Имеются серверы, которые периодически выходят из строя. Обозначим ξ_i время между i-м и $i+1$-м моментами выхода сервера из строя. Предполагается, что величины ξ_i независимы в совокупности и имеют экспоненциальное распределение с параметром λ.

Обозначим N_t - количество серверов, которые вышли из строя к моменту времени t. В курсе случайных процессов будет доказано, что для любых $s < t$ величина $N_t - N_s \sim Pois(\lambda(t-s))$ и независима с N_s. При этом N_t как функция от t бедт называться пуассоновским процессом интенсивности λ.

Необходимо узнать, сколько серверов нужно докупить к моменту времени t взамен вышедших из строя. В момент времени s предсказанием количества серверов, вышедших из строя к моменту времени t, будем считать величину $E(N_t|N_s)$.

Напишем программу, которая после запуска каждые t_0 секунд будет выводить уточненное значение предсказания, т.е. $E(N_t|N_{kt_0})$ для $k \in \mathbb{N}$

In [1]:
```
import scipy.stats as stats
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pylab
%matplotlib inline
```

In [2]:
```
data = pd.read_csv('6.csv')
```

In [3]:
```
data[:10]
```

Out[3]:

	lambda = 88
0	t_0 = 300
1	t = 90000
2	58.3458
3	117.1273
4	303.7976
5	481.9694
6	496.6469
7	653.6537
8	686.9146
9	694.7753

In [16]:
```
# Исходя из значений, указанных в файле.
lamb = 88
t_0 = 300
t = 90000
data_nd = np.array(data[2:])
print("data: \n", data_nd[:10],"\ndata size: \n", len(data_nd),"\nlast element: \n", data_nd[-1])
```

```
data:
 [['58.3458']
 ['117.1273']
 ['303.7976']
 ['481.9694']
 ['496.6469']
 ['653.6537']
 ['686.9146']
 ['694.7753']
 ['768.4777']
 ['821.0795']]
data size:
 1000
last element:
 ['86624.7041']
```

Выведим явно, требуемое условное матожидание. $E(N_t|N_s) = E(N_t - N_s + N_s|N_s) =$ **(так как** $N_t - N_s$ **независима от** N_s **по условию)** $= E(N_t - N_s) + N_s = \lambda(t-s) + N_s$.

In [17]:
```
iter_number = t / t_0
iter_number = int(iter_number)
print(iter_number)
```

```
300
```

In [18]:
```
def get_predictions():
    prediction_list = np.zeros(iter_number)
    current_data_index = 0
    N_s = 0
    current_time = 0
    for i in range(iter_number):
        current_time += t_0
        while (current_data_index < 1000 and float(data_nd[current_data_index][0]) <= current_time):
            current_data_index += 1
            N_s += 1
        res = lamb * (t - current_time) + N_s
        print("Time: ", current_time, " Prediction:  ", res)
        prediction_list[i] = res
    return (prediction_list, N_s)
```

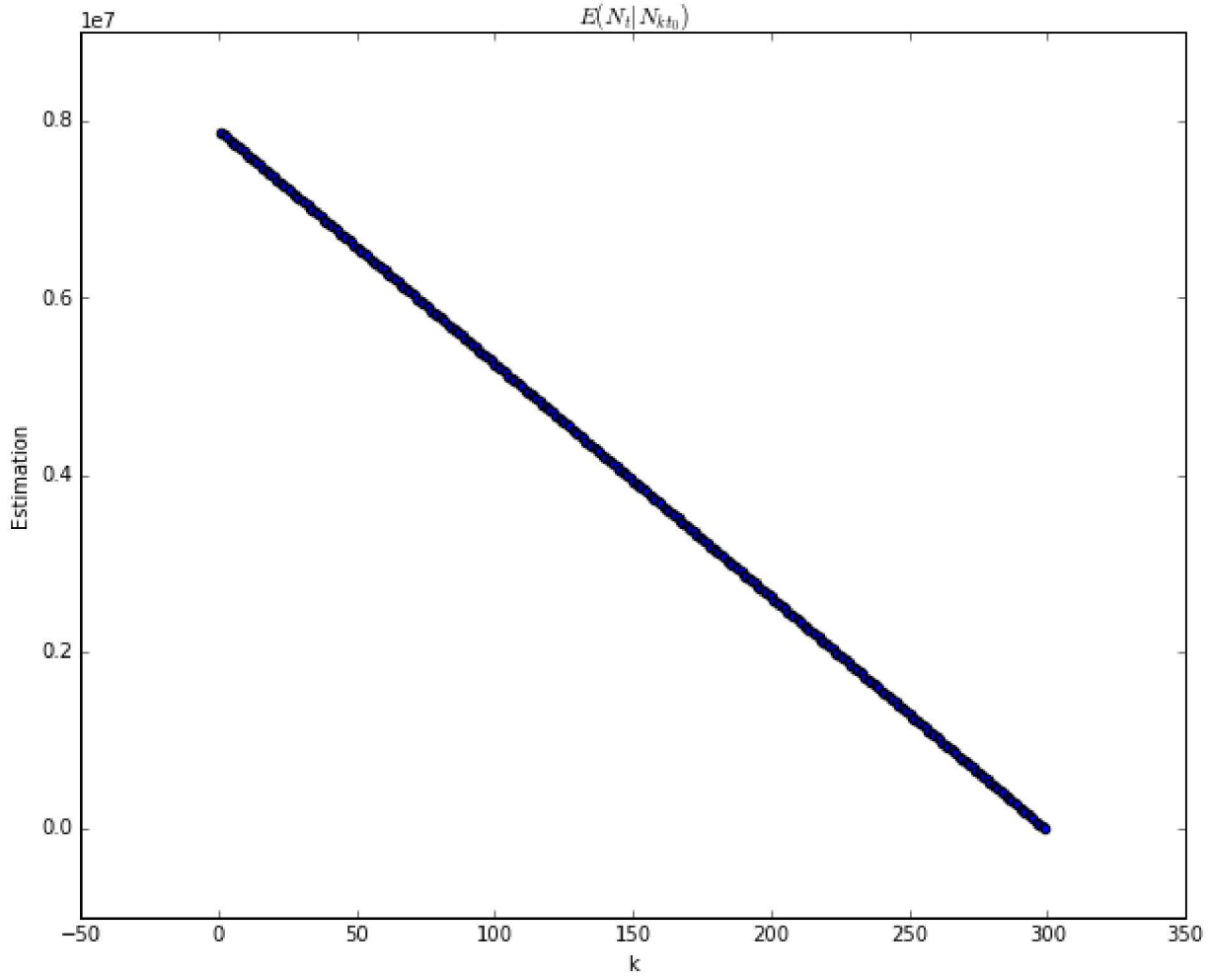
In [19]:
```
predictions, N_t = get_predictions()
```

```
Time:  300  Prediction:   7893602
Time:  600  Prediction:   7867205
Time:  900  Prediction:   7840811
Time:  1200  Prediction:   7814411
Time:  1500  Prediction:   7788013
Time:  1800  Prediction:   7761616
Time:  2100  Prediction:   7735220
Time:  2400  Prediction:   7708824
Time:  2700  Prediction:   7682429
Time:  3000  Prediction:   7656032
Time:  3300  Prediction:   7629634
Time:  3600  Prediction:   7603237
Time:  3900  Prediction:   7576841
Time:  4200  Prediction:   7550445
Time:  4500  Prediction:   7524049
Time:  4800  Prediction:   7497649
Time:  5100  Prediction:   7471252
Time:  5400  Prediction:   7444854
Time:  5700  Prediction:   7418458
```

In [20]:
```
predictions[-1]
```

Out[20]: 1000.0

In [21]:
```
# Построим график
plt.figure(figsize = (10,8))
x = np.arange(1, 300, 1)
plt.scatter(x, predictions[x])
plt.title(r"$E(N_t|N_{kt_0})$")
plt.xlabel("k")
plt.ylabel("Estimation")
plt.show()
```



Вывод №1(не окончательный). Как видим, предсказание начинается с очень большого числа и в дальнейшем, по мере увеличения времени прогноз улучшается, и в конце концов приходит к истинному значению, так как последний 1000-ый сервер сломался, как раз в конце.

В целом, остаются вопросы, об эффективности такого метода предсказания, он дает очень завышенные ответы.

Попробуем теперь взять другую λ

In [24]:
```
lamb = 0.0088
```

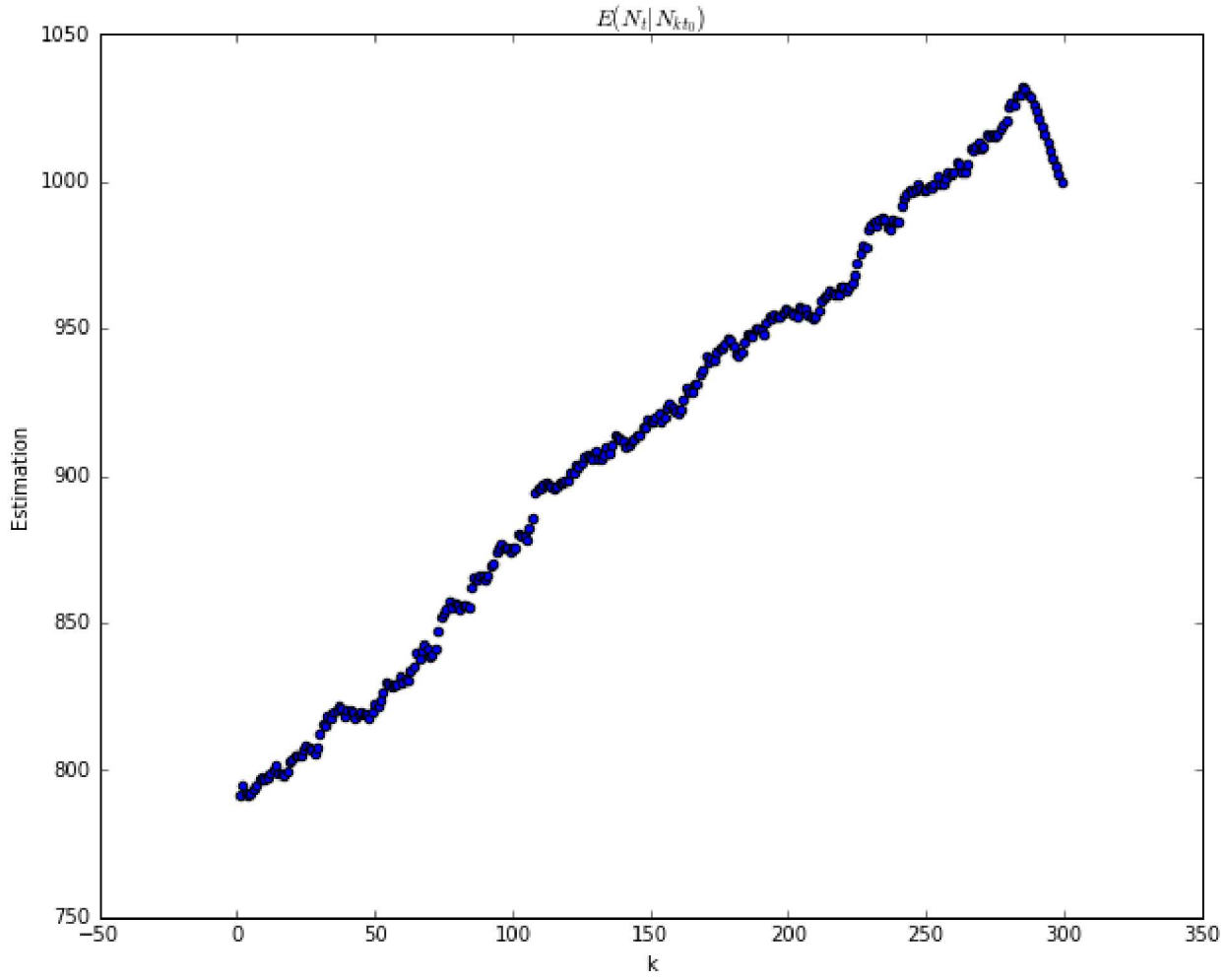
In [25]:
```
predictions, N_t = get_predictions()
```

```
Time:  300  Prediction:   791.36
Time:  600  Prediction:   791.72
Time:  900  Prediction:   795.08
Time:  1200  Prediction:   792.44
Time:  1500  Prediction:   791.8000000000001
Time:  1800  Prediction:   792.1600000000001
Time:  2100  Prediction:   793.5200000000001
Time:  2400  Prediction:   794.88
Time:  2700  Prediction:   797.24
Time:  3000  Prediction:   797.6
Time:  3300  Prediction:   796.96
Time:  3600  Prediction:   797.32
Time:  3900  Prediction:   798.6800000000001
Time:  4200  Prediction:   800.0400000000001
Time:  4500  Prediction:   801.4000000000001
Time:  4800  Prediction:   798.76
Time:  5100  Prediction:   799.12
Time:  5400  Prediction:   798.48
Time:  5700  Prediction:   799.84
```

In [26]:
```
predictions[-1]
```

Out[26]:
```
1000.0
```

In [27]:
```
# Построим график
plt.figure(figsize = (10,8))
x = np.arange(1, 300, 1)
plt.scatter(x, predictions[x])
plt.title(r"$E(N_t|N_{kt_0})$")
plt.xlabel("k")
plt.ylabel("Estimation")
plt.show()
```



Вывод: В данных, скорее всего, дана не та λ, если взять $\lambda = 0.0088$, то предсказания получаются намного лучше, они намного меньше отличаются от истинного ответа, а по мере выхождения серверов из строя, по-немногу исправляются и дают в итоге хороший результат.

In [ ]: