Economia do Trabalho
Demanda por Trabalho

Victor Oliveira

PPGDE – 2024

Sumário

Introdução

- A aula anterior foi dedicado ao lado da oferta do mercado de trabalho.
- Mas o nível de emprego não depende apenas das decisões tomadas pelos trabalhadores.
- O desejo de ofertar uma certa quantidade de trabalho a um dado salário também deve corresponder aos planos dos empregadores.
- As decisões que as empresas tomam sobre o emprego dependem de fatores-chave que alteram a demanda por trabalho e que devem ser analisados.
- A teoria da demanda por trabalho faz parte de um contexto mais amplo, o da demanda por fatores de produção; a premissa básica é que as empresas utilizam os serviços de trabalho combinando-os com outros insumos, como o capital, para maximizar os lucros que derivam da venda de seus produtos.

- A teoria da demanda por trabalho, portanto, busca explicar a demanda por mão de obra, bem como a quantidade de tempo trabalhado por cada empregado.
- Um empresário tem interesse em contratar um trabalhador sempre que a renda gerada por esse trabalhador for maior do que seu custo.
- A demanda por trabalho deve, portanto, depender não apenas do custo do trabalho, mas também do custo dos outros fatores e dos elementos que determinam o que a empresa pode ganhar, como a eficiência de sua força de trabalho e o preço pelo qual pode vender seus produtos.

- O custo do trabalho é composto pelos salários e pelas contribuições à seguridade social suportadas pelo empregador.
- A eficiência do trabalho depende da tecnologia disponível e das quantidades dos outros fatores de produção, como capital ou energia, utilizados pelas empresas.
- Também depende das qualidades de cada trabalhador, que por sua vez dependem de características individuais como motivação, destreza e alerta, e de fatores objetivos como nível educacional e experiência profissional.
- O preço do bem produzido depende da qualidade do produto, das preferências dos compradores e das características dos concorrentes.

- Para estudar a demanda por trabalho, é útil fazer uma distinção entre decisões de curto prazo e de longo prazo.
- Assumimos que, no curto prazo, a empresa ajusta sua quantidade de trabalho; seu estoque de capital é tomado como dado.
- No entanto, no longo prazo, é possível que as empresas substituam capital por certas categorias de empregados.
- A maioria dos trabalhos na área também distingue a teoria estática da demanda por trabalho da teoria dinâmica.
- A teoria estática deixa de lado os custos de ajuste do trabalho, isto é, os custos relacionados exclusivamente às mudanças no volume desse fator.
- Se tais custos não existirem, realmente não há dinâmica, pois nada impede que a demanda por trabalho atinja seu nível desejado imediatamente.

- A teoria estática destaca as propriedades básicas da demanda por trabalho de maneira simplificada.
- A teoria estática chega a conclusões qualitativas precisas sobre as direções em que a quantidade de trabalho demandada varia em função dos custos de todos os fatores e, em um nível mais profundo, também consegue caracterizar os elementos que determinam a extensão das elasticidades da demanda por trabalho.
- Conhecer as ordens de magnitude dessas elasticidades é essencial para avaliar os efeitos da política econômica, pois elas permitem quantificar a resposta das empresas quando uma mudança de política entra em vigor.
- Por exemplo, o conhecimento da elasticidade do trabalho não qualificado em relação ao seu custo nos permite estabelecer, em números aproximados, as mudanças na demanda por essa categoria de trabalhadores assalariados após uma redução nas contribuições à seguridade social ou um aumento no salário mínimo.

- A teoria dinâmica da demanda incorpora os efeitos dos custos de ajustamento.
- Entre outras coisas, ela fornece indicações sobre a forma e a velocidade dos ajustes de trabalho.
- Revela-se especialmente valioso para ambientes nos quais as empresas enfrentam choques, às vezes negativos e às vezes positivos, porque lança luz sobre as estratégias de contratação e demissão.
- A análise dinâmica da demanda por trabalho também possibilita considerar a rotatividade de mão de obra.

Poder de Mercado

- No curto prazo, o volume de trabalho dentro de uma empresa é mais facilmente adaptável do que o estoque de capital, de modo que a demanda por trabalho depende do salário real e do poder de mercado da empresa.
- A demanda $Y(P)$ por um determinado bem depende, entre outras coisas, do preço P pelo qual uma empresa vende seu produto.
- Para facilitar a explicação, é preferível trabalhar com a função de demanda inversa $P = P(Y)$.
- Assume-se que ela seja decrescente e denotaremos sua elasticidade por $\eta_Y^P \equiv \dfrac{YP'(Y)}{P(Y)}$.
- Assumimos, para simplificar, que a função $P(Y)$ é isoelástica, o que significa que a elasticidade η_Y^P é uma constante independente de Y.

- Quando $\eta_Y^P = 0$, o preço do bem não depende da quantidade produzida pela empresa. Essa situação caracteriza a concorrência perfeita, e a empresa é então descrita como tomadora de preço.
- Se $\eta_Y^P < 0$, a empresa se encontra em uma situação de concorrência imperfeita e, então, dizemos que ela é formadora de preço.
- De modo geral, o valor absoluto $|\eta_Y^P|$ dessa elasticidade constitui um indicador do poder de mercado da empresa, na medida em que quanto maior for $|\eta_Y^P|$, maiores serão os efeitos sobre o preço de mercado de uma mudança em seu nível de produção.
- $P(Y)$ não significa que o preço depende apenas da quantidade Y produzida pela empresa. Por exemplo, P pode variar com as decisões tomadas por empresas concorrentes. Também é influenciado pelos gostos e rendas dos consumidores.

Fatores Fixos e Flexíveis

- Os fatores de produção compreendem diferentes tipos de mão de obra (por exemplo, pessoal qualificado e não qualificado) e diferentes tipos de instalações (máquinas e fábricas).
- Para simplificar, estes últimos serão representados por um único fator com o nome genérico de capital.
- Por razões principalmente relacionadas ao tempo necessário para colocá-los em funcionamento e ao seu custo de instalação ou substituição, certos fatores de produção não podem ser ajustados no curto prazo.
- Fatores desse tipo são chamados de fatores fixos ou rígidos, e assumiremos que o capital pertence a essa categoria.

- Por outro lado, fatores cujo nível pode ser alterado no curto prazo são chamados de fatores flexíveis ou variáveis.
- Por definição, os níveis de todos os fatores de produção podem ser alterados no longo prazo.
- Certas categorias de pessoal devem ser colocadas entre os fatores fixos (escolhas relativas a pessoal altamente qualificado têm muito em comum com decisões sobre investimento), enquanto outras (trabalhadores temporários, por exemplo) são semelhantes a fatores flexíveis.
- É natural considerar que o trabalho é mais flexível do que o capital.

Custo do Capital e Produtividade Marginal

- Começamos nosso estudo da demanda por trabalho assumindo que todos os serviços realizados por este fator podem ser representados por um único agregado L, que é flexível no curto prazo, enquanto os outros insumos são considerados rígidos nesse horizonte temporal.
- Seus níveis podem, portanto, ser considerados dados, e podemos, sem risco de confusão, representar o processo de produção por uma função com uma única variável, ou seja, $Y = F(L)$.
- Assumimos que esta função é estritamente crescente e estritamente côncava, ou seja, que a produtividade marginal é positiva $(F' > 0)$ e decrescente com o nível de emprego $(F'' < 0)$.

- Se designarmos o preço de uma unidade de trabalho como W e deixarmos de lado os custos associados à utilização de fatores fixos, o lucro da empresa pode ser expresso da seguinte forma:

$$\pi(L) = P(Y)Y - WL \tag{1}$$

- A única decisão do empresário é escolher seu nível de emprego de forma a maximizar seu lucro:

$$\begin{aligned} \pi'(L) = F'(L)\left[P(Y) + P'(Y)Y\right] - W = 0 \\ F'(L)P(Y)\left(1 + \eta_Y^P\right) - W = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

- Quando $\left(1+\eta_Y^P\right) > 0$, a demanda por trabalho é definida como

$$F'(L) = \nu \frac{W}{P}, \text{ com } \nu = \frac{1}{1+\eta_Y^P} \tag{3}$$

- Essa relação significa que o lucro da empresa alcança seu máximo quando a produtividade marginal do trabalho é igual ao salário real multiplicado por uma margem $\nu \geq 1$.
- Este último é uma função crescente do valor absoluto da elasticidade preço da demanda em relação à produção.
- A margem constitui uma medida do poder de mercado da empresa.
- Em uma situação de concorrência perfeita, a empresa não possui poder de mercado e a produtividade marginal é igual ao salário real.

- O conceito de função de custo nos permite interpretar de forma diferente a condição de otimalidade.
- Neste modelo, com apenas um fator de produção, a função de custo simplesmente corresponde ao custo do trabalho vinculado à produção da quantidade Y de um bem, ou seja, $C(Y) = WL = WF^{-1}$.
- Uma vez que a derivada de F^{-1} é igual a ${}^{1}/_{F'}$, o custo marginal é definido por $C'(Y) = \dfrac{W}{F'(L)}$.
- Logo

$$P = \nu \frac{W}{F'(L)} = \nu C'(L) \tag{4}$$

- Em outras palavras, a empresa define seu preço aplicando o markup ao seu custo marginal.
- Na situação de concorrência perfeita ($\nu = 1$), o preço do bem é exatamente igual ao custo marginal.

- A expressão da demanda por trabalho nos permite estudar o impacto de uma variação no custo do trabalho sobre o volume de trabalho.
- Diferenciando a relação (3) em relação a W, encontramos que

$$\frac{\partial L}{\partial W} = \frac{\nu}{\left(F'\right)^2 P' + PF''} < 0 \tag{5}$$

- Portanto, a demanda por trabalho no curto prazo e, consequentemente, o nível de oferta do bem são funções decrescentes do custo do trabalho.
- Por outro lado, o preço de venda do bem produzido pela empresa aumenta com W.
- Da mesma forma, poderia ser demonstrado que a demanda por trabalho e o nível de produção diminuem, enquanto o preço aumenta, quando a margem ν se torna maior.

- Assim, no curto prazo, o custo do trabalho, os determinantes da demanda pelo bem produzido pela empresa, a tecnologia da empresa e a estrutura do mercado de bens influenciam a demanda por trabalho.
- No longo prazo, a empresa pode considerar substituir parte de sua força de trabalho por máquinas, ou aumentar o número de seus funcionários e reduzir seu estoque de capital.
- A demanda por trabalho então dependerá da viabilidade técnica dessas operações e do preço dos outros insumos.

- Agora vamos mudar para uma perspectiva de longo prazo, na qual o capital K também se torna um fator flexível.
- Para melhor apreciar os diferentes elementos que afetam as demandas pelos fatores de produção, será útil conduzir a análise em duas etapas.
- Na primeira etapa, o nível de produção é considerado dado, e procuramos as combinações ótimas de capital e trabalho por meio das quais esse nível pode ser alcançado.

- Na segunda etapa, buscamos o volume de produção que maximizará o lucro da empresa. Este enfoque permite distinguir os efeitos de substituição, que ocorrem na primeira etapa, onde o volume de produção é fixo, dos efeitos de escala, que se aplicam à segunda etapa, na qual o nível ótimo de produção é determinado.
- Mais precisamente, os efeitos de substituição se referem à escolha de um fator sobre outro para alcançar um determinado nível de produção.
- Os efeitos de escala (também chamados de efeitos de quantidade ou efeitos de oferta) têm a ver com a capacidade de alterar o nível de produção mantendo as mesmas proporções entre os diversos insumos.

Minimização do Custo Total

- Assumindo que o trabalho pode ser representado por L, a função de produção da empresa será agora escrita como $F(K, L)$.
- Se a produção do nível Y requer que o capital e o trabalho sejam sempre combinados na mesma proporção – ou seja, que a razão $^{k}/_{L}$ permaneça constante, independente de Y – o capital e o trabalho são insumos complementares.
- Neste caso, é suficiente conhecer o nível de produção para obter a quantidade de cada fator utilizado.
- A partir de agora, assumimos que para alcançar um determinado nível de produção, capital e trabalho podem sempre se combinar em proporções diferentes. Fatores que possuem essa propriedade são ditos substituíveis.

- Mais precisamente, supomos que a função de produção seja estritamente crescente com relação a cada um de seus argumentos, de modo que suas derivadas parciais sejam estritamente positivas: $F_K > 0$ e $F_L > 0$.
- Também assumimos que esta função é estritamente côncava, o que significa, em particular, que as produtividades marginais de cada fator diminuem com a quantidade do fator correspondente. Assim, teremos $F_{KK} < 0$ e $F_{LL} < 0$.
- Podemos observar que se $\theta > 0$ designa o grau de homogeneidade, esta propriedade é caracterizada pela seguinte igualdade:

$$F(\mu K, \mu L) = \mu^{\theta} F(K, L), \quad \mu > 0, \ \forall (K, L) \tag{6}$$

- O parâmetro θ representa o nível de retornos à escala.
- A homogeneidade da função de produção implica que este parâmetro é independente do nível de produção.
- Dizemos que os retornos à escala são decrescentes se $0 < \theta < 1$, constante se $\theta = 1$, e crescente se $\theta > 1$.

Função Custo e Demanda por Fatores

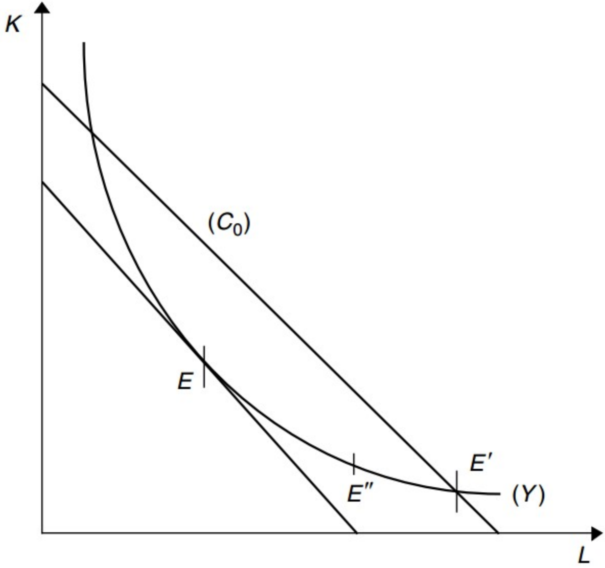
- A combinação ótima de insumos é obtida minimizando o custo vinculado ao nível de produção Y. Vamos designar por R e W respectivamente o preço de uma unidade de capital e uma unidade de trabalho.
- As quantidades de insumos correspondentes a essa escolha são dadas pela solução do seguinte problema

$$\min_{K,L} WL + RK \text{ s.a. } F(K,L) \geq Y \tag{7}$$

- As soluções, denotadas por $\bar{L}$ e $\bar{K}$, são chamadas, respectivamente, de demanda condicional por trabalho e demanda condicional por capital.

- O valor mínimo do custo total, ou $(W\bar{L} + R\bar{K})$, é então uma função do custo unitário de cada fator e do nível de produção.
- Esse valor mínimo é chamado de função de custo da empresa, e vamos denotá-lo por $C(W, R, Y)$.
- Na figura 1 mostramos no plano (K, L) uma isoquanta rotulada como (Y).
- Por definição, essa curva designa o conjunto de valores de K e L que permitem atingir um determinado nível de produção, ou seja, satisfazendo $F(K, L) = Y$.
- No plano (K, L), uma isoquanta é, portanto, uma curva de equação $K(L)$ tal que $F[K(L), L] = Y$.
- Sua inclinação é negativa, e o valor absoluto de sua derivada é, por definição, igual à taxa técnica de substituição entre capital e trabalho, ou $|K'(L)| = {}^{F_L}/_{F_K}$.
- A taxa técnica de substituição define a quantidade de capital que pode ser substituída quando a quantidade de trabalho é aumentada em uma unidade.

Figura 1: Minimização do Custo Total



- As isoquantas são estritamente convexas ($K'' > 0$) quando a função de produção é estritamente côncava.
- Isso significa que a taxa técnica de substituição, igual ao valor absoluto de $K'(L)$ é decrescente: quanto maior o volume de trabalho, menos capital pode ser economizado aumentando a quantidade de trabalho em uma unidade.
- Na figura 1, também representamos uma curva isocusto (C_0).
- Esta corresponde aos valores de K e L tal que $WL + RK = C_0$.
- Uma curva isocusto é, portanto, uma linha reta com inclinação $-{}^{W}\!/_{R}$, movendo-se para nordeste à medida que C_0 aumenta.
- Se a linha isocusto não for tangente à isoquanta – no ponto E, por exemplo – sempre é possível encontrar uma combinação de fatores K e L que satisfaz a restrição $F(K, L) \geq Y$ e resulta em um custo inferior à combinação representada pelo ponto E.

- O ótimo do produtor ocorre no ponto E onde a linha isocusto é tangente à isoquanta.
- Neste ponto, a taxa técnica de substituição é igual à razão dos custos dos insumos.
- As demandas condicionais por capital e trabalho são assim definidas pelas seguintes equações

$$\frac{F_L(\bar{K},\bar{L})}{F_K(\bar{K},\bar{L})} = \frac{W}{R} \tag{8}$$

Propriedades da Função Custo

1. É crescente em relação a cada um de seus argumentos e homogêneo de grau 1 em (W, R).
2. É côncava em (W, R), o que significa, em particular, que as segundas derivadas C_{WW} e C_{RR} são negativas.
3. Satisfaz o lema de Shepard, ou seja

$$\bar{L} = C_W(W, R, Y) \text{ e } \bar{K} = C_R(W, R, Y) \tag{9}$$

em que C_W e C_R designam respectivamente as derivadas parciais da função custo em relação a W e R.

4. É homogênea de grau $1/\theta$ em relação a Y quando a função de produção é homogênea de grau θ. Sob esta hipótese, as demandas condicionais por fatores também são homogêneas de grau $1/\theta$ em relação a Y. Formalmente, temos:

$$C(W, R, Y) = C(W, R, 1)Y^{1/\theta} \tag{10}$$

$$\bar{L}\left(\frac{W}{R}, Y\right) = \bar{L}\left(\frac{W}{R}, 1\right)Y^{1/\theta} \tag{11}$$

$$\bar{K}\left(\frac{W}{R}, Y\right) = \bar{K}\left(\frac{W}{R}, 1\right)Y^{1/\theta} \tag{12}$$

Propriedades da Demanda por Fatores Condicional

DFC – P1 Variações nos Preços dos Fatores

A diferenciação da primeira relação do lema de Shepard (9) em relação a W resulta em:

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial W} = C_{WW} \leq 0 \tag{13}$$

A demanda condicional por trabalho é decrescente com o preço desse fator. Uma vez que as condições de primeira ordem mostram que a demanda condicional na realidade depende apenas do preço relativo do trabalho, ou seja, de $^{W}/_{R}$, podemos afirmar que ela aumenta com o preço do capital. De forma simétrica, poderíamos mostrar que a demanda condicional por capital diminui com R e aumenta com W.

O lema de Shepard nos permite caracterizar mais precisamente os efeitos cruzados de uma mudança no preço de um fator na demanda pelo outro fator.

Portanto, a relação (9) implica imediatamente

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial R} = \frac{\partial \bar{K}}{\partial W} = C_{WR} \tag{14}$$

Uma vez que foi demonstrado anteriormente que a demanda condicional por um fator aumenta com o preço do outro fator, podemos deduzir que a derivada cruzada C_{WR} é necessariamente positiva.

Isso implica que, no ótimo do produtor, o efeito de um aumento de um real no preço do trabalho na quantidade de capital demandada é igual ao efeito de um aumento de um real no preço do capital na quantidade de trabalho demandada. Essa igualdade é notável, mas não se verifica em termos de elasticidades.

DFC – P2 Elasticidades Cruzadas

Vamos lembrar primeiro que as elasticidades cruzadas $\bar{\eta}_R^L$ e $\bar{\eta}_W^K$ da demanda condicional por um fator em relação ao preço do outro fator são definidas por

$$\bar{\eta}_R^L = \frac{R}{\bar{L}} \frac{\partial \bar{L}}{\partial R} \tag{15}$$

$$\bar{\eta}_W^K = \frac{W}{\bar{K}} \frac{\partial \bar{K}}{\partial W} \tag{16}$$

No ótimo do produtor, a relação (14) implica que a elasticidade cruzada $\bar{\eta}_R^L$ é dada por $\left(\frac{R}{W} \frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right) \bar{\eta}_W^K$.

Portanto, deixando de lado o caso excepcional onde o custo da mão de obra seria igual ao custo do capital, as elasticidades cruzadas sempre serão diferentes.

DFC – P3 Elasticidade de Substituição Entre Capital e Trabalho

As elasticidades cruzadas não constituem um indicador significativo das possibilidades de substituição entre esses dois fatores.

Para contornar esse problema, é preferível recorrer à noção de elasticidade de substituição, que é a elasticidade da variável $\bar{K}/\bar{L}$ em relação ao preço relativo $\dfrac{W}{R}$.

A elasticidade de substituição entre capital e trabalho, denotada por σ, é definida por

$$\sigma = \frac{W/R}{\bar{K}/\bar{L}} \frac{\partial \left(\bar{K}/\bar{L}\right)}{\partial \left(W/R\right)} \tag{17}$$

Também pode ser escrita como

$$\sigma = \frac{CC_{WR}}{C_W C_R} \tag{18}$$

Esta fórmula indica que a razão capital-trabalho aumenta em $\sigma\%$ quando a razão entre o preço do trabalho e o preço do capital aumenta em 1%.

A Figura 1 mostra que um aumento (ou uma queda) no preço relativo $^{W}/_{R}$ aumenta (ou diminui) a inclinação das linhas retas de isocustos e, portanto, desloca o ponto E para a esquerda (ou direita) ao longo da isoquanta.

Em outras palavras, a razão $^{\bar{K}}/_{\bar{L}}$ varia na mesma direção que o preço relativo $^{W}/_{R}$.

A elasticidade de substituição entre capital e trabalho é assim sempre positiva[1].

[1] Embora deva ser observado que este resultado não é automaticamente verificado quando a função de produção possui mais de dois fatores de produção.

DFC – P4 Demandas Condicionais e a Participação dos Fatores no Custo Total

É instrutivo expressar as elasticidades cruzadas definidas por (15) como uma função de σ.

Com a ajuda da relação (14), observamos que $\bar{\eta}_R^L$ é igual a $\left({}^{R}/_{\bar{L}}\right) C_{WR}$.

A expressão (18) da elasticidade de substituição então leva a $\bar{\eta}_R^L = \sigma \left(\frac{R}{\bar{L}}\right) \left(\frac{C_W C_R}{C}\right)$.

Vamos designar por $s \equiv \frac{W\bar{L}}{C}$ a participação do trabalho no custo total.

Pelo Lema de Shephard temos $\bar{L} = C_W$ e $\bar{K} = C_R$, encontramos que

$$\bar{\eta}_R^L = (1 - s)\sigma \tag{19}$$

Assim, a elasticidade da demanda condicional de trabalho em relação ao custo de capital é igual à elasticidade de substituição multiplicada pela participação do capital no custo total.

A elasticidade da demanda condicional por capital em relação ao custo do trabalho é igual à elasticidade de substituição multiplicada pela participação do trabalho no custo total.

Existe também uma relação entre a elasticidade direta $\bar{\eta}_W^L$ e a elasticidade de substituição σ.

A demanda condicional por trabalho dependendo apenas de Y e da razão ${}^{W}/_{R}$, temos que $\dfrac{\partial \bar{L}}{\partial W} = -\dfrac{R}{W}\dfrac{\partial \bar{L}}{\partial R}$, e consequentemente

$$\bar{\eta}_W^L = \bar{\eta}_R^L = -(1-s)\sigma \tag{20}$$

A relação (20) prova ser particularmente interessante do ponto de vista empírico, pois fornece uma ligação simples entre as estimativas da elasticidade de substituição σ e $\bar{\eta}_W^L$ e $\bar{\eta}_R^L$.

Além disso, oferece indicações muito úteis sobre o efeito de uma variação no preço dos fatores na demanda condicional por trabalho.

É evidente que quanto maiores são as possibilidades de substituição entre capital e trabalho, maior é esse efeito em valor absoluto.

Quando o valor da elasticidade de substituição é alto, isso significa que, para obter um determinado nível de produção, o produtor tem a possibilidade de reduzir significativamente a utilização de um fator e aumentar consideravelmente a utilização do outro, após uma mudança no preço relativo dos fatores.

Assim, quando W aumenta ou R diminui, o interesse da empresa em reduzir a utilização de trabalho para minimizar o custo total é tanto maior quanto maior for o valor de σ.

Isso explica por que as elasticidades da demanda condicional por trabalho aumentam, em valor absoluto, com a elasticidade de substituição σ.

Simetricamente, a influência da participação relativa do custo de um fator pode ser facilmente compreendida assumindo que σ permanece constante.

Para um determinado valor do preço relativo ${}^{W}/_{R}$, o fato de que a participação $(1-s)$do capital é pequena revela que a empresa utiliza relativamente pouco desse fator e uma grande quantidade de trabalho.

Agora, quanto maior for a quantidade de trabalho, menores serão as variações na quantidade de trabalho expressas em termos percentuais.

Portanto, as elasticidades diretas e cruzadas da demanda condicional por trabalho aumentam em valor absoluto com a participação do capital no custo total.

De forma equivalente, essas elasticidades diminuem em valor absoluto com a participação do trabalho no custo total.

DFC – P5 Variação no Nível de Produto

Os efeitos de uma mudança exógena no nível de produção Y sobre o custo total são facilmente caracterizados se o custo total for definido por $C = W\bar{L} + R\bar{K}$ com $F(\bar{K}, \bar{L}) = Y$. Assim,

$$C_Y(W, R, Y) = \frac{W}{F_L} = \frac{R}{F_K} \tag{21}$$

O custo marginal é sempre positivo. Isso significa que o custo total aumenta com o nível de produção.

Por outro lado, não é possível saber a direção das variações na demanda por fatores sem hipóteses suplementares.

Claramente, a demanda por fatores não diminui simultaneamente quando a produção aumenta. Assim, um aumento na produção simplesmente exige que o volume de um dos fatores aumente, mas o volume do outro fator não é obrigado a aumentar; ele pode até mesmo diminuir.

No entanto, quando a função de produção satisfaz a hipótese de homogeneidade, uma conclusão mais precisa emerge.

As demandas por fatores são então homogêneas de grau $1/\theta$ em relação a Y e as relações (10)-(12) mostram claramente que as demandas condicionais por trabalho e capital aumentam simultaneamente com o nível de produção.

Efeitos de Escala

- A minimização do custo para um dado nível de produção constitui a primeira etapa do problema da firma; devemos agora examinar como o volume ótimo de produção é determinado.
- O empresário está em posição de escolher seu nível de produção. As quantidades desejadas dos fatores são então diferenciáveis de suas demandas condicionais.

Demanda por Fatores Incondicional

- O empresário a escolhe um nível de produção que maximiza seu lucro.
- Vamos novamente designar por $P(Y)$ a função de demanda inversa.
- Então, o lucro $\pi(W, R, Y)$ relacionado a um nível de produção Y, quando os custos unitários de trabalho e capital são respectivamente W e R, assume a seguinte forma

$$\pi(W, R, Y) = P(Y)Y - C(W, R, Y) \tag{22}$$

- O nível ótimo de produção é tal que

$$P(Y) = \nu C_Y(W, R, Y), \text{ com } \nu \equiv \frac{1}{1 + \eta_Y^P} \tag{23}$$

- No caso de uma função de produção homogênea de grau θ, podemos verificar que é de fato um máximo se e somente se $\nu > \theta$.
- Redescobrimos o resultado obtido ao estudar a demanda de trabalho no curto prazo: a empresa define seu preço aplicando a margem ν ao seu custo marginal C_Y.
- Levando em consideração a expressão (21) do custo marginal, a condição de otimalidade (23) assume a seguinte forma

$$F_L(K, L) = \nu \frac{W}{P} \text{ e } F_K(K, L) = \nu \frac{R}{P} \tag{24}$$

- Em outras palavras, no ponto ótimo da empresa, a produtividade marginal de cada fator é igual ao seu custo real multiplicado pela margem de lucro.
- Quando a competição no mercado para o bem produzido pela empresa é perfeita ($\nu = 1$), redescobrimos as igualdades usuais entre a produtividade marginal de um fator e seu custo real.
- Os valores de K e L, definidos pelas equações (23) e (24), são chamados de demandas de longo prazo, ou incondicionais, por capital e trabalho.

Leis da Demanda

- As leis da demanda referem-se à maneira como as demandas incondicionais pelos fatores de produção variam com os custos unitários desses fatores.
- Elas combinam efeitos substituição e escala.

DFI – P1 A Relação Decrescente entre a Demanda por um Fator e seu Custo

Essa propriedade possui um caráter muito geral: em particular, ela não depende da função de produção da firma ser homogênea.

Para estabelecer este resultado, vamos primeiro considerar a função de lucro, denotada por $\pi(W, R)$, que é igual ao valor máximo de lucro para valores dados dos custos dos insumos. Assim,

$$\pi(W, R) \equiv \max_{Y} \pi(W, R, Y) \tag{25}$$

A função custo $C(W, R, Y)$ é côncava em (W, R) para todo Y.

Implica que $\pi(W, R, Y)$ é convexa em (W, R) para qualquer valor de Y.

Pode-se denotar por Y^* o nível ótimo de produção dado por (23); por definição, temos $\pi(W, R) = \pi(W, R, Y^*)$.

Diferenciando (24) em relação a W, temos:

$$\pi_W(W, R) = \left[P(Y^*)\left(1 + \eta_Y^P\right) - C_Y(W, R, Y^*)\right]\frac{\partial Y^*}{\partial W} - C_W(W, R, Y^*) \tag{26}$$

De acordo com a condição de otimalidade (23), o termo entre colchetes é nulo.

Além disso, o lema de Shephard afirma que a derivada parcial $C_W(W, R, Y^*)$ é igual à demanda incondicional de trabalho L^*. Uma lógica análoga evidentemente se aplica à demanda incondicional de capital K^*.

Assim, chegamos às seguintes relações, conhecidas como lema de Hotelling:

$$\pi_W(W, R) = -L^* \text{ e } \pi_R(W, R) = -K^* \tag{27}$$

Dado que a função de lucro $\pi(W, R)$ é convexa, então temos $\pi_{WW} \geq 0$ e $\pi_{RR} \geq 0$, a relação (27) implica

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} = -\pi_{WW} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial K^*}{\partial R} = -\pi_{RR} \leq 0 \tag{28}$$

Dessa forma, sob condições muito gerais, a demanda incondicional por um fator é uma função decrescente do custo desse fator.

Também deve ser observado que a direção na qual essa demanda varia com o custo do outro fator não é determinada a priori – uma consequência do fato de que o efeito de escala pode agora ser oposto ao efeito de substituição.

DFI – P2 Elasticidades da Demanda por Trabalho

É possível ser mais preciso sobre a demanda incondicional por trabalho L^* observando que ela sempre satisfaz o lema de Shephard.

Assim, temos $L_* = C_W(W, R, Y^*)$. Diferenciando esta igualdade em relação a W, obtemos

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} = C_{WW} + C_{WY}\frac{\partial Y^*}{\partial W} \tag{29}$$

Ao multiplicarmos os dois membros desta relação por $^W/_{L^*}$, destacamos as elasticidades η_W^L e η_W^Y da demanda incondicional por trabalho e do nível de produção em relação ao salário. O resultado é

$$\eta_W^L = \frac{W}{L^*}C_{WW} + \left(\frac{Y^*}{L^*}\right)C_{WY}\eta_W^Y \tag{30}$$

Dado que $L^* = C_W(W, R, Y^*)$, os termos $\left({}^{W}/_{L^*}\right) C_{WW}$ e $\left({}^{Y^*}/_{L^*}\right) C_{WY}$ designam respectivamente a elasticidade $\bar{\eta}_W^L$ da demanda condicional por trabalho e a elasticidade dessa demanda em relação ao nível de produção considerado no ponto $Y = Y^*$.

Esta última elasticidade pode ser denotada por $\bar{\eta}_Y^L$. Assim, finalmente obtemos

$$\eta_W^L = \bar{\eta}_W^L + \bar{\eta}_Y^L \eta_W^Y \tag{31}$$

Esta relação claramente revela os diferentes efeitos de um aumento no salário sobre a demanda por trabalho.

Podemos começar isolando um efeito de substituição representado pela elasticidade $\bar{\eta}_W^L$ da demanda condicional por trabalho.

Este termo é sempre negativo, pois para um determinado nível de produção, um aumento no custo do trabalho sempre leva a uma redução na utilização deste fator (e aumento na utilização de capital).

A relação (31) também evidencia um efeito de escala, representado pelo produto $\bar{\eta}_Y^L \eta_W^Y$.

A direção deste efeito de escala é obtida observando inicialmente que as condições de segunda ordem de maximização de lucro para a empresa ditam que η_W^Y deve ter o sinal oposto a C_{WY}.

Desde que, seguindo o lema de Shephard, $\bar{\eta}_Y^L$ seja do mesmo sinal que C_{WY}, resulta que o efeito de escala é sempre negativo e, portanto, acentua o efeito substituição.

É importante enfatizar que a fórmula (31) mede a elasticidade salarial do emprego de uma determinada empresa, mantendo os salários das outras empresas constantes.

Se o salário aumenta simultaneamente em várias empresas concorrentes que produzem bens substituíveis, devemos esperar que a elasticidade do emprego seja menor do que a definida pela relação (31), porque os preços dos concorrentes também devem subir, pela mesma razão que os preços da empresa que estamos considerando.

A demanda pelos produtos desta empresa, portanto, diminui menos do que no caso em que os salários dos concorrentes permanecem constantes.

DFI – P3 Substitutos Brutos e Complementares Brutos

Usando o mesmo procedimento, é possível calcular a elasticidade cruzada η_R^L da demanda incondicional por trabalho em relação ao custo de capital. Isso resulta em

$$\eta_r^L = \bar{\eta}_R^L + \bar{\eta}_Y^L \eta_R^Y \tag{32}$$

No caso de dois insumos, a demanda condicional por um fator aumenta quando o preço do outro fator aumenta.

O efeito de substituição, representado pelo termo $\bar{\eta}_R^L$, é assim positivo.

Por outro lado, o efeito de escala, representado pelo termo $\bar{\eta}_Y^L \eta_R^Y$, é a priori ambíguo, exceto no caso de uma função de produção homogênea, onde é necessariamente positivo.

O sinal da elasticidade cruzada η_r^L é, portanto, indeterminado.

Por definição, se $\eta_r^L > 0$, trabalho e capital são qualificados como substitutos brutos.

Quando trabalho e capital são substitutos brutos, um aumento no preço do capital faz com que a demanda por esse fator caia e a demanda por trabalho aumente: o efeito de substituição domina o efeito de escala.

Se $\eta_r^L < 0$, trabalho e capital são qualificados como complementos brutos, um aumento no preço de um desses fatores significa que a demanda por ambos diminui, com o efeito de escala agora dominando o efeito substituição.

DFI – P4 Leis de Demanda com Função de Produção Homogênea

Quando a função de produção é homogênea, é possível expressar os efeitos de escala em função da participação do trabalho s no custo total do markup ν e do grau de homogeneidade θ.

Para isso, devemos primeiro notar que as relações (10)-(12) implicam imediatamente que a elasticidade da produção da demanda condicional por trabalho $\bar{\eta}_Y^L$ é igual a ${}^1/\theta$.

Substituindo C_Y por ${}^C/\theta Y$ na condição de otimalidade e tomando as derivadas logarítmicas em relação a W dessa relação, chegamos a

$$\frac{1}{Y}\left[\frac{YP'(Y)}{P(Y)} - \frac{YC_Y}{C}\right]\frac{\partial Y}{\partial W} = \frac{C_W}{C} \tag{33}$$

Dado que $L = C_W$ e que $\dfrac{YC_Y}{C} = \dfrac{1}{\theta}$, obtemos:

$$\eta_W^Y = \frac{\theta s}{\theta(1+\eta_Y^P)-1} = \frac{\theta \nu}{\theta - \nu} s \tag{34}$$

As condições de segunda ordem implicam $\nu > \theta$, verificamos que $\eta_W^Y < 0$.

Simetricamente, o valor de η_R^Y é obtido substituindo s por $(1-s)$.

O efeito de escala de um aumento no preço de um fator é proporcional à participação da remuneração desse fator no custo total.

Levando em conta as relações que fornecem os valores das elasticidades da demanda condicional, torna-se possível expressar as elasticidades diretas e cruzadas da demanda incondicional por trabalho em função da participação s desse fator no custo total, em função da elasticidade de substituição σ entre capital e trabalho, em função da taxa de markup ν e em função da escala θ dos retornos totais. Isso é expresso como

$$\eta_W^L = -(1-s)\sigma - \frac{\nu}{\nu-\theta}s \tag{35}$$

$$\eta_R^L = (1-s)\left(\sigma - \frac{\nu}{\nu-\theta}\right) \tag{36}$$

O conhecimento da ordem de magnitude dessas elasticidades torna-se muito importante quando é necessário avaliar o impacto de políticas econômicas.

É por isso que precisamos entender claramente como elas evoluem quando certos parâmetros mudam.

As relações (35)-(36) fornecem previsões relativamente precisas sobre a demanda por trabalho, que em grande medida confirmam as leis da demanda propostas por Marshall (1920) e Hicks (1932) em sua época.

DFI – P5 Poder de Mercado

A elasticidade da função de demanda inversa, η_Y^P, e, portanto, o poder de mercado ν, não desempenham um papel no efeito de substituição.

Por outro lado, é evidente que o efeito de escala diminui, em termos absolutos, quando ν aumenta.

Diante de um aumento no custo do trabalho, uma empresa com baixo poder de mercado (ν se aproximando da unidade) não pode alterar muito seu preço de venda e, portanto, a repercussão do aumento de custo será essencialmente sentida na produção.

Se, por outro lado, a empresa for altamente monopolista, ou seja, se a elasticidade da função inversa de demanda, η_Y^P, for alta, a empresa pode alterar seu preço consideravelmente sem perder muita participação no mercado, ou seja, sem mudar muito seu nível de produção.

Em suma, a elasticidade da produção e, portanto, a elasticidade da demanda por trabalho em relação aos custos dos fatores diminuirá em valor absoluto, quanto maior for o grau de monopólio.

DFI – P6 Substituição do Capital por Trabalho

Vemos que a elasticidade de substituição σ aparece apenas no efeito de substituição, sem influência no efeito de escala.

A conclusão geral a que chegamos foi que, quanto mais fácil for substituir capital por trabalho, maiores serão as elasticidades diretas e cruzadas da demanda por trabalho em valor absoluto.

DFI – P7 Participação do Trabalho no Custo de Produção

Se s é grande, então a empresa utiliza muito trabalho e pouco capital e, consequentemente, a produção e o emprego serão muito sensíveis a uma variação no custo do trabalho, mas muito menos influenciados por uma mudança no custo do capital.

Portanto, a participação s do trabalho no custo total age de maneiras opostas no efeito de substituição e no efeito de escala.

É, portanto, a importância relativa de um efeito em relação ao outro que determinará as variações nas elasticidades da demanda por trabalho.

Para ser mais preciso, se capital e trabalho são substitutos brutos $\sigma > \dfrac{\nu}{\nu - \theta}$ então $|\eta_W^L|$ e η_R^L são funções decrescentes de s.

Sob esta hipótese, o efeito substituição domina o efeito de escala e, portanto, é normal que o comportamento da demanda incondicional siga o da demanda condicional.

Teoria Dinâmica da Demanda por Trabalho

- As empresas enfrentam um processo contínuo de reorganização decorrente de restrições tecnológicas, flutuações de mercado e mobilidade da mão-de-obra.
- Para poder avaliar esses fenômenos, é necessário recorrer à noção de custo de ajuste.
- As empresas podem incorrer em custos de ajuste quando decidem alterar seu nível de emprego.
- Mas o fato de que as empresas devem lidar com a saída de trabalhadores implica que elas podem incorrer em custos de ajuste simplesmente para manter um nível constante de emprego.

Custo de Ajustamento do Trabalho

- Os custos de ajustamento do trabalho surgem de variações no volume de emprego e da substituição de ex-funcionários por novos.
- Quando o processo de trabalho é reorganizado, causando perda temporária de eficiência, dizemos que a empresa está enfrentando custos de ajustamento internos.
- Exemplos podem ser a adaptação da força de trabalho a novas máquinas ou o período de adaptação para novos trabalhadores.

Custos Quadráticos

- Considerara os custos líquidos de ajuste como iguais a

$$b\left(\Delta L_t - a\right)^2,\ a, b > 0,\ \left(\Delta L_t = L_t - L_{t-1}\right) \tag{37}$$

- Vantagem: introduzir uma assimetria entre os custos de variações positivas e negativas no emprego ($a > 0$).
- Desvantagem: o custo é estritamente positivo na ausência de qualquer variação no emprego.
- Primeiro, não permite distinguir os custos decorrentes da contratação daqueles decorrentes da demissão.
- Segundo, implica que há um ajuste gradual do emprego, uma vez que o custo marginal do ajuste aumenta com a mudança no nível de emprego: incentiva as empresas a não variarem muito a demanda por trabalho a cada período, a fim de minimizar os custos de ajuste.
- Portanto, a forma quadrática não nos permite explicar os ajustes repentinos no emprego frequentemente observados na vida real.

Custos Convexos Assimétricos

- Considera

$$C(\Delta L) = -1 + \exp(a\Delta L) - a\Delta L + \frac{b}{2}\left(\Delta L\right)^2, \; a > 0, b > 0 \quad (38)$$

- Esta especificação implica uma assimetria entre variações positivas e negativas no emprego.
- Retornamos à formulação simétrica com $a = 0$.
- Por outro lado, quando $a > 0$ (ou $a < 0$), o custo marginal de um aumento no emprego é maior (ou menor) do que o de uma redução.

Custos Lineares

- A especificação dos custos de ajuste na forma de uma função linear por partes oferece a vantagem de alcançar uma representação mais realista da demanda por trabalho, na qual as empresas contratam em algumas circunstâncias, demitem em outras e às vezes deixam sua força de trabalho inalterada

$$C(\Delta L) = c_h \Delta L \text{ se } \Delta L \geq 0,\ \ c_h > 0 \tag{39}$$
$$C(\Delta L) = -c_f \Delta L \text{ se } \Delta L \leq 0,\ \ c_f > 0 \tag{40}$$

- Os coeficientes c_h e c_f representam os custos unitários respectivos de contratação e demissão.
- O ajuste do emprego é assimétrico, já que $c_h \neq c_f$.

Ajuste do Emprego em um Ambiente Determinístico

- Iremos trabalhar com um modelo dinâmico em tempo contínuo, no qual, em cada data, $t \geq 0$, o custo de ajuste é restrito apenas ao trabalho.
- Quando a empresa utiliza uma quantidade L_t deste fator, ela obtém um nível de produção $F(L_t)$ que é estritamente crescente e côncavo em relação a L_t.
- Assumimos que as variações líquidas no emprego são iguais às variações brutas.
- Introduzir as demissões modifica o custo do trabalho no estado estacionário, pois agora deve incorporar não apenas o salário, mas também o custo de turnover.

Comportamento da Firma

- Seja $\dot{L}_t$ a derivada em relação a t da variável L_t.
- Custo de ajuste representado pela função quadrática $(b/2)\,\dot{L}_t^2, b \geq 0$.
- Para simplificar as notações e os cálculos, a partir de agora omitiremos o índice t e assumiremos que em cada data o custo do trabalho e a taxa de juros são constantes exógenas denotadas respectivamente por W e r.
- Na data $t = 0$, o valor presente descontado do lucro, π_0, é

$$\pi_0 = \int_0^{+\infty} \left[F(L) - WL - \frac{b}{2}\dot{L}^2 \right] e^{-rt} dt \tag{41}$$

- Neste ambiente livre de fatores aleatórios, a empresa escolhe seus níveis presentes e futuros de emprego de forma a maximizar o valor presente descontado dos lucros π_0.
- A condição de primeira ordem é dada pela equação de Euler

$$\frac{\partial J}{\partial L} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial J}{\partial \dot{L}}\right), \text{ com } J(L, \dot{L}, t) = \left[F(L) - WL - \frac{b}{2}\dot{L}^2\right] e^{-rt} \tag{42}$$

- A trajetória do emprego é descrito por uma equação diferencial de segunda ordem não linear que assume a forma

$$b\ddot{L} - rb\dot{L} + F'(L) - W = 0 \tag{43}$$

- O valor estacionário L^* do emprego é obtido fazendo $\dot{L} = \ddot{L} = 0$ nesta equação $\Longrightarrow F'(L^*) = W$.
- O nível estacionário de emprego não depende do parâmetro b que mede a extensão dos custos de ajuste, pois $\dot{L} = 0$ no estado estacionário, e não há fluxo de contratações ou demissões que dê origem a custos desse tipo.

Dinâmica do Emprego

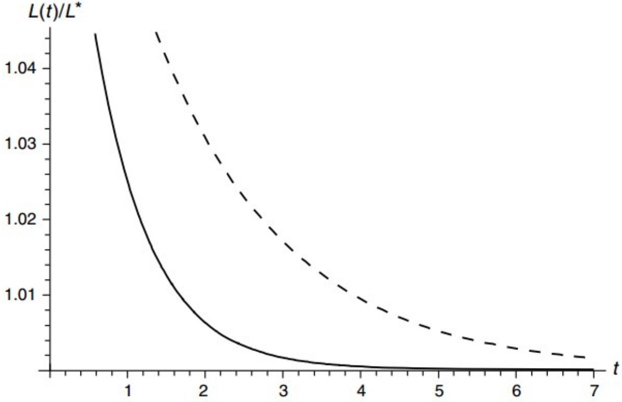
- É possível especificar precisamente as propriedades da trajetória do emprego nas proximidades do estado estacionário tomando a aproximação de primeira ordem de $F'(L)$ em torno de L^*.
- Substituindo $F'(L)$ por $F'(L^*) + (L - L^*)F'(L^*)$, chegamos a:

$$b\ddot{L} - rb\dot{L} - aL = -aL^*, \text{ com } a = -F''(L^*) > 0 \tag{44}$$

- Assim

$$L = L^* + (L_0 - L^*)\mathrm{e}^{\lambda_2 t} \tag{45}$$

Figura 2: Ajuste no Emprego



- O emprego gradualmente se move para seu valor estacionário L^*.
- Esta propriedade é a consequência direta da utilização de uma forma quadrática para representar os custos de ajuste.
- Com esta especificação, a empresa tem interesse em suavizar as mudanças que faz em sua força de trabalho, pois se o ajuste fosse feito de uma só vez na data inicial, o custo instantâneo das contratações e demissões, ou $b(L_0 - L^*)^2$, seria maior do que o custo total de um ajuste espalhado ao longo do tempo.

Ajuste do Emprego em um Ambiente Estocástico

- Sob a hipótese de expectativas racionais, a trajetória do emprego é descrita por uma equação linear com defasagem, o que se ajusta bem às estimativas.
- Essa representação se estende a múltiplos insumos e nos permite definir a noção de complementaridade e substituição dinâmica.
- A produção da empresa agora é escrita como $F(A_t, L_t)$, em que $A_t \geq 0$ é uma variável aleatória que representa, por exemplo, um choque no preço de venda ou na produtividade, ocorrendo no início do período t.
- Assumimos que A_t ocorreu antes das decisões de contratação e demissão feitas no período t.

- A produção é sempre estritamente crescente e côncava em relação ao emprego L_t.
- Durante o período t, a empresa enfrenta custos de ajuste decorrentes da rotatividade da mão-de-obra representados por uma função quadrática e simétrica, expressa como $({}^{b}\!/\!{}_{2})\,(L_t - L_{t-1})^2$, e que $b \geq 0$.
- Em cada data t, o valor presente descontado esperado do lucro é escrito como

$$\begin{aligned} \pi_t = \mathbb{E}_t &\left\{ \sum_{j=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{1+i} \right)^j \left[F(A_{t+i}, L_{t+i}) - W_{t+i} L_{t+i} \right] \right\} \\ - \mathbb{E}_t &\left\{ \left(\frac{1}{1+i} \right)^j \frac{b}{2} \left(L_{t+i} - L_{t+j-1} \right)^2 \right\} \end{aligned} \tag{46}$$

- A equação de Euler resultante é

$$F_L(A_t, L_t) = W_t + b(L_t - L_{t-1}) - \frac{b}{1+r}\mathbb{E}_t(L_{t+1} - L_t), \ \forall t \geq 1 \tag{47}$$

- A dinâmica do emprego é assim descrita por uma equação em diferenças de segunda ordem, onde o emprego atual L_t depende tanto do emprego passado L_{t-1} quanto do emprego esperado $\mathbb{E}_t[L_{t+1}]$.

- A solução é

$$L_t = \lambda L_{t-1} + \mu_0 \sum_{i=0}^{+\infty} (a_0 \mu_0)^i \mathbb{E}_t a_{t+i} \tag{48}$$

- O valor de λ ligado ao emprego defasado aumenta com o parâmetro b, que mede a extensão dos custos de ajuste.
- O peso do emprego passado é, portanto, mais importante quanto maiores forem os custos de ajuste.
- Em outras palavras, as flutuações na demanda de trabalho são menos acentuadas quando os custos de ajuste são elevados.
- Equações análogas em forma à solução têm servido como base para inúmeras estimativas empíricas que tentam medir a velocidade de ajuste do emprego.
- Para isso, precisamos postular uma forma particular para o processo estocástico que governa a trajetória das variáveis aleatórias a_t e, se possível, vincular os parâmetros desse processo a certas variáveis observáveis.

Economia do Trabalho

Demanda por Trabalho

Victor Oliveira

PPGDE – 2024