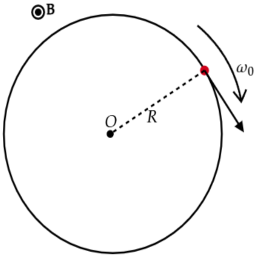
xPhO Physics Club

Bất Biến

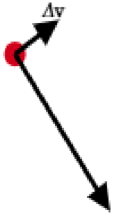
Người trình bày: Hirrus

Mục lục

Bài toán khởi động



Hình: Chuyển động ban đầu



Hình: Nhiễu động nhỏ

- $\mathbf{B} = \frac{B_0}{r^n}\hat{z}$.
- $\omega_0 = \frac{eB_0}{mR^n}$.
- $|\Delta\mathbf{v}| \ll \omega_0 R$.
- $r_{\text{max}} = R + \delta, \quad \delta \ll R$.

Lời giải

Từ định luật II Newton và định luật Lorentz:

$$m\mathbf{a} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Kết quả thu được:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 \\ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{eB_0}{m} \begin{bmatrix} r^{1-n}\dot{\phi} \\ -r^{-n}\dot{r} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Lời giải

Chú ý rằng,

$$r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\phi}).$$

Kết hợp với phương trình (1), và thu được

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\phi} + \frac{1}{2-n}\frac{eB_0}{m}r^{2-n}\right) = 0.$$

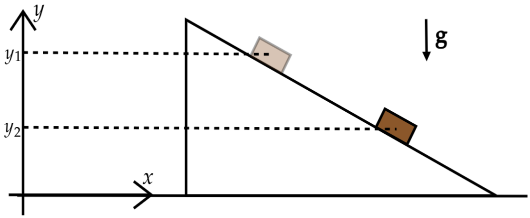
Hay,

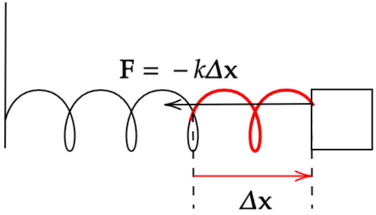
$$r^2\dot{\phi} + \frac{1}{2-n}\frac{eB_0}{m}r^{2-n} = const. \quad (!)$$

Kết quả cuối cùng:

$$r = R + \delta\cos\left(\omega_0\sqrt{1-n}t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{2}$$

Mục lục





$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2} - mgy\right) = 0.$$

$$\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) - \int_{y_1}^{y_2}(-mg)dy = 0.$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta x)^2}{2}\right) = 0.$$

$$\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) - \int_{x_1}^{x_2}(-k\Delta x)dx = 0.$$

Động năng, công, và thế năng

- Đại lượng $K = \frac{mv^2}{2}$ được gọi là động năng.
- Đại lượng $A = \int_{q_1}^{q_2} F_q dq$ được gọi là công.
- Đại lượng $V(q) = -\int_{\mathcal{O}}^{q} F_q(q) dq$ được gọi là thế năng.

Định lý biến thiên động năng:

$$\frac{dK}{dt} = \sum \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}.$$

Nếu công của tất cả các lực tác dụng có thể được viết dưới dạng một hàm thế năng $V(q)$, thì *cơ năng* bảo toàn:

$$E = K + V = const.$$

Chú ý: Không phải công của mọi lực chỉ phụ thuộc vào toạ độ đều có thể viết dưới dạng thế năng.

Năng lượng của hệ

$$E = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + V.$$

$$V = V_{12} + V_{13} + \cdots + V_{V1N} + V_{23} + \cdots + V_{(N-1)N} = \sum_{i<j} V_{ij}.$$

Ta không biết được thế năng của các tương tác vi mô, do đó trong phần lớn trường hợp, phần năng lượng này không được tính vào sự bảo toàn cơ năng. Sự chuyển hoá năng lượng với các nguyên nhân không rõ ràng được gọi là tỏa nhiệt.

Sự bảo toàn năng lượng có phụ thuộc vào cách chọn hệ.

Mục lục

Đơn cực từ

Xét sự chuyển động của một điện tích điểm q_e, khối lượng m trong từ trường của một đơn cực từ giả tưởng nằm yên tại gốc toạ độ:

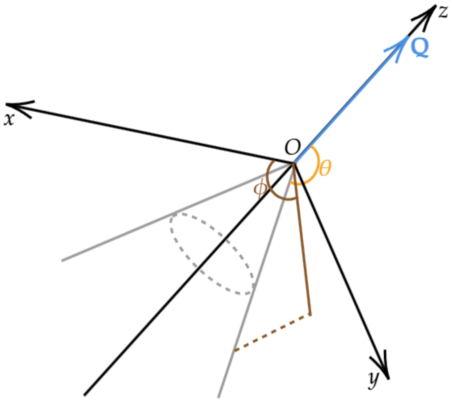
$$\mathbf{B} = k\frac{q_m}{r^2}\hat{r}.$$

- Phương trình động lực học: $m\mathbf{a} = q_e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$.
- Công suất của lực từ bằng 0: $|\mathbf{v}| = const$.

Chứng minh được rằng, đại lượng

$$\mathbf{Q} = \mathbf{L} - kq_eq_m\hat{r}$$

là một hằng số chuyển động (bất biến).



- $\mathbf{Q} \cdot \hat{\phi} = mr^2\dot{\theta} = 0 \implies \theta = const.$
- $\mathbf{Q} \cdot \hat{r} = Q\cos\theta = -kq_eq_m \implies |\mathbf{Q}| = const.$
- $r(\phi) = \frac{Q\sin\theta}{mv\cos((\phi - \phi_0)\sin\theta)}.$