ▶ $r(\phi) = \frac{Q \sin \theta}{mv \cos((\phi - \phi_0) \sin \theta)}.$

