xPhO Physics Club

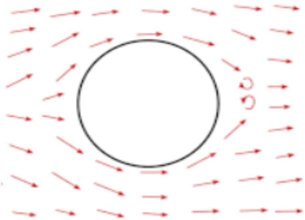
Trường & Giải tích

Người trình bày: Carina

Mục lục

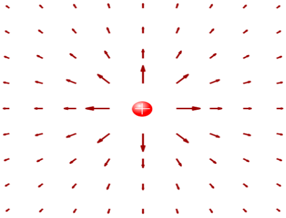
Mục lục

Trường vector



Hình: Trường vận tốc của chất lưu

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y) = \mathbf{v}(r, \theta)$$



Hình: Trường tĩnh điện của điện tích điểm

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(r)$$

1. Giá trị của tích phân đường (công) chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối:

$$-\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2).$$

2. Lưu số trên một đường cong kín là bằng không:

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

3. Trường lực thế có thể biểu diễn dưới dạng gradient của một hàm vô hướng:

$$\mathbf{F} = -\nabla V.$$

Ví dụ về các lực thế: lực hấp dẫn, lực đàn hồi, ...

Từ tính chất thứ nhất,

$$-\mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \mathrm{d}V.$$

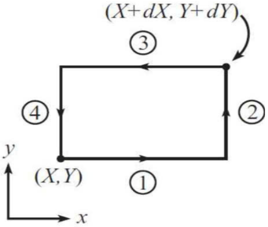
Do đó,

$$-(F_x\mathrm{d}x + F_y\mathrm{d}y + F_z\mathrm{d}z) = \partial_x V\mathrm{d}x + \partial_y V\mathrm{d}y + \partial_z V\mathrm{d}z.$$

Đồng nhất hai vế,

$$\mathbf{F} = -\nabla V.$$

Từ tính chất thứ hai (xét trên mặt phẳng xy),



$$\oint \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \mathrm{d}X\mathrm{d}Y\left(\partial_x F_y - \partial_y F_x\right) = 0.$$

Tương tự cho các mặt phẳng khác,

$$\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z\left(\partial_y F_z - \partial_z F_y\right) = 0.$$
$$\mathrm{d}X\mathrm{d}Z\left(\partial_z F_x - \partial_x F_z\right) = 0.$$

Curl và định lý Curl(Stokes)

Curl của **F** được định nghĩa là

$$\nabla \times \mathbf{F} \equiv \det\left(\begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix}\right).$$

Định lý Stokes tổng quát hoá cho mọi bề mặt:

$$\int_{\mathcal{S}} (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{da} = \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{dl}.$$

Chú ý, $\mathcal{C}$ là đường biên của bề mặt $\mathcal{S}$.

Curl của một trường thế bằng không nên **F** phải có dạng $-\nabla V$ vì

$$\nabla \times (\nabla V) = 0 \quad \forall V.$$

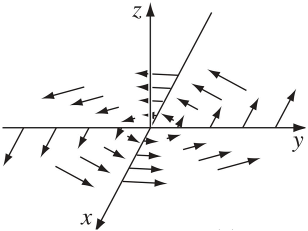
Cụ thể,

$$\begin{aligned} \partial_{xy} V &= \partial_{yx} V, \\ \partial_{yz} V &= \partial_{zy} V, \\ \partial_{zx} V &= \partial_{xz} V. \end{aligned}$$

Tóm lại, điều kiện cần và đủ của một trường thế là

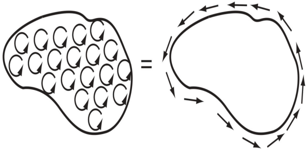
$$\nabla \times \mathbf{F} = \mathbf{0}.$$

Minh hoạ cho dòng chảy xoáy

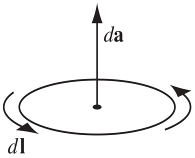


$$\mathbf{v} = -y\hat{x} + x\hat{y},$$

$$\nabla \times \mathbf{v} = 2\hat{z}.$$



Hình: Định lý Stokes



Hình: Chiều của vector pháp tuyến

Mục lục

Tài liệu tham khảo I

[1] I.V.Savelyev, *Giáo trình vật lý đại cương tập 1*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1988.

[2] D. Morin, *Introduction to classical mechanics: with problems and solutions*. Cambridge University Press, 2008.

[3] J. .-. M. Brébec, *PFIEV Cơ học 1*. NXB Giáo dục, 2015.

[4] J. .-. M. Brébec, *PFIEV Cơ học 2*. NXB Giáo dục, 2015.