

PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES SOBRE CONTRATOS FUTUROS DE BOI GORDO NA BM&FBOVESPA

TRICIA THAÍSE E SILVA PONTES *
SINÉZIO FERNANDES MAIA †

Resumo

Este artigo tem como objetivo aplicar o modelo de precificação de opções sobre contratos futuros, desenvolvido por Black (1976), ao mercado futuro de boi gordo. O método consistiu em aplicar diferentes tipos de volatilidade (histórica, implícita e determinística) ao modelo de precificação de Black e comparar o desempenho dos mesmos. Os resultados mostraram que a volatilidade histórica para as diferentes janelas móveis subprecificam os valores dos prêmios negociados no mercado; enquanto os modelos calculados com volatilidade EWMA e TARCH superprecificam os prêmios das opções. De modo geral, o modelo com janela móvel foi o que apresentou melhor desempenho nas análises realizadas.

Palavras-chave: Boi gordo; Mercado futuro; Precificação de opções; Volatilidade.

Abstract

This article aims to apply the model for pricing options on futures contracts, developed by Black (1976), to live cattle futures market. The method consisted of applying different types of volatility (historical, implied and deterministic) to pricing model of Black and compare their performance. The results showed that the historical volatility for different sliding windows underestimates the values of awards traded in the market, while models calculated with EWMA and TARCH volatility overestimate the option premiums. In general the model with sliding window showed the best performance in the analyzes.

Keywords: Beef cattle; Future markets; Options pricing; Volatility.

JEL classification: G12, G13, Q13, Q14.

DOI: <http://dx.doi.org/10.11606/1413-8050/ea140986>

* Doutora em Administração pela FEA-USP e Mestra em Administração pelo PPGA-UFPB. E-mail: triciathaise@gmail.com.

† Professor do PPGE/UFPB, pós-doutor em Economia pela UFRGS. E-mail: sinezio-maia@yahoo.com.br.

1 Introdução

O agronegócio representa uma parcela importante da renda gerada nacional e mundialmente. O Produto Interno Bruto (PIB) do agronegócio brasileiro totalizou R\$ 942 bilhões em 2011, o que representa um avanço de 5,73%; crescimento superior ao da economia como um todo que foi de 2,7%. Devido a esses resultados positivos, a participação do agronegócio no PIB nacional aumentou de 21,78% em 2010 para 22,74% em 2011, de acordo com o Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada da Universidade de São Paulo (CEPEA/USP 2012).

A bovinocultura é um dos principais destaques do agronegócio brasileiro no cenário mundial. O Brasil é dono do segundo maior rebanho efetivo do mundo, com cerca de 200 milhões de cabeças. Além disso, desde 2004 assumiu a liderança nas exportações, com um quinto da carne comercializada internacionalmente e vendas em mais de 180 países. A exportação de carne bovina gerou para o Brasil um total de aproximadamente 5,4 bilhões de dólares em 2011. A crise europeia e a desaceleração da economia global têm reduzido a demanda por carne bovina brasileira, contudo, mesmo com o volume em queda, a receita não tem apresentado grandes alterações devido ao aumento dos preços em moeda nacional (MAPA 2012).

O crescimento da atividade agropecuária é limitado pelos inúmeros riscos inerentes a ela, tais como: o risco de a produção esperada não ser alcançada devido a eventos relacionados ao clima ou a outros fatores como pragas; o risco de crédito; o risco operacional decorrente de falhas na execução de processos e tarefas da atividade e o risco de preço representado pela oscilação dos preços em sentido contrário ao interesse do agente no momento da comercialização. Desse modo, a gestão de riscos é crucial para que o agronegócio se mantenha estável e com retorno desejado, pois, ao mesmo tempo em que são muitas as incertezas, são escassas as iniciativas para administrá-las.

De forma semelhante, os agentes envolvidos na produção ou comercialização de carne bovina também estão sujeitos ao risco associado às flutuações de preço das mercadorias. Esse risco pode ser percebido quando o produtor engorda seus animais sem conhecer o preço pelo qual poderá vendê-los na época do abate. Quando chegar a data em que o boi será vendido, o produtor pode não encontrar no mercado um preço que remunere seu investimento ou nem mesmo seja capaz de cobrir seus custos.

A fim de se proteger dessas variações nos preços inerentes à atividade, os produtores de boi gordo podem recorrer ao mercado futuro e, dessa forma, fixar um preço que garanta a reposição de seu custo de produção e algum retorno. O produtor ou investidor adquire um contrato que pode ser de compra ou de venda futura da *commodity* a um preço determinado. Para proteger-se dessas características associadas à atividade, produtores e compradores têm buscado instrumentos alternativos de gestão dos riscos, sendo, o principal deles, o mercado de derivativos, e os contratos futuros e de opções os mais utilizados.

Atualmente, a BM&FBOVESPA negocia contratos derivativos agropecuários de açúcar, boi gordo, café arábica, etanol, milho e soja. O contrato futuro de boi gordo possui posição majoritária nas negociações, representando 47,61% do total de contratos de *commodities* negociadas na BM&FBOVESPA em 2011. No que se refere às opções sobre contratos futuros, objeto de estudo desta pesquisa, o boi gordo também mantém a liderança, posto que repre-

senta 45,27% das opções sobre futuros agropecuários com 11.719 contratos negociados no ano de 2011 (BM&FBOVESPA 2012).

Diante do grande potencial que os mercados de opções e de futuros ainda têm a ser explorado, bem como do importante papel que essa mercadoria representa para o desenvolvimento do setor de carne bovina, o presente trabalho busca avaliar o comportamento do modelo de Black (1976) aplicado à precificação de opções sobre contrato futuro de boi gordo negociadas na BM&FBOVESPA. Para isso, foram aplicados diferentes métodos de volatilidade, buscando identificar o impacto que cada um gera nos preços teóricos calculados e o quão próximo este está dos preços praticados pelo mercado.

2 Referencial teórico

2.1 Derivativos

Os derivativos funcionam como importantes ferramentas de proteção e gestão do risco, sendo definidos como instrumentos financeiros que têm por base um ativo ou contrato (ativo subjacente) negociado entre as partes em mercados organizados. Os derivativos mais comuns são os contratos a termo (*forward*), contratos de opção e contratos futuros. O agente que investe em derivativos pode assumir uma posição comprada (*long*) ou uma posição vendida (*short*) de acordo com sua posição líquida em determinado vencimento. Se o número de contratos vendidos for maior que o número de contratos comprados, sua posição será vendedora (*short*); caso contrário, a posição será compradora (*long*). É importante frisar que a posição líquida é fixada para um único vencimento do mesmo contrato (Hull 2016).

Hull (2016) define um contrato a termo como um compromisso que as partes assumem de comprar e vender um ativo por determinado preço em certa data futura. Uma característica especial desse tipo de contrato é que a negociação não ocorre em bolsa padronizada: os acordos são firmados entre as partes no que se chama “mercados de balcão”. Um investidor que compra um contrato a termo concorda em comprar uma unidade de um bem em uma data futura especificada, chamada data de vencimento. O preço ao qual a compra será mantida é chamado de preço *forward*. Esse preço é determinado no contrato, e não sofre alterações durante o tempo de maturidade (Richard & Sundaresan 1981).

Diferente do preço que permanece constante, o valor de um contrato a termo flutua entre o tempo em que é escrito e o tempo de vencimento. Quando o contrato é escrito, ele não tem valor, mas no vencimento, o investidor pode realizar um lucro (ou perda) igual à diferença entre o preço à vista de uma unidade do bem e o preço a termo contratado. Esse valor flutuará porque o valor do direito de comprar ao preço escrito no contrato se altera com as mudanças ocorridas no preço à vista.

Os contratos futuros evoluíram a partir dos contratos a termo, por isso possuem características semelhantes, e são algumas vezes confundidos. Além da negociação em bolsa, o ajuste diário no valor das posições é uma das principais diferenças entre um contrato futuro de um *forward* (contrato a termo). Whaley (1986) distingue os dois tipos de contrato afirmando que, enquanto no contrato a termo ocorre um único pagamento – realizado na data futura especificada no contrato – nos contratos futuros são realizados pagamentos intermediários que podem representar perdas ou ganhos de acordo com a va-

riação negativa ou positiva no valor diário das posições detidas pelos agentes. Essas perdas ou ganhos são acumulados durante a vida do contrato, o que torna o valor final de uma posição em um contrato futuro diferente do valor final de uma posição em um contrato a termo.

O preço futuro está especificado no contrato, e é determinado no momento em que o contrato é escrito, sendo escolhido de forma que nenhum pagamento seja realizado nesse momento. Quando o contrato vence, o indivíduo que possui uma posição comprada ou vendida desse contrato deve fazer ou receber pagamentos diários pela eventual compra ou venda do bem. As prestações diárias não são especificadas com antecedência no contrato, mas são determinadas pela variação diária no preço futuro. Se o preço futuro aumenta, então o investidor que é *long* – possui posição comprada – recebe um pagamento do investidor que é *short* – possui posição vendida –, e vice-versa. Esse procedimento é chamado de “*marking-to-market*” (marcação a mercado) (Richard & Sundaresan 1981). Quanto à liquidação, conforme destacado por Hull (2016), a maioria dos contratos futuros não leva à entrega, pois a maior parte dos *traders* escolhe encerrar suas atividades (assumindo uma posição oposta) antes do período de entrega especificado no contrato. Entretanto, é a possibilidade da entrega final que determina o preço futuro.

Mercados futuros são mercados organizados, nos quais não se comercializam produtos ou ativos, neles são negociados contratos futuros de *commodity*, ativo financeiro ou índice econômico para liquidação em determinada data futura. A maior parte dos contratos futuros não é conduzida até a entrega, os investidores preferem zerar suas posições com a realização de um contrato oposto ao original antes do período de entrega especificado no contrato (Stoll 1979, Montezano 1987).

Os mercados futuros agropecuários funcionam como uma garantia, tanto para o produtor rural quanto para a indústria processadora em operações de *hedge* (cobertura) de preço, eliminando incertezas de preços na época da comercialização. Por meio desse mercado, o produtor consegue avaliar a viabilidade de investimento em determinada atividade, comparando o custo de produção conhecido e o preço que ele pode assegurar com a venda do produto a futuro na Bolsa. Com a transparência dos preços, é possível saber se os preços a serem pagos no futuro são compensadores, ou não, para a atividade produtiva (Marques et al. 2006).

Nesse sentido, a principal função dos mercados futuros, em especial os de *commodities* agropecuárias, é facilitar a realocação de exposição ao risco de variação no preço entre os participantes do mercado. Ao proporcionarem um meio para a realização de *hedging* do risco do preço, os contratos futuros tornam possível separar a decisão de estocar ou não fisicamente uma *commodity* da decisão de se expor financeiramente às mudanças em seu preço (Bodie & Merton 1999).

Outro tipo de derivativo bastante utilizado são os contratos de opção. Uma opção consiste em um direito, e não uma obrigação, de comprar ou vender um determinado ativo (ativo-subjacente ou objeto) a um preço futuro pré-determinado dentro de um período de tempo especificado. Para adquirir esse direito, o comprador (titular) de uma opção paga ao lançador da opção (vendedor) uma quantia em dinheiro chamada de prêmio ou preço da opção, pelo fato de o lançador assumir o risco da opção. Quando a opção dá a seu detentor o direito de comprar, é chamada de opção de compra ou *call*; se o direito adquirido é para vender um determinado ativo, é chamada opção de venda

ou *put*. O preço especificado no contrato é conhecido como preço de exercício ou *strike price*, e a data é chamada de vencimento, expiração ou de exercício (Smith Jr. 1976, Black & Scholes 1973, Merton 1976).

No que se refere ao prazo para serem exercidas as opções, são classificadas como americanas ou europeias. Uma opção europeia pode ser exercida apenas na data futura que foi determinada no contrato, ao passo em que as opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento até a data de vencimento (Merton 1973).

O valor intrínseco de uma opção é a porção de seu preço que se deve à vantagem real que o preço do ativo-objeto proporciona em relação ao de exercício. Considerando o valor intrínseco e a probabilidade de ser exercida, uma opção pode estar *in-the-money* (dentro do dinheiro), *at-the-money* (no dinheiro) ou *out-of-the-money* (fora do dinheiro). Se o preço do ativo subjacente é igual ao preço de exercício, é dito que a opção de compra está no dinheiro. Se o preço do ativo está abaixo do preço de exercício, a opção de compra está fora do dinheiro e não deve ser exercida. Se o preço de exercício da opção está abaixo do preço do ativo subjacente, a opção de compra é dita dentro do dinheiro, e o comprador da opção de compra pode exercer a sua opção, ganhando, assim, a diferença entre os dois, preços de exercício e o valor do ativo. O contrário é verdadeiro para as opções de venda (*put*).

O preço de uma opção (c) pode ser descrito como uma função do preço do ativo subjacente (S), da volatilidade (σ), da Taxa de juros do ativo livre de risco (r), do tempo de maturidade (t) e do preço de exercício (K). Dessas variáveis, apenas a volatilidade não pode ser observada diretamente no mercado, devendo ser estimada. Quanto mais alta a volatilidade, maior a variação do valor do ativo ao longo do tempo e maior a incerteza quanto ao preço esperado no futuro, sendo uma variável fundamental para o cálculo do prêmio da opção.

2.2 Precificação de opções: o modelo Black & Scholes

Em 1973, Robert Merton, Myron Scholes e Fisher Black desenvolveram uma solução para o problema do apreamento de opções, que até então não possuía uma fórmula completa. O modelo proposto se referia à precificação de opções sobre ações, chegando à fórmula para o cálculo do valor teórico de uma opção de compra europeia exercida sobre um objeto que não paga dividendos e é livremente negociado no mercado. Esse modelo ganhou grande notoriedade na época, e continua sendo bastante utilizado na prática até hoje, conhecido como o modelo de Black e Scholes (B&S). Por se tratar de um modelo teórico foram adotadas várias premissas simplificadoras ou “condições ideais” que o tornam possível de ser implementado. As premissas assumidas por Black & Scholes (1973) foram:

- A taxa de juros livre de risco é conhecida e constante ao longo do tempo.
- O preço do ativo segue um *random walk* (caminho aleatório) contínuo ao longo do tempo com taxa de variância proporcional ao quadrado do preço do ativo. Dessa forma, o preço dos ativos ao final de qualquer intervalo é uma lognormal. A taxa de variância do retorno é constante.
- O ativo não paga dividendos ou outros benefícios.

- A opção é europeia, ou seja, só pode ser exercida na data de vencimento.
- Não existem custos de transação na compra ou venda, tanto de um ativo quanto da opção.
- É possível investir qualquer fração de ativos ou derivados a uma taxa de juro sem risco.
- Não existem penalizações ao se fazer *short selling* (venda a descoberto).

Estabelecidas essas condições, o preço ou valor de uma opção dependerá apenas do preço do ativo subjacente e de algumas variáveis conhecidas: taxa de variância sobre o preço do ativo; tempo de maturidade da opção; preço de exercício da opção e a taxa de juros livre de risco. Smith Jr. (1976) destaca dois pontos importantes a respeito dessas variáveis: o primeiro é que a taxa esperada de retorno para o ativo, ou os parâmetros denotando atitudes do investidor em relação ao risco não aparecem como argumentos na solução geral da precificação de opções. E o segundo é que a única variável da solução que não pode ser diretamente observada é a taxa de variância (volatilidade).

A equação final de Black e Scholes para a precificação de opções europeias pode ser escrita como segue:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \quad (1)$$

$$p = Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (4)$$

Em que:

C = preço da opção de compra;

S = preço da ação;

X = preço de exercício;

r = taxa de juros sem risco;

T = tempo até o vencimento da opção em anos;

σ = desvio padrão da taxa de retorno;

\ln = logaritmo natural;

e = base da função logarítmica;

$N(d)$ = probabilidade de que uma variável aleatória de certa distribuição normal padrão seja menor do que d .

Usando os mesmos pressupostos da fórmula de precificação original, Black (1976) encontrou fórmulas para o preço futuro de opções de *commodity*, considerando-as semelhantes a uma opção de um título que paga dividendos contínuos. O preço de um contrato de *commodity* é escrito como função apenas do correspondente preço futuro e do tempo. A fórmula foi aplicada a opções de *commodity* europeia, que só podem ser exercidas na data de vencimento; nesse caso, o investimento no contrato futuro é zero deixando o fator taxa de juros fora da fórmula. O preço de uma *call* europeia, c , e o preço de uma *put* europeia, p , para uma opção de *commodity* derivada por Black são escritos como:

$$c = e^{-r(T-t)}[FN(d_1) - XN(d_2)] \quad (5)$$

$$p = e^{-r(T-t)}[XN(-d_2) - FN(-d_1)] \quad (6)$$

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{F}{X}) + (\frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (7)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (8)$$

Dado que:

T = data de vencimento;

t = data atual;

X = preço de exercício;

F = preço do contrato futuro;

$N(dx)$ = probabilidade cumulativa de uma variável normal padronizada;

σ = volatilidade.

Vários pesquisadores dedicaram-se ao relaxamento de grande parte dos pressupostos sugeridos por Black & Scholes (1973) e Black (1976), dando origem a novos modelos de precificação. A hipótese de que o preço das ações segue um movimento browniano geométrico ao longo do tempo e que isso produz uma distribuição lognormal para o preço de ações entre intervalo de tempo foi contestada pelos modelos de variância com elasticidade constante de Cox & Ross (1976), Cox & Rubinstein (1985), os modelos de alavancagem de Geske (1979), e os modelos de árvores binomiais de Cox et al. (1979) e trinomiais implícitas de Rubinstein (1983). No entanto, apesar de várias metodologias cada vez mais complexas para o cálculo do preço de uma opção continuarem a ser desenvolvidas, o precursor modelo de Black e Scholes continua sendo amplamente utilizado, apesar de suas imperfeições, devido à sua facilidade de aplicação com apenas uma variável não observável diretamente no mercado.

2.3 Evidências empíricas

Os trabalhos sobre mercados futuros possuem uma infinidade de abordagens. Grande parte da pesquisa empírica tem se concentrado na identificação da razão ótima de *hedge* e na determinação da efetividade do *hedge*, como por exemplo, a porcentagem de diminuir a variabilidade da posição “*hedged*” (Johnson 1960, Ederington 1979, Myers & Thompson 1989). Os trabalhos pioneiros sobre a razão ótima de *hedge* utilizando o princípio de variância mínima são de Johnson (1960) e Stein (1961). Posteriormente, esse modelo foi estendido por McKinnon (1967), Holthausen (1979), Anderson & Danthine (1980), Anderson & Danthine (1983) incluindo temas como a incerteza da produção, crosshedge, mercados futuros, análise para múltiplos períodos.

Com relação ao risco, Pennings & Leuthold (2000) constataram que as percepções e atitudes dos agentes com relação ao risco afetam o *hedge*, juntamente com fatores como a razão da dívida por ativo, orientação para o mercado e comportamento empreendedor, no entanto, isso não ocorre de forma homogênea. Pennings & Garcia (2004), com uma amostra de pequenos e médios produtores, atacadistas e processadores de suínos, também encontraram heterogeneidade no comportamento do *hedge* relacionado à exposição ao risco, tamanho da empresa, alavancagem financeira, atitude (e percepções de risco) e o nível de educação.

O *hedging* transforma o risco de preço em um risco menor: o risco de base. O comportamento da base determina a capacidade de proteção dos mercados futuros por meio de *hedging*, portanto, é importante compreender quais os fatores que afetam a base e se a base pode ser prevista. A teoria prevê que, com a aproximação do vencimento, os preços futuros e à vista devem convergir, aproximando a base de zero. Os estudos encontrados a respeito da base concentram-se em duas categorias principais: aqueles que identificam os determinantes da base (Tilley & Campbell 1988, Garcia et al. 1984, Parcell et al. 2000); e aqueles que preveem o nível futuro da base (Tomek 1997, Liu et al. 1994, Garcia & Sanders 1996, Jiang & Hayenga 1997).

Outro tema que recebe bastante atenção dos pesquisadores quando o assunto é mercados futuros é a volatilidade. Samuelson (1965) argumentou que os preços futuros podem apresentar maior volatilidade na medida em que se aproximam da data de vencimento do contrato, o efeito “dia de vencimento”. Anderson & Danthine (1983) estabeleceram que a volatilidade está relacionada aos fluxos de informação, com os preços futuros sendo voláteis nos períodos em que a incerteza está sendo resolvida e estável quando a incerteza é pouco resolvida. Eles sugerem que uma maior volatilidade não tem que ocorrer como nas abordagens do efeito dia de vencimento, podendo ser influenciada pelas características das *commodities*.

Vários estudos têm tentado explicar os fatores que influenciam a volatilidade em mercados futuros agrícolas. Anderson (1985) encontrou que a sazonalidade, particularmente para os grãos, é o principal fator que afeta a volatilidade dos preços. Kenyon et al. (1987) examinaram o efeito de variáveis econômicas em um estudo para cinco *commodities*. De forma semelhante a Anderson (1985), encontraram que as variáveis sazonais capturam tanto a sazonalidade quanto o efeito dia de vencimento, não encontrando influência da volatilidade defasada nem das taxas de empréstimo atuais. Peck (1981) e Ward (1974) argumentam que as condições estruturais do mercado, tais como o grau de comportamento especulativo, podem afetar a variabilidade dos preços. Cornell (1981) encontrou uma relação entre volume diário e variabilidade no preço, para Brorsen (1989) a sazonalidade e o volume foram importantes para explicar a variabilidade dos retornos.

Para o mercado brasileiro, a relação entre preço futuro e à vista foi estudada por Mattos & Garcia (2004) para as *commodities* de café arábica, milho, açúcar, boi gordo, soja e algodão. Os autores focam na função que os mercados futuros devem desempenhar de preço a descoberto, ou seja, o preço futuro varia de acordo com cada nova informação disponível no mercado. Para as *commodities* mais negociadas, boi gordo e café, foi identificada uma relação de longo prazo entre os preços futuro e à vista. Na presença de cointegração, os preços futuros desempenham papel dominante no processo de preço a descoberto.

Amado & Carmona (2004) utilizaram contratos futuros de café, açúcar e milho negociados na BM&FBOVESPA para verificar a eficiência do mercado futuro de *commodities* agrícolas no Brasil. A eficiência do mercado futuro está relacionada a sua capacidade de prever o preço à vista, os resultados se mostraram de acordo com essa hipótese apenas para café, nos mercados de milho e açúcar, por exemplo, o preço futuro se mostrou um estimador eficiente para os preços à vista apenas no primeiro período estimado. Resultado diferente foi encontrado por Pereira & Maia (2009) ao analisarem a formação dos preços no mercado futuro de cacau, negociados na Bolsa de Nova York, por meio

da volatilidade. Os resultados evidenciaram o comportamento persistente da volatilidade para o período estudado, além disso, não foi encontrado suporte para a hipótese de mercado eficiente. Muller et al. (2008) analisaram a efetividade, em reduzir riscos, de diferentes estratégias de *hedge* para o café arábica no Brasil. Seus resultados indicaram a estratégia dinâmica como mais efetiva, seguida da estática, cobertura completa e não atuação em mercados futuros.

Outros estudos empíricos têm sido realizados para avaliar a aplicabilidade dos modelos de precificação de opções como ferramentas de auxílio à gestão de riscos, a maioria deles testa a aplicação do modelo de Black e Scholes ou o utiliza para fazer *benchmarking* com outros modelos, como pode ser encontrado em Rodrigues (2006), Ramos da Silva (2003), Silva & Maia (2011) e Tonin (2009). Para o mercado futuro de boi gordo, as iniciativas nesse sentido ainda são escassas. As pesquisas concentram-se principalmente em aspectos de funcionamento e eficiência do mercado futuro sem focar na precificação dos contratos como os trabalhos de Abitante (2008), Gaio et al. (2006) e Gaio et al. (2007), entre outros.

3 Metodologia

Os dados utilizados nesta pesquisa para a composição das variáveis foram coletados junto à BM&FBOVESPA por meio do Sistema de Recuperação de Informação da Bolsa de Mercadorias e Futuros, esse sistema fornece todas as séries de opções de compra e venda de mercadorias, as datas de negociação, o código da opção negociada, a quantidade de contratos em aberto, o número de negócios, o número de contratos negociados e o valor financeiro negociado. A amostra corresponde às opções de compra sobre contrato futuro negociadas na BM&FBOVESPA durante o período 1º de janeiro de 2007 a 31 de dezembro de 2011. Foi escolhido esse intervalo de tempo para tentar incorporar o ciclo de preços da mercadoria que automaticamente influencia no comportamento dos preços dos contratos futuros.

O método consiste em comparar o preço observado no mercado e o preço teórico calculado utilizando-se medidas de volatilidade diferentes. Para isso, foram coletados os valores das seguintes variáveis: preço do ativo subjacente; preço de exercício; tempo de maturidade do contrato futuro; taxa de juros; volatilidade e o prêmio pago pelas opções sobre contratos futuros de boi gordo. O ativo subjacente, deste estudo, é o contrato futuro de boi gordo negociado na BM&FBOVESPA com a série iniciando no primeiro vencimento em aberto. De acordo com a BM&FBOVESPA (2012), o vencimento do Contrato Futuro de Boi Gordo coincide com o mês de vencimento da opção, tendo vencimentos em todos os meses do ano. A data de vencimento e o último dia de negociação ocorrem no último dia útil do mês de vencimento.

O tempo de maturidade de uma opção foi calculado como uma proporção dos dias úteis no ano ($T - t/252$). As opções muito próximas da data de vencimento (até 5 dias úteis) são retiradas da análise devido à sua baixa liquidez. A taxa de juros utilizada é uma taxa de juros anual continuamente capitalizada, dada por $r = \ln(1 + i)$, sendo i a taxa de juros livre de risco, seguindo Saito & Rochman (2008), foi utilizada como *proxy* a taxa de juros dos Certificados de Depósitos Interbancários (CDI) diário de fechamento, disponível no site do Banco Central do Brasil.

As opções foram classificadas quanto a sua proximidade do dinheiro por

meio do índice de *moneyness*, sendo excluídas da amostra aquelas com valores discrepantes da maioria dos dados utilizados (detecção dos *outliers*). O índice de *moneyness* é definido por Etling & Miller Jr. (2000), como a relação entre o preço do ativo subjacente e o preço de exercício da opção de compra, escrita como segue:

$$M = \frac{S}{Xe^{-rT}} \quad (9)$$

Em que: S e X são o preço do contrato futuro e o preço de exercício da opção, respectivamente; r e T são, respectivamente, a taxa de juros livre de risco e o tempo de maturidade da opção.

Seguindo a metodologia utilizada por Tonin (2009) as opções foram classificadas da seguinte maneira: uma opção de compra é considerada dentro-do-dinheiro se o resultado da equação de *moneyness* for maior que 1,05 ($MN > 1,05$); a opção é classificada como fora-do-dinheiro se o índice for inferior a 0,95 ($MN < 0,95$) e é classificada como opção no-dinheiro ($0,95 \leq MN \leq 1,05$). Quanto ao prazo de vencimento da opção, foram classificadas em curto, médio e longo prazo. O primeiro engloba as opções com prazo de maturidade inferior a 30 dias, o segundo período refere-se às opções com vencimento entre 30 e 60 dias e o último grupo é composto pelas opções com mais de 60 dias para o seu vencimento. A amostra final foi composta por 3808 observações.

A série de retornos utilizada no cálculo das volatilidades foi obtida por meio da série de preços dos contratos futuros de boi gordo aplicados a fórmula $R_t = \ln S_t - \ln S_{t-1}$ ou, $R_t = \ln(S_t/S_{t-1})$. Sendo R_t o retorno diário do contrato futuro, S_t o preço do contrato futuro no dia t e S_{t-1} o preço do contrato futuro no dia anterior.

Para analisar se os valores teóricos obtidos pelo modelo de precificação são compatíveis com os preços efetivos de opções sobre contratos futuros de boi gordo observados no mercado, utilizou-se uma das medidas de erro de previsão propostas por Morettin & Toloi (2004) a fim de encontrar o método que melhor atendesse os resultados esperados. Foi utilizada a Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE), cuja medida é dada por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left(\frac{a_k - y_k}{a_k} \right)^2}{N}} \quad (10)$$

em que, N é o número de contratos, a_k representa o preço de mercado no instante t , y_k o preço estimado da opção no instante t .

4 Estimação das volatilidades

4.1 Cálculo da volatilidade histórica

A estimação da volatilidade pode ser feita por meio de vários modelos. De acordo com Gabe & Portugal (2004) normalmente a previsão da volatilidade apresenta resultados diferentes, dependendo do modelo utilizado e das condições de mercado. Em mercados estáveis, as diferenças entre várias previsões são relativamente menores.

Um método bastante utilizado para a previsão de volatilidades é considerar a volatilidade como o desvio padrão dos retornos dos ativos em taxas logarítmicas com base em séries passadas. Taleb (1997) considera a média dos

retornos como sendo igual a zero; desse modo, a volatilidade amostral dos retornos do ativo i para uma amostra de n observações é definida como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n r_i^2}{n}} \quad (11)$$

Para obter o valor anualizado da volatilidade, multiplicamos o resultado da equação acima pela raiz de 252 (número de dias úteis em um ano).

Hotta et al. (2003) alerta para um dos problemas que pode ocorrer na estimação de volatilidades históricas em que todas as observações da amostra recebem o mesmo peso. Isso faz com que um número muito grande de n aumente a inclusão de dados muito antigos, permitindo pouca adaptabilidade às informações mais recentes e mais relevantes para prever o futuro. Esse tipo de problema pode ser controlado utilizando uma janela móvel com um número fixo de observações, dando maior importância às observações mais recentes por meio da escolha do tamanho da janela. Para tentar corrigir esse problema, o cálculo da volatilidade histórica nesse trabalho foi realizado utilizando médias móveis com janelas de 30, 60 e 90 dias, seguindo a metodologia usada por Coelho et al. (2009). Além disso, foi aplicado o método de média móvel por alisamento exponencial (EWMA) para atribuir pesos menores conforme as observações ficavam mais antigas.

4.2 Cálculo da volatilidade determinística

Outros modelos de volatilidade bastante utilizados são os cálculos de volatilidade determinística pertencente à família ARCH (GARCH, EGARCH e TARARCH). Esses métodos de cálculo da volatilidade tiveram início com Engle (1982) que desenvolveu empiricamente o processo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), definido como tendo média zero, não correlacionado serialmente, com variância condicional sobre o passado. Nesse processo, o passado recente fornece informações importantes sobre a previsão da variância (volatilidade). Esse processo pode ser definido por:

$$X_t = \sqrt{\sigma_t^2} \epsilon_t \quad (12)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 \quad (13)$$

sendo, X_t o retorno do ativo dado por $X_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$; σ^2 é a variância condicional usada como *proxy* para a volatilidade e ϵ^2 uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média 0 e variância 1.

Bollerslev (1986) propôs uma generalização para o modelo ARCH no qual a função da variância condicional inclui variâncias passadas. Desse modo, esse processo denominado de GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) considera que a volatilidade dos retornos depende dos quadrados dos erros anteriores e também de sua própria variância passada (σ_{t-1}^2), representado pela equação: Bollerslev (1986) propôs uma generalização para o modelo ARCH no qual a função da variância condicional inclui

variâncias passadas. Desse modo, esse processo denominado de GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) considera que a volatilidade dos retornos depende dos quadrados dos erros anteriores e também de sua própria variância passada (σ_{t-1}^2), representado pela equação:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \quad (14)$$

com ω sendo uma constante e v_t um ruído branco $[N(0,1)]$ em que σ_t^2 segue um modelo GARCH (p,q), em que q representa a ordem do componente ARCH e p a ordem do componente GARCH.

De acordo com Gujarati & Porter (2011) é comum às séries temporais financeiras apresentar um fenômeno conhecido como aglomeração da volatilidade, terminologia usada para descrever os períodos nos quais os preços apresentam grandes oscilações nos preços por um longo período de tempo seguido por períodos nos quais há pouca variação. Essas discrepâncias na volatilidade podem ser capturadas por duas variantes dos modelos ARCH e GARCH, o modelo TARCH de Zakoian (1994) e o modelo EGARCH de Nelson (1991).

A variância condicional do modelo TARCH (*Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) proposta por Zakoian (1994) pode ser escrita como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \epsilon_{t-1}^2 \quad (15)$$

em que a variável binária assume o valor $d_{t-1} = 1$, se $\epsilon_{t-1} < 0$, e $d_{t-1} = 0$ caso contrário. No modelo EGARCH (*Exponential GARCH*), introduzido por Nelson (1991), o efeito de choques é exponencial e não quadrático. O logaritmo da variância condicional para o modelo EGARCH (1,1) pode ser definido como:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_1 \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \left(\frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) \quad (16)$$

Nesse modelo, os parâmetros são irrestritos, e devido ao parâmetro ϵ ser negativo a volatilidade aumenta quando os retornos são negativos. Desse modo, o método EGARCH apresenta uma vantagem sobre o problema de resposta simétrica presente no GARCH que não permite acomodar um dos fatos inerentes a dados financeiros: o mercado tem baixa volatilidade quando está subindo e alta volatilidade quando está em queda (Hotta et al. 2003).

Antes de estimar as volatilidades determinísticas representadas pela família ARCH, é necessário testar a estacionariedade da série dos retornos. Gujarati & Porter (2011) (p. 45) considera que uma série é estacionária se “média e variância forem constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos depender apenas da distância ou defasagem entre os dois períodos”. O comportamento estacionário nas séries temporais é extremamente necessário, pois a utilização dos modelos de regressão envolvendo séries temporais não estacionárias pode conduzir ao problema de regressão espúria.

A Tabela 1 apresenta o resultado dos testes de raiz unitária *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) e *Phillips-Perron* (PP). Os testes ADF e PP consideram a hipótese nula de que a série é não estacionária (existe raiz unitária) contra a hipótese alternativa de estacionariedade. Conforme pode ser observado, a série do retorno do boi gordo é estacionária e não possui raiz unitária para todos os níveis de significância, em ambos os testes.

Tabela 1: Teste de raiz unitária para a série de retorno dos preços do boi gordo

Estatísticas	Dickey-Fuller Aumentado	Phillips-Perron
$t_{calculado}$	-31,245370	-56,076490
$t_{critico}$ (1%)	-3,435631	-3,435626
$t_{critico}$ (5%)	-2,863760	-2,863758
$t_{critico}$ (10%)	-2,568002	-2,568001

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

Em seguida buscou-se identificar a existência de efeitos ARCH na série, para isso foi realizado o teste ARCH-LM que indica a presença de heterocedasticidade condicional. A hipótese nula do teste é de que não existe ARCH quando se consideram q defasagens nos resíduos. Os resultados são apresentados na Tabela 2, na qual se observa que o efeito ARCH está presente, dados os baixos valores da probabilidade rejeitando a hipótese nula de ausência de heterocedasticidade condicional para as diferentes defasagens testadas. A estatística F testa a hipótese de que todos os resíduos defasados da regressão auxiliar são redundantes.

Tabela 2: Resultados do teste ARCH-LM

Lag	Probabilidade	Estatística F
1	0,000000	523,73220
5	0,000000	112,47960
10	0,000000	75,53778
20	0,000000	35,35602
30	0,000000	27,65580

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

Após essa análise preliminar da série dos retornos, partiu-se para o cálculo das volatilidades determinísticas por meio da estimação e identificação do modelo que consegue prever com maior acuracidade a variância condicional. Para tal, foram utilizados os critérios de informação de Akaike (AIC) e de Schwarz (SC), sendo escolhidos os modelos com os menores valores para esses critérios. É importante ressaltar que, conforme Alexander (2001), os modelos ARCH não são adequados para o mercado financeiro uma vez que o modelo GARCH é melhor para estimação e captura do comportamento das séries. Também é identificado que conforme as defasagens no modelo ARCH aumentam, há uma convergência para o modelo GARCH (1,1).

Uma vez que quanto menores forem os coeficientes AIC e SC, melhor o ajustamento do modelo e também por apresentar coeficientes significativos, foi escolhido o modelo TARCH (3,2). O modelo TARCH é representado por $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \epsilon_{t-1}^2$. Desse modo, a forma funcional que explica a volatilidade do retorno dos contratos futuros de boi gordo assume a seguinte representação:

$$\sigma_t^2 = 0,000181 + 0,533277\epsilon_{t-1}^2 + 0,126815\epsilon_{t-2}^2 - 0,387913\epsilon_{t-3}^2 - 0,133343\sigma_{t-1}^2 + 0,857354\sigma_{t-2}^2 - 0,005717d_{t-1}\epsilon_{t-1}^2 \quad (17)$$

A principal função desse modelo é reconhecer os efeitos assimétricos à volatilidade condicional captados pelo γ , enquanto que o α da equação identifica a reação da volatilidade e o β a persistência. A partir da equação acima, pode-se concluir que a volatilidade do retorno dos contratos futuros é persistente devido ao alto valor do coeficiente β ($\beta_1 + \beta_2 = 0,724011$). Isso significa que um choque no retorno se propaga ao longo do tempo sobre a volatilidade dos próximos retornos, indicando que a persistência do choque irá dissipar lentamente. O γ encontrado é diferente de zero (-0.005717), e por isso, pode-se afirmar que existe assimetria na volatilidade e por esse coeficiente ser negativo o impacto é ainda maior.

Esse resultado corrobora com o que foi encontrado por Mol (2008) para os contratos futuros de boi gordo no período de 1996 a 2005, em que o retorno de boi gordo apresentou alta persistência e assimetria na volatilidade. Evidenciando que um choque de alta e baixa gera impactos diferentes na volatilidade da série.

4.3 Cálculo da volatilidade implícita

A volatilidade implícita é uma previsão da volatilidade obtida na fórmula de precificação quando se iguala o preço de uma opção observado no mercado com o preço teórico dela acerca de um modelo de precificação de opção. Devido ao fato de a volatilidade implícita refletir a volatilidade média esperada pelos participantes do mercado, a maioria dos investidores considera essa medida como a previsão mais confiável para a volatilidade do ativo subjacente. É uma forma de avaliar a opção “*forward looking*” (olhando para frente), pois considera as expectativas que os agentes do mercado possuem sobre a volatilidade futura (Giot 2003, Gabe & Portugal 2004).

O preço de mercado de uma opção de compra c pode ser obtido, juntamente com o preço do ativo S , o preço de exercício K , a taxa de juros livre de risco r , e o tempo de maturidade da opção n ; assim, é possível *back out* a volatilidade implícita. Visto que a volatilidade implícita é apenas o inverso do preço da opção no sentido do teorema de função inversa (Gabe & Portugal 2004). Logo, se a fórmula utilizada for a de Black e Scholes, a volatilidade implícita será uma função das demais variáveis da fórmula:

$$\sigma^{VI} = f(c, K, S, T - t, r) \quad (18)$$

A volatilidade implícita foi calculada a partir da equação de Black (1976) para opções sobre contratos futuros, para tanto foram utilizados os preços de fechamento das cotações diárias das opções de compra c , o preço de fechamento da cotação diária do contrato futuro de boi gordo S , o preço de exercício da opção X , o prazo de vencimento da opção t e a taxa de juros CDI anualizada, i , escolhida como *proxy* da taxa de juros livre de risco.

Como não é possível isolar o σ na equação que fornece o preço da opção, para chegar-se às volatilidades implícitas utilizou-se uma função específica existente no MATLAB “*blkimpv* (S, X, t, r, c)” que retorna automaticamente os valores da volatilidade implícita de acordo com o modelo de Black. O pressuposto por trás dessa fórmula é de que o modelo escolhido precifica corretamente as opções negociadas no mercado, sendo estes iguais aos preços calculados pelo modelo teórico. As volatilidades calculadas ficaram em sua maioria no intervalo entre 0 e 20% para todo o período, com média de 11% e valor

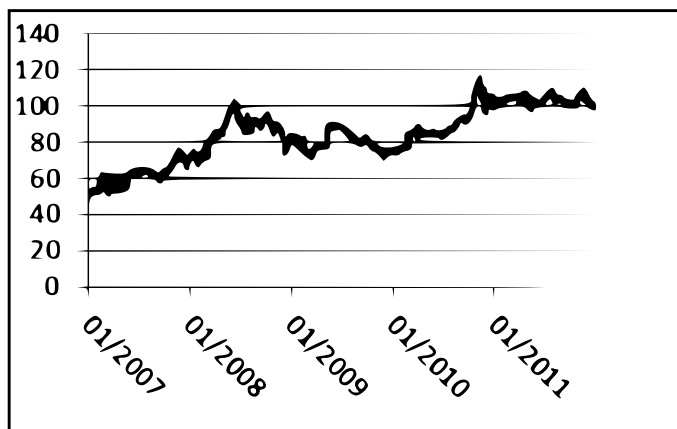
máximo de 63% entre o final de 2009 e início de 2010. Essa volatilidade é considerada como o melhor predictor da volatilidade futura dos retornos do ativo subjacente, sobre o tempo restante do contrato.

5 Análise e discussão dos resultados

5.1 Análise preliminar dos dados

As Figuras 1 e 2 ilustram, respectivamente, a série de preços e retornos diários do contrato futuro de boi gordo e o comportamento das séries diárias de preços e retornos do ativo subjacente utilizado na precificação de opções (contrato futuro de boi gordo) para o período de janeiro de 2007 a dezembro de 2011. Observa-se um período de queda no preço do contrato entre 2009 e 2010, seguido de um período de recuperação e estabilidade a partir de 2011.

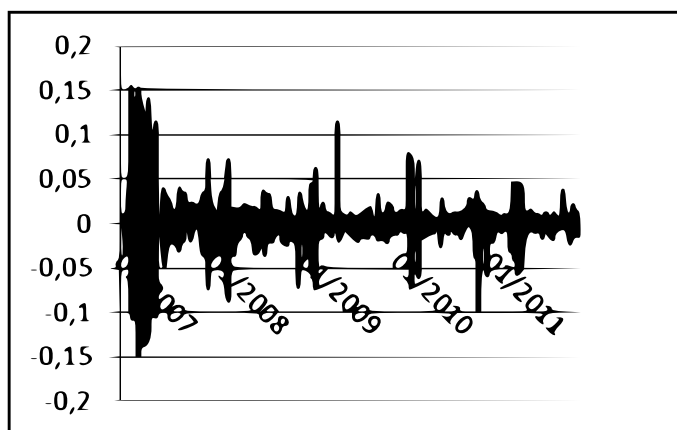
A Figura 2 apresenta os retornos com base nos preços futuros do boi gordo; é a partir dessa série de retornos que as volatilidades histórica e determinística serão calculadas. Ao longo do período, percebe-se que a série tem vários retornos discrepantes isso ocorre devido à mudança contratual que acontece mensalmente. Todo final de cada mês vence um contrato, e no início do mês seguinte começa um novo. Pode-se inferir que a volatilidade não tem um comportamento constante ao longo do tempo. O período entre março e junho de 2007 é o que apresenta maior variação nos retornos, o que consequentemente será captado pela volatilidade. O ciclo de alta, iniciado em 2007 nos preços da arroba de boi gordo à vista, e que se estende até o final do período analisado, pode ter influenciado nos preços dos contratos futuros e consequentemente nos seus retornos.



Fonte: Elaborada pelos autores com base em dados da BM&FBOVESPA (2011).

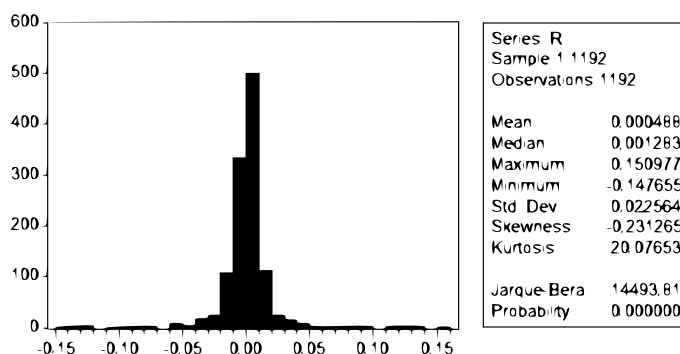
Figura 1: Preços diários dos contratos futuros de boi gordo

Algumas estatísticas descritivas básicas da série de retornos dos contratos futuros de boi gordo são apresentadas na Figura 3. Observa-se que os retornos no período analisado representam uma distribuição leptocúrtica, uma cauda maior que a distribuição normal, devido ao excesso de curtose (20,07653) em relação à distribuição normal (3,0). A estatística elevada do teste de Normalidade Jarque-Bera indica a rejeição da hipótese de que os erros se comportam de forma normal.



Fonte: Elaborada pelos autores com base em dados da BM&FBOVESPA (2011).

Figura 2: Retornos diários dos contratos futuros de boi gordo



Fonte: Resultados da pesquisa, 2013.

Figura 3: Histograma e estatísticas descritivas básicas dos retornos sobre os preços futuros de Boi Gordo na BM&FBOVESPA

5.2 Precificação de opções

A aplicação das diferentes volatilidades estimadas (média móvel, EWMA e família GARCH) ao modelo de Black (1976), gerou seis formas diferentes de precificação das opções sobre futuro de boi gordo. Os preços teóricos obtidos em cada uma dessas formas de precificação foram comparados com os preços efetivamente observados no mercado. Como medidas de comparação dos modelos de precificação, utilizou-se como medida de erro de previsão, a Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE) a fim de encontrar o método que melhor atenda os resultados esperados. As Tabelas 3 e 4 sintetizam os valores encontrados com a diferença entre os preços teóricos obtidos pelo modelo de Black (1976), utilizando-se das três diferentes modelagens de volatilidade, e os preços de mercado. Por meio dessa diferença é possível identificar se ocorre subestimação ou superestimação dos preços calculados frente ao mercado.

Percebe-se que o modelo que utiliza a volatilidade histórica para as diferentes janelas móveis, subprecifica os valores dos prêmios negociados no mer-

Tabela 3: Desempenho do modelo com volatilidade histórica em relação à estimação dos prêmios

Prêmios	VM30		VM60		VM90	
	Observações	RMSE	Observações	RMSE	Observações	RMSE
Mercado > Teórico	2.295	1,012963	2.996	0,866672	2.998	0,989733
Mercado < Teórico	1.513	5,1536	1.511	5,16	1.511	5,1587

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

Tabela 4: Desempenho do modelo com volatilidade EWMA e determinística em relação à estimação dos prêmios

Prêmios	EWMA		TARCH	
	Observações	RMSE	Observações	RMSE
Mercado > Teórico	202	0,587817	0	-
Mercado < Teórico	3.606	7,1976	3.808	14,214

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

cado, ou seja, em sua maioria, os preços teóricos calculados estão abaixo dos preços praticados no mercado. O erro nessa categoria é relativamente baixo, sendo o melhor resultado para a volatilidade histórica com janela de 60 dias. As observações em que o preço calculado esteve maior que o preço do mercado, apresentaram erros bem semelhantes e consideravelmente altos.

Já na Tabela 4 os resultados são bem diferentes, tanto a volatilidade EWMA quanto a TARCH superestimam o preço pelo modelo Black, pois os prêmios calculados em sua grande maioria estão acima do prêmio observado no mercado. Para o modelo com volatilidade EWMA os prêmios calculados abaixo do preço do mercado apresentaram um erro baixo (0,58), no entanto essas observações correspondem a uma parcela muito pequena da amostra. A volatilidade estimada pelo método TARCH quando aplicada ao modelo de precificação, superestimou por completo as opções. Nenhum dos prêmios calculados esteve abaixo do mercado, além disso, foi o modelo que apresentou maior erro (14,21) e consequentemente o pior desempenho.

De modo geral, esses resultados mostram que o modelo tem melhor desempenho para a precificação com volatilidade por média móvel, no qual é observado um maior equilíbrio entre os casos de subprecificação e superprecificação em relação às outras volatilidades. No entanto, o modelo Black não apresentou os resultados esperados para nenhuma das volatilidades estudadas. Esperava-se que o modelo fosse capaz de fornecer prêmios aproximados aos prêmios praticados no pregão, de modo que os agentes pudessem utilizar tal modelo para antecipar o quanto seria pago por uma opção.

Resultado semelhante foi encontrado por Coelho et al. (2009) que aplicaram as volatilidades histórica (com janelas de 10, 20, 30 e 90) e implícita na fórmula de Black para precificar opções de compra sobre contratos futuros de café. De modo geral, os autores encontraram preços menores que o de mercado e uma grande diferença entre eles, indicando que a utilização da fórmula de Black não fornece boas estimativas dos preços praticados no pregão.

Em seguida é apresentada a análise de desempenho do modelo por meio dos erros em relação aos níveis de *moneyness* em que as opções foram classificadas anteriormente.

Pelos resultados apresentados na tabela acima, observa-se que os modelos

Tabela 5: Desempenho do modelo com as diferentes volatilidades em relação nível de *moneyness*

Classificação	Observações	VM30	VM60	VM90	EWMA	TARCH
		RMSE	RMSE	RMSE	RMSE	RMSE
ATM	2.049	2,94	1,27	1,27	5,07	12,09
ITM	1.096	4,37	5,96	5,95	9,69	18,25
OTM	663	2,38	0,56	0,56	6,86	12,49

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

com volatilidade histórica e janelas móveis de 60 e 90 dias apresentaram erros iguais para os três níveis de *moneyness*, sendo mais baixos que os erros encontrados com a volatilidade VM30 para as opções no dinheiro (ATM) e fora do dinheiro (OTM). Apenas para as opções dentro do dinheiro (ITM) o modelo com janela móvel de 30 dias obteve melhor precificação, visto que o valor do erro foi menor que para os demais. De forma geral o modelo de precificação com volatilidade histórica mostrou melhor desempenho para as opções fora do dinheiro.

Os modelos com EWMA e TARCH mais uma vez tiveram pior desempenho que os modelos com volatilidade histórica. Como podem ser observados os erros na precificação, de acordo com o nível de *moneyness* das opções, para o EWMA e para o TARCH foram muito maiores que os modelos com volatilidade histórica, sendo o TARCH o de pior desempenho dentre os dois. Para esses modelos as opções melhor precificadas foram as opções no dinheiro com erro de 5,07. Este estudo mostra o resultado da classificação quanto à probabilidade de exercício.

Com a análise da precificação quanto ao período de maturidade, busca-se identificar o impacto que o tempo até o vencimento exerce na precificação das opções. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6: Desempenho do modelo com as diferentes volatilidades em relação ao período de maturidade

Classificação	Observações	VM30	VM60	VM90	EWMA	TARCH
		RMSE	RMSE	RMSE	RMSE	RMSE
n<30	714	3,06	2,37	2,37	2,62	7,11
30<n<60	955	3,18	3,25	3,25	3,74	10,50
n>60	2.189	3,48	3,63	3,63	8,87	17,12

Fonte: Resultados da Pesquisa, 2013.

Para precificação de opções utilizando a volatilidade histórica, de modo geral, os melhores resultados são obtidos nas opções com curto prazo de maturidade ($n < 30$) seguido pelo médio e por fim as opções com longo prazo de maturidade. Novamente, cabe destacar que os modelos com volatilidade VM60 e VM90 obtiveram valores iguais para os três prazos de maturidade. O EWMA apresentou melhor desempenho que o TARCH em todos os períodos de maturidade. Desse modo para as opções com vencimento em até 30 dias e as opções com vencimento superior a 60 dias o melhor modelo de precificação encontrado é aquele que utiliza as volatilidades históricas VM60 e VM90, enquanto que as opções com maturidade média são melhores precificadas com a volatilidade VM30.

6 Conclusões

Nos últimos anos, o setor de carne bovina tem aumentado sua importância para a economia brasileira, consolidando-se como o maior exportador mundial e um dos principais destaques do agronegócio brasileiro no cenário internacional. No entanto, assim como as demais *commodities* agropecuárias, esse setor é afetado por vários riscos, dentre eles o risco de oscilação nos preços que afeta diretamente os produtores e frigoríficos. Dentre as principais formas de gerenciamento de risco, estão os mercados futuros e de opções, que por meio da fixação de um preço permitem ao agente garantir antecipadamente a sua lucratividade, reduzindo a exposição ao risco de preços. Em face dessa importância do setor e de sua necessidade de instrumentos de gestão de riscos, este trabalho teve como objetivo aplicar o modelo de Black (1976) à precificação de opções sobre contrato futuro de boi gordo negociadas na BM&FBOVESPA nos anos de 2007 a 2011.

Aplicou-se o método de volatilidade histórica com janelas móveis, a volatilidade implícita, o EWMA e alguns modelos de volatilidade determinística. Cabe destacar a persistência da volatilidade dos contratos futuros de boi gordo identificada pelo modelo TARCH. Isso significa que choques ocorridos nos preços dos contratos irão se dissipar lentamente ao longo do tempo. Além disso, a assimetria encontrada na volatilidade indica que um choque de alta e baixa gera impactos diferentes na volatilidade da série.

Os preços teóricos obtidos em cada uma dessas formas de precificação foram comparados com os preços efetivamente observados no mercado. Utilizou-se como medida de erro de previsão a Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE) a fim de encontrar o método que melhor atenda os resultados esperados. A aplicação das volatilidades encontradas ao modelo de precificação de Black (1976) não gerou resultados definitivos, no entanto, o modelo com volatilidade histórica foi o que apresentou melhor desempenho de acordo com o resultado dos erros. Os demais modelos de volatilidade superprecificaram os prêmios das opções e obtiveram os erros mais elevados tanto na análise com relação ao nível de *moneyness* quanto na análise levando em consideração o prazo de vencimento.

Dessa forma, pode-se inferir que a fórmula de precificação de opções de contratos futuros desenvolvida por Black (1976) não pode ser considerada como um bom modelo para realizar previsões a respeito do preço de opções sobre contrato futuro de boi gordo no mercado brasileiro, podendo levar o agente a tomar decisões erradas visto que com o uso da fórmula as opções foram sub e superprecificadas. É importante destacar, porém, que a baixa liquidez das opções de contratos futuros de boi gordo da BM&FBOVESPA pode ter impactado na avaliação do modelo de precificação utilizado, visto que um menor volume de negociação afeta os preços e, consequentemente, a volatilidade. Assim, devido à importância da volatilidade para a fórmula de Black, não é possível afirmar que seriam obtidos resultados semelhantes se outros métodos de estimação da volatilidade tivessem sido escolhidos. Estudos do tipo *cross-country* podem ser realizados com o objetivo de investigar a aplicabilidade da fórmula de Black em mercados mais consolidados, utilizando contratos derivativos com maior liquidez, em comparação à precificação de contratos do mercado brasileiro.

De todo modo, acredita-se que o objetivo do trabalho tenha sido atingido, visto que o desempenho do modelo de Black aplicado à precificação de op-

ções sobre contrato futuro de boi gordo foi avaliado, bem como a relação dos preços teóricos e os preços do mercado. O mesmo estimula trabalhos futuros utilizando outros métodos de precificação e mesmo outras *commodities* agrícolas negociadas em bolsa de valores.

Referências Bibliográficas

- Abitante, K. G. (2008), 'Co-integração entre os mercados spot e futuro: evidências dos mercados de boi gordo e soja', *Rev. Econ. Sociol. Rural* **46**(1), Brasília.
- Amado, C. F. P. & Carmona, C. d. M. (2004), Uma análise da eficiência dos mercados futuros agrícolas brasileiros, in 'IV Encontro Brasileiro de Finanças', Rio de Janeiro.
- Anderson, R. W. (1985), 'Some determinants of the volatility of futures prices', *Journal of Futures Markets* **5**, 331–348.
- Anderson, R. W. & Danthine, J. P. (1980), 'Hedging and joint production: theory and illustrations', *Journal of Finance* **35**, 487–498.
- Anderson, R. W. & Danthine, J. P. (1983), 'Time and pattern of hedging and the volatility of futures prices', *Review of Economic Studies* **50**, 249–266.
- Black, F. (1976), 'The pricing of commodity contracts', *Journal of Financial Economics* **3**, 167–179.
- Black, F. & Scholes, M. (1973), 'The pricing of options and corporate liabilities', *Journal of Political Economy* **81**, 637–659.
- BM&FBOVESPA (2012), 'Relatório agropecuário mensal'. Acessado em: 12/04/2012.
URL: <http://www.bmfbovespa.com.br/portal/pages/imprensa1/relatorios/relatoriosAgropecuarios.asp>
- Bodie, Z. & Merton, R. C. (1999), *Finanças*, 1 edn, Editora Bookman.
- Bollersleve, T. (1986), 'Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity', *Journal of Econometrics* **31**, 303–27.
- Brorsen, B. W. (1989), 'Liquidity costs and scalping returns in the corn futures market', *Journal of Futures Markets* **9**, 225–236.
- CEPEA/USP (2012), 'Centro de estudos avançados em economia aplicada - ESALQ/USP'. Acesso em: 5 de março de 2012.
URL: www.cepea.esalq.usp.br
- Coelho, A. B., Pinheiro, S. C. & Ferreira, F. V. (2009), 'A fórmula de Black precifica corretamente as opções de compra sobre futuros agropecuários no Brasil? uma aplicação para o caso do café arábica', *Pesquisa & Debate* **20**(2(36)), 299–315, São Paulo.
- Cornell, B. (1981), 'The relationship between volume and price variability in futures markets', *Journal of Futures Markets* **1**, 303–316.

- Cox, J. C. & Ross, S. A. (1976), 'The valuation of options for alternative stochastic processes', *Journal of Financial Economics* **3**, 145–166.
- Cox, J. C., Ross, S. A. & Rubinstein, M. (1979), 'Option pricing: a simplified approach', *Journal of Financial Economics* **7**, 229–263.
- Cox, J. C. & Rubinstein, M. (1985), *Options Markets*, Prentice-Hall.
- Ederington, L. H. (1979), 'The hedging performance of the new futures markets', *Journal of Finance* **34**, 157–170.
- Engle, R. F. (1982), 'Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation', *Econometrica* **50**(4), 987–1007.
- Etling, C. & Miller Jr., T. W. (2000), 'The relationship between index option moneyness and relative liquidity', *Journal of Futures Markets* **20**, 971–987.
- Gabe, J. & Portugal, M. S. (2004), 'Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A', *Revista Brasileira de Finanças* **2**(1), 47–73.
- Gaio, L. E., Bitencourt, W. A., Pessanha, G. R. G., Oliveira, A. R. & Lima, A. L. R. (2006), Volatilidade no mercado futuro de boi gordo na BM&F: um estudo empírico utilizando modelos da classe arch, in 'Congresso da Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural'.
- Gaio, L. E., Castro Júnior, L. G. & Oliveira, A. R. (2007), 'Previsão de preço futuro de boi gordo na BM&F: uma comparação entre modelos de séries temporais e redes neurais', *Organizações Rurais e Agroindustriais* **9**, 272–288.
- Garcia, P., Leuthold, R. M. & Sarhan, M. E. (1984), 'Basis risk: measurement and analysis of basis fluctuations for selected livestock markets', *American Journal of Agricultural Economics* **66**, 499–504.
- Garcia, P. & Sanders, D. R. (1996), 'Ex ante basis risk in the live hog futures contract: has hedgers' risk increased?', *Journal of Futures Markets* **16**, 421–440.
- Geske, R. A. (1979), 'Note on an analytic valuation formula for unprotected american call options on stocks with known dividends', *Journal of Financial Economics* **7**, 375–380.
- Giot, P. (2003), 'The information content of implied volatility in agricultural commodity markets', *The Journal of Futures Markets* **23**(5), 441–454.
- Gujarati, D. N. & Porter, D. C. (2011), *Econometria Básica*, 5 edn, McGrawHill Bookman, Porto Alegre.
- Holthausen, D. M. (1979), 'Hedging and the competitive firm under price uncertainty', *American Economic Review* **69**, 989–995.
- Hotta, L. K., Laurini, M. P., Mollica, M. & Pereira, P. L. V. (2003), Modelos econométricos para estimação de volatilidade, in A. M. Duarte Junior & G. Varga, eds, 'Gestão de Riscos no Brasil', Financial Consultoria, Rio de Janeiro.

Hull, J. C. (2016), *Opções, Futuros e Outros Derivativos*, 9 edn, Bookman, São Paulo.

Jiang, B. & Hayenga, M. (1997), Corn and soybean basis behavior and forecasting: fundamental and alternative approaches, in B. W. Brorsen, ed., 'Proceedings of NCR-134 Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting, and Market Risk Management', Department of Agricultural Economics, Oklahoma State University, Stillwater, OK, 125–140.

Johnson, L. L. (1960), 'The theory of hedging and speculation in commodity futures', *Review of Economic Studies* 27, 139–151.

Liu, S., Brorsen, B. W., Oellermann, C. M. & Farris, P. L. (1994), 'Forecasting the nearby basis of live cattle', *Journal of Futures Markets* 14, 259–273.

MAPA (2012), 'Ministério da agricultura, pecuária e abastecimento'. Acessado em: 12 de agosto de 2012.

URL: <http://www.agricultura.gov.br/animal/especies/bovinos-e-bubalinos>

Marques, P. V., Mello, P. C. & Martines Fo, J. G. (2006), *Mercados Futuros e de Opções Agropecuárias*, Departamento de Economia, Administração e Sociologia da ESALQ/USP, Piracicaba, SP, Série Didática nº D-129.

Mattos, F. & Garcia, P. (2004), Price discovery in thinly traded markets: Cash and futures relationships in brazilian agricultural futures markets, in 'NCR-134 Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting, and Market Risk Management', St. Louis, Missouri, pp. 19–20.

Mckinnon, R. I. (1967), 'Futures markets, buffer stocks, and income stability for primary producers', *Journal of Political Economy* 75, 844–861.

Merton, R. C. (1973), 'The theory of rational option pricing', *Bell Journal of Business* 40, 393–413.

Merton, R. C. (1976), 'Option pricing when underlying stock returns are discontinuous', *Journal of Financial Economics* 3, 125–144.

Mol, A. L. R. (2008), 'Séries de tempo com erros não lineares: uma avaliação da persistência e assimetria na volatilidade de derivativos de café e boi gordo na BM&F', *Interface* 5(2). Natal/RN.

Montezano, R. M. (1987), *Introdução aos mercados futuros de índices de ações*, BM&F/IBMEC.

Morettin, P. A. & Toloi, C. M. (2004), *Análise de Séries Temporais*, Edgar Blucher Ltda, São Paulo.

Muller, C. A. S., Moura, A. D. & Lima, J. (2008), Análise comparativa entre estratégias de hedge com base em modelos estáticos e dinâmicos para contratos futuros de café arábica, in 'Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural', p. 21, Rio Branco: Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural.

Myers, R. J. & Thompson, S. (1989), 'Generalized optimal hedge ratio estimation', *American Journal of Agricultural Economics* 71, 858–868.

- Nelson, D. (1991), 'Conditional heteroskedasticity in assets returns: a new approach', *Econometrica* **59**(2), 347–370.
- Parcell, J. L., Schroeder, T. C. & Dhuyvetter, K. C. (2000), 'Factors affecting live cattle basis', *Journal of Agricultural and Applied Economics* **32**, 531–541.
- Peck, A. E. (1981), Measures and price effects of changes in speculation on the wheat, corn, and soybean futures markets, in 'Research on Speculation', Chicago Board of Trade, Chicago, pp. 138–149.
- Pennings, J. M. E. & Garcia, P. (2004), 'Hedging behavior in small and medium-sized enterprises: the role of unobserved heterogeneity', *Journal of Banking and Finance* **28**, 951–978.
- Pennings, J. M. E. & Leuthold, R. M. (2000), 'The role of farmer's behavioral attitudes and heterogeneity in futures contract usage', *American Journal of Agricultural Economics* **82**, 908–919.
- Pereira, E. S. & Maia, S. F. (2009), Formação de preços e finanças comportamentais: um estudo empírico no mercado futuro de cacau, in 'Congresso da Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural'.
- Ramos da Silva, T. (2003), Uma avaliação da aplicação do modelo Black & Scholes para precificação de opções de futuro de café arábica da BM&F, Master's thesis, Instituto de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.
- Richard, S. F. & Sundaresan, M. (1981), 'A continuous time equilibrium model of forward prices and futures prices in a multigood economy', *Journal of Financial Economics* **9**, 347–371.
- Rodrigues, F. L. (2006), Implementação de métodos numéricos para precificação de opções com distribuição não-gaussiana, Master's thesis, UFPB-PPGE, João Pessoa.
- Saito, R. & Rochman, R. (2008), 'Avaliação de métodos numéricos para precificação de derivativos: revisão e aplicação à opção de compra de Telebrás pn', *REAd* **14**(3), Edição 61.
- Samuelson, P. (1965), 'Roof that properly anticipated prices fluctuate randomly', *Industrial Management Review* **6**, 41–49.
- Silva, L. D. C. & Maia, S. F. (2011), 'O modelo Black & Scholes para precificação de opções do mercado futuro: uma análise para o café arábica da BM&FBOVESPA', *Revista de Economia Agrícola* **58**(2), 57–70, jul/dez.
- Smith Jr., C. S. (1976), 'Option pricing: a review', *Journal of Financial Economics* **3**, 3–51.
- Stoll, R. (1979), *Set Theory and Logic*, Courier Corporation.
- Tilley, D. S. & Campbell, S. L. (1988), 'Performance of the weekly gulf-kansas city hard-red winter wheat basis', *American Journal of Agricultural Economics* **70**, 929–935.

Tomek, W. G. (1997), 'Commodity futures prices as forecasts', *Review of Agricultural Economics* **19**, 23–44.

Tonin, J. M. (2009), Aplicabilidade dos modelos de precificação para as opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&FBOVESPA, Master's thesis, Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Economia Rural, Viçosa, Minas Gerais.

Ward, R. (1974), 'Market liquidity in the fcoj futures market', *American Journal of Agricultural Economics* **56**, 150–154.

Whaley, R. (1986), 'On value american future options', *Financial Analysts Journal*, mai/jun.