In [2]:

```
import scipy.stats as stats
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pylab
%matplotlib inline
```

Напишем функцию, которая по заданному параметру θ будет возвращать массивы со всеми оценками.

Алгоритм действий внутри функции.

1) Посчитаем динамикой массивы $\bar{X}, X_{(1)}, X_{(n)}$ для всех $n \leq N$.

2) Для всех $n < N$ посчитаем оценки параметра θ из теоретической задачи. Для $2\bar{X}, \bar{X} + X_{(n)}/2, (n+1)X_{(1)}, X_{(1)} + X_{(n)}, \frac{(n+1)}{n}X_{(n)}$ в указанном порядке.

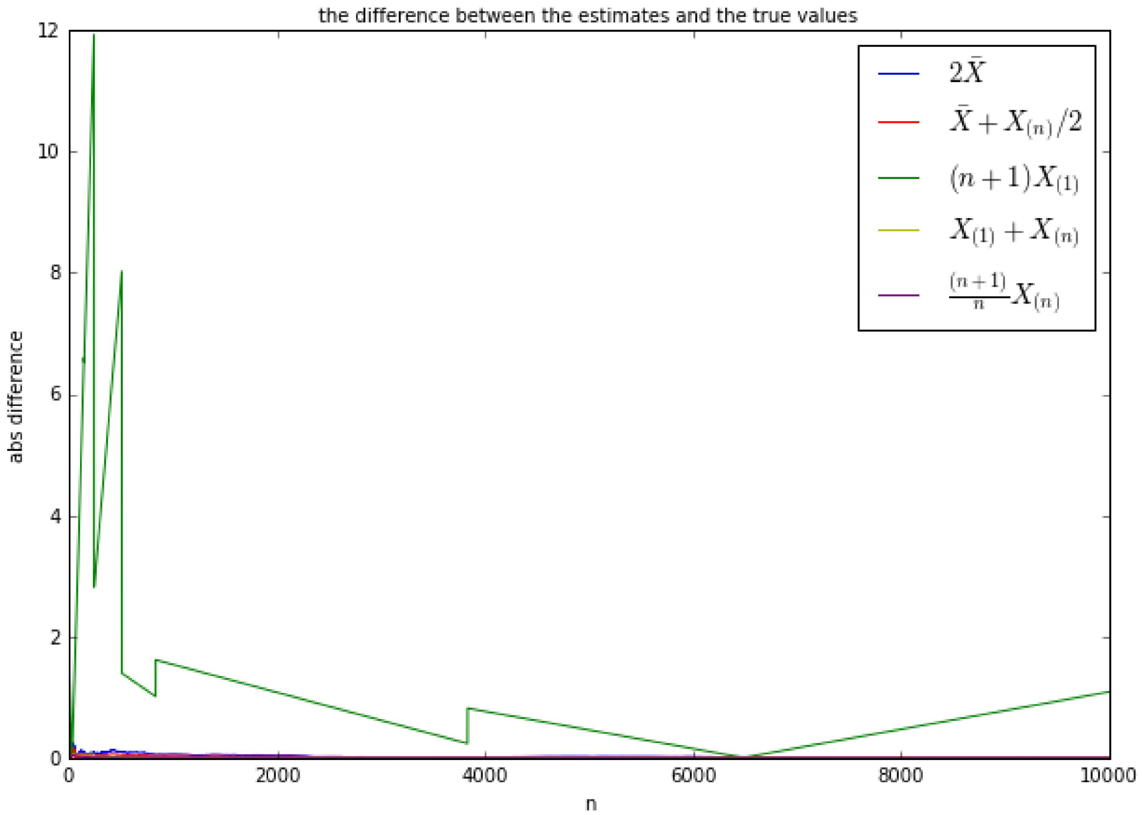
In [3]:

```
# Функция принимает 2 аргумента, параметр равномерного распределения и размеры выборки.
def count_estiminations(theta, sample_len = 10**4):
    uniform = stats.uniform(loc=0,scale=theta)
    sample = uniform.rvs(sample_len)
    # Подсчет выборочного среднего.
    cur_sum = 0
    x_mean = []
    for i in range(sample.size):
        cur_sum += sample[i]
        x_mean.append(cur_sum / (i+1))
    # Подсчет первой порядковой статистики.
    cur_min = 1000
    x_min = []
    for i in range(sample.size):
        if (sample[i] < cur_min): cur_min = sample[i]
        x_min.append(cur_min)
    # Подсчет n-ой порядковой статистики.
    cur_max = -1000
    x_max = []
    for i in range(sample.size):
        if (sample[i] > cur_max): cur_max = sample[i]
        x_max.append(cur_max)

    # Подсчет статистик в указанном порядке.
    estimation_1 = np.array(x_mean) * 2
    estimation_2 = np.array(x_mean) + np.array(x_max) / 2
    estimation_3 = np.array([(n + 2) * x_min[n] for n in range(sample.size)])
    estimation_4 = np.array(x_min) + np.array(x_max)
    estimation_5 = np.array([((n + 2) / (n + 1)) * x_max[n] for n in
range(sample.size)])

    return estimation_1, estimation_2, estimation_3, estimation_4, estimation_5
```

Построим на одном графике разными цветами для всех оценок функции модуля, разности оценки и истинного значения θ в зависимости от n.

In [34]:

```
theta = 2
# Получаем оценки.
e1,e2,e3,e4,e5 = count_estiminations(theta)
n = range(1,10**4 + 1)
# График.
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.xlabel("n")
plt.ylabel(r"abs difference")
plt.plot(n, abs(e1 - theta), color='b', label=r"$2\bar{X} $")
plt.plot(n, abs(e2 - theta), color='r', label=r"$\bar{X} + X_{(n)} / 2 $")
plt.plot(n, abs(e3 - theta), color='g', label=r"$(n+1)X_{(1)}$")
plt.plot(n, abs(e4 - theta), color='y', label=r"$X_{(1)} + X_{(n)}$")
plt.plot(n, abs(e5 - theta), color='purple', label=r"$\frac{(n+1)}{n}X_{(n)}$")
plt.title(r'the difference between the estimates and the true values', fontsize=10)
plt.legend(fontsize=15, loc=1)
plt.show()
```



Заметим, что оценка: $(n+1)X_{(1)}$ сильно отличется от истинного значения параметра θ, исключим ее.

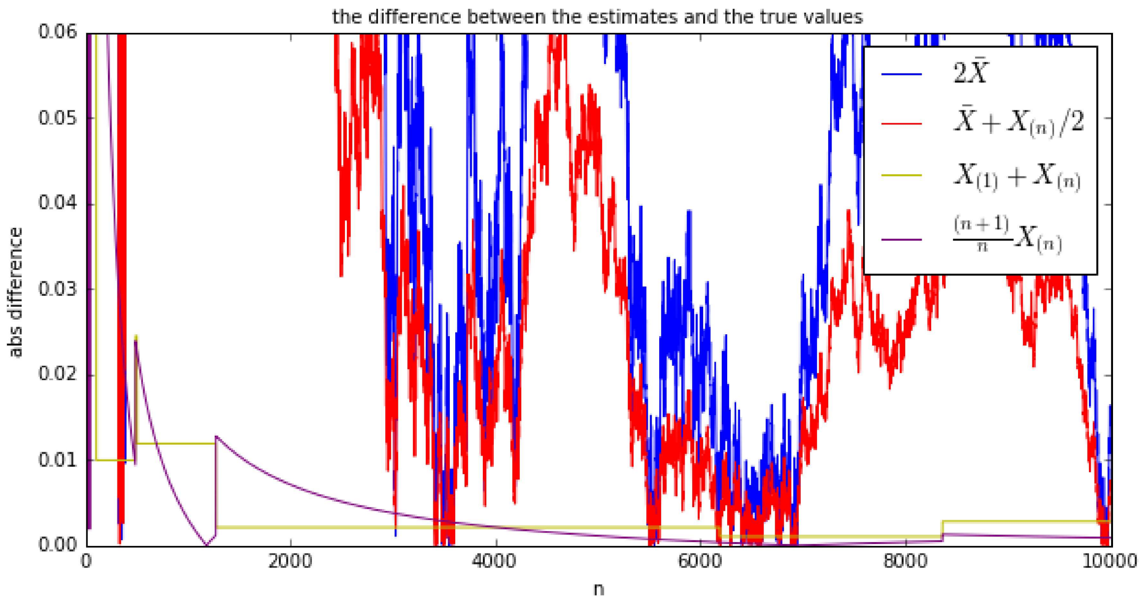
Построим новый график с другим значением θ в увеличенном масштабе по оси ординат

In [35]:

```
# Функция для построения графиков для оценок.
# Второй параметр, это ограничение по оси ординат.
def get_estim_plt(theta,ylim=0.06):
    e1,e2,e3,e4,e5 = count_estiminations(theta)
    n = range(1,10**4 + 1)
    # График.
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.xlabel("n")
    plt.ylabel(r"abs difference")
    plt.plot(n, abs(e1 - theta), color='b', label=r"$2\bar{X} $")
    plt.plot(n, abs(e2 - theta), color='r', label=r"$\bar{X} + X_{(n)} / 2 $")
    plt.plot(n, abs(e4 - theta), color='y', label=r"$X_{(1)} + X_{(n)}$")
    plt.plot(n, abs(e5 - theta), color='purple', label=r"$\frac{(n+1)}{n}X_{(n)}$")
    plt.title(r'the difference between the estimates and the true values', fontsize=10)
    plt.legend(fontsize=15, loc=1)
    # Ограничиваем масштаб по оси ординат.
    pylab.ylim(0,ylim)
    plt.show()
    # Выводим значения отклонений при максимальном n.
    print('blue:', abs(e1[10**4 - 1] - theta), 'red:', abs(e2[10**4 - 1] - theta), 'yel
low:', abs(e4[10**4 - 1] - theta),
          'purple', abs(e5[10**4 - 1] - theta))
```

In [37]:

```
get_estim_plt(20)
```



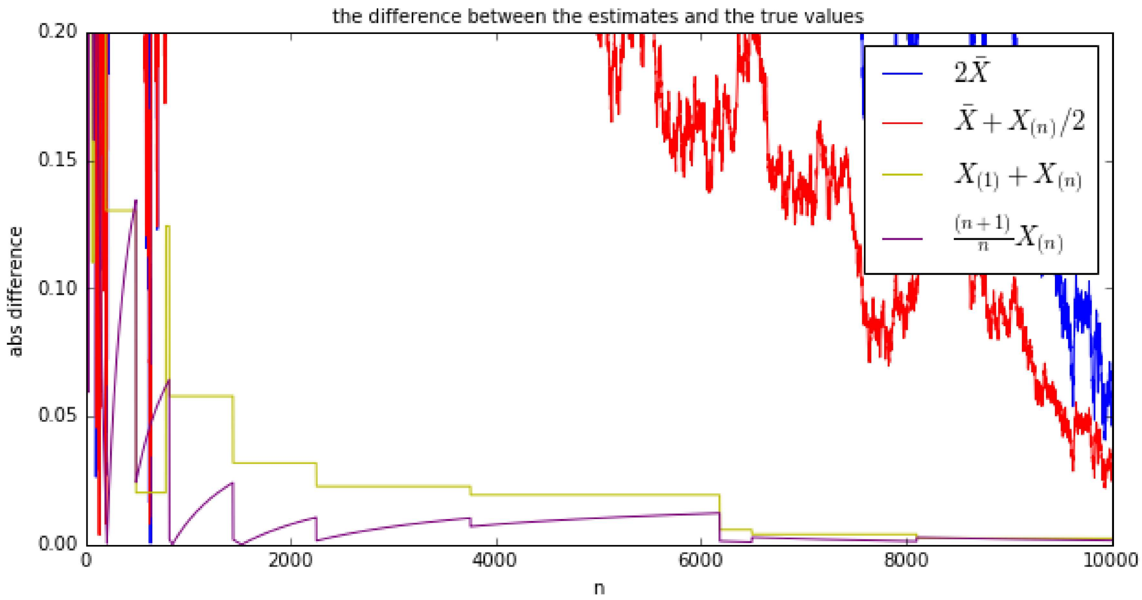

```
blue: 0.0158500481954 red: 0.00736795465105 yellow: 0.00280292683451 purpl
e 0.000885749692802
```

Видно, что оценка $\frac{(n+1)}{n}X_{(n)}$ получилась лучше.

Проведем еще несколько экспериментов, меняя значение θ

In [40]:

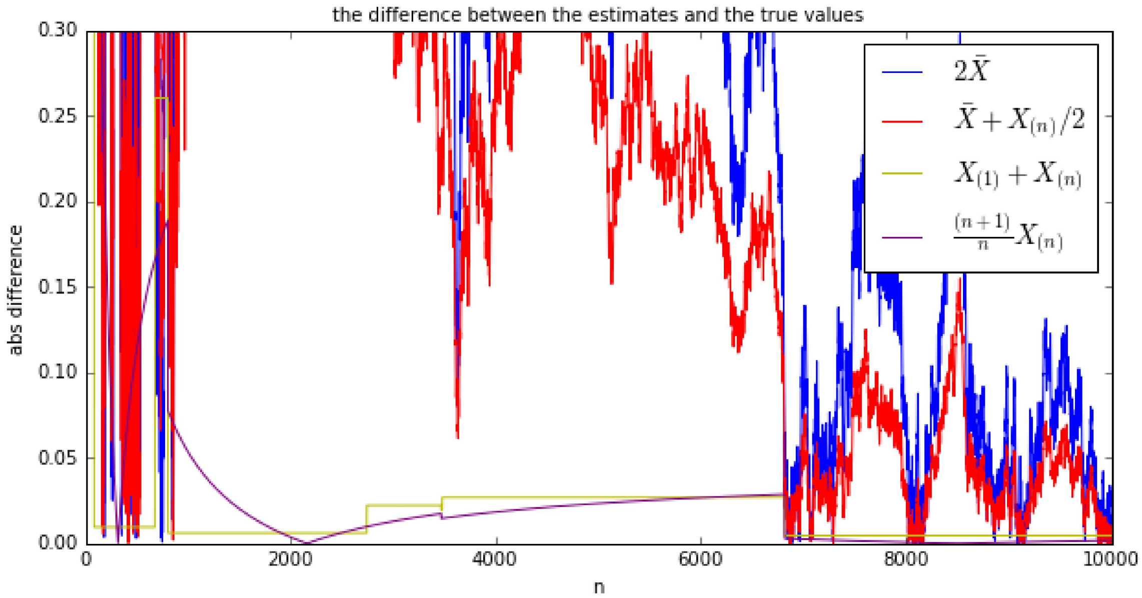
```
get_estim_plt(50, 0.2)
```




```
blue: 0.0465210873261 red: 0.0249790883023 yellow: 0.0024532101336 purple
 0.00156256701261
```

In [41]:

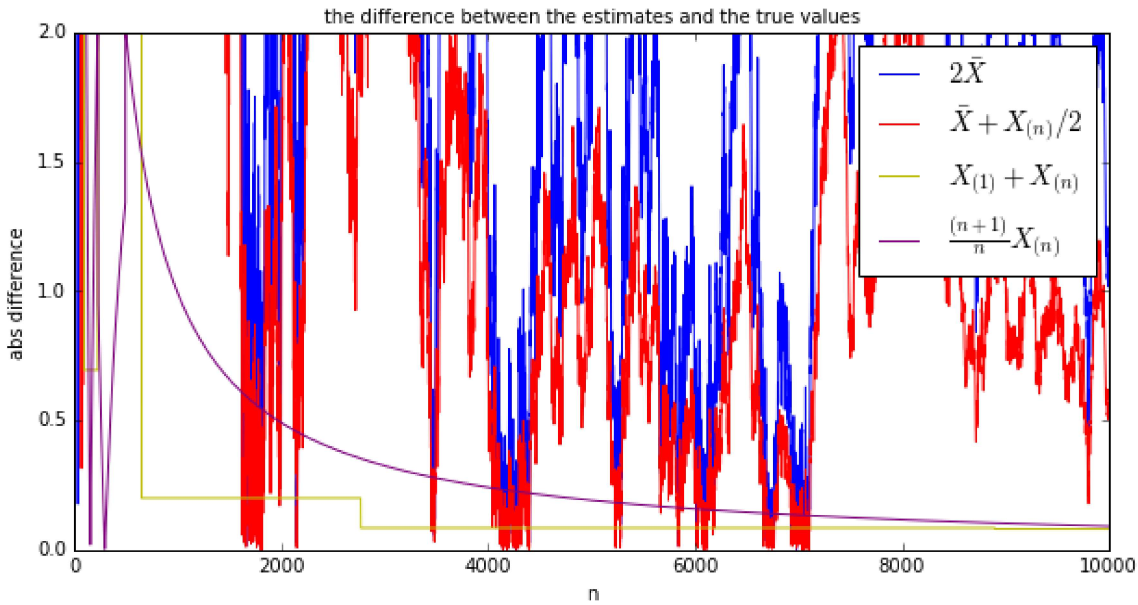
```
get_estim_plt(100,0.3)
```




```
blue: 0.0165403496273 red: 0.00237526104277 yellow: 0.00467013433327 purpl
e 0.00179100652456
```

In [42]:

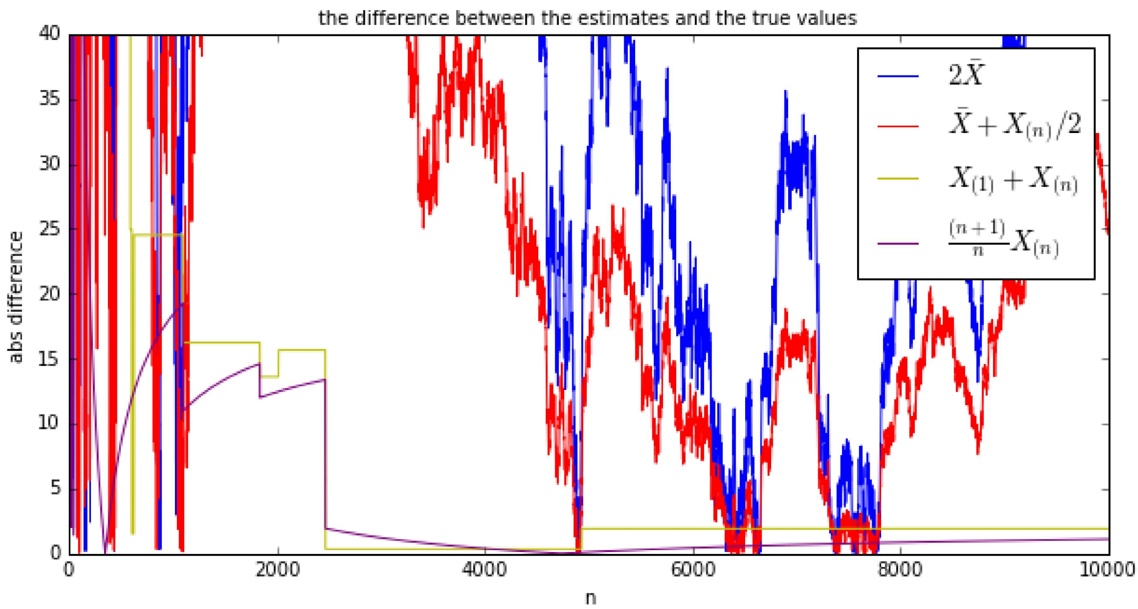
```
get_estim_plt(1000,2)
```




```
blue: 1.03790574495 red: 0.51465802227 yellow: 0.0806708757518 purple 0.09
1409440622
```

In [43]:

```
get_estim_plt(10000,40)
```




```
blue: 47.2946193912 red: 24.7027596548 yellow: 1.92952760077 purple 1.1111
1100831
```

Вывод.

Общая тенденция видна. Оценка $X_{(1)} + X_{(n)}$ стремится к θ приблизительно как $\frac{(n+1)}{n}X_{(n)}$, обе они лучше чем $\bar{X} + X_{(n)}/2$, которая в свою очередь лучше чем $2\bar{X}$. Оценка $(n+1)X_{(1)}$ не стремится к θ.

При увеличении θ модуль разности всех оценок и θ увеличивается.

In [ ]: