


De volta para o passado: histerese e estagnação na economia brasileira

Vinicius Zuniga FAGOTTI¹

viniciuszuniga@yahoo.com |  <https://orcid.org/0000-0001-9203-4053>

Marcelo AREND²

marcelo.arend@ufsc.br |  <https://orcid.org/0000-0002-5748-9690>

Resumo

O presente artigo busca resumir o estado da arte em matéria de conceitos e modelos de histerese, conforme desenvolvidos a partir dos argumentos de endogeneidade e descontinuidades heterogêneas. Se buscará aclarar a definição e o uso do termo, bem como demonstrar como se construir o modelo canônico de dinâmica histerética, fundamentado em retransmissões não ideais. Os atributos particulares que distinguem histerese de outros conceitos relacionados a *path dependence* serão também delineados, e sua mecânica básica, baseada em não-linearidades, seletividade e remanência, será geometricamente ilustrada. O objetivo final do artigo é se valer do ferramental histerético para propor uma rota de interpretação nova, sensível às causas estruturais, acerca da estagnação brasileira.

Palavras-chave

Histerese; Modelos de histerese; Estagnação econômica; Economia brasileira.

Back to the past: hysteresis and stagnation in the brazilian economy

Abstract

This article seeks to summarize the state of the art in terms of hysteresis concepts and models, as developed from the arguments of endogeneity and heterogeneous discontinuities. It will seek to clarify the definition and the use of the term, as well as to demonstrate how to build the canonical model of hysteretic dynamics, based on non-ideal relays. The particular attributes that distinguish hysteresis from other concepts related to path dependence will also be outlined, and their basic mechanics, based on nonlinearities, selectivity and remanence, will

¹ Universidade Autônoma de Madrid, Faculdade de Ciências Econômicas e Empresariais, Madrid, Espanha.

² Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Economia e Relações Internacionais, Florianópolis, SC, Brasil.

Recebido: 13/07/2023.

Revisado: 26/02/2024.

Aceito: 27/05/2024.

DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-53575433vfm>



This Article is Distributed Under the Terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

be geometrically illustrated. The article's final aim is to use the framework built from hysteresis to propose a new, structure-aware, interpretation regarding Brazil's economic stagnation.

Keywords

Hysteresis; Models of hysteresis; Economic stagnation; Brazilian economy.

JEL Classification

B52; O40; P17.

1. Introdução

Desde meados da década de 2010 a economia brasileira encontra-se estagnada. Em perspectiva histórica, considerando a dinâmica evolutiva do PIB e da taxa de desemprego, a crise inaugurada em meados da segunda década do século XXI supera todas outras já enfrentadas pela sociedade brasileira nas últimas quatro décadas (Pires *et al.* 2019) e seus efeitos, como marcas traumáticas de recessões sobre ciclos posteriores (Cerra e Saxena 2008), resistem. Contudo, mesmo antes do Brasil ingressar em seu atual ciclo estagnacionista, um significativo número de pesquisadores, de distintas perspectivas teóricas, já alertava que a economia brasileira encontrava-se em relativa estagnação desde os anos 1980.¹ Em linhas gerais, os estudos destacaram que a economia brasileira apresentou nas últimas quatro décadas um forte declínio da produtividade do capital e estagnação da produtividade do trabalho, evidenciando-se um processo de mudança estrutural redutora do crescimento. Também, do ponto de vista internacional, essas décadas de baixo crescimento econômico deixaram um legado de atraso técnico e produtivo em relação ao mundo desenvolvido e mesmo em relação a outros países em desenvolvimento.

Com vistas a dar seguimento às discussões da crise brasileira, e em particular à sua dimensão temporal e de transformação estrutural, o presente estudo pretende fornecer uma primeira síntese ao conceito de histerese, aliado a um argumento em defesa da sua utilidade à análise de economias reais. Tal conceito, ao explicitamente considerar a evolução de um sistema econômico como fundamento explicativo de seu estado e dinâmica, embora

¹ Dentre vários estudos, destacamos: utilizando sobretudo o ferramental neoclássico, Bacha e Bonelli (2005), Bonelli e Bacha (2013) e Bonelli (2014); em perspectiva marxista, Marquetti (2002) e Marquetti *et al.* (2010); na corrente novo-desenvolvimentista, Bresser-Pereira (2007) e Nassif *et al.* (2020); e no marco teórico neo-schumpeteriano, Arend e Fonseca (2012)

seja insuficiente para delinear as causas das vicissitudes econômicas de uma economia, é capaz de mostrar como estas são retidas pela sua memória, e de apresentar um modelo em que episódios passados co-determinam a estrutura presente da economia, afetando, por conseguinte, sua forma de responder e ser impactada por ditas vicissitudes.² Nossa hipótese é a de que os graves choques do findar do processo de industrialização e dos anos 1980 se prenderam na economia e, sobretudo, foram transformados no transcorrer da década de 1990. Estes ficaram retidos, e contribuíram sobremaneira para o processo de mudança estrutural redutor da produtividade. Nesse percurso, à altura da nova contração iniciada em 2015, a estrutura produtiva já se encontrava incapaz, pela memória de suas crises, de reerguer-se endogenamente. Por esse prisma, a atual crise brasileira pode ser entendida como estruturalmente mais severa que as suas antecessoras, a vista da memória do sistema e a cumulatividade regressiva que esta impõe aos potenciais da economia.

Como esforço preliminar à análise histerética da crise brasileira, esse artigo se encarregará de um resgate teórico e metodológico do tema, aliado a breves comentários acerca de complementariedades e impasses presentes nas diferentes abordagens heterodoxas de histerese, além de sugestões iniciais ao seu emprego no estudo da economia brasileira. Se espera assim que futuros pesquisadores encontrem nesse trabalho uma proveitosa apresentação à histerese enquanto abordagem analítica. Para tanto, além dessa curta introdução, na seção dois, o artigo descreverá o conceito de histerese. Na seção três, a pesquisa trata do argumento de endogeneidades como clausula suficiente para a obtenção de histerese em fenômenos econômicos. Em seguida, a seção quatro expõe o modelo canônico de histerese, baseado em retransmissões não-ideais e fundamentado, na ciência econômica, pelo argumento de descontinuidades heterogêneas. A seção cinco sugere um esboço do uso de histerese para a análise da estagnação econômica brasileira. Por fim, na seção seis, são documentadas nossas considerações finais.

² Por maior conforto com o tema, a apresentação de histerese terá como pano de fundo e como fonte de exemplos o tema da produção agregada de uma economia e sua articulação histerética com o produto e a produtividade de uma economia. Essa opção altera apenas a escolha de variáveis e o argumento econômico do porquê articulações histeréticas são esperadas, mas em nada muda o conceito e o modelo de histerese, que independem, em seu fulcro, do fenômeno considerado.

2. O conceito de histerese

A fins de se oferecer uma interpretação histerética, por assim dizer, da estagnação brasileira, cumpre, antes de tudo, estabelecer o que se entende pelo termo histerese e o que o recurso ao conceito permite à/ao analista. Uma primeira e incontornável tarefa, à vista do emprego polissêmico da palavra desde sua popularização na economia por Blanchard e Summers (1986, 1987), diz respeito à sistematização do seu significado; caso contrário, o escopo e o uso do termo se perdem ao capricho ou à confusão.

Para tal, o presente artigo adotará uma postura conciliatória, apesar de abertamente heterodoxa – e, portanto, em desconformidade com a postulação de histerese como relacionada a uma(s) posição(ões) de equilíbrio dinâmico.³ Sua meta principal será, para além de fornecer os principais elementos que constituem o termo, apresentar também quais os caminhos conceituais suscitados em justificativa da sua aplicação. Principalmente, se buscará aclarar a compatibilidade existente entre os argumentos de histerese como produto da endogeneidade de processos econômicos (Setterfield 1998, 2009; Katzner 1999; Elster 1974) e histerese como fruto da agregação de agentes heterogêneos cujos comportamentos apresentam descontinuidades (Cross 1993, 1994; Cross, McNamara e Pokrovskii 2012; Amable *et al.* 1994, 1995, 2004; Piscitelli *et al.* 2000), não obstante tensões ainda não resolvidas entre os dois pontos de partida. Uma vez conclusa, a apresentação conceitual de histerese será seguida pelo modelo canônico sintetizado por Mayergoyz (1986). Se demonstrará, ademais, que tal modelo é mais propício às considerações *genuínas* de histerese (Amable *et al.* 2004, p. 70).

Em matéria de definição, histerese é um conceito emprestado da física, empregado a fenômenos caracterizados por atrasos (*lags*) na relação entre o estado das variáveis dependentes e as mudanças de estados das variáveis independentes.⁴ O cerne do termo pode ser simplificado à ideia que,

³ Na verdade, e como se buscará demonstrar, a questão sequer é propriamente posta em termos de ortodoxia ou heterodoxia, pois a inadequação da definição de histerese, quando apregoadada em obediência a posições de equilíbrio (sejam elas definidas em termos de um ponto, um conjunto de pontos, uma linha ou um plano), diz respeito a incompatibilidades ante o uso original do termo, na física (Cross 1993, 1994; Mayergoyz 1986; Elster 1976); razão pela qual, inclusive, Piscitelli *et al.* (2000, p. 60) rotula a prática de *histerese bastarda*.

⁴ Ewing (1885, p. 524 – 526 *apud* Cross, 1993, p. 54) é creditado como o pioneiro na aplicação do conceito: “Histerese [ocorre] quando há duas qualidades, M e N, tais quais variações cíclicas de N causam variações cíclicas em M [e] as mudanças de M acompanham N com atraso [...] o valor de M em qualquer ponto da operação depende não apenas do valor atual de N, mas de todas as mudanças precedentes (e particularmente daquelas imediatamente precedentes) de N, e quando adequadamente manipuladas, quaisquer valores de M situados dentro de limites mais ou menos abrangentes podem ser associados a um dado valor de N”.

assim como um material imantado permanece magnetizado a despeito da remoção do imã, histerese captura a persistência dos efeitos à revelia das mudanças nas causas – ou seja, captura a persistência do passado no presente. A consequência primária desse hiato entre causa e efeito passa a ser que para se determinar a posição ou qualidade da variável dependente não basta saber o valor atual da variável independente, sendo preciso, ao invés, descobrir a sequência de estados desta, isto é, a sua trajetória realizada.

A adaptação do termo às Ciências Econômicas, no entanto, exige maior rigor. Isso porque existem muitas maneiras de se incluir o passado no presente, se fazendo mais ou menos justiça à história a depender da escolha do método.

Há quem defina histerese como simplesmente equivalente a (uma versão de) *path dependence*. É o caso de Blanchard e Summers (1986, p. 16), que se restringem a equivaler histerese ao argumento, mais do que propriamente a um conceito, de que choques temporários têm efeitos permanentes, propondo que o uso do termo seja pertinente sempre que “situações de equilíbrio forem *path dependent*”, o que, segundo os autores, estaria em conformidade com o seu uso nas ciências físicas (Blanchard e Summers 1987, p. 228 – 229), desconsiderando, contudo, possíveis diferenças qualitativas que o uso do conceito de equilíbrio porventura pode assumir em cada uma das duas ciências (Setterfield 2009; Amable *et al.* 2004), o que ficará evidente uma vez apresentado o modelo de Mayergoyz (1986).

A relevância de se salientar essa inadvertência de Blanchard e Summers se dá, acima de tudo, pelo fato de essa tradição constituir a vertente dominante em estudos de histerese (Dosi *et al.* 2018), algo evidenciado pelo recente compêndio de Cerra, Fatás e Saxena (2020), sobre histerese e ciclo de negócios. Nele, os autores se contentam em afirmar que “nessa visão alternativa (a histerética), o estado da economia e seu nível de PIB são ‘*history-dependent*’, o que é conhecido como histerese” (Cerra, Fatás e Saxena 2020, p. 4),⁵ e, sem mais explicações terminológicas, prosseguem a igualar o conceito de histerese à análise de equações diferenciais/de diferença li-

⁵ Inclusive, a intratabilidade conceitual é tamanha a ponto de Summers (2014) definir histerese como “Lei de Say ao inverso: [...] insuficiência de demanda cria insuficiência de oferta *no longo prazo*” (Cerra, Fatás e Saxena 2020, p. 1). Quer dizer, e sem entrar no mérito do quão inovadora ou não é a afirmação de Summers, aqui se equivale o conceito de histerese a uma de suas consequências. Pois, se é verdade que histerese é invocada para explicar efeitos remanescentes de ações/choques passados, ‘insuficiência de demanda criando insuficiência de oferta no longo prazo’ seria apenas um desses tais efeitos remanescentes, não representando a totalidade destes, e muito menos explicando o porquê, ou o como, de tal reminiscência se observar. Aliás, histerese não *explica* por que demanda influencia oferta – objeto (obviamente) da teoria econômica – apenas sugere por meio de quais mecanismos tais variáveis se articulam no tempo.

neares caracterizadas por raízes nulas/unitárias, à mesma maneira que seus antecessores, Blanchard e Summers. Ocorre, infelizmente, que equivaler um conceito a um constructo matemático não provê significado à ideia (de histerese...) nem tampouco pertinência ao método (...de equações diferenciais/de diferença lineares). Inclusive, nesse caso a confusão é maior, pois dois conceitos são tidos como equivalentes (histerese e path dependence), e ambos são explicados pelo mesmo recurso a equações diferenciais.

Aliás, a advertência vale também posto que as discussões atuais acerca do tema são muito menos sobre o que seria, como se propagaria e quais os efeitos teria o fenômeno de histerese, e mais sobre novos argumentos para o velho debate de se choques de demanda teriam ou não efeitos de longo prazo (para além do ciclo) sobre a dinâmica de uma economia (Cerra, Fatás e Saxena 2023; Furlanetto *et al.* 2021).⁶ Justamente, a discussão possível aqui é: seria a série temporal subjacente ao processo econômico adequadamente descrita por um modelo auto regressivo de polinômio característico com raízes iguais (ou muito próximas a) um, e seriam os choques permanentes melhor identificados como de oferta (leia-se, tecnológicos e/ou de fatores de produção) ou de demanda (choques estocásticos ou políticas de governo), ou os dois (Furlanetto *et al.* 2021; Cerra, Fatás e Saxena 2023)?

Tal abordagem restringe o escopo epistemológico do tema ao reduzir-se histerese, primeiro, a fenômenos exclusivamente de demanda agregada (a busca é por tentar verificar, via “histerese”, se choques de demanda são tão duradouros quanto mudanças na estrutura de oferta de uma economia); e segundo, ao reduzir o processo histerético a ajustes temporais lineares, simétricos e funcionalmente perfeitamente conhecidos, e portanto, tanto permanentes caso não contra-chocados, quanto plenamente reversíveis caso expostos a seu exato oposto, além de serem estruturalmente inequívocos (mesmo não observado, o data generating process é um só e não muda).

A escolha de abordar histerese a partir de modelos do tipo Real Business Cycle ou Dynamic Stochastic General Equilibrium pertence a uma dentre várias formas de se pensar o caráter temporal da dinâmica econômica (Dutt 2023). Em razão do exposto, seus limites são, por um lado o de manter o processo temporal em uma caixa preta – já que o que se investiga

⁶ Ver as seções 4 e 3 de Cerra, Fatás e Saxena (2023) para uma síntese, respectivamente, da teoria e da econometria. Furlanetto *et al.* (2023) e Girardi, Meloni e Stiratti (2020) representam esforços recentes de estimativas de efeitos de histerese, embora ambos incorram à dita prática de redução de histerese ao papel da demanda no longo prazo (o primeiro, por uma via Novo Keynesiana, o segundo, em conformidade à tradição Clássica-Pós Keynesiana).

não é o como ou o porquê da permanência temporal, fenômeno que já se assume saber ao se trabalhar com funções predeterminadas de produção e gasto econômicos (Göcke 2002; Setterfield 2009). Por si, isso não seria um problema. No entanto, e por outro lado, a principal desvantagem dessa escolha é que ela é a menos rica das formas de se representar ajustes temporais. Ao se restringir as dinâmicas de ajuste, por se trabalhar com equações diferenciais/de diferença lineares de grau um, o que se tem é a mesma lógica de resposta, as mesmas consequências lógicas, sempre que um fenômeno ‘temporal’ é suscitado. Com isso, o indispensável componente de mudança estrutural com evolução temporal, uma das grandes contribuições que a literatura de histerese tem a oferecer, é abdicado. (Ver-se por exemplo, em Göcke (2002, p. 171 – 175), uma taxonomia dos tipos de ajustes temporais de acordo com suas consequências para o próprio sistema; ali se melhor evidencia a gama de representações possíveis de histerese).

Finalmente, é importante ressaltar que embora o modelo de histerese que se apresentará, puro e por si, seja indiferente à teoria econômica, e apesar de sua aplicação poder ser tanto microeconômica quanto macro (Göcke 2002),⁷ o potencial da ideia de histerese está no fato de o conceito sumarizar e relacionar dois fenômenos muito caros à macrodinâmica e à teoria do crescimento: os de mudança estrutural e do seu efeito cumulativo e dinâmico sobre o potencial de crescimento de uma economia. Então, embora a ideia de histerese não seja em si necessária para se pensar causalmente crescimento ou estagnação, ela é suficiente – mas mais importante, proveitosa – ao estudo das conexões estruturais e temporais existentes entre as variáveis entendidas como dependentes e independentes ao processo de crescimento econômico ou de seu esgotamento.

Estabelecida a importância do conceito, e sublinhadas as potenciais limitações na sua interpretação e no seu uso correntes, cabe, portanto, sugerir um expediente a esses impasses e apresentar uma definição mais adequada, mesmo se menos famosa, a histerese.

Em conformidade à exposição de Setterfield (2009, p. 39 – 45), é interessante começar pela concessão que histerese e *path-dependence* são de fato conceitos relacionados, apesar disso não implicar em equivalência entre os

⁷ Como se apresentará, a ideia de retransmissões não-ideias representaria um fenômeno micro (decisão de investir, de produzir), e a sua agregação seria macroeconômica (consequências para o ciclo, para um setor produtivo).

dois. Na verdade, se grosseiramente entendida a partir dos supracitados movimentos retardatários e remanentes entre causa e efeito, histerese é um conceito pertencente àquele, mais abrangente, de *path dependence*.

Nesse caso, *path dependence* seria definida como a influência a priori não determinística do presente sobre o futuro, acompanhada pela influência *a posteriori* determinada do passado sobre o presente, e histerese denotaria um subconjunto de fenômenos e relações que, em obediência ao conceito guarda-chuva de *path-dependence*, descreveria relações assim sujeitas à evolução do tempo, embora, portanto, adicionalmente sujeitas àquelas especificidades que substanciariam a separação de histerese de outros tais sub-conceitos. Histerese, portanto, denotaria um tipo de *path dependence*; um tipo de sujeição ao tempo.⁸

O sumário de Setterfield (2009), tanto do que o autor entende por *path dependence* quanto por histerese, é bastante útil e vale a menção. Primeiro, em Setterfield (2009, p. 41), a definição de equilíbrio *path-dependent*, diferentemente daquilo implícito em Blanchard e Summers (1986, 1987), não deve ser subordinada à existência de múltiplos equilíbrios ou ao estudo das trajetórias funcionais que variáveis econômicas traçam/traçariam ao rumarem a estados estacionários, múltiplos ou não, (e/ou ao efeito de choques e distúrbios sobre o equilíbrio e/ou o caminho até ele). Ao invés disso, *path dependence* implica ver o equilíbrio econômico em si como uma variável dependente. Definida, no sentido de determinada, pela construção e transformação econômicas surgidas das sequências de eventos vividos pelo sistema. Isto é, a dinâmica do processo econômico determina a estrutura “real” da economia, que por sua vez co-determina o potencial dinâmico subsequente da própria economia. De sorte que acontecimentos cumulativos transformam as posições de equilíbrio do sistema, não sendo, assim, necessariamente subservientes a estes últimos; a isso, inclusive, Amable *et al.* (1995, p. 170) chamam de mudança estrutural à dinâmica econômica. A consequência de se aceitar *path-dependence* a partir desses termos reside na inversão de precedência explicativa: do ponto

⁸ Isso equivale dizer que há diferentes formas pelas quais o tempo passado sujeita as condições presentes de um sistema ou de uma economia e que o fenômeno da histerese capturaria um desses tais mecanismos. Essa afirmação é de certo modo controversa e de forma alguma consensual na literatura, visto que não há um único jeito de classificar e relacionar histerese com dependência de trajetória – conforme Dutt (2023) mostra. Aqui, ao tratar de histerese como se esta fosse um subconjunto de processos logicamente sujeitos e separáveis do conceito de *path dependence*, nos aproximamos da epistemologia de Setterfield, que não representa uma escolha necessária ao trabalhar-se com histerese. Inclusive, é bem possível argumentar que tal distinção – entre histerese e *path dependence* – é artificial, e ambas signifiquem a mesma coisa. Este é o resultado analítico implícito em Elster (1976).

final, quer dizer, da trajetória/tendência pré-estabelecida e seu destino, ao processo econômico, ou à construção de trajetórias. Histerese, portanto, é uma forma de se estudar processos econômicos a partir do aceite da primazia explicativa retida por estes (Setterfield 2009, p. 45).

Particularmente, histerese diz respeito às dinâmicas de ajuste de variáveis econômicas. Mais além, histerese é um conceito que captura um tipo específico de dinâmica de ajuste; que, a propósito, só retém relevância às ciências econômicas à medida que aplicado em total desconformidade às conjecturas inauguradas por Blanchard e Summers. E isso, por mais radical que soe, simplesmente porque essas especificidades basilares à histerese, conforme formuladas na física (Mayergoyz 1986), determinam dinâmicas de ajustes baseadas em, e produtoras de, profundos desvios tanto à microeconomia NeoClássica/NeoKeynesiana quanto à sua macrodinâmica equilibrada. A respeito da renúncia microeconômica, heterogeneidade entre agentes e não-linearidades em suas funções de comportamento constituem pré-requisito para que a dinâmica sequencial da economia seja genuinamente histerética (Cross 1994), o que impede o uso de agentes representativos e, de todo modo, viola abertamente as imposições funcionais à agregação⁹ baseada no cânone ortodoxo. Desvios da macrodinâmica serão elucidados junto à exposição modelo.

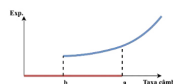
Para que se clarifique o que são as especificidades de ajuste em histerese genuína, vale caracterizá-la conforme Piscitelli *et al.* (2000 p. 60) o fazem. Para os autores, ajustes sequenciais são histeréticos se, e somente se, demonstrarem três atributos. São eles: não-linearidades; seletividade e mudança estrutural; e remanência. O primeiro destes é, ao bem da verdade, um requisito para o funcionamento do modelo de histerese de Mayergoyz (1986), ao passo que os outros dois são características propriamente resultantes deste. De toda forma, o argumento é que, para que se observe histerese, é necessário: 1) se dispor de agente não-lineares para, a partir destes e de suas articulações; 2) se observar seletividade e remanência. (Assim, como Piscitelli *et al.* (2000) argumentam, é possível observar o primeiro ponto sem, no entanto, obter os demais, a depender de como se monta o modelo partindo da suposição de não-linearidades; condição, portanto, necessária, mas insuficiente à obtenção de histerese genuína).

⁹ Do lado da demanda agregada, por exemplo, a forma funcional assumida por agentes genuinamente histeréticos – por definição, heterogêneos – quase que automaticamente impede que estes tenham a mesma propensão marginal a consumir da renda, condição indispensável para que a representação agregada da demanda conserve as mesmas propriedades analíticas da sua contrapartida unitária.

Ajustes não-lineares são a base do que Amable *et al.* (1994, 2004) chamam de histerese fraca, ou histerese a nível da unidade, sendo também o ponto elementar do argumento de descontinuidades heterogêneas, sustentáculo do modelo canônico de histerese. O intuito é bastante simples. Ele lê: mesmo supondo que estímulos à ação pertençam a um conjunto contínuo de possibilidades, não há garantia que a resposta por parte do estimulado seja, ela mesma, contínua. Cross (1994) evoca os modelos de inventário surgidos de Arrow, Harris e Marschack (1951); Amable *et al.* (1994, 2004) estendem as considerações de comércio exterior e câmbio de Baldwin e Krugman (1989); e Setterfield (1998) parte dos trabalhos de Dixit (1992) sobre investimento e histerese; a mensagem sendo, em todos os casos, de que mesmo que se admita continuidade funcional aos dados exógenos às escolhas da firma, como preços relativos ou perfis de demanda, por si isso não basta para estabelecer que os determinantes da decisão, a função orientando a estocagem, a exportação ou o investimento, sejam também contínuos.¹⁰ A versão mais simples do argumento é a de que o cálculo econômico ao se tomar uma decisão (de aumentar produção, entrar num mercado, investir) não é funcional ou parametricamente equivalente à decisão de se reverter ou reconsiderá-la (reduzir produção, sair de um mercado, poupar), mesmo se as variáveis relevantes sejam as mesmas (preços, por exemplo) para ambas as decisões e/ou sejam descomplicadas em suas dinâmicas.¹¹ O cálculo econômico seria descontínuo precisamente porque

¹⁰ Na ocorrência de custos de operação descontínuos, por exemplo, um acréscimo nos preços relativos de um insumo não necessariamente leva a redução de seu uso, em caso da empresa estar irreversivelmente dependente, a níveis fixos, da sua utilização. Talvez a forma mais direta de se argumentar em favor da dependência irreversível a um dado *nível* de uso de insumo à produção seja a partir da frontal indisposição ao uso de funções de produção e suas normativas marginalistas. O exemplo recorrente de Dosi (ver Dosi e Nelson (2010, p. 60, 63)) é o da confecção de um bolo: supondo serem necessários manteiga, ovo, farinha e chocolate à sua produção, a escolha mais eficiente, determinada pelos preços relativos de cada insumo, seria qualquer coisa, menos um bolo. A analogia serve para estabelecer que planos de produção são bastante rígidos, e dessa rigidez surgem descontinuidades entre estímulos contínuos e respostas truncadas.

¹¹ Considere essa figura, apropriada de Amable *et al.* (1994, p. 44):



Aqui, a descontinuidade está apenas em um intervalo, e a não-linearidade é da forma mais simples. Para mudanças contínuas na taxa de câmbio, a resposta da firma exportadora não é contínua: em função de custos fixos à entrada no mercado internacional, a firma exige uma taxa de câmbio suficientemente alta (maior ou igual a a) para tornar-se uma exportadora, mas posterga a reversão dessa decisão para o caso de taxas suficientemente baixas (menores ou iguais a b), pela mesma razão dos custos irrecuperáveis à escolha. Entre b e a o ajuste pode ser considerado descontínuo, pois o nível da taxa de câmbio não determina univocamente o valor associado das exportações. Essa é a versão mais simples de descontinuidades, na qual, salvo dentro de um intervalo – ele mesmo, aliás, sugestivo de duas possibilidades lineares – a restante relação funcional é tranquilamente contínua.

um mesmo sinal poderia suscitar respostas diferentes, se usado como base para uma (expansão) ou outra (contração) escolha.

Aqui, a histerese a nível da unidade, oriunda da não-linearidade individual, implica que, por exemplo, para se determinar o quanto uma firma está ou não produzindo, não basta saber o estado atual das variáveis relevantes à decisão de produção. É preciso saber a sua sequência de valores. Pois, ao haver descontinuidades na resposta, um mesmo estímulo pode suscitar comportamentos diferentes a depender de como ou por onde ele for sentido. Exemplificativamente, um recuo nos custos vigentes de produção de uma empresa, se antecedido por fortes tendências ascendentes, não necessariamente leva a um aumento de produção, em função, nesse caso, de algo que talvez possa ser chamado de perdas dinâmicas à escala acumuladas.¹² Ao mesmo tempo, uma subida nos custos, se precedida por prolongados ganhos de produtividade, não necessariamente empecilha o desempenho da unidade. Esses exemplos, evidentemente, são rendições amenas do argumento da não-linearidade, o que não impede que eles sejam enriquecidos mais à frente.

Ainda de acordo com Amable *et al.* (1994, 2004), quando agregado a partir de agentes diferentemente não-lineares – quer dizer, dotados de intervalos e descontinuidades próprios – o componente de não-linearidade é associado à histerese forte. A distinção aqui é bastante importante e intuitiva. Quando considerada isoladamente, a banda de descontinuidade de um agente constitui apenas um intervalo (ou, de todo modo, apenas um conjunto finito de intervalos) por onde se observar não-linearidades. Isso restringe a ocorrência de quebras potenciais de comportamento e super-simplifica o problema do conhecimento da sequência de estímulos para determinar seus resultados, certamente havendo intervalos em que descontinuidades não são observadas, podendo-se trivial e confortavelmente permanecer dentro de representações lineares do comportamento econômico. Para um conjunto suficientemente grande de agentes, entretanto, descontinuidades diferentemente dispersadas significam que qualquer estímulo cai dentro do intervalo descontínuo de algum ator. Portanto, o movimento do conjunto como um todo (do sistema econômico considerado), enquanto objeto de apreciação histerética, se torna inescapavelmente dependente da sequência de movimentos predecessores, o que não ocorre necessariamente para as suas partes isoladamente consideradas.

¹² A empresa produz menos por não ter como arcar com custos elevados de produção, perde oportunidades de aprendizado e outros retornos dinâmicos à produção, e, à altura dos melhoramentos conjunturais, descontinuidades acumuladas à operação a impedem de reagir fluidamente às oportunidades abertas.

As duas outras propriedades, de seletividade (Piscitelli *et al.* 2000) – também conhecida como mudança estrutural (Amable *et al.* 1994, 2004; Setterfield 2009) – e remanência, são atributos emergentes da forma de agregação de agentes descontínuos.

Seletividade significa que um mesmo choque aplicado a sistemas em estados diferentes terá efeitos diferentes na dinâmica de ajuste engendrada. Nesse sentido, o termo “seletividade da mudança estrutural” deve ser lido como: a seleção de para quais choques responder e a maneira de resposta eliciada por tal seleção dependem da composição da estrutura do sistema no momento do choque, o que, por sua vez, evolui também a cada estímulo. Mudanças nas respostas esperadas, entre diferentes sistemas e dentro de um mesmo sistema mas em diferentes períodos de tempo, são o corolário.

Finalmente, remanência descreve como a memória do sistema é escrita e reescrita e como alguns distúrbios podem vir a ser perpetuados ou apagados; como eventos do passado retêm sua influência sobre o presente. Dos três, remanência é a característica mais umbilicalmente ligada às exposições modeladas de Mayergoyz (1986), de modo que seu conteúdo, em forma conceitual, não dispensa estrita fidelidade à forma como matematicamente aparece lá – ligada à noção de extremos não-dominados, como se mostrará –, e pode ser generalizado aqui à ideia de que histerese supõe dinâmicas não triviais nas lembranças de choques, ou, equivalentemente, à retenção de seus efeitos. Quer dizer, nem tudo é sempre lembrado ou sempre esquecido pelo sistema. A sua memória é função da interação entre as partes e da endogeneidade pressuposta a esses processos. O tipo específico de remanência caracterizado por modelos da classe de Mayergoyz diz respeito a uma representação possível deste atributo. Ele é uma forma de se considerar a memória, e tem a vantagem, como se verá, de conservar os episódios de acordo com quão extremos eles são – o que consubstancia, por exemplo, nosso argumento do peso da crise dos anos oitenta sobre a estrutura produtiva brasileira.

Contudo, é preciso salientar, a título de transparência, que essas três características são, antes de propriedades a serem verificadas sempre que se invoca a ideia de histerese, atributos (uma suposição e dois resultados) do modelo matemático que precedeu os exercícios de conceptualização do termo por seus adeptos na economia. De certa forma, portanto, a

ciência econômica ainda há que trabalhar melhor o conceito,¹³ pois ele é excessivamente relacionado ao modelo que o originou em outra ciência. Por ora, uma sugestão preliminar é definir histerese como sendo:

A representação da evolução temporal de uma economia caracterizada por entidades com comportamentos descontínuos e heterogêneos entre si, cuja agregação e progressão no tempo leva adiante sedimentos da ação passada, de maneiras que dependem dos agentes, do estado do sistema e da própria progressão do tempo, criando e sendo criada por endogeneidades, e as carregando para frente.

O reconhecimento que agentes econômicos não são idênticos entre si e, principalmente, que a tomada de decisão e a ação econômica constituem processos complexos, representa um dos dois supracitados pontos de partida para a construção de modelos histeréticos de ajustes sequenciais. A outra linha de inquirição, a propósito mais antiga nas ciências econômicas que a sua contraparte não-linear, sustenta que histerese é fruto de endogeneidades nas relações entre causa e efeito (ou de explicação e explicado), de tal maneira que o estado de um depende do estado de outro, que depende do estado anterior de um, que depende do estado ante-anterior do outro, e assim recursivamente.

A seguir, convém elucidar esse emaranhado endógeno. Por motivos de completude na exposição, o modelo canônico de histerese será formulado, antes de tudo, a partir do argumento de endogeneidades; caso contrário, haveria como não incluí-lo na exposição modelada (ela não aparece em Mayergoyz ou mesmo em Cross). Havendo grande complementariedade entre endogeneidade, descontinuidades e heterogeneidade seria um desperdício não desenhá-los todos juntos.

¹³ A apresentação conceitual mais precisa de histerese, embora não tão ocupada das Ciências Econômicas, é a de Elster (1976). Nela, o leitor encontrará a aqui omitida distinção entre histerese epistemológica (fraca e forte) e ontológica; a segunda, inexistente, uma vez que o passado não pode se materializar no presente para além da materialização do próprio presente.

3. A caminho do modelo de histerese: endogeneidades como ponto de partida

Em si, o conceito de endogeneidade não é tão estranho ao nosso pensamento econômico Latino Americano, sendo ademais arguível que a metodologia histórico-estruturalista é endógena antes mesmo dos autores centrais daqui assim se declararem, afinal, a pedra angular do conceito de endogeneidade destes últimos se assenta sobre o efeito do tempo histórico sobre as características e predisposições das variáveis econômicas, e portanto sobre as mudanças estruturais advindas deste (Katzner 1998, p. 178; Elster 1976).

Sobre a análise do tempo histórico e seus efeitos sobre a evolução de variáveis econômicas, vale começar a exposição a partir de Katzner (1998, p. 178), que identifica o problema da endogeneidade como sendo o seguinte. Equações diferenciais, como

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \beta$$

são incapazes de verdadeiramente capturar o problema histórico subjacente a economias pois, como no caso da equação linear de primeira ordem acima, elas contam com estruturas funcionais fixas durante todo o tempo. Ou seja, a forma como se assume que uma variável depende de seu estado precedente é invariante à sua evolução e, adicionalmente, supostamente conhecida: $x_t = f(x_{t-1}, t)$ não mostra como nem por que x_t depende de si (x_{t-1}) ou do tempo (t), nem tampouco propõe uma justificativa do porquê a forma funcional $f(\cdot)$ capturar tal dinâmica de dependência. Katzner (1998) é bastante eloquente na sua crítica ao método,¹⁴ mas não propõe uma solução ao impasse. O autor sugere, ao invés, uma apresentação descritiva do tipo de relação funcional, explicitamente endógena, que deve ser considerada por economistas seriamente ocupados do peso da história. Ela seria:¹⁵

$$x_t = f^t(x_{t-1}, \varepsilon_t)$$

Nela, o efeito do tempo seria capturado não apenas pelo argumento da função, mas pela própria forma de f^t , que mudaria a cada nova etapa temporal. A solução para determinação de x_t , se assim construído, teria que ser recursivamente obtida,

$$x_t = f_t(f_{t-1}(\dots(f_1(x_0, \varepsilon_1), \varepsilon_2) \dots), \varepsilon_t)$$

¹⁴ Ver especialmente as páginas 173 a 176.

¹⁵ ε_t seriam choques exógenos; Katzner não os especifica, mas isso tampouco importa para o argumento.

e isso demandaria que se dispusesse de toda a informação sobre a variável em questão, x_i , as transformações funcionais, f^i , e a sequência de choques observados, ε_i , para todo o período precedendo t , i.e. para todo $i = 1, \dots, t - 1$.

Se a análise matemática de x_t é complicada, mais complicada ainda é, segundo Katzner (1998, 1993), a conclusão econômica a se tirar dela. Para o autor, a complexidade econômica é tamanha que, para fins de cálculos econômicos, mesmo que algum x_T seja arduamente descoberto, para qualquer momento a $k > 0$ distâncias no futuro, o seu valor, x_{T+k} , não o pode ser, pois não se tem como saber qual valor será assumido por f_{T+k} , uma vez que f é função da sequência de eventos, de impossível previsão, entre T e k . É a partir desse nó górdio, a propósito, que Katzner define histerese.¹⁶

A essa altura, para se avançar no modelo, há que se supor que a forma funcional de x_t admita simplificações e restrições, havendo, como seria inevitável, um *trade-off* entre representações fidedignas do peso da história e a sua re-encenação matemática – sendo a partir daqui que as críticas de Davidson (1993) acerca do tratamento temporal em modelos de histerese passam a reter mais rigorismo.

À continuação da análise, é útil, em aderência a Setterfield (2009), propor que $x_t = f_t(x_{t-1}, \varepsilon_t)$ seja ilustrada por uma variação da lei de Verdoorn.¹⁷ Ou melhor, que ela assuma a forma:

$$x_t = f(x_{t-1}, z_t) = u + \mu x_{t-1} + \phi z_t$$

$$z_t = f_t(x_{t-1})$$

¹⁶ “Nesse sentido, histerese estará presente num modelo se, e somente se, esse modelo estiver definido em um contexto de tempo histórico no qual equações, variáveis e parâmetros podem ser modificados de período a período. Conforme o tempo histórico progride, o mundo econômico evolui e história é criada, de período a período. Modelar comportamentos em qualquer período é o mesmo que explicar a porção da evolução periódica que já se desdobrou, quer dizer, da sua história realizada. Ademais, o modelo não pode prejudicar aquilo que ainda estiver por vir. O futuro não pode ser explicado até que aquilo que se deseja explicar, junto aos eventos em seu entorno, são conhecidos. E isso só ocorre quando o futuro se torna passado.” (Katzner 1998, p. 178).

¹⁷ Seguindo Setterfield (2009), x_t pode ser o produto agregado de uma economia e z_t a sua produtividade. A lei de Verdoorn – de que a produtividade de uma economia cresce junto à sua produção – se verificaria assim que se permitisse que a segunda equação fosse observada. Destarte, pela lei de Verdoorn se tem uma maneira de assumir endogeneidades à produção, o que justificaria o recurso à histerese; um caminho suficiente, embora não necessário, à análise aqui empenhada.

ou, em outras palavras, que a dinâmica funcional de x_t seja suficientemente conhecida, mas que nela exista ao menos um elemento que seja endógeno, isto é, que dependa dos valores passados assumidos por x_t . De certa maneira, o que Setterfield (1998) faz é tratar como inicialmente endógena apenas aquela variável que em Katzner representava o erro (z_t e ε_t , respectivamente). À primeira vista isso pode parecer um pouco contra-intuitivo. Mas, representar endogeneidades dessa forma, como um detalhe z_t a um processo maior x_t , reforça, ao invés de menospreza, o peso do tempo histórico. Isso porque agora a condição para que o sistema seja endogenamente complicado é menos restritiva que antes, e, portanto, é mais geral, em termos matemáticos, que anteriormente, bastando haver um grânulo de endogeneidade para que a dinâmica de x_t se comprometa, não obstante a suposição (ou não) de se saber o comportamento geral de x_t . (Assim, endogeneidade numa parte implica endogeneidade no todo).

Há diferentes formas de se considerar z_t . Se z_t fosse constante, ou seja, se endogeneidades fossem ausentes, o estado estacionário de x_t seria trivialmente encontrado no ponto

$$x_t = x_{t+1} = \bar{x} = \frac{(u + \phi z)}{1 - \mu}$$

cuja existência e estabilidade dependeriam do parâmetro μ , um elemento completamente forâneo ao interesse de estudo (nesse caso, a produção agregada, x_t). A essa altura, convém pincelar que o fenômeno de histerese invocado por essa representação, de equação diferencial linear de primeira ordem (que é, na verdade, uma versão simplificada do modelo de Blanchard e Summers), consiste em supor que μ *seja igual a 1*, condição que impossibilita a existência de um estado estacionário,¹⁸ o que por conseguinte estabelece a dependência do estado pela sua trajetória. A questão, contudo, de por que μ deveria ser precisamente igual a 1, dentre todos os números reais, quer dizer, de por que se deveria assumir a existência de histerese, não é explicada, mas assumida, por essa abordagem.

Se z_t fosse apenas linearmente dependente de x_{t-1} , a obtenção um estado estacionário ainda seria possível (em $\bar{x} = 0$, um resultado pouco interessante), e, num tom mais proveitoso, seria possível de se conceber depen-

¹⁸ Idealmente, se disporá de um sistema de equações, de modo que a inexistência de um estado estacionário se restrinja a existência de soluções dentro de uma linha (no caso em que apenas uma, entre as n equações, tiver raiz unitária) ou um plano em \mathbb{R}^r (para $n-r$ equações com raízes unitárias). Setterfield (1998) e Amable *et al.* (2004) trabalham extensivamente esses casos.

dências sequenciais mais ricas que antes, como desvios permanentes da posição de equilíbrio dinâmico (Setterfield 2009). Nesses casos, todavia, as propriedades de não-linearidade e, mais importante, seletividade e remanência, não seriam observadas.¹⁹ Ademais, e assim como antes, o argumento justificando a existência ou não de histerese cairia no colo da escolha de parâmetros, o que como antes não explica ou elucida o fenômeno.

A forma menos restritiva de se definir z_t é de simplesmente mantê-la como já está: $z_t = f_t(x_{t-1})$. Retendo a alegoria de Verdoorn, isso equivale aceitar que a produtividade de uma economia está diretamente relacionada à sua produção, mas sem considerar isso que isso baste à conclusão inequívoca sobre a forma como ambas se relacionam. Se, como acima, se sustenta a linearidade funcional de x_t , se retém que a equação para seu estado estacionário ainda seja $\bar{x} = \frac{(u + \phi z_t)}{1 - \mu}$, com a adição que agora $z_t = z_{t+1} = \underline{z}$ também tem que se obter, qualquer que seja (\mathbb{R}) esse valor. Note que o que há de fecundo no argumento de endogeneidade não é saber qual o valor específico de $f_t(x_{t-1})$ que leva ao estado estacionário, \bar{z} , até porque a função de z_t sequer foi especificada. O interessante é ver como a história de sequências passa a importar para a determinação tanto de x_t quando de z_t .

Assim, supondo que a produção da economia esteja em equilíbrio, no seu estado estacionário, $x_t = \bar{x}$, e um choque exógeno a tire do lugar, mas, em aderência à sua forma funcional,²⁰ x_i gradualmente retorne a x_t , representando esse ajuste por

$$dx_i = x_i - x_{t-1}, \forall i = 1, \dots, t,$$

tem-se que

$$DX = \sum_{i=1}^t dx_i = 0$$

Ou seja, que a mudança no produto é cumulativamente neutra; ela retorna ao seu estado inicial, àquele que era seu estado estacionário em t . O que cabe indagar, no entanto, é se esse ainda seria o estado estacionário do sistema como um todo, visto que z_t passa a influir sobre a sua dinâmica.

¹⁹ Consultar o apêndice em Amable *et al.* (2004) para uma prova matemática.

²⁰ É preciso supor que $|\mu| < 1$ para que a função convirja a x .

Quer dizer, sob as duas hipóteses funcionais anteriores, a resposta seria positiva (o sistema volta ao repouso), mas agora $\bar{x} = \frac{(u + \phi\bar{z})}{1 - \mu}$ tem um componente, $z_t = f_t(x_{t-1})$, cujo deslocamento temporal também precisa retornar para \bar{z} para que o sistema de fato esteja estacionado. Isso demanda que:

$$f'_i \neq 0 \text{ para algum } i = 2, \dots, t + 1, e$$

$$DZ = \sum_{i=1}^t dz_i = \sum_{i=1}^t f'_{i+1} dx_i = 0$$

Leia-se: que os impactos da mudança do produto sobre a produtividade não sejam negligenciáveis para ao menos um dos estados desta ($f'_i \neq 0$) e que, em última instância, essas mudanças sejam também cumulativamente neutras ($DZ = 0$). Correlativamente, para que \bar{x} deixe de ser o estado estacionário, basta, portanto, assumir que as mudanças em z_t não sejam cumulativamente neutras, quer dizer, que $DZ \neq 0$. Essa é uma suposição de endogeneidade menos restritiva que a de Katzner, e consequentemente mais geral, e é condição suficiente²¹ para que se verifique histerese na relação entre produto e produtividade.

Dilucidar esse ponto é relativamente simples. A partir do mesmo choque cumulativamente neutro sobre x_t , a variável transita sequencialmente em direção a $\bar{x} = \frac{(u + \phi\bar{z})}{1 - \mu}$, mas essa travessia desloca z_t , de \bar{z} para $z^* = \bar{z} + DZ$. Como DZ é diferente de zero, $z^* \neq \bar{z}$, e z_t não está mais em repouso, o que faz com que aquele \bar{x} , associado a \bar{z} , não seja mais o estado estacionário. Endogeneidade significa que as sequências de ajustes em x_t afetam as posições de equilíbrio de $z_t = f_t(x_{t-1})$. Histerese é o desajuste do todo criado pelo ajuste das partes: é a evolução de um sistema que não tem onde, nem como, parar.²²

²¹ Notando que se $f'_i = f'_j = f'$ para todas as instâncias de tempo de f'_i , tem-se, pela suposição de neutralidade cumulativa em DX , que $DZ = \sum_{i=1}^t f'_{i+1} dx_i = f' \sum_{i=1}^t dx_i = f' DX = 0$. Assim, uma condição necessária para endogeneidade, e, portanto, para histerese, é que $f'_i \neq f'_j$ para quaisquer dois intervalos diferentes ($i \neq j$) de f'_i .

²² “Qual a base intuitiva de $[DZ \neq 0]$? Em geral, o resultado em $[DZ \neq 0]$ será observado sempre que houver assimetrias de ajustes naquelas variáveis econômicas ‘profundamente endógenas’. No nosso exemplo, pode-se dizer que a variável profundamente endógena, z , apresentará ajustes assimétricos se uma mudança a essa variável, induzida por mudanças em x , não for reversível simplesmente ao se retornar x àquele seu valor original. [...] Como resultado, o caminho de ajuste percorrido por x em resposta ao choque temporário levará a mudanças de longo prazo no valor de z , o que leva a mudanças de longo prazo no valor de x , quer dizer, o valor de longo prazo de x dependerá de do próprio passado de x ,

Assim se estabelece a dependência sequencial de x_t e z_t . Mas é possível ir além e especificá-la. Voltando ao argumento de Katzner (1993, 1998), de que para qualquer momento no tempo só se pode especificar a relação de x_t e z_t como função do que aconteceu entre $i = 0, \dots, t$, há, para um $z_t = f_t(x_{t-1})$ observado, uma função $g(x_1, \dots, x_{t-1})$ que sumariza a trajetória percorrida por z em função dos (des)ajustes de x , entre o primeiro período desde o ajuste até o presente momento. Seguindo o mesmo procedimento que deu origem a DZ , é possível criar uma outra função, ΔZ , que captura a seguinte relação:

Defina

$$\Delta X = \sum_{i=1}^{t-1} dx_i^*$$

em que nesse caso

$$dx_i^* = x'_i - x_i$$

representa a diferença de valores entre o caminho de ajuste tomado (x'_i) e aquele que teria sido o normal (x_i) na ausência de choques (ΔX sendo, portanto, não mais simplesmente a diferença de valores de x_t sobre o seu valor passado). Note que dx_i^* é o argumento da função de $g(\cdot)$, visto que esse é o tamanho do desvio percorrido ($x'_i - x_i$) a afetar os valores de z_t . O que se está fazendo, assim, é especificar a relação funcional entre z_t e o caminho de fato percorrido por x_t , para além da determinação da co-influência entre trajetórias. Analogamente, se obtém que se

$$g'_i \neq 0 \text{ para algum } i, e$$

$$\Delta Z = \sum_{i=1}^{t-1} g'_i dx_i^* \neq 0$$

então, para determinar qualquer valor de ΔZ , e, portanto, de $z^* = \bar{z} + \Delta Z$, é preciso completamente saber a sequência específica de eventos de ajustes em x_i , capturada por todos os valores de $dx_i = x'_i - x_i$ entre $i = 0, \dots, t$. Portanto,

ΔZ representa a mudança total em z vinda de uma mudança pequena no caminho de ajustes de dese-

havendo, assim, histerese." (Setterfield 1998, p. 292).

quilíbrio de x (em contraste a DZ , que capturava a mudança total em z fruto de movimentos de x sobre trajetórias de desequilíbrio). $\Delta Z \neq 0$ significa que z é sensível não apenas ao processo de ajuste de desequilíbrio *per se* (como no caso de $DZ \neq 0$), mas ao processo precisamente observado de desequilíbrio. Nesse caso, ‘a história importa’ no seu sentido mais completo; é preciso saber a história *exata* passada pelo sistema sob consideração para que se possa entender a evolução da variável profundamente endógena, z , e, portanto, o valor de longo prazo de x . (Setterfield 1998, p. 293).

Assim se estabelece, mais formal que verbalmente, o argumento de histerese como produto de endogeneidades entre variáveis econômicas. A mensagem que se cumpre reter, ao bem da verdade, é simples e direta. Ela lê: *as justificativas para que se aceite que duas variáveis sejam profundamente endógenas exigem restrições menos consideráveis que aquelas necessárias ao estabelecimento de exogeneidades, e à vista disso deveriam ser tidas como a representação mais geral em matéria de descrição, causalidade e explicação econômicas*. A consequência mais formidável de se aceitar, por exemplo, que produto e produtividade sejam endogenamente relacionados diz respeito ao potencial de transformação mútuo que ambas as variáveis passam a ter sobre a trajetória de si e sobre a trajetória da outra. Nesse sentido, o recurso ao conhecimento histórico da evolução de ambas se torna indispensável, pois estes retêm seus percursos, e assim, parte importante dos fragmentos de co-constituição entre as duas.

Apesar de faltar clareza quanto a distinção, nesse caso, entre *path dependence* e histerese – uma imprecisão mais ou menos recorrente, ou mais ou menos perceptível, aos trabalhos citados – a fidelidade à explicação apresentada anteriormente sugere que em $\Delta Z \neq 0$ tem-se a não trivialidade do tempo, *path dependence*, e que a depender de como se escolhe abrir a caixa de pandora sugerida por ΔZ , obtém-se histerese, porquanto, por exemplo, as supramencionadas características de não-linearidades, seletividade e remanência ainda não foram apresentadas, existindo pois, ao menos em princípio, outras formas de se expandir ΔZ .

A estratégia de Setterfield (1998, 2009) para invocar o mesmo tipo de modelo de histerese que será apresentado abaixo, que é baseado em des-

continuidades heterogêneas de comportamentos unitários, e destarte não necessariamente dependente de endogeneidade, baseia-se no argumento que endogeneidades, afinal, são produtoras de histerese porque elas também são produtoras de descontinuidades. Aqui não é preciso seguir à risca a exposição de Setterfield, pois a proposição de um vínculo entre ambos os conceitos é um feito relativamente descomplicado. Para tal, basta sustentar que fenômenos econômicos, como a produção agregada em uma economia, raramente são compostos, em sua totalidade, de apenas uma parte ou uma coisa – aqui, uma firma. Se cada uma dessas tais coisas for heterogênea entre si, elas terão atributos de endogeneidade mais ou menos diferentes, e a sua agregação levará, necessariamente, a um todo que é tanto endógena quanto descontinuamente (e heterogeneamente) histerético. E vale perceber, ademais, que tal micro-agregação não se confina àqueles fenômenos canonicamente macroeconômicos, pois, por exemplo, assim como um sistema industrial é feito de setores contendo diferentes firmas, cada firma individual é internamente composta por organizações produtivas diferentes, sendo que se pode também ‘micro-agregar’, por assim dizer, o processo produtivo da firma unitariamente concebida, dotando-o de propriedades histeréticas.

Há, entretanto, um verdadeiro impasse conceitual obstando a amalgamação do pensamento endogeneizante de histerese ao ferramental descontínuo e heterogêneo do seu modelo; impasse esse que ainda não foi satisfatoriamente lidado por nenhuma das partes. No modelo canônico de retransmissões não ideais (Karsonelskii e Pokrovskii 1983), histerese é representada pela relação temporal entre duas variáveis, uma das quais é exógena e aberta à manipulação experimental (o imã em uma imantação). A evolução de uma das duas variáveis, portanto, é representada por choques exógenos, e não depende do estado da sua contraparte – ou seja, formalmente rejeita, mais do que simplesmente dispensa, endogeneidades – e histerese passa a ser um fenômeno unilateral, com uma das variáveis livre da influência da outra. É provavelmente por essa razão que tanto Amable *et al.* (1993, 1994, 2004), quanto Cross (1993, 1994) e Piscitelli *et al.* (2000) partam de descontinuidades, e não da existência de endogeneidade, para justificar histerese. A presente escolha de se partir de Setterfield (1998, 2009) foi motivada por essa tensão, a resolução da qual demanda um esforço maior de incorporação de endogeneidades, e, portanto, de *path dependence* genuína, aos modelos de histerese,²³ visto que o conceito abarca tanto o

²³ Um caminho promissor é o uso de *feedbacks* em modelos do tipo *agent-based*, como em Bassi e Lang (2016) e Dosi *et al.* (2018). Ainda assim, mais do que um formato ou outro de formalização, cabe ao

endógeno quanto o descontínuo. Como está, pois, o modelo parece ser exclusivamente justificado por relações econômicas em que a agência de um dos elementos independe da agência dos demais, somente por isso o elemento podendo ser considerado exógeno, o que limita a adequação do modelo a casos como o de estudos sobre política econômica (efeitos da taxa de juros sobre investimento agregado, por exemplo) ou a fenômenos genuinamente sujeitos a eventos exógenos.

Apesar de inofensiva à justificativa do uso de histerese, e apesar de vantajosa ao ser objetiva e clara em sua representação causal, é preciso ter ciência de que fenômenos de *path dependence* (histerese sendo um deles) têm em sua origem o processo de co-transformação das diversas variáveis-chave de um sistema econômico – Dutt (2023) sugere que sejam ao menos três: instituições, economia política e mudança tecnológica – e portanto, a prática de se resumir histerese, nas ciências econômicas, a modelos de retransmissão não-ideal não deve suplantiar o estudo das causas estruturais de histerese, que são ocultadas quando resumidas a choques exógenos e estocásticos.

Seja como for, o modelo de histerese baseado em retransmissões não ideais para duas variáveis é constituído pelas seguintes partes, apresenta as seguintes virtudes e sofre das seguintes limitações.

4. Um modelo de histerese

O modelo é constituído por n entidades, ou n agentes econômicos. Para fins de simplicidade, pode-se considerá-los unidades produtivas,²⁴ cuja decisão é produzir (uma unidade normalizada de produto) ou não. A produção agregada da economia, $y(t)$, é função da produção de cada uma das n firmas. As firmas decidem produzir (ou não) em resposta a choques exógenos,²⁵

recurso à teoria fornecer os vínculos conceituais faltantes. Nesse sentido, ver-se o recente artigo de Dutt (2023). Lá, o leitor encontrará um bom resumo da teoria e da economia política da dependência temporal em processos econômicos.

²⁴ Amable *et al.* (1994, 1995, 2004) têm o cuidado de apresentar suposições mais ‘econômicas’ a essa representação de firmas, como curvas de demanda idênticas e outras coisas relacionadas ao problema da histerese econômica. Isso ajuda a contextualizar o modelo aos moldes da economia, mas não é necessário para a exposição da mecânica acima, que é, antes de tudo, matemática. O resumo mais didático para leitores economistas é de Göcke (2002).

²⁵ A escolha de choque exógeno também depende do problema sob escolha e da representação escolhida para tal problema. Por exemplo, Amable *et al.* (1995) supõem mudanças exógenas na taxa de câmbio

ε_t , a reação ao qual, quando agregada, determina o nível de $y(t)$. Como se demonstrará, o choque ε_t é temporário, mas a reação agregada a ele é remanente.

Para determinar o processo de escolha, cada agente é caracterizado por um par

$$\{b, a\}, a \geq b \geq 0$$

que denota, respectivamente, o limite superior e inferior que cada choque tem de superar a fim de induzir uma resposta ao agente. Especificamente, se ε_t for um choque expansivo, é preciso que $\varepsilon_t \geq a$ para que o agente decida produzir; se ε_t for contracionista, é preciso que $\varepsilon_t \leq b$ para que o agente cesse a produção. Se $\varepsilon_t \in (b, a)$, então, independentemente da sua natureza, o choque não será suficiente para levar a uma mudança de comportamento, de forma que o agente estará a produzir ou não a depender de seu estado em $t - 1$. Note que o caráter expansivo ou contracionista de um choque é específico para cada agente; é um atributo dependente das unidades, por meio de suas bandas de ação, e não do choque e seu valor em si. Em outras palavras, para uns agentes i , ε_t será maior que a_i , e a essas unidades o choque será expansivo (a firma produz). Para outros, $\varepsilon_t < b_j$, e o choque levará à contração (à não produção), havendo também aqueles para os quais o choque se situa na banda de inação.

A despeito de ser extremamente simplista, essa representação do processo produtivo tem a virtude de tornar não-linear a escolha da produção. A descontinuidade individual dos ajustes faz com que haja indeterminações entre o nível do choque (o valor da pré-imagem da função de escolha) e a produção escolhida (sua imagem), o que Mayergoyz (1986, p. 604) chama de *não-linearidades multirramificadas*. Isso quer dizer que, como já posto em Katzner e Setterfield, para se saber se a firma está produzindo ou não, é preciso saber a história dos choques precedentes, visto que sem ela é impossível determinar quantas vezes, e se por cima ou por baixo, os choques caíram no intervalo de indefinição, $\varepsilon_t \in (b, a)$.

Essa é a supramencionada histerese fraca, de Amable *et al.* (1995). Ela é fraca pois o pré-requisito de conhecimento histórico se resume, simples-

bio e Piscitelli *et al.* (2000) são mais genéricos ao trabalharem simplesmente com choques aos custos de produção; Cross (1994) trabalha com mudanças no retorno de ativos financeiros em resposta a mudanças nas taxas básicas de juros. Bassi e Lang (2016) e Cross, McNamara e Pokrovskii (2014) discutem choques à demanda agregada da economia. Por ora, pode-se considerar que qualquer uma das alternativas 'serve' à função de simples choque.

mente, a saber a posição inicial da firma, o número de choque sofridos e os seus respectivos valores, o que não é suficiente para o caso da agregação de agentes histeréticos. Ela é fraca também pois exhibe as propriedades de seletividade e remanência de forma mais simplória que o seu complemento agregado. A seletividade é mais simples pois o que altera/define a forma como o sistema seleciona a sua reação a um choque é a banda de indefinição, (b, a) , e para o caso do agente individual ela representa apenas *um*, e não *n*, intervalos. A remanência do sistema, ou a sua memória, também é mais simples pois ela é invariante à magnitude dos choques sofridos (em função da existência de apenas uma banda de indefinição), o que faz com que para se saber a memória retida não seja necessário, ao bem da verdade, conhecer o valor exato dos choques sequenciais, mas saber se eles foram maiores que *a* ou menores que *b*, o que não será suficiente quando o sistema for agregado.

A função individual de escolha da firma é, portanto, representada por:

$$F_{ab}(\varepsilon_t) = \begin{cases} 1, & \varepsilon_t \geq a \\ 0, & \varepsilon_t \leq b \\ F_{ab}(\varepsilon_{t-1}), & b < \varepsilon_t < a \end{cases}$$

Essa é a regra de comportamento mais rudimentar que se pode formular, em que a firma ou produz, ou não produz, ou mantém aquela escolha imediatamente predecessora. À função $F_{ab}(\varepsilon_t)$ convém chamar de operador histerético ou de operador de Preisach. Note que os valores de $\{0,1\}$ foram escolhidos para facilitar a exposição – eles simplificarão o cálculo do produto agregado – mas não há por que se restringir a eles.²⁶ Dessarte, a produção agregada pode ser representada por:

$$y(t) = \Gamma(\varepsilon_t) = \iint_{a \geq b} \gamma(a, b) F_{ab}(\varepsilon_t) da db$$

Essa é a equação fundamental de histerese forte, e requer supor adicionalmente apenas que as *n* firmas possam ser representadas por um contínuo de operadores histeréticos. $y(t)$ é o resultado da integração de cada resposta individual a um choque comum, ε_t , caracterizadas por distintos operadores, $F_{ab}(\varepsilon_t)$, e mediadas por uma função-peso $\gamma(a, b)$, cujo suporte

²⁶ Por exemplo, para modelar a escolha de investimento de uma firma e o seu acúmulo de capital no tempo, Bassi e Lang (2016, p. 37 – 38), baseados em Setterfield (1998), usam operadores histeréticos cujos argumentos são, em si, outras funções, e não grandezas escalares.

se restringe ao triângulo formado por $a_0 = a$ e $b_0 = b$ – a área que representa toda a extensão de operadores individuais, baseada naquele agente cujo valor requerido para expansão, a_0 , é o mais alto dentre todos, e aquele outro agente, que demanda o choque mais contracionista, b_0 , para retração. (Isso ficará mais palatável mediante a exposição geométrica do modelo). A dinâmica básica do modelo independe da escolha da função-peso,²⁷ mas diferentes $\gamma(a, b)$ podem levar a resultados agregados distintos ao alterarem a distribuição de relevância entre os operadores considerados. E, mesmo se o aspecto matemático da função-peso for comparativamente trivial, o seu significado econômico não o é. Pois, se a função-peso for entendida como uma ferramenta que captura o poder de mercado de uma firma, então é inevitável que se pense nos efeitos endógenos que $\gamma(\cdot)$ passa a ter sobre o próprio comportamento do agente (sobre os seus a e b , muito grosseiramente), já que arranjos competitivos diferentes, mesmo se apenas concebidos em matéria de número e tamanho de firmas, alteram substancialmente os ditames estratégicos da firma e do mercado/setor em questão.

A representação de $y(t)$ pode ser facilitada mediante a constatação de que para cada choque, ε_t , o sistema se divide em dois grupos, S^+ (os que produzem) e S^- (os inativos), de modo que a integral em $y(t)$ pode ser repartida como sendo a soma entre os agentes produzindo ($\in S^+$) e aqueles ociosos ($\in S^-$). Como o segundo grupo tem $F_{ab}(\varepsilon_t) = 0$, para cada momento do tempo, o produto agregado da economia é a soma

$$\iint_{S^+} 1\gamma(a, b)dad b + \iint_{S^-} 0dad b$$

Assim, a produção agregada da economia é simplesmente

$$y(t) = \Gamma(\varepsilon_t) = \iint_{S^+} \gamma(a, b)dad b$$

À primeira vista, a equação pode parecer estranhamente articulada às três caracterizações de histerese, de não linearidade, seletividade e remanência. Observe, no entanto, que os determinantes de se estar em S^+ ou S^- são distribuídos de forma heterogênea entre os agentes, de modo que cada ajuste é necessariamente não linear. Também, o comportamento resultante após o evento de um choque, ε_t , dependerá fortemente do histórico de

²⁷ Piscitelli *et al.* (2000, p. 71 – 73) testam diferentes funções de densidade para a, b – uniforme, exponencial, normal e Poisson – e preliminarmente concluem que a escolha de não afeta a sensibilidade dos resultados histeréticos significativamente, o que, como os próprios autores reconhecem, não pode ser um resultado generalizável, a vista da abundância de funções que podem ser testadas.

choques que o precedem, pois depende da estrutura definida pelos conjuntos de S^+ e S^- (de quem está produzindo e quem não está) o que por sua vez é uma função da sequência de choques, havendo, portanto, seletividade. E finalmente, a possibilidade que a influência de alguns choques persista enquanto a de outros pereça vem também do substrato heterogêneo de S^+ e S^- , em que, para valores próximos dos limites dados por a_0 e b_0 , alguns agentes podem permanecer indefinidamente em qualquer uma das duas partições, independentemente de os choques que os puseram lá serem longínquos ou não. De maneira não trivial, se obtém que o valor corrente de $y(t)$ é função não apenas de ε_t , mas da sequência $\varepsilon_T = \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_t\}$ para todos $T \leq t$, havendo uma determinação única para a sequência ε_T compondo a pré-imagem de $y(t)$ e a imagem por ela mapeada (Mayergoyz 1986, p. 604).

Assim, todos os três atributos caracterizadores de histerese estão presentes, como a exposição geométrica abaixo deve ajudar a esclarecer. A propósito desta, supondo haver uma correspondência unívoca entre as coordenadas (b, a) no plano caracterizado $a \geq b$ e o operador histerético, F_{ab} ou seja, supondo que apenas um agente se comporte da maneira ditada por cada coordenada em $a \geq b$, então a divisão entre S^+ e S^- será necessariamente uma função de escada, cujos ‘degraus’ são as coordenadas dos choques em ε_T e representam a fronteira, $L(t)$, entre S^+ e S^- . Assim, o formato de $L(t)$ define também a área de S^+ e, portanto, o valor da sua integral, oferecendo assim uma via mais fácil para se calcular $\Gamma(\varepsilon_t)$, a partir da soma dos $n(t)$ trapezoides retângulos $Q_k(t)$ criados sob os degraus de $L(t)$, que por sua vez são criados pela sequência de choques, conforme estas estão mapeadas no plano $a \geq b$.

$$y(t) = \Gamma(\varepsilon_t) = \sum_{k=1}^{n(t)} \iint_{Q_k(t)} \gamma(a, b) da db$$

A formalização do modelo histerético é um pouco truncada e pouco fluida, mas a sua representação gráfica é bastante esclarecedora e de fácil leitura. A sua dinâmica também é relativamente simples.

A leitura do modelo começa pelo meio-plano de Mayergoyz, no qual o eixo das abscissas conte os valores de b , e os das ordenadas, a . A partir da identificação do intervalo de valores para cada um dos parâmetros, $[a_{min}, a_0]$ e $[b_{min}, b_0]$, se tem um triângulo – na presente exposição, retângulo, para facilitar a visualização – dentro do qual cada coordenada representa o intervalo $[b_i, a_i]$ de alguma unidade/agente econômico. Isso signi-

fica supor que cada ponto dentro do triângulo possui uma correspondência injetora a um operador histerético ('apenas uma unidade se comporta baseando-se em $[b_i, a_i]$ ') e, ademais, impõe a suposição de que qualquer ponto fora do triângulo tem função peso zero ('apenas elementos histeréticos importam ao sistema'). Se supomos ademais que os choques assumem apenas valores entre 0 e a_0 , podemos limitar o triângulo à área acima da linha $a = b$, conforme a figura abaixo.²⁸

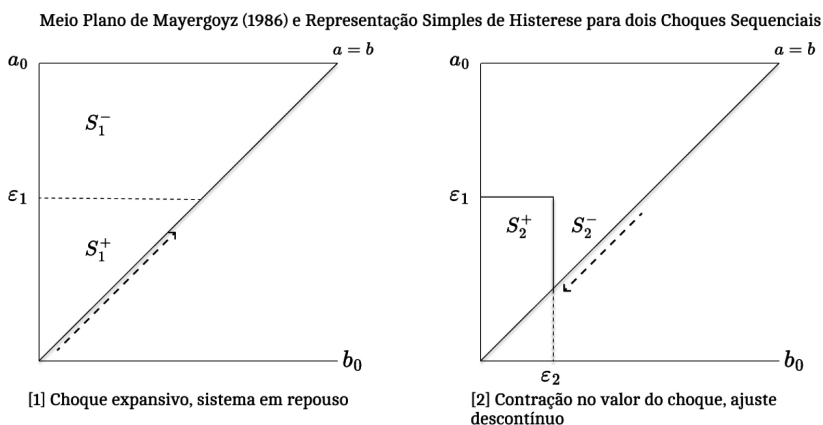


Figura 1 - Meio Plano de Mayergoyz (1986).

Para visualizar a mecânica do modelo, suponha que um choque expansivo de tamanho ϵ_1 ocorra em t_1 , conforme disposto no eixo das ordenadas dos gráficos. Como consequência, todos os agentes para os quais $\epsilon_1 \geq a$ irão ser estimulados a responder positivamente. O restante, aqueles cujos $\epsilon_1 < a$, permanecerão inalterados. Suponha agora que o primeiro choque seja seguido por ϵ_2 , um estímulo contracionista; este pode ser visto no eixo das abscissas. Como consequência, todos os agentes para os quais $\epsilon_2 \leq b$ serão compelidos a responder negativamente. O restante, aquelas unidades tais quais $\epsilon_2 > b$, reterão o comportamento observado em t_1 , que pode ser tanto positivo quanto negativo.²⁹

²⁸ Note que os elementos representados pela linha de 45°, $a=b$, são exatamente agentes cujos comportamentos não apresentam descontinuidades.

²⁹ Para que não haja confusões: o comportamento é contracionista, ele é qualitativamente negativo, mas na representação do modelo, o resultado da operação matemática é o número escalar zero. Isso apenas formalmente associa um comportamento negativo a um número, nesse caso, zero. Como foi dito, a escolha do valor da imagem do operador histerético é livre. Se tivéssemos escolhido -1 em detrimento de 0 a diferença se restringiria apenas ao resultado das operações.

O exemplo simples, de dois choques de conteúdos opostos, serve para ilustrar alguns dos componentes básicos de histerese, como a formação clara de dois conjuntos, S^+ e S^- , e o fato de eles evoluírem não-linearmente à sucessão de choques. Esse último atributo se deve ao fato de não haver simetria necessária entre o número de agentes que irão responder positivamente a um choque (ε_i) e aqueles que irão se contrair caso expostos a uma contração de igual magnitude.³⁰ Como consequência, e como uma introdução à propriedade de remanência, pode-se perceber que o sistema apresenta irreversibilidades parciais. Justamente graças a assimetrias na distribuição das bandas de descontinuidade, um choque ε_i seguido por seu exato oposto, $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 - d(\varepsilon_0, \varepsilon_1)$, não reestabelece a configuração econômica anterior à ocorrência de ε_1 . Ao invés disso, ambos os choques irão permanecer ‘lembrados’ por aqueles cujas bandas foram afetadas por um ou pelo outro, mas não pelos dois.

Descontinuidades, assimetrias e irreversibilidade parciais são, assim, as causas por trás das propriedades de mudança estrutural e seletividade do modelo. Pois, apesar de os operadores histeréticos serem em si invariantes, a disposição dos agentes entre S^+ e S^- , ou seja, a configuração do sistema, muda de acordo com o histórico de sequências e com a memória que este suscita. E como é justamente a ‘configuração’ (a estrutura) que responde aos choques, dois choques iguais (suponha que um choque $\varepsilon_4 = \varepsilon_1$ ocorra, como no quadro 3 da figura 2) não necessariamente, aliás, somente bem especificamente, levam o modelo a estados resultantes idênticos.³¹

³⁰ Como não estamos assumindo valores negativos para choques, o oposto de um choque é definido em referência ao seu valor assumido em $t - 2$, isto é: $\varepsilon_t \equiv -\Delta\varepsilon_{t-1} \Leftrightarrow \varepsilon_t = \varepsilon_{t-2} - d(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2})$. Isso restringe a representação de choques opostos pois limita a distância que choques podem assumir entre si para aceitar um contrachoque (valores muito longes de si levariam a choques opostos negativos) e permite discricionariamente que valores altos aceitem um conjunto de valores maiores de choques (por estarem mais distantes de zero). Para que todo e qualquer choque aceite todo e qualquer choque oposto, basta permitir que os choques pertençam aos números reais. Isso levaria a mudanças no diagrama e na interpretação econômica derivada.

³¹ Pode parecer anedótico, mas essa propriedade é de suma importância, notadamente no que se refira a políticas econômicas. Suponha que t sejam intervenções sobre a taxa de juros básicos da economia. Um choque contracionista via ε_t certamente levará a economia a retrair-se, mas como, e com quais consequências, dependerá do estado da economia; duas elevações reais idênticas da taxa SELIC comprimirão a economia de maneiras diferentes se esta estiver se desindustrializando há 5, 10 ou 30 anos, quer dizer, se no intervalo temporal entre os choques idênticos toda uma estrutura econômica tiver sido transformada.

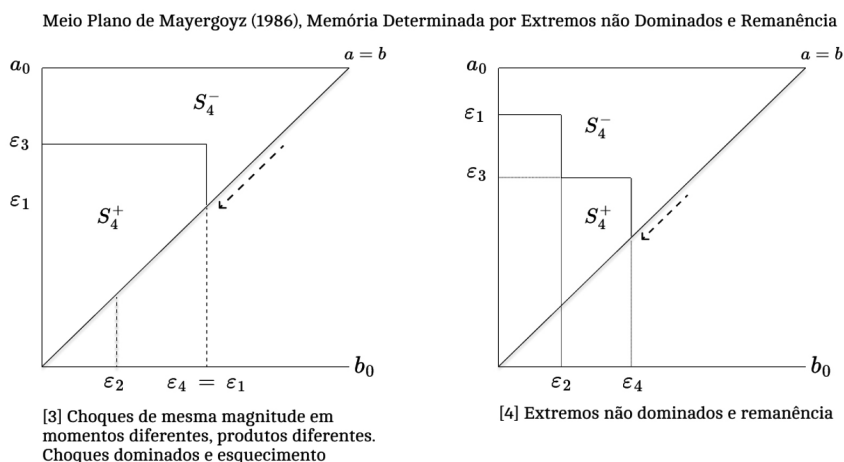


Figura 2 - Meio Plano de Mayergoyz (1986), continuado.

É por isso que a determinação da imagem da função histerética (a divisão entre S^+ e S^-) é função não de ε_t mas de $\varepsilon_T = \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_t\}$. E adicione-se também que é por isso que a supracitada irreversibilidade é apenas parcial, uma vez que pelo modelo é possível construir séries de choques que se anulam cumulativamente, o que reverteria o sistema à sua posição original ou desejada; algo muito mais fácil de se fazer mental do que praticamente, mas de toda forma algo cuja mensagem principal não concerne à reversão ou não a estados antigos, o argumento simplesmente sendo de que o sistema é não-determinístico, embora dependente de sua trajetória. O modelo pode apresentar melhoras estruturais, piores estruturais, reviravoltas e, inclusive, estagnação na sua dinâmica evolutiva, bastando para esse último caso que os choques sejam sequencialmente equivalentes em magnitude e opostos em sinais (um loop entre $\varepsilon, -\Delta\varepsilon, \varepsilon, -\Delta\varepsilon, \dots$).

Alia-se a esse ponto o fato de que a dependência sequencial do sistema é complexa e, portanto, que o exercício de estimação e previsão de estados futuros é encoberto por incertezas estruturais. Para capturar essa faceta do modelo, basta notar que embora cada configuração de estados possíveis em $\Gamma(\varepsilon_t)$ seja necessariamente mapeada por uma sequência ε_T , em nenhum momento há a suposição que ε_T seja a única trajetória de choques levando a um $\Gamma(\varepsilon_t)$ determinado. À vista disso, mesmo que se suponha conhecer a distribuição governando as ocorrências de ε_t , o estado do sistema depende da realização de uma dentre várias sequências de choques, em detrimento

de todas as outras sequências possíveis e, fundamentalmente para o caso do modelo baseado em retransmissões não-ideais, depende de sequências específicas da ocorrência de choques não-dominados e dominados, uma vez que são estes os que governam a remanência do sistema. O cálculo probabilístico acerca da realização de um estado, como Amable *et al.* (2004, p. 76 – 78) demonstram, é bastante intratável para casos de histerese forte, por envolver um número elevado de eventos a serem considerados à estimativa de um, dentre os possíveis n , caminhos levando àquele $\Gamma(\varepsilon_t)$ a ser asseverado; determinar $p\left(\Gamma(\varepsilon_t) = \Gamma\left|\varepsilon_{\{T\}_1^N}\right.\right)$ e seguramente antecipar-se a sua ocorrência seria extremamente difícil e, acima de tudo, custoso.

Finalmente, ao mencionar a intratabilidade do cálculo econômico futuro, ênfase foi dada àqueles choques chamados de não-dominados. Estes são de suma importância ao modelo, dado que governam a dinâmica de remanência do sistema. O quadro 4 da figura 2 ilustra o ponto. Nela, a economia recebe choques que são não-dominados por seus sucessores.

Os processos que vão de $t = 1, 2, 3, 4$ foram abreviados em um meio-plano, cujas linhas intra-triângulo em negrito denotam o estado do sistema em $t = 4$ e aquelas pontilhadas são os caminhos que foram sequenciados até lá. Os quatro períodos descritos são caracterizados por ocorrências alternadas entre estímulos expansivos monotonicamente decrescentes ($\varepsilon_1 > \varepsilon_3$) e contracionistas monotonicamente crescentes ($\varepsilon_2 < \varepsilon_4$). Esta maneira particular de desdobramento significa que nenhum choque é dominado por seus sucessores: para cada choque expansionista ε_t^+ observamos $\varepsilon_{t+i}^+ < \varepsilon_t^+$ em todos os $t + i, \dots, T$, e da mesma forma para todos os choques contracionistas ($\varepsilon_{t+i}^- > \varepsilon_t^-$ para todos os t até T). Uma sequência não dominante permite que cada choque conserve uma parte de sua influência no sistema pois permite que cada choque retenha um conjunto de agentes para levar adiante suas instruções de resposta.³²

³² Se organizarmos os agentes de acordo com suas coordenadas a, b , é fácil ver que alguns disporão de valores a, b próximos ao limite (de $a0$ e $b0$) em qualquer um dos dois eixos, sendo, portanto, muito insensíveis a choques leves a médios de um tipo e propensos às oscilações do outro. Se normalmente reativo a choques de um tipo e fortemente resistente a choques de outro, o agente pode ficar preso, no sentido de facilmente aderir a um tipo de comportamento e dificilmente mudar para outro. Quanto mais forte o choque, em cada extremidade, mais agentes ele afeta – alguns dos quais são resistentes às mudanças vindas da outra classe de choques. São esses agentes que perpetuam os efeitos dos choques não-dominados, e por isso os choques de maior magnitude persistem por mais tempo. Por isso sequências de choques de magnitudes decrescentes não apagam a influência dos choques mais antigos, que são os únicos capazes de influenciar as unidades localizadas naquelas extremidades rígidas.

Como os choques não precisam ser de magnitude menor do que seus predecessores, pode-se pensar no sistema quando da sucessão de choques de proporções variantemente crescentes/decrescentes. Nesta situação, alguns choques devem ser dominados, o que põe a memória seletiva do sistema em exibição. Isso é retratado no quadro 3 da figura 2, que ilustra a ocorrência em $t = 3$ de um choque expansionista ε_3 tal que $\varepsilon_1 < \varepsilon_3$, ou seja, tal que ele domina seu antecessor. Isso impulsiona todas as unidades com limites $a \leq \varepsilon_3$ a entrar em expansão, o que aumenta a área de S^+ do sistema e efetivamente cobre aquela área que havia sido sequencialmente trabalhada por choques anteriores, de modo a transformar a escada entre ε_1 e ε_2 em um triângulo retângulo. Quer dizer, todas as ações comandadas por esses choques dominados foram aglutinadas em um único choque, e o sistema “esquece” a história particular até ali contida – em $t = 3$ nenhum agente se comporta de acordo com choques dominados. Geometricamente, ao serem apagados, choques dominados levam consigo aqueles outros choques junto aos quais se compuseram os degraus que até então separavam S^+ de S^- , o que estabelece que choques, embora não-dominados, podem também ser apagados, desde que associados a contrapartes que o foram. Disso, Cross (1993, p. 65) conclui que nem toda história importa. Contudo, mais parece adequado reter que toda história importa, havendo, entretanto, aquelas que importam mais. Afinal, muito embora não determinem mais a resposta do sistema a partir dos próximos choques, $\varepsilon_{3+1}, \dots, \varepsilon_T$, ou seja, embora tenham perdido relevância em termos de dinâmica, em termos de resultados agregados acumulados, entre $t = 1$ e $t = 2$ estes choques importaram.

Inclusive, por isso que o que se tem não é chamado de permanência, mas de remanência. Choques podem ser lembrados e esquecidos, e alguns resistem com mais força que outros, mas ao final não há como afirmar que certos choques irão determinar ou influenciar um sistema indefinidamente. É mister perceber também que a própria capacidade de disrupção de um choque depende do seu posicionamento dentro de uma sequência, do *timing* da sua ocorrência, o que alude ao fato de o sistema ser seletivo, àqueles moldes já apresentados. À averiguação disto, basta trocar a ordem dos quatro choques dados como exemplos e examinar a disposição intra-triangular para cada um dos quatro períodos.

Por extensão, cumpre fazer mais uma daquelas observações que à primeira vista podem parecer prosaicas. O princípio de remanência governado por choques não-dominados tem como corolário implícito a primazia dos choques de grandes magnitudes. Isso pode ser lido como uma rerepresentação

dos argumentos de retornos crescentes à escala: choques consideráveis, sejam positivos ou negativos, carregam seus efeitos sem tendência à cessão. Apesar de ser uma propriedade oriunda da formalização do modelo, há uma mensagem clara de que para se entender as causas latentes, por exemplo, da crise brasileira atual, uma análise estrutural e histerética demanda conhecer quais foram os choques mais traumáticos ao sistema, e, portanto, aqueles que mais se enraizaram. Similarmente, a consequência de uma década em turbulência, como a atual, pode ser dotada de maior severidade se entendida como semeadora de um enorme choque a ser carregado para o futuro, como se argumentará na próxima seção.

Finalmente, uma debilidade clara da versão simples do modelo de retransmissões não-ideais é a sua dependência aos choques, que são exógenos e em todo caso podem assumir quaisquer valores quando submetidos a exercícios mentais. Contudo, isso não invalida os préstimos da sua mecânica, apenas sugere que ela seja refinada. Dito isso, vale ressaltar que uma vantagem de se trabalhar com choques exógenos é que estes podem ser tidos como os dados para exercícios de identificação e mensuração de histerese, como se tem em Piscitelli *et al.* (2000).

Em matéria de refinamento, e retornando ao irresoluto problema da endogeneidade, uma maneira de parcialmente abordá-lo se dá pela introdução de mecanismos de *feedback*. Como em Bassi e Lang (2016), se pode aplicar o mecanismo de histerese não apenas a uma etapa do processo produtivo, mas a duas (ou mais) delas. Por exemplo, supondo, como fazem os autores, que a decisão de investimento responde de maneira histerética a choques exógenos de demanda agregada, nada impede de adicionalmente supor que essas respostas em investimento sejam canalizadas para dentro de outra função, igualmente histerética, cujo resultado influencia aquela variável inicial tida como exógena, o nível de demanda agregada da economia. No modelo de Bassi e Lang (2016), o choque, ainda vem de fora, mas a sua repercussão é internalizada à medida que decisões de investimento alteram as taxas de acumulação de capital, o que altera o nível de demanda por bens de produção, o que por sua vez altera o nível de demanda agregada da economia.

Outra forma de se considerar os impactos de histerese sobre o sistema consiste em escolher outros tipos de funções, e, portanto, outros tipos de relações, às quais submeter operadores histeréticos. Cross, McNamara e Pokrovskii (2012), por exemplo, trabalham a memória de recessões, em termos da remanência de crises econômicas, a partir de uma abordagem

em que tanto o nível do produto, $y(t) = \Gamma(\varepsilon_t)$, quanto a sua taxa de crescimento, $\dot{y}(t, y(\Gamma(\varepsilon_t)))$ oscilam histericamente; havendo, portanto, um resíduo dos extremos não-dominados, que segura o potencial de crescimento de \dot{y} mesmo depois de superada a crise. Os paralelos e as aplicações à estagnação brasileira são claros, em ambos os exemplos, como se apresentará a seguir.

5. Histerese e estagnação na economia brasileira

O arcabouço histerético pode ser estendido e aplicado a estudos empíricos da economia brasileira. O presente artigo não se ocupará de apresentar um compilado exaustivo das aplicações possibilitadas por um programa de pesquisa em histerese, havendo espaço apenas para considerações e convites iniciais. Para tal, e em continuidade aos comentários de produto e produtividade, considere a curta exposição acerca dos efeitos de longo prazo nascidos dos choques dos anos 1980 e 1990 sobre a dinâmica de ajuste produtiva brasileira.

Conforme disposto no Gráfico 1, de 1980 em diante o produto brasileiro sofre uma brusca interrupção de sua trajetória, observável pela nítida quebra estrutural, tanto a seu nível quanto a sua tendência. Como consequência da recessão daquela década, uma aparente retração do produto potencial brasileiro se manifesta. E, tal como se vê pelo hiato entre a tendência extrapolada do PIB de 1965-1980 para os anos de 1980 e 2010 e o desempenho efetivo da economia nesse período, a retração do produto potencial não se recupera desde então. Imediatamente, essa dinâmica é sugestiva das simulações de Cross, McNamara e Pokrovskii (2012, p. 427), o que consubstancia a hipótese de histerese sobre as taxas de crescimento da economia; a memória da recessão servindo de peso remanente sobre o próprio potencial de crescimento sequente (Cerras e Saxena 2008). O poder de remanência do choque dos anos oitenta pode ser apreciado também pela ótica dos extremos não dominados: àquela altura, a contração do PIB era a maior desde o início da série, no imediato pós-guerra. E além, a contração foi a mais brusca e duradoura, até a crise recente superá-la, possivelmente havendo sedimentos de sua precipitação até hoje. Daí se pode voltar à ideia de endogeneidades. Juntas, remanência de extremos não dominados e endogeneidades enraizadas asseveram pela gravidade da história econômica brasileira das últimas décadas. Afinal, o peso de um choque contracionista torna-se duplo, primeiro, ao não se desfazer facilmente; segundo, por renitentemente ‘contaminar’ e ‘ser contaminado’ pelas variáveis

imediatamente dependentes do choque e cumulativamente causantes deste. Seria o caso aqui, a partir da lei de Verdoorn e da sua abordagem histerética de produção e produtividade, de se esboçar uma explicação para a declinante produtividade do capital brasileira e a estagnada produtividade do trabalho, fartamente documentada (Marquetti *et al.* 2021; Nassif *et al.* 2020) e representada pelo gráfico 2.

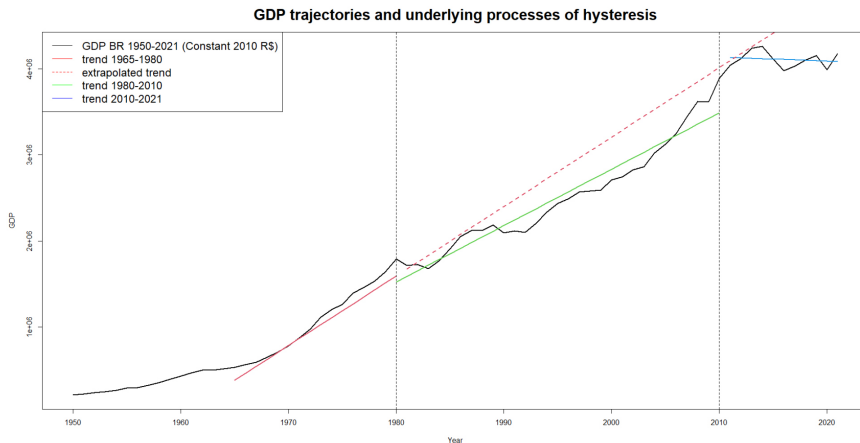


Gráfico 1 - Trajetória do PIB e histerese subjacente.

Fonte: elaboração própria, IBGE/SNC anual.

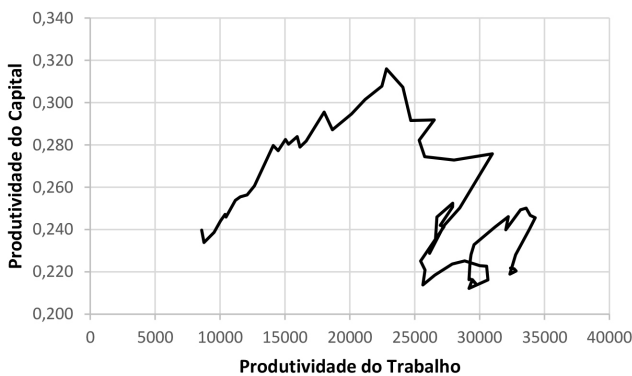


Gráfico 2 - Relação entre Produtividade do Capital e Produtividade do Trabalho no Brasil (1950-2019) em R\$ constantes (2017)³³

Fonte: dados obtidos de Marquetti *et al.* (2021) a partir de dados da Penn World Table 10.0. Para informações sobre a metodologia, consultar Feenstra, Inklaar e Timmer (2015).

³³ Produtividade do trabalho = PIB real a preços constantes (R\$ 2017) / Número de trabalhadores.
Produtividade do capital = PIB real a preços constantes (R\$ 2017) / Estoque de capital a preços constantes (R\$ 2017).

Outra forma clara de se aplicar o ferramental histerético é em observação à sequência de choques ao sistema, se concebendo, assim, cada virada na trajetória do PIB como um choque, expansivo ou contracionista, que se sedimenta à maneira do modelo supramencionado. Nessa toada, o conceito de endogeneidades se complementa com a propriedade de mudança estrutural e seletividade, daqui surgindo outro ângulo por onde se pensar a atual crise brasileira. Oras, conquanto o PIB houvesse reagido a partir de 1980, o substrato produtivo da economia não o acompanha com a mesma intensidade, aliás, ele retrai. Por conseguinte, em alusão às transformações estruturais subjacentes e à sua dinâmica imediata de seleção e resposta a choques, há por que se estudar o último decênio da economia brasileira partindo da seguinte colocação: os choques de 2015 e 2016, embora de magnitudes não inéditas, foram não apenas fortemente contracionistas, mas foram principalmente, e em excepcional diferença aos choques dos anos oitenta, choques sobre um sistema econômico estrutural e seletivamente mais regredido, e por essa razão engendraram contrações mais ríspidas e duradoras que aquelas de seus antecessores. Se essa hipótese for aceita, então os vestígios e o desígnio da crise da década de 2010 podem ser mais (negativamente) influentes do que se infere – afinal, apesar da memória, das endogeneidades e da estrutura serem heranças do sistema, elas são primordialmente legados ao porvir do sistema em formação; dessas mesmas memórias, endogeneidades e estrutura. Coadunados, esses eixos tornam o sistema estrutural e progressivamente mais frágil, ou seja, menos dinâmico e mais suscetível a novas rodadas de contrações do produto com desmantelamento produtivo.

Às noções de endogeneidade e mudança estrutural, cumpre também adicionar um outro componente, não muito bem capturado pelo modelo de histerese, mas indispensável ao seu conceito. No modelo, choques têm efeitos estruturais à medida que são intermediados pelas unidades histeréticas, quer dizer, à medida que as bandas de resposta (b, a) forem sensíveis a eles. Mas, se as bandas de resposta forem entendidas como elas mesmas sujeitas à evolução, posto que unidades podem, em virtude do mesmo argumento de micro-agregação, serem compostas por sub-elementos histeréticos, então se pode pensar sobre o efeito que choques teriam sobre a própria unidade. Apesar de difícil adaptação para o modelo, essa forma de se pensar em histerese é bastante profícua. À guisa de sugestão, uma representação estilizada da década de 1990 ilustra o ponto. Se conceituadas como choques ao padrão de competição industrial, as reformas liberalizantes da década podem ser exemplos de choques incidentes sobre a forma de

comportamento das unidades produtivas nacionais, em virtude da pressão exercida sobre a reestruturação tanto da produção quanto da competição das firmas brasileiras. Quer dizer, a abertura comercial com intensificação da concorrência, o retorno a estratégia de crescimento com poupança externa, os processos de desestatização e desnacionalização, a parcial dolarização exigida para o sucesso do plano Real e os indispensáveis ajustes compressores a nível macroeconômico (Bresser-Pereira 2007), quando aplicados a uma economia em desajuste produtivo, reforçaram, ao invés de atenuar, as perdas a nível estrutural herdadas da década anterior. E reforçaram a contração por terem representado uma combinação de choques regressivos ‘tradicionais/claros’ (representados pelo ε_t no modelo, como seria o caso dos choques macroeconômicos causados, por exemplo, pela apreciação cambial, pelas políticas de juros básicos e pela contenção do investimento público) e, fundamentalmente, por choques regressivos estruturais – aqueles sobre as bandas de ação (b, a) , sobre o operador histerético como um todo F_{ab} , e sobre a função de peso, ou função de poder econômico, $\gamma(a, b)$.

A síntese a ser retida, a título de introdução à interpretação histerética da crise, é que os choques dos anos 1980 se prenderam na economia e, sobretudo, foram transformados no transcorrer da década de 1990. Estes ficaram retidos na estrutura produtiva brasileira que, à altura de uma contração imprevista na segunda metade da década de 2010, foi incapaz, pela memória de suas crises, de reerguer o nível de atividade por capacidade própria. As políticas e reformas econômicas pós 2015 tampouco ajudaram, e resta saber quais serão seus efeitos de longo prazo, certamente acriminosos, a julgar por seus impactos regressivos a nível macroeconômico e desarticuladores no plano das rotinas microeconômicas.

6. Considerações finais

O presente artigo buscou resumir o estado da arte em matéria de conceitos e modelos de histerese, conforme desenvolvidos a partir dos argumentos de endogeneidade e descontinuidades heterogêneas. Aclaramos a definição e o uso do termo, bem como demonstramos como se construir o modelo canônico de dinâmica histerética, fundamentado em retransmissões não ideais. Os atributos particulares que distinguem histerese de outros conceitos relacionados a *path dependence* foram delineados, e sua mecânica básica, baseada em não-linearidades, seletividade e remanência, foram tam-

bém geometricamente ilustrados. A arguição do tema teve como pano de fundo a existência de endogeneidades e descontinuidades nos processos de produção econômica, tanto do ponto de vista microeconômico da firma quanto da produção agregada, de tal sorte que se sugeriu haver muito a se reter da metodologia histerética no concernente ao estudo da estrutura produtiva brasileira. Principalmente, a atenção conceitual à articulação, ou à memória, entre capacidades presentes e potencialidades futuras sugere um caminho promissor ao estudo do desempenho econômico brasileiro.

De volta para o futuro, há que se considerar seriamente a possibilidade de a crise brasileira recente ser estruturalmente mais severa que as suas antecessoras, a vista da memória do sistema e a cumulatividade regressiva que esta impõe aos potenciais da economia. Desconsiderar essa hipótese carrega consequências graves ao devir da economia brasileira, pois se é verdade que o presente é condicionado pelo passado, o futuro o é com ainda mais rigor. Rotas não corrigidas se enraízam e aprisionam o sistema, e o Brasil corre o risco de se transformar, de economia prematuramente desindustrializada a economia prematuramente estagnada. Em meio à terceira revolução industrial a estrutura produtiva brasileira descomplexificou-se e não mais recuperou a tendência de crescimento do período pré-1980. Se os efeitos dos choques de 1980 e 1990 foram de tamanha consequência, o que será da herança econômica da década de 2010?

Referências

- Amable, Bruno, Jérôme Henry, Frédéric Lordon, and Richard Topol. 1994. "Strong Hysteresis Versus Zero-root Dynamics." *Economics Letters* 44 (1–2): 43–47. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(93\)00300-d](https://doi.org/10.1016/0165-1765(93)00300-d).
- Amable, Bruno, Jérôme Henry, Frédéric Lordon, and Richard Topol. 1995. "Hysteresis Revisited: A Methodological Approach." In *Cambridge University Press eBooks*, 153–80. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511559631.010>.
- Amable, Bruno, Jerome Henry, Frederic Lordon, and Richard Topol. 2004. "Complex Remanence Vs. Simple Persistence: Are Hysteresis and Unit-Root Processes Observationally Equivalent?" In *International Symposia in Economic Theory and Econometrics*, 67–89. [https://doi.org/10.1108/s1571-0386\(2004\)0000014006](https://doi.org/10.1108/s1571-0386(2004)0000014006).
- Arend, Marcelo, and Pedro Cezar Dutra Fonseca. 2012. "Brasil (1955-2005): 25 Anos De Catching up, 25 Anos De Falling Behind." *Brazilian Journal of Political Economy* 32 (1): 33–54. <https://doi.org/10.1590/s0101-31572012000100003>.
- Arrow, Kenneth J., Theodore Harris, and Jacob Marschak. 1951. "Optimal Inventory Policy." *Econometrica* 19 (3): 250. <https://doi.org/10.2307/1906813>.
- Bacha, Edmar Lisboa, and Regis Bonelli. 2005. "Uma Interpretação Das Causas Da Desaceleração Econômica Do Brasil." *Brazilian Journal of Political Economy* 25 (3): 163–89. <https://doi.org/10.1590/s0101-31572005000300001>.

- Baldwin, Richard, and Paul Krugman. 1989. "Persistent Trade Effects of Large Exchange Rate Shocks." *The Quarterly Journal of Economics* 104 (4): 635. <https://doi.org/10.2307/2937860>.
- Bassi, Federico, and Dany Lang. 2016. "Investment Hysteresis and Potential Output: A post-Keynesian–Kaleckian Agent-based Approach." *Economic Modelling* 52 (January): 35–49. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2015.06.022>.
- Blanchard, Olivier J., and Lawrence H. Summers. 1986. "Hysteresis and the European Unemployment Problem." *NBER Macroeconomics Annual* 1 (January): 15–78. <https://doi.org/10.1086/654013>.
- Blanchard, Olivier J., and Lawrence H. Summers. 1987. "Hysteresis in Unemployment." *European Economic Review* 31 (1–2): 288–95. [https://doi.org/10.1016/0014-2921\(87\)90042-0](https://doi.org/10.1016/0014-2921(87)90042-0).
- Bonelli, Regis. 2014. "Produtividade E Armadilha Do Lento Crescimento." In *Produtividade No Brasil: Desempenho e Determinantes*, edited by Fernanda De Negri and Luiz Ricardo Cavalcante. <https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/9946>.
- Bonelli, Regis, and Edmar Lisboa Bacha. n.d. "Crescimento Brasileiro Revisitado." In *Desenvolvimento Econômico: Uma Perspectiva Brasileira*, edited by Fernando Veloso, Pedro Cavalcanti Ferreira, Samuel Pessoa, and Fabio Giambiagi. Campus.
- Bresser-Pereira, Luiz Carlos. 2007. *Macroeconomia Da Estagnação: Crítica Da Ortodoxia Convencional No Brasil Pós-1994*.
- Cerra, Valerie, and Sweta Chaman Saxena. 2008. "Growth Dynamics: The Myth of Economic Recovery." *The American Economic Review* 98 (1): 439–57. <https://doi.org/10.1257/aer.98.1.439>.
- Cerra, Valerie, Antonio Fatás, and Sweta C. Saxena. 2020. "Hysteresis and Business Cycles." IMF. May 29, 2020. <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2020/05/29/Hysteresis-and-Business-Cycles-49265>.
- Cerra, Valerie, Antonio Fatás, and Sweta C. Saxena. 2023. "Hysteresis and Business Cycles." *Journal of Economic Literature* 61 (1): 181–225. <https://doi.org/10.1257/jel.20211584>.
- Cross, Rod. 1993. "On The Foundations of Hysteresis in Economic Systems." *Economics and Philosophy* 9 (1): 53–74. <https://doi.org/10.1017/s0266267100005113>.
- Cross, Rod. 1994. "The Macroeconomic Consequences of discontinuous adjustment: selective memory of non-dominated extrema." *Scottish Journal of Political Economy* 41 (2): 212–21. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.1994.tb01121.x>.
- Cross, Rod, Hugh McNamara, and Alexei V. Pokrovskii. 2012. "Memory of Recessions." *Journal of Post Keynesian Economics* 34 (3): 413–30. <https://doi.org/10.2753/pke0160-3477340302>.
- Davidson, Paul. 1993. "The Elephant and the Butterfly." *Journal of Post Keynesian Economics* 15 (3): 309–22. <https://doi.org/10.1080/01603477.1993.11489946>.
- Dixit, Avinash. 1992. "Investment and Hysteresis." *Journal of Economic Perspectives* 6 (1): 107–32. <https://doi.org/10.1257/jep.6.1.107>.
- Dosi, Giovanni, and Richard R. Nelson. 2010. "Technical Change and Industrial Dynamics as Evolutionary Processes." In *Handbook of the Economics of Innovation*, 51–127. [https://doi.org/10.1016/s0169-7218\(10\)01003-8](https://doi.org/10.1016/s0169-7218(10)01003-8).
- Dosi, G, M C Pereira, A Roventini, and M E Virgillito. 2018. "Causes and Consequences of Hysteresis: Aggregate Demand, Productivity, and Employment." *Industrial and Corporate Change* 27 (6): 1015–44. <https://doi.org/10.1093/icc/dty010>.
- Dutt, Amitava Krishna. 2023. "Hysteresis and Path Dependence in Economic Analysis: Formalizations, Causes and Implications." *Review of Keynesian Economics* 11 (4): 435–59. <https://doi.org/10.4337/roke.2023.04.01>.
- Elster, Jon. 1976. "A Note on Hysteresis in the Social Sciences." *Synthese* 33 (1): 371–91. <https://doi.org/10.1007/bf00485452>.
- Feenstra, Robert C., Robert Inklaar, and Marcel P. Timmer. 2015. "The Next Generation of the Penn World Table." *The American Economic Review* 105 (10): 3150–82. <https://doi.org/10.1257/aer.20130954>.

- Furlanetto, Francesco, Antoine Lepetit, Ørjan Robstad, Juan Rubio-Ramírez, and Pål Ulvedal. 2021. "Estimating Hysteresis Effects." *Finance and Economics Discussion Series* 2021 (058): 1–35. <https://doi.org/10.17016/feds.2021.059>.
- Girardi, Daniele, Walter Paternesi Meloni, and Antonella Stirati. 2020. "Reverse Hysteresis? Persistent Effects of Autonomous Demand Expansions." *Cambridge Journal of Economics* 44 (4): 835–69. <https://doi.org/10.1093/cje/beaa009>.
- Göcke, Matthias. 2002. "Various Concepts of Hysteresis Applied in Economics." *Journal of Economic Surveys* 16 (2): 167–88. <https://doi.org/10.1111/1467-6419.00163>
- Katzner, Donald W. "Some Notes on the Role of History and the Definition of Hysteresis and Related Concepts in Economic Analysis." *Journal of Post Keynesian Economics* 15, no. 3 (1993): 323–45. <http://www.jstor.org/stable/4538349>.
- Katzner, Donald W. 1999. "Hysteresis and the Modeling of Economic Phenomena." *Review of Political Economy* 11 (2): 171–81. <https://doi.org/10.1080/095382599107101>.
- Mayergoyz, I. 1986. "Mathematical Models of Hysteresis." *IEEE Transactions on Magnetics* 22 (5): 603–8. <https://doi.org/10.1109/tmag.1986.1064347>.
- Marquetti, Adalmir A. 2002. "Progresso técnico, distribuição e crescimento na economia Brasileira: 1955-1998". *Estudos Econômicos (São Paulo)* 32 (1): 103-24. <https://www.revistas.usp.br/ee/article/view/117750>.
- Marquetti, Adalmir, Eduardo Maldonado Filho, and Vladimir Lautert. 2010. "The Profit Rate in Brazil, 1953-2003." *Review of Radical Political Economics*. 42 (4): 485–504. <https://doi.org/10.1177/0486613410375058>.
- Marquetti, A., Miebach, A., and Morrone, H. (2021). "The Extended Penn World Tables 7.0. Texto para Discussão 2021/01", UFRGS
- Nassif, André, Lucilene Morandi, Eliane Araújo, and Carmem Feijó. 2020. "Economic Development and Stagnation in Brazil (1950–2011)." *Structural Change and Economic Dynamics* 53 (June): 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.strueco.2020.01.005>.
- Pires, Manoel Carlos, Bráulio Borges, and Gilberto Borça Jr. 2019. "Por Que a Recuperação Tem Sido a Mais Lenta De Nossa História?" *Brazilian Keynesian Review* 5 (1): 174. <https://doi.org/10.33834/bkr.v5i1.204>.
- Setterfield, Mark. 1998. "Adjustment Asymmetries and Hysteresis in Simple Dynamic Models." *Manchester School* 66 (3): 283–301. <https://doi.org/10.1111/1467-9957.00102>.
- Setterfield, Mark. 2009. "Path Dependency, Hysteresis and Macrodynamics." In *Palgrave Macmillan UK eBooks*, 37–79. https://doi.org/10.1057/9780230251090_2.
- Summers, Larry. 2014. "Fiscal Policy and Full Employment." Speech. <https://larrysummers.com/wp-content/uploads/2014/04/fullemploymentLHSspeech.pdf>.

CONFLITO DE INTERESSE

Os autores declaram não terem quaisquer conflitos de interesse.

EDITOR-CHEFE

Dante Mendes Aldrighi  <https://orcid.org/0000-0003-2285-5694>

Professor - Department of Economics University of São Paulo (USP)

Marcelo Milan  <https://orcid.org/0000-0001-7586-6528>