



GIỚI THIỆU VÀ MỞ ĐẦU VỀ GIẢI TÍCH

Người trình bày: Võ Anh Tuệ



1. Mở đầu về giải tích

1.1 Tốc độ

1.2 Sơ lược lịch sử

2. Hàm số và Đồ thị

3. Đạo hàm

1. Mở đầu về giải tích

1.1 Tốc độ

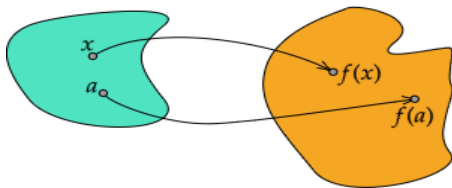
1.2 Sơ lược lịch sử

2. Hàm số và Đồ thị

3. Đạo hàm

Định nghĩa

Hàm f là một quy tắc cho tương ứng mỗi phần tử x thuộc tập hợp X với một và chỉ một phần tử, kí hiệu $f(x)$, thuộc một tập hợp Y .



$$f: X \rightarrow Y$$

Hàm số và Đồ thị

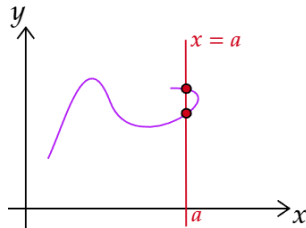
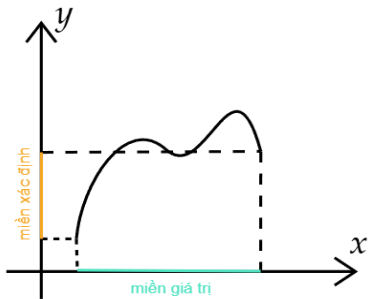
Đồ thị của f bao gồm mọi điểm (x, y) sao cho $y = f(x)$ với $x \in X$.

Một số hàm số quen thuộc:

► $y = \sin x : X = (-\infty, \infty), Y = [-1, 1]$

► $y = |x| : X = (-\infty, \infty), Y = (0, \infty)$

Chú ý, đây không phải là một hàm số:



1. Mở đầu về giải tích

1.1 Tốc độ

1.2 Sơ lược lịch sử

2. Hàm số và Đồ thị

3. Đạo hàm



Định nghĩa

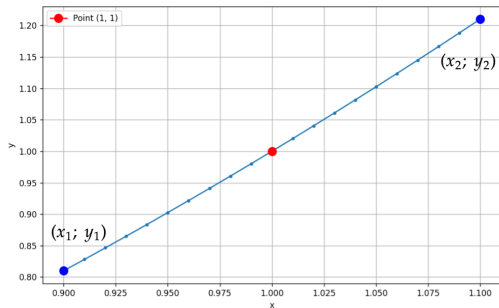
Giới hạn của hàm số $f(x)$ tại điểm $x = a$ được ký hiệu là:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad (1)$$

là giá trị mà hàm số tiến tới khi x tiến tới a .

Giới hạn

Xét hàm số đồ thị hàm số $y = x^2$ được phóng to gần điểm $(1; 1)$:

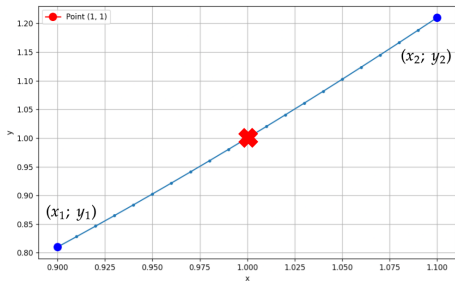


► $y_1 = x_1^2$

► $y_2 = x_2^2$

Giới hạn

Xét hàm số đồ thị hàm số $y = x^2$ (bị gián đoạn) được phóng to gần điểm $(1; 1)$:



$$\triangleright y_1 = \begin{cases} x_1^2 & \text{nếu } x_1 \neq 1 \\ -100 & \text{nếu } x_1 = 1 \end{cases}$$

$$\triangleright y_2 = \begin{cases} x_2^2 & \text{nếu } x_2 \neq 1 \\ 100 & \text{nếu } x_2 = 1 \end{cases}$$

Bảng: Giá trị $y = x^2$ khi x tới gần 1

Bên trái		Bên phải	
x	y	x	y
0.900	0.8100	1.100	1.2100
0.925	0.8556	1.075	1.1556
0.950	0.9025	1.050	1.1025
0.975	0.9506	1.025	1.0506
0.990	0.9801	1.010	1.0201
0.995	0.9900	1.005	1.0100
0.999	0.9980	1.001	1.0020

- ▶ $y_1(1) = -100$
- ▶ $y_2(1) = 100$
- ▶ $\lim_{x_1 \rightarrow 1^-} y_1 = 1$
- ▶ $\lim_{x_2 \rightarrow 1^+} y_2 = 1$

Định nghĩa

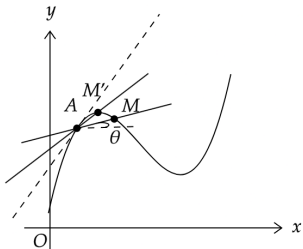
Đạo hàm của hàm số f tại giá trị a , kí hiệu bởi $f'(a)$, là

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \quad (2)$$

nếu giới hạn này tồn tại.

Đạo hàm

Xét cát tuyến AM của một đồ thị hàm số $y = f(x)$:



Hình: Cát tuyến của đồ thị hàm số

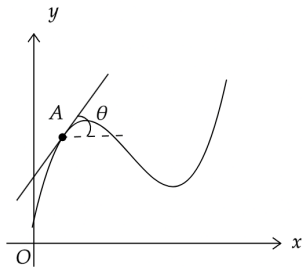
Từ hình vẽ, ta thu được:

$$\tan \theta = \frac{f(x_M) - f(x_A)}{x_M - x_A} \quad (3)$$

Khi lấy một điểm M' gần điểm A hơn M trên đồ thị, cát tuyến AM' sẽ gần với tiếp tuyến tại điểm A (đường nét đứt) hơn.

Đạo hàm

Khi điểm điểm M tiến gần đến điểm A , độ dốc của cát tuyến AM sẽ tiến gần đến độ dốc của tiếp tuyến tại điểm A :



Hình: Cát tuyến tiến gần đến tiếp tuyến

Độ dốc của tiếp tuyến tại điểm A được tính bằng giới hạn:

$$\tan \theta = \lim_{M \rightarrow A} \frac{f(x_M) - f(x_A)}{x_M - x_A} = f'(x_A) \quad (4)$$

→ Đạo hàm của hàm số tại điểm A phản ánh độ dốc của đồ thị tại điểm đó, cũng chính là tốc độ biến thiên của hàm số tại điểm đó.

Đạo hàm của các hàm thông dụng

Đạo hàm của các hàm lượng giác:

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (\cot x) = -\operatorname{csc}^2 x$$

