Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Economia
SE321 – Economia do Setor Público

Prof. Dr. Victor Oliveira

1) Suponha que haja n consumidores idênticos indexados por $i = 1, \dots, N$. Todos os consumidores têm a mesma função de utilidade:

$$U_i = \log(x_i) + \log(G)$$

em que x_i é o consumo de um bem privado pelo indivíduo i e G é um bem público puro. Cada consumidor possui renda igual a 1. Seja 1 o preço unitário do bem privado, de modo que a restrição orçamentária de cada consumidor possa ser escrita como:

$$x_i + g_i \leq 1$$

em que g_i é a contribuição individual para o bem público. A quantidade total disponível do bem público é a soma das contribuições individuais, ou seja:

$$G = \sum_{i=1}^{N} g_i$$

a) Calcule G^d, a provisão de equilíbrio do bem público quando os indivíduos tomam decisões descentralizadas.

b) Calcule G^o, a provisão ótima de bem público quando um planejador social escolhe o nível de bem público.

c) Qual o efeito de N sobre G^d e G^o?

d) Um governo aparece repentinamente nesta economia. É dotado da capacidade de aumentar um imposto fixo t para cada indivíduo e usa a receita total dos impostos $T = Nt$ para produzir algum bem público na quantidade $\overline{G}$ usando a seguinte tecnologia:

$$\overline{G} = \alpha \sum_{i=1}^{N} t = \alpha T$$

com $\alpha > 0$. Consequentemente, a restrição orçamentária de cada indivíduo agora é $x_i + g_i \leq 1 - t$. A quantidade total disponível do bem público é agora a soma das contribuições individuais e a quantidade fornecida publicamente, ou seja:

$$G = \sum_{i=1}^{N} g_i + \overline{G}$$

Calcule $G^{d'}$, a provisão de bem público de equilíbrio apenas por indivíduos privados, quando os indivíduos tomam decisões descentralizadas sob esse novo cenário, ou seja, os indivíduos pagam o imposto t e consideram $\overline{G}$ como dado.

e) Calcular G^g, a provisão para bens públicos em equilíbrio total, ou seja, a soma das contribuições individuais, $G^{d'}$, e a quantidade fornecida publicamente, $\overline{G}$.

f) Discuta se o governo deve se engajar na provisão do bem público dependendo do valor de α.

2) Considere uma sociedade composta por três indivíduos indexados por A, B e C. Seja $G \in [0, +\infty[$ o número de horas de transmissão televisiva por dia. A transmissão televisiva é financiada através de um imposto compartilhado igualmente entre indivíduos, ou seja, se G é fornecido, cada indivíduo deve pagar $G/3$. Suponha que os indivíduos tenham a seguinte função de utilidade sobre G:

$$U_A = G$$
$$U_B = 2 - G$$
$$U_C = \frac{4}{3}G - \frac{G^2}{2}$$

a) Mostre que os três indivíduos têm preferências de pico único.

b) Se o governo está escolhendo G no intervalo de $0 \leq G \leq 2$, qual é o resultado da votação majoritária G?

c) O resultado da votação majoritária maximiza o bem-estar social? Comente.

3) Uma cidade tem 1000 habitantes, os quais consomem apenas um bem privado: cervejas. Será construído nessa cidade um bem público: uma praça. Suponha que todos os habitantes tenham a mesma função de utilidade $U(X_i, G) = X_i - \frac{10}{G}$, em que X_i é a quantidade de cervejas consumidas e G é o tamanho da praça em m^2. Suponha que o preço da cerveja por garrafa seja 1 e o preço do metro quadrado construído da praça seja 100. Qual o valor de G é Pareto-eficiente?

4) Suponha que existem dois agentes e que existe um bem público e um bem privado, ambos disponíveis em quantidades contínuas. A provisão do bem público é dada por $G = g_1 + g_2$, em que g_i é a contribuição do agente $i = 1, 2$ para a provisão do bem público. A utilidade do agente 1 é $u_1(G, x_1) = 3\sqrt{G} + x_1$ e a utilidade do agente 2 é $u_2(G, x_2) = 5\sqrt{G} + x_2$, em que x_i é o consumo do bem privado pelo agente i. Determine o nível de G^* de provisão eficiente do bem público.

5) Considere o problema de provisão eficiente de um bem público contínuo com dois consumidores. Seja $u_i(\gamma, x_i) = \ln(\gamma) + (1/2)\, x_i$ a utilidade do consumidor i sobre o bem público e o bem privado, em que γ é a quantidade do bem público e x_i a quantidade do bem privado consumido pelo consumidor i, para $i = 1, 2$. A produção do bem público depende das contribuições g_1 e g_2 dos consumidores 1 e 2, respectivamente, e é dada pela função de produção $\gamma = \ln(g_1 + g_2)$. Cada consumidor possui uma dotação inicial de 2 unidades do bem privado. Calcule a quantidade eficiente do bem público que deve ser produzida de forma descentralizada e quando o governo decide o nível do bem público.

6) Considere uma economia com n indivíduos, com uma dotação inicial de bens de w_i e cuja utilidade é dada pelo seu consumo de bens, x_i, e do volume de um bem público G, que é igual a soma das contribuições de cada um dos indivíduos, $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$. A utilidade de cada um dos indivíduos é dada por $u_i = x_i + a_i \ln G$, em que $a_i > 1$. Suponha que na determinação de sua escolha de contribuição, o indivíduo assuma que os demais agentes não alterarão sua contribuição em resposta. Calcule a provisão ótima do bem público. Qual agente contribuirá com um valor positivo?

7) Considere dois consumidores com as seguintes funções de demanda por bens públicos:

$$p_1 = 10 - \frac{1}{10}G$$
$$p_2 = 20 - \frac{1}{10}G$$

em que p_i é o preço que o indivíduo i está disposto a pagar pela quantidade G.

a) Qual é o nível ótimo do bem público se o custo marginal do bem público for de 25?

b) Suponha que o custo marginal do bem público seja de 5. Qual é o nível ideal?

c) Suponha que o custo marginal do bem público seja de 40. Qual é o nível ideal? Os consumidores devem fazer uma declaração honesta de suas funções de demanda?

8) Considere três consumidores com as seguintes funções de demanda por bens públicos:

$$p_1 = 50 - G$$
$$p_2 = 110 - G$$
$$p_3 = 150 - G$$

em que p_i é o preço que o indivíduo i está disposto a pagar pela quantidade G.

a) Qual é o nível ótimo do bem público se o custo marginal do bem público for de 190? Ilustre sua resposta graficamente.

b) Explique por que o bem público pode não ser fornecido por causa do problema do *free-rider*.

9) Considere três consumidores ($i = 1, 2, 3$) que se preocupam com o consumo de um bem privado e o consumo de um bem público. Suas funções de utilidade são, respectivamente, $u_1 = x_1 G$, $u_2 = x_2 G$ e $u_3 = x_3 G$, em que x_i é o consumo do bem privado e G é a quantidade de bem público consumida em conjunto por todos eles. O custo unitário do bem privado é de 1 e o custo unitário do bem público é de 10. Os níveis de riqueza individuais são $w_1 = 30$, $w_2 = 50$ e $w_3 = 20$. Determine a alocação de equilíbrio se o bem público for financiado por meio das contribuições voluntárias dos indivíduos g_1, g_2 e g_3.

10) Considere uma população de consumidores. Quando um consumidor é membro de um clube que fornece um nível de provisão G e possui n membros, obtém utilidade

$$U = M - \frac{G}{n} + \log(G) - \frac{n}{k}$$

em que k é uma constante positiva e $\dfrac{G}{n}$ é a taxa de associação ao clube.

a) Qual o tamanho do clube maximiza a utilidade total produzida pelo clube?

b) Qual o nível ótimo de fornecimento do bem público? Como essa nível varia com o tamanho do clube?

11) Seja $U = 40n - 2n^2$ a função de utilidade dos membros de um clube. Encontre o tamanho ideal do clube.

12) Suponha que os consumidores tenham renda M e preferências representadas por

$$U = x + 5\log G - n$$

Também suponha que a função de custo da produção privada do bem público seja $C(G) = G$.

a) Mostre que utilidade dos membros do clube é maximizada quando $n = 5$ com nível de provisão $G = 25$.

b) Prove que, se G é escolhido de forma ideal, dado n, a utilidade em função de n pode ser escrita como $U = M + 10\log(n) - 2n$.

c) Usando a função de utilidade do item acima, calcule o número de clubes se a população total for $N = 18$. Arredonde o número.

13) Considere três consumidores ($i = 1, 2, 3$) que se preocupam com o consumo de um bem privado e o consumo de um bem público. Suas funções de utilidade são, respectivamente, $u_1 = x_1G$, $u_2 = x_2G$ e $u_3 = x_3G$, em que x_i é o consumo do bem privado e G é a quantidade de bem público consumida em conjunto por todos eles. O custo unitário do bem privado é de 1 e o custo unitário do bem público é de 1. Os níveis de riqueza individuais em são $w_1 = 1$, $w_2 = 1$ e $w_3 = 1$.

a) Determine as alocações de equilíbrio se o bem público é financiado pelas contribuições de cada indivíduo, isto é, g_1, g_2 e g_3.

b) Mostre que a alocação eficiente é tal que $G = \dfrac{3}{2}$.

c) Verifique rapidamente se a alocação eficiente é Pareto superior em relação à obtida graças a contribuições voluntárias. Explique por que elas diferem.

d) Suponha que o governo seja capaz de excluir indivíduos do consumo do bem público. Isso implica que agora é possível permitir que cada indivíduo pague um preço unitário p para obter acesso à quantidade total disponível do bem público. Determine p que permita alcançar a alocação eficiente.

e) Qual o gasto do indivíduo no consumo do bem público se o mesmo for provisionado pelo planejador central?

14) Considere que as preferências de dois agentes possam ser representadas pelas seguintes funções de utilidade, respectivamente:

$$U_1(x_1, z_1) = 2\ln x_1 + \ln z_1$$
$$U_2(x_2, z_2) = \ln x_2 + 2\ln z_2$$

em que x_i é o consumo do bem privado e z_i é o consumo do bem público.

a) Encontre os preços de Lindhal.

b) Suponha que a fronteira de possibilidade de produção $Z + X = 120$. De acordo com o esquema de Lindhal, qual é o nível ótimo de fornecimento do bem público Z?

c) Se a renda do indivíduo 1 é $w_1 = 90$ e a do indivíduo 2 é $w_2 = 30$, quais são os preços de Lindhal e qual é o nível ótimo de fornecimento do bem público Z?

15) Considere que as preferências de dois agentes possam ser representadas pelas seguintes funções de utilidade, respectivamente:

$$U_1(x_1, G) = \ln x_1 + \left(\frac{\eta_1}{1-\eta_1}\right)\ln G$$
$$U_2(x_2, G) = \ln x_2 + \left(\frac{\eta_2}{1-\eta_2}\right)\ln G$$

em que x_i é o consumo do bem privado e G é o consumo do bem público. Encontre os preços de Lindhal e a provisão ótima de fornecimento do bem público nessa abordagem.

16) Considere uma economia composta por 2 indivíduos – A e B – que consomem 2 bens – 1 e 2. A função de utilidade dos indivíduos é:

$$U^A = \log(x_1^A) + \log(x_2^A) + \frac{1}{2}\log(x_1^B)$$
$$U^B = \log(x_1^B) + \log(x_2^B) + \frac{1}{2}\log(x_1^A)$$

em que x^i_j é a quantidade do bem j consumida pelo indivíduo i. Cada indivíduo é dotado de 1 unidade de renda. Seja o preço unitário de ambos os produtos igual a 1.

a) Calcule a situação de equilíbrio descentralizado dessa economia.
b) Calcule o ótimo social se a função de bem-estar social for a soma das funções de utilidade dos indivíduos.
c) Compare as quantidades do bem 1 nas duas situações. Comente.
d) Mostre que o ideal social pode ser alcançado em uma estrutura descentralizada, graças a um subsídio s sobre o bem 1 (portanto, o preço desse bem é agora $1 - s$), com o custo desse subsídio coberto por um imposto fixo T sobre cada consumidor.
e) Seja a situação acima. Qual o valor ótimo do subsídio?

17) Suponha que haja dois consumidores indexados por $i = 1, 2$. Os consumidores têm a seguinte função de utilidade:

$$U^1 = \alpha_1 \log x_1 + (1 - \alpha_1) \log G$$
$$U^2 = \alpha_2 \log x_2 + (1 - \alpha_2) \log G$$

em que x é o consumo de um bem privado pelo indivíduo i, G é um bem público puro e $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$. Cada consumidor possui renda igual a 1. Seja 1 o preço unitário do bem privado, de modo que a restrição orçamentária de cada consumidor possa ser escrita como:

$$x_i + g_i \leq 1$$

em que g_i é a contribuição individual para o bem público. A quantidade total disponível do bem público é a soma das contribuições individuais, ou seja:

$$G = \sum_{i=1}^{N} g_i$$

Calcule G^d, a provisão de equilíbrio do bem público quando os indivíduos tomam decisões descentralizadas. É necessário impor condições adicionais sobre os parâmetros?

18) Existem cinco proprietários: $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Suas funções de utilidade são todas da forma $u(x, y_i) = y_i - \frac{1}{2}(\alpha_i - x)^2$, em que x indica o nível em

que um bem público é fornecido e y_i indica a quantidade de dinheiro que o proprietário da casa tem disponível para gastar em outros bens. Os valores de seus parâmetros de preferência α_i são $\alpha_1 = 30$, $\alpha_2 = 27$, $\alpha_3 = 24$, $\alpha_4 = 21$ e $\alpha_5 = 18$. Todas as empresas que produzem o bem público cobram um preço unitário de p reais; p é, portanto, o custo marginal para os proprietários de cada unidade de x. Suponha que $p = 40$.

a) Qual a provisão ótima do bem público?
b) Quais consumidores irão adquirir o bem público?
c) Suponha que o preço agora é $p = 20$. Quais consumidores irão adquirir o bem público?

19) Assuma que d denote uma decisão pública: $d \in \{0, 1\}$ (se um poste for construído $d = 1$; caso contrário, $d = 0$). O custo total é cd. Seja $c = 1$. Existem dois jogadores, $n = 2$. Os jogadores têm a mesma avaliação (disposição para pagar) pelo bem público,

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{2}{3}$$

O jogador i contribui com g_i e sua recompensa é

$$u_i = \begin{cases} \theta_i - g_i & \text{se } d = 1 \\ 0 & \text{se } d = 0 \end{cases}$$

Suponha que a regra de decisão pública seja $d = 1$ se e somente se $\sum g_i \geq c$. Suponha que as contribuições sejam escolhidas em um conjunto discreto, a saber

$$g_i \in \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$$

a) Represente o jogo na forma normal, isto é, escreva a matriz de *payoffs*.
b) Encontre os equilíbrios de Nash em estratégias puras.

20) Uma casa um pouco ao sul do campus tem dois residentes: A e B. Toda a limpeza da casa é feita exclusivamente através dos esforços individuais dos dois residentes, que, depois de comer, dormir e socializar, têm 49 horas por semana para se dedicar a alguma combinação de estudo e limpeza. A utilidade de A para estudar e limpar é dada por $U_A = 20 \log S_A + 4 \log C$ e a utilidade de B para estudar e limpar é dada por $U_B = 20 \log S_B + 5 \log C$, em que C é a

limpeza total feita no apartamento, dada pela soma da contribuição de cada indivíduo $C = C_A + C_B$, e S é o tempo de estudo.

a) Quanto tempo A e B passam estudando e limpando?
b) Qual é a quantidade de tempo socialmente ideal que eles devem gastar? Se sua resposta difere da parte a), por quê?

21) Suponha que cinco proprietários morem às margens da Lagoa dos Patos: Ana, Betania, Catarina, Diana e Eliane. Para lidar com problemas de bens públicos, como decidir o nível da água no lago e como controlar os mosquitos no verão, eles formaram uma associação de proprietários. A função de utilidade de cada proprietário é da forma: $u(x, y_i) = y_i - \frac{1}{2}(\alpha_i - x)^2$, em que x indica o número de tanques de spray de mosquito que são pulverizados a cada semana durante o verão, e y_i indica a quantidade de dinheiro que o proprietário tem disponível para gastar em outros bens privados. Os valores de seus parâmetros de preferência α_i são $\alpha_1 = 30$, $\alpha_2 = 27$, $\alpha_3 = 24$, $\alpha_4 = 21$ e $\alpha_5 = 18$. Existem várias empresas locais que pulverizarão para controlar os mosquitos. Todas as empresas cobram o mesmo preço $p = 40$ por tanque que utilizam na pulverização.

a) Quanto spray será comprado?
b) Suponha que os proprietários decidam que, em vez de cada um deles comprar repelente de insetos separadamente e cada um pagar R$ 40 por tanque, a associação cobrará de cada um deles apenas uma parte do preço de R$ 40: cada proprietário pagará a parcela do preço (ou imposto por unidade) p_i para cada unidade que a associação compra, com $\sum p_i = 40$, tal que seja igual a sua TMS. Qual o valor pago individualmente?

22) Seja $U = (x_1)^\alpha (x_2 y)^{1-\alpha}$, em que y é uma externalidade. É uma externalidade positiva ou negativa? Como ela afeta a demanda do bem 1 comparativamente à demanda pelo bem 2?

23) Suponha que temos dois consumidores representativos. A utilidade de cada um deles é $U_1 = (x_1^1 x_1^2)^\alpha (x_2^1 x_2^2)^{1-\alpha}$ e $U_2 = (x_1^2 x_1^1)^\alpha (x_2^2 x_2^1)^{1-\alpha}$, em que x_i^h é o consumo do bem i pelo consumidor h. Mostre que o equilíbrio é eficiente a despeito da externalidade. Explique.

24) Há 4 alunos registrados na turma "Introdução às Externalidades" na Universidade da Vida. O professor é preguiçoso e decide implementar um sistema simples de classificação. Não são dadas palestras, não há exercícios, mas há um trabalho final. O trabalho solicita a cada aluno, i, que escolha um número único $z^i \geq 0$ e registre a opção na folha de respostas. No dia seguinte, a nota final G^i, com um máximo de 20 para cada aluno, é liberada usando a seguinte regra (que é uma informação pública antes do exame): $G^i = 10 + \sqrt{z^i} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^4 z^i$. O estudante é aprovado se obtém uma nota de 10 em 20 ou mais.

a) Escreva o problema de maximização enfrentado por cada aluno.

b) Se cada aluno estiver maximizando sua nota esperada, qual a nota desejada?

c) Se cada aluno estiver maximizando sua nota esperada, qual é a nota final recebida por cada aluno? (Suponha que o equilíbrio seja simétrico.)

25) Suponha que foi descoberto ouro em uma região do interior do Brasil e que o preço do grama de ouro é R$ 1. A quantidade produzida de ouro em gramas (q) pode ser expressa como função do número de garimpeiros (n), de acordo com a função $q = 40n - 2n^2$, e o custo do material individual para garimpagem é R$ 12. Na região em que se descobriu ouro foi concedido livre acesso. Determine a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo.

26) Considere dois agentes, $i = 1, 2$, que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função de utilidade $u_i(v_i) = 2v_i$, em que v_i é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por $p(v_1, v_2)$, e que dá a eles um custo de 0,5 cada.

a) Escreva o problema privado de maximização de cada motorista.

b) Derive as condições de primeira ordem e resolva o problema.

c) Escreva o problema o social.

d) Derive as condições de primeira ordem e resolva o problema.

27) O número total de peixes capturados em uma pesca local não excludente é dado por $f(k)$, onde k é o número total de barcos de pesca que trabalham no local de pesca. Suponha que $f' > 0$ e $f'' < 0$, e que $f(0) = 0$. Ou seja, assumimos que a produção total de peixes é uma função côncava crescente do número de barcos que trabalham no local de pesca. Observe também que, como consequência da concavidade de $f(\cdot)$, $\dfrac{f(k)}{k} > f'(k)$. Ou seja, o número de peixes capturados por barco é sempre maior que o produto marginal da adição de outro barco. Isto resulta da observação de que o produto médio é decrescente com uma função de produção côncava. Defina $PMe(k) = \dfrac{f(k)}{k}$. Então, $PMe'(k) = \dfrac{1}{k}(f'(k) - PMe(k)) < 0$. Portanto, $PMe(k) > f'(k)$. Os barcos de pesca são produzidos a um custo $c(k)$, em que k é o número total de barcos e $c(\cdot)$ é uma função estritamente crescente e estritamente convexa. O preço do peixe é normalizado para 1.

a) Encontre o número eficiente de barcos.

b) Resolva o problema dos produtores de barco.

c) Partindo do pressupondo que cada barco pesqueiro captura o mesmo número de peixes, resolva o problema do pescador.

d) O fenômeno anterior, de que o mercado tenderá a usar em excesso recursos comuns, é conhecido como a tragédia dos comuns. Por exemplo, colocar uma cota no número de barcos que cada pescador pode possuir ou no número de peixes que cada barco pode capturar ajudaria a resolver o problema. Além disso, a tributação de barcos ou peixes também ajudaria a resolver o problema. Qual seria o imposto do barco apropriado?

28) Uma empresa de gás natural do Rio de Janeiro possui muitos dutos que passam por baixo das áreas que agora são povoadas. A empresa pode investir R\$ u na manutenção dos tubos. A manutenção afeta duas coisas. Primeiro, mais manutenção significa que a empresa de gás perderá menos gás nos canos. Suponha que o valor do gás perdido seja dado por $\frac{1}{u}$. Então, mais manutenção reduz a quantidade de gás perdido. Segundo, mais manutenção significa menos danos à terra acima dos canos. Suponha que o valor do dano à terra acima dos tubos seja dado por $3\frac{1}{u}$. Então, mais manutenção diminua a quantidade de dano à terra acima.

a) Qual é o nível socialmente ideal de manutenção, u? Qual é o valor do gás perdido? Qual é o valor do dano à terra?

b) Que nível de u é escolhido pela empresa de gás quando ninguém é dono da terra acima dos canos? Agora, qual é o valor do gás perdido? Qual é o valor do dano à terra? Qual é a perda de peso morto?

c) Suponha agora que a companhia de gás possua a terra acima dos canos. Que nível de u eles escolherão agora? Isso é ótimo? Caso contrário, calcule a perda de peso morto.

d) Suponha agora que João Silva, um cidadão comum, possua a propriedade acima da usina e possa processar a empresa de gás natural sem custos pelos prejuízos causados à sua propriedade. Qual nível de u será escolhido pela empresa de gás natural? Quanto será pago pela companhia de gás a João Silva?

e) Suponha agora que os tribunais são imperfeitos (uma realidade do Brasil): para cada R\$ 1 em dano real, apenas 50% do dano pode ser recuperado no tribunal. Portanto, se o verdadeiro dano a João for L, a empresa de gás pagará apenas $\frac{L}{2}$.

i) Suponha que João Silva seja o proprietário da propriedade. Qual nível de u será escolhido pela empresa de gás? Isso é eficiente? Caso contrário, qual é a perda de peso morto?

ii) Suponha que a empresa de gás possua a propriedade. Qual o nível de u será escolhido? Isso é eficiente? Caso contrário, qual é o peso morto?

29) Duas usinas de energia fornecem energia para a cidade de Curitiba: uma usina de propriedade da UFPR e uma usina de propriedade de uma empresa privada. Ambas as usinas queimam carvão para produzir eletricidade e, consequentemente, produzem *smog*[1] como subproduto. A usina privada poderia reduzir sua poluição atmosférica, mas a um total de $c_M(x_M) = 5x_M^2$, em que x_M indica o número total de unidades de poluição atmosférica reduzidas pela unidade privada. A fábrica da UFPR é um pouco menos eficiente e seu custo total para reduzir a poluição atmosférica é dado por $c_H(x_H) = 7x_H^2 + 10x_H$. O governo de Curitiba contratou uma equipe de ambientalistas que calculou que a redução total da poluição atmosférica na cidade é de $100(x_M + x_H)$.

a) Calcule o nível de redução socialmente ideal para cada usina.

b) O governo de Curitiba considera a imposição de um imposto sobre a produção de energia.

   i) Qual o valor do imposto deve ser proposto para atingir os valores de redução que você calculou acima.

   ii) Escreva o problema de otimização de cada firma sob o imposto e mostre que cada uma escolherá em particular a quantidade de redução socialmente ideal.

c) De repente, um economista é votado como prefeito de Curitiba. Ele impõe que as usinas de Curitiba devem reduzir a poluição atmosférica em 5 unidades no total. Além disso, ele declara que as empresas poderão negociar licenças de forma competitiva. Um dos antigos colegas de classe do prefeito à época da pós-graduação administra a usina privada, de modo que o prefeito concede a ela 5 autorizações e à usina da UFPR 0. Como resultado, a UFPR deverá diminuir em 5 unidades, e a usina privada (já que possui todas as licenças) não precisará diminuir.

   i) A usina da UFPR certamente desejará comprar algumas licenças da usina privada. Explique intuitivamente (sem matemática), por que essa transação pode acontecer.

   ii) Denote o número de licenças que a usina privada possui como y_M (de modo que $x_M = 5 - y_M$) e denote o preço competitivo das permissões como p. Derive a quantidade de licenças que a usina privada acabará mantendo em função de p.

   iii) Calcule a quantidade de licenças que a UFPR terá em função de p.

   iv) Usando o fato de que $y_M + y_H = 5$, calcule p.

30) Gilroy, Califórnia, é a capital mundial do alho. Infelizmente, o cheiro de alho permeia todos os aspectos da vida na cidade. Existem apenas dois moradores

[1] Resulta da combustão de grandes quantidades de carvão que produz uma mistura de fumo, dióxido de enxofre e outros compostos e em termos genéricos é nevoeiro contaminado por fumaça.

dispostos a viver dentro dos limites da cidade, Ana e Bete. Ana ganha uma renda de 460 e Bete ganha uma renda de 440. Um vendedor está visitando a cidade, oferecendo unidades de conversão de odores que convenientemente transformam odor de alho e produzem ar puro. As preferências sobre o ar puro (C) e todos os bens de consumo privado (x_i) para o indivíduo i são dadas por:

$$u_i = 5\ln(x_i) + \ln C$$

O fornecimento total de ar limpo é dado como a soma das compras individuais: $C = C_A + C_B$. O preço do ar limpo é 2, enquanto o preço de todos os outros bens privados é 1.

a) Calcule a provisão privada de ar limpo de Ana e Bete, considerando a provisão do outro como determinado. Ou seja, resolva para C_A em função de C_B no problema de otimização de Ana e vice-versa. Você pode explicar o sinal da contribuição do outro residente nessas funções de resposta?

b) Se o governo não intervir, que nível de ar limpo será fornecido? Quantas unidades são fornecidas por Ana? Quantas por Bete?

c) Qual é o nível socialmente ideal de fornecimento de ar limpo? (Você pode assumir uma função utilitária de bem-estar social). Esse valor diverge do encontrado em (b)? Explique, se houver diferença, porque isso ocorre.

d) Suponha que o governo local esteja insatisfeito com o nível de provisão privada. O governo tributa tanto Ana quanto em Bete em R$ 30, por meio de um imposto lump-sum (a renda líquida de impostos é efetivamente reduzida para 440 e 410, respectivamente) para fornecer 30 unidades de ar limpo. Tanto Ana quanto Bete são livres para comprar unidades adicionais de ar limpo, se acharem particularmente ideal fazê-lo. Qual é o nível total de ar limpo fornecido? Explique claramente o impacto da tributação pelo governo local na provisão privada de cada residente. Como esta resposta se compara a encontrada em (b)?

31) Alice é uma musicista; Beto não é. Seja x o número de horas por dia que Alice dedica a escrever, tocar e gravar sua música. Alice tem um custo de R$ 4 por cada hora que ela gasta produzindo música. Permita que y_A e y_B denotem os gastos em dólares de Alice e Beto em bens que não sejam música. Cada um possui R$ 100 de renda por dia. As preferências de Alice e Beto pela música de Alice são descritas pelas funções de utilidade

$$u_A(x, y_A) = \begin{cases} y_A + 8x - \frac{1}{2}x^2 & x \leq 8 \\ y_A + 32 & x \geq 8 \end{cases}$$

e

$$u_B(x, y_B) = \begin{cases} y_B + 12x - \frac{1}{2}x^2 & x \leq 12 \\ y_B + 72 & x \geq 12 \end{cases}$$

a) Quanto Alice produzirá se ela nem souber que Beto existe?

b) Suponha que Alice produza a quantidade de música em (a) e Beto tenha encontrado uma maneira de piratear a música baixando-a do computador de Alice. Alice não tem como impedir Beto dessa pirataria de "carona". Quanto excedente de consumidor Alice e Beto obtêm? (Não se esqueça que custa a Alice R$ 4 por cada hora que ela dedica à produção de música.)

c) Qual é a quantidade de música de Pareto para Alice produzir? Qual é o excedente total nesse nível de música?

d) Agora, suponha que Beto e Alice concordem com um pagamento de transferência t de Beto para Alice, em troca de Alice produzir a quantidade de música de Pareto. Determine a faixa de pagamentos que geram alocações principais e determine o excedente do consumidor de cada um em função de t.

32) Os Simpsons e os Flandres são vizinhos de lado. Os Simpsons gostam de ouvir música muito alto. Os Flandres preferem sossego. Usando x para denotar o volume da música dos Simpsons em decibéis e usando y_S e y_F para denotar seu consumo mensal de outros bens (em dólares), as preferências das famílias Simpsons e Flandres são descrito pelas seguintes funções de utilidade:

$$u_S(x, y_S) = y_S + 9x - \frac{1}{2}x^2$$
$$u_F(x, y_F) = y_F - x^2$$

A renda mensal familiar é de R$ 3000. O custo de ouvir música alta é de R$ 3. Determine o volume eficiente de Pareto da música dos Simpsons.

33) Ana, Bete e Carla se preocupam apenas com o consumo de eletricidade e um conjunto de bens agregados. Além disso, Ana deseja consumir eletricidade

apenas pela manhã, Bete deseja consumir eletricidade somente à tarde, e Carla deseja consumir eletricidade somente à noite. Suas taxas marginais de substituição entre o bem composto e o consumo de eletricidade são dadas pelas expressões

$$TMS_A = 10 - x_A \quad TMS_B = 8 - x_B \quad TMS_C = 6 - x_C$$

em que x_i indica o número de unidades de eletricidade que i consome (apenas na hora do dia preferida). A eletricidade é produzida por uma tecnologia com retorno constante de escala: 18 unidades do bem composto produzirão uma unidade de eletricidade durante o dia e a noite - ou seja, manhã, tarde e noite são produtos conjuntos e produzem uma unidade a qualquer hora do dia. O consumo de eletricidade de cada pessoa é monitorado por um medidor de energia.

a) Determine o nível ótimo de produção e a alocação ótima de Pareto de eletricidade.
b) Suponha que a eletricidade seja produzida pela cidade. A cidade deseja cobrar preços diferentes em diferentes horários do dia para maximizar o bem-estar do consumidor. Obviamente, a cidade também terá que cobrir o custo de produção. Quais os preços que deve cobrar a cada hora do dia? Explique como se pode dizer que esses preços maximizam o bem-estar.

34) A cervejaria R utiliza água do Rio Barigui em suas operações de fabricação de cerveja. Recentemente, a empresa P abriu uma fábrica a montante da cervejaria. As operações de fabricação da empresa P poluem a água do rio: seja x o número de galões de poluente que a empresa P despeja no rio todos os dias. Os lucros da cervejaria são reduzidos em x^2 reais por dia, porque é esse o custo da cervejaria para limpar os poluentes da água que usa. O nível de operação maximizador de lucro da empresa P envolve o despejo diário de 30 galões de poluente no rio. Alterar suas operações para despejar menos poluente reduz o lucro da empresa P: especificamente, o lucro diário da empresa P é reduzido pela quantidade $\frac{1}{2}(30 - x)^2$ se despejar x galões de poluente por dia. Não há leis que restrinjam a quantia que a empresa P possa poluir a água e nenhuma lei exigindo que a empresa P compense a cervejaria pelos custos impostos por sua poluição. Determine o nível eficiente de poluição. Se a eficiência exigir que $x < 30$, determine a faixa de barganhas que as duas firmas devem alcançar – ou seja, os valores máximo e mínimo em reais que a cervejaria deve pagar à empresa P em troca do acordo da empresa P em despejar apenas x (menos de 30) galões por dia.

35) Há um grande número de passageiros que decidem usar o carro ou o metrô. O deslocamento de trem ao trabalho leva 70 minutos, independentemente do

número de passageiros que tomam o trem. O deslocamento de carro leva $C(x) = 20 + 60x$ minutos, em que x é a proporção de passageiros que usa carro para trabalho com $0 \leq x \leq 1$.

a) Trace as curvas do tempo de deslocamento de carro e o tempo de deslocamento de trem em função da proporção de usuários de automóveis. Em seguida, determine a decisão de cada viajante $d(x)$ sobre usar o carro ou o trem em função do tempo $C(x)$.

b) Qual é a proporção de passageiros que tomam o carro se todos estão tomando sua decisão de forma livre e independente, a fim de minimizar o tempo de deslocamento?

c) Qual é a proporção de usuários de carro que minimiza o tempo total de deslocamento?

d) Compare isso com a sua resposta dada na parte (b). Interprete a diferença. Qual é o tamanho da perda de peso morto da externalidade?

e) Explique como um pedágio poderia atingir a alocação eficiente de passageiros entre trem e carro e o benefício para todos.

36) Na ilha de Pago Pago existem dois lagos e 20 pescadores. Cada pescador pode pescar em qualquer lago e manter a captura média em seu lago específico. No lago x, o número total de peixes capturados é dado por

$$F^x = 10\ell_x - \frac{1}{2}\ell_x^2$$

em que ℓ_x é o número de pessoas que estão no lago. Para o lago y, temos:

$$F^y = 5\ell_y$$

a) Sob essa organização da sociedade, qual será o número total de peixes capturados?

b) O chefe de Pago Pago, depois de ler um livro de economia, acredita que é possível aumentar o número total de peixes capturados restringindo o número de pessoas autorizadas a pescar no lago x. Qual deve ser o número de indivíduos permitido pescar no lago x, a fim de maximizar a captura total de peixe? Qual é o número de peixes capturados nessa situação?

c) Ao se opor à coerção, o chefe decide exigir uma licença de pesca para o lago x. Se o procedimento de licenciamento é a alocação ideal de mão-de-obra, qual deve ser o custo de uma licença (em termos de peixe)?

37) Considere uma economia com dois consumidores, B e J. Existe um bem público nesta economia na forma de sirenes de enchente. A demanda de B por sirenes é dada por $P = 10 - Q$, e a demanda de J por sirenes é $P = 8 - 2Q$. O custo marginal para fornecer sirenes é constante, $CMg = 9$. Quantas sirenes serão fornecidas no mercado?

38) Para a função de demanda linear $x = a - bp$, calcule a perda de peso morto da introdução de um imposto t sobre mercadorias quando o custo marginal de produção for $CMg = 2x$. Como a perda de peso morto é afetada pelas alterações em a e em b? Como uma mudança em b afeta a elasticidade da demanda no equilíbrio sem tributação? Qual a carga tributária paga por consumidores e produtores?

39) Um bem é negociado em um mercado competitivo. A função de demanda é dada por $X = 75 - 5P$ e a oferta é perfeitamente elástica ao preço $P = 10$.

   a) Um imposto específico de valor $t = 2$ é introduzido. Determine a incidência tributária.
   b) É introduzido um imposto ad valorem a uma taxa de $t = 0,2$. Determine a incidência tributária.
   c) Como a incidência do imposto específico e do imposto ad valorem diferem se a oferta é dada por $Y = 2,5P$?

40) Suponha que a função de demanda seja dada por $x = p^{-\varepsilon_d}$ e a função de oferta por $y = p^{\varepsilon_s}$. Encontre o preço de equilíbrio. Qual é o efeito no preço de equilíbrio da introdução de um imposto de $t = \frac{1}{10}$ se $\varepsilon_d = \varepsilon_s = \frac{1}{2}$? Descreva como a incidência do imposto é dividida entre consumidores e produtores.

41) Encontre a incidência tributária de um imposto de R\$ 4 por unidade em um mercado perfeitamente competitivo no qual a curva de demanda é $Q^d = 56 - 3p^d$ e a curva de oferta é $Q^s = p^s - 8$ por meio da compensação de mercado. Verifique que a resposta é a mesma usando as elasticidades preço da demanda e preço da oferta.

42) Suponha que a função dispêndio de um consumidor seja dada por $e(p_x, p_y, u) = p_x u - 16\dfrac{(p_x)^2}{p_y}$. Suponha que o preço do bem x seja 1 e o preço do bem y seja 1. O governo decide tributar o bem y por meio de um imposto específico de R\$ 1 sobre o bem y. A utilidade inicial é $u = 36$.

   a) Encontre as funções de demanda Hicksianas pelos bens x e y.
   b) Qual o custo do imposto para o consumidor?
   c) Qual a receita dos impostos para o governo?

43) Como o ônus de um imposto de 100% (expresso como uma fração do preço "antes do imposto") seria dividido entre compradores e vendedores em um mercado perfeitamente competitivo no qual a quantidade demandada é $Q_d = 75 - 2(p_d)^2$ e a oferta é $Q_s = (p_s)^2$? Prove seu resultado de duas formas distintas.

44) Qual seria a incidência aproximada de um imposto unitário de R$ 2 cobrado dos vendedores em um mercado perfeitamente competitivo, no qual a quantidade do bem demandado pelos compradores é $Q_d = 60 - 2(p_d)^2$ e a oferta é $Q_s = 10p_s - 36$? Prove seu resultado de duas formas distintas.

45) Qual é a incidência de um imposto de 100% (calculado como uma porcentagem do preço líquido [antes do imposto]) nos cortes de cabelo, se o mercado de cortes de cabelo for perfeitamente competitivo, se a curva de oferta no mercado tiver a equação

$$Q_s = \sqrt{\frac{p_s}{2}}$$

e a curva de demanda tiver a equação

$$Q_d = \frac{16}{p_d}$$

46) A curva de demanda do mercado para o bem tem a equação $Q^d = 15 - p^d$, em que p^d é o preço pago pelos compradores e Q^d é a quantidade demandada. Existe uma única firma que pode produzir tanto ou tão pouco quanto quer, a um custo constante de R$ 5 por unidade. Existem muitas outras empresas. Mas cada outra empresa só pode produzir o bem a um custo de R$ 8 por unidade. [Essas outras empresas também produzem sob retornos constantes de escala] A única empresa de baixo custo define seu preço para maximizar seu lucro, sabendo que não venderá nada do bem se cobrar um preço mais alto do que as outras empresas. [Você pode assumir que todos os clientes compram da empresa de baixo custo se a empresa de baixo custo cobrar exatamente o mesmo preço que as empresas de alto custo.] Qual seria a incidência de um imposto unitário de R$ 6 nesse mercado?

47) Qual é a incidência de um imposto de 100% (calculado como uma porcentagem do preço líquido [antes do imposto]) nos cortes de cabelo, se o mercado de cortes de cabelo for perfeitamente competitivo, se a curva de oferta no mercado tiver a equação $Q_s = (p_s)^3$ e a curva de demanda for $Q_d = \dfrac{1}{(p_d)^2}$? Utilize a aproximação da incidência tributária por meio das elasticidades. Quão boa é essa aproximação?

48) Qual a carga tributária paga pelos consumidores e ofertantes no caso de um imposto de R$ 6 por unidade vendida se a curva de oferta for $Q_s = 2p_s$ e a curva de demanda for $Q_d = \dfrac{288}{p_d}$?

49) Suponha que a função dispêndio de um consumidor seja dada por $e(p_f, p_c, u) = \sqrt{p_f p_c} u$. Suponha que o preço do bem f seja 4 e o preço do bem c seja 4. A utilidade sem impostos é $u^0 = 18$ e após um imposto de 125% é de $u^1 = 12$.

   a) Encontre as funções de demanda Hicksianas pelos bens f e c.
   b) Qual o custo do imposto para o consumidor?
   c) Qual a receita dos impostos para o governo?

50) Suponha um imposto sobre roupas no valor de R$ 1. O preço original das roupas era de R$ 1 e o da comida era de R$ 1. A renda do consumidor era de R$ 1000. As preferências do consumidor pode ser representadas pela função de utilidade $U = F + 40\sqrt{C}$, em que C é a quantidade consumida de roupas e F a quantidade consumida de alimentos. Sendo p_C o preço das roupas incluindo os impostos, quanto o governo teria que compensar o consumidor pelos danos causados pelo imposto?

51) Suponha que a função que representa as preferências de um consumidor seja dada por $U = u(x, y) = x^{1/3} y^{2/3}$. Suponha um imposto sobre o bem x no valor de R$ 1. O preço original do bem x era de R$ 1 e o do bem y era de R$ 1. A renda do consumidor era de R$ 1000. Quanto o governo teria que compensar o consumidor pelos danos causados pelo imposto?

52) Se as preferências de uma pessoa podem ser representadas pela seguinte função de utilidade

$$u(Y, Z) = Z + 4\sqrt{Y}$$

em que Y e Z são as quantidades da pessoa consumidas em roupas e outros bens e se o preço líquido de impostos de cada um dos bens for 1 e se a renda da pessoa for 8, qual seria o ônus total de uma unidade imposto de R$ sobre o bem Y[2]? Mostre que a sua resposta pode ser obtida calculando-se a variação compensatória de duas maneiras diferentes.

53) Considere um país em que as preferências dos consumidores são dadas por

$$u(x, h) = x - \frac{1}{2}h^2$$

[2] Aqui, as preferências são quase lineares, de modo que sua demanda por Y não depende de sua renda; não há efeito renda, e as curvas de demanda compensada e não compensada são as mesmas.

em que x é a quantia em reais da despesa semanal de consumo da pessoa e h é o número de horas que ela trabalha por semana. As pessoas diferem apenas no salário ω, que podem ganhar (antes da dedução de impostos) por hora. As pessoas podem escolher quantas horas h trabalham e fazer essa escolha para maximizar sua utilidade, uma vez que o valor x de seu consumo depende de quanto eles trabalham. O valor x de seu consumo é igual a sua renda salarial, líquido de quaisquer impostos, mais o dinheiro que eles recebem do governo e que vamos chamar de T. Denote a taxa de impostos por τ.

a) Qual o número ótimo de horas de trabalho a serem ofertadas?
b) Qual a sua renda bruta (denote por y)?
c) Qual a receita total do governo ($R(\omega) = \tau y - T$)?
d) Sendo a receita total não-negativa, qual o valor de τ gera a arrecadação máxima?

54) Uma economia consiste em 3 milhões de pessoas. Cada pessoa tem as mesmas preferências sobre seu consumo C e o número de horas em que trabalha por semana H, representado pela função de utilidade

$$U(C, H) = C - H^2$$

O salário de cada pessoa depende de sua produtividade (que é exógena e não é afetada pela política do governo). Um milhão de pessoas ganha um salário (antes de deduções fiscais) de R$ 10 por hora; um milhão de pessoas ganha um salário de R$ 20 por hora; o restante de um milhão de pessoas ganha um salário de R$ 50 por hora. Cada pessoa escolhe quantas horas deseja trabalhar. Sua renda salarial líquida é gasta no consumo de C.

a) Escreva restrição do problema.
b) Calcule o número ótimo de horas.
c) Qual a renda total do consumidor?
d) Qual o total de impostos arrecadados pelo governo?
e) Se o governo tributar toda a renda do trabalho a uma taxa τ, como a receita tributária do governo por pessoa varia com a taxa τ?
f) Qual a taxa τ gera a receita tributária máxima para o governo?
g) Qual o imposto ótimo?

55) Suponha que as preferências de uma pessoa são dadas por

$$U(X, H) = X - aH^2$$

em que X é seu consumo (em reais por semana), H é o número de horas por semana em que ele trabalhava e a é uma constante positiva. As pessoas são livres para escolher suas horas de trabalho, a fim de maximizar sua utilidade, sujeitas à restrição de que seu consumo semanal seja igual à sua renda semanal líquida de impostos. Qual seria a renda semanal de uma pessoa, se ela recebesse um salário por hora de ω e estivesse sujeita a um imposto de renda com uma taxa marginal de τ, e se E reais de sua renda semanal fossem isentos do imposto? Se o salário varia para as diferentes pessoas que compõem essa sociedade, qual a taxa marginal de imposto τ^* que maximizaria a receita tributária para um dado valor de E?

56) Seja um indivíduo com a seguinte função de utilidade

$$U(c,\ell) = c - \frac{1}{1+\mu}\ell^{1+\mu}$$

em que $\mu > 0$, c indica o consumo e ℓ é o tempo de trabalho. O salário por hora é $\omega = 1$, de modo que a restrição orçamentária é simplesmente:

$$c \leq \ell(1-t)$$

em que t é a taxa de imposto cobrado pelo governo.

a) Determine ℓ^*, a oferta de trabalho ótimo do indivíduo dada a taxa de imposto t.
b) Determine ε, a elasticidade da oferta de mão-de-obra do indivíduo em relação ao salário líquido.
c) A receita do governo de tributar o indivíduo é de $R = \ell^* t$. Vamos supor que a função de bem-estar social considerada pelo governo seja $W = \alpha R + U(\ell^*)$. Interprete α.
d) Considerando a função de bem-estar acima, encontre t^*.
e) Como t^* varia com μ?
f) Como t^* varia com α?

57) Consideramos uma economia povoada por dois indivíduos – indexados por $i = 1,2$ – que têm preferências diferentes. Especificamente, as preferências do indivíduo i sobre o consumo c e trabalho ℓ são dadas por:

$$u_i(c,\ell) = c - \frac{\ell^{1+\mu_i}}{1+\mu_i}$$

em que $\mu_i > 0$. Um indivíduo com salário por hora fornecendo mão de obra ℓ, ganha $z = \omega\ell$ (ganhos antes dos impostos) e consome $c = z(1-\tau)$, em que τ é a taxa de imposto sobre a renda do trabalho.

a) Mostre que a oferta de trabalho ótima do indivíduo i é $\ell_i^* = [\omega(1-\tau)]^{1/\mu_i}$.

b) Determine τ_1 e τ_2 que permitem o governo maximizar sua receita total $R = \omega\ell_1^*\tau_1 + \omega\ell_2^*\tau_2$.

c) Por razões técnicas, o governo não pode definir taxas de imposto diferentes para cada indivíduo i. Consequentemente, o governo decide estabelecer uma taxa de imposto comum $\overline{\tau}$ como $\overline{\tau} = \dfrac{1}{1 + \mathbb{E}\left(\dfrac{1}{\mu}\right)}$.

   Comente acerca desta solução, em que $\mathbb{E}$ é o operador esperança.

58) O presidente solicitou que você reavaliasse os custos e benefícios de várias propostas de imposto de renda e de consumo que seu painel tributário fez. Para isso, considere um modelo de 2 períodos em que os indivíduos obtêm renda Y por trabalhar no período 1 e não trabalham no período 2 (aposentadoria). Os indivíduos escolhem quanto consumir em cada período. A economia no período 1 gera uma taxa de juros $r > 0$. Seja C_1 o consumo no período 1 e C_2 o consumo no período 2.

a) Escreva a restrição orçamentária do indivíduo em uma economia sem impostos.

b) Escreva a restrição orçamentária em que mão de obra e renda são tributadas à taxa t, mas suponha que não haja contas de poupança isentas de impostos.

c) Escreva a restrição orçamentária com uma taxa de imposto sobre consumo τ e nenhum imposto sobre o rendimento.

d) O painel tributário alega que isentar a receita de capital do imposto de renda e reter o imposto de renda sobre a renda do trabalho é equivalente a mudar para um sistema de imposto de consumo. Prove isso algebricamente usando as restrições orçamentárias nas partes (a) e (b).

e) Suponha que os indivíduos tenham uma função de utilidade $U = (C_1)^{0,5} + \left(\dfrac{C_2}{1+r}\right)^{0,5}$. Mostre que uma taxa de imposto sobre o consumo (τ) não distorce as opções de consumo. [Dica: mostre que os indivíduos escolherão uma proporção de consumo C_2/C_1 igual à mesma expressão com o imposto sobre o consumo ou sem impostos.]

59) Suponha que os indivíduos tenham a mesma função de utilidade sobre o consumo e o trabalho dada por:

$$U(c, \ell) = (1 - \theta)\ln(c) + \theta \ln(50 - \ell)$$

em que c representa consumo e ℓ representa horas de trabalho e θ é um dado parâmetro, restrito a estar entre 0 e 1. Aqui, $\ln(x)$ denota o logaritmo natural de x. Suponha também que a única renda que os indivíduos têm é a renda do trabalho e que a taxa de salário por hora é dada por ω.

a) Escreva a restrição orçamentária do indivíduo.
b) Escreva o problema de maximização desse indivíduo e encontre as melhores opções de trabalho e consumo.
c) Agora, suponha que exista um imposto de $\tau = 0,2$ sobre a renda do trabalho. Resolva a nova escolha ideal de mão de obra e consumo.

60) Suponha que todos os indivíduos tenham a mesma função de utilidade sobre o consumo e o trabalho, dados por:

$$U(c, \ell) = c - \frac{\ell^2}{2}$$

em que c representa o consumo e ℓ representa as horas de trabalho. Suponha que a única renda que os indivíduos tenham é da renda do trabalho e que trabalhem com um salário por hora ω tributado à taxa τ.

a) Escreva a restrição orçamentária do indivíduo.
b) Encontre a oferta de trabalho ótima como uma função do salário ω e da renda τ.
c) Mostre que a taxa de imposto ótimo que maximiza a receita é $\tau^* = 0,5$.
d) Suponha que o governo use toda a receita arrecadada para fornecer às pessoas uma renda básica universal (ou seja, uma transferência de montante fixo (*lump-sum*) $T > 0$ por pessoa). Como a oferta de trabalho ideal do indivíduo é afetada? Discuta os efeitos renda e substituição e desenhe sua nova restrição orçamentária.
e) Agora imagine que existem dois indivíduos na economia: um ganha um salário de \$ 20/hora e um ganha um salário de \$ 100/hora. Resolva a oferta de mão-de-obra maximizadora de utilidade de cada indivíduo sob o imposto de maximização de receita à taxa $\tau = 0,5$ e calcule a receita gerada para o governo.
f) Agora imagine que existem dois indivíduos na economia: um ganha um salário de \$ 20/hora e um ganha um salário de \$ 100/hora. Suponha que haja uma eleição, e a nova administração do governo abandone a renda básica universal e mude o cronograma de impostos para que:

- Haja um subsídio de 100% sobre os primeiros R$ 1000 em renda do trabalho (isso significa que, se você ganhar até R$ 1000, o governo fornecerá uma transferência igual aos seus ganhos).
- Toda renda do trabalho acima de R$ 1000 é então tributada à alíquota de 50%.

Encontre a nova oferta de mão-de-obra de cada indivíduo e seu consumo após os impostos.

61) Considere um modelo de 2 períodos em que os indivíduos obtêm renda do trabalho de $Y = 200$ por trabalhar no período 1 e não trabalham no período 2 (aposentadoria). Os indivíduos escolhem quanto consumir em cada período. A poupança no período 1 é remunerada no período 2 a uma taxa de juros $r = 25\%$. Seja C_1 o consumo no período 1 e C_2 o consumo no período 2. Suponha que os indivíduos tenham uma função de utilidade $U = \ln C_1 + \ln C_2$.

a) Escreva o problema de maximização da utilidade do indivíduo e encontre C_1, C_2 e S ideais em uma economia sem impostos.

b) Agora suponha que um imposto de renda de $\tau = 20\%$ seja imposto sobre a renda do trabalho e da poupança. Encontre C_1, C_2 e S ideais com essa alíquota de impostos.

c) Compare a relação de consumo ${}^{C_2}/{}_{C_1}$ em (a) e (b). O imposto de renda distorce as opções de consumo?

d) Quanta receita o governo cobra de cada indivíduo sob o sistema de imposto de renda acima? Considere $\tau = 20\%$.

e) Suponha agora que o governo esteja pensando em mudar para um sistema em que apenas a renda do trabalho seja tributada. Encontre o imposto de renda do trabalho τ_L que permitiria ao governo obter a mesma receita que no sistema de tributação.

f) Encontre C_1, C_2 e S ideais com a alíquota de impostos τ_L que você encontrou anteriormente.

g) Compare a relação de consumo ${}^{C_2}/{}_{C_1}$ em (a) e (f). O imposto de renda sobre o trabalho distorce as opções de consumo?

62) Considere uma economia com um continuum de agentes i em $[0, 1]$. Existem dois bens: um bem não energético e um bem energético. Cada agente tem a mesma função de utilidade:

$$U_i(c_i, e_i, E) = (1 - \alpha)\log(c_i) + \alpha \log(e_i) - \lambda \log(E)$$

em que c_i é o consumo individual do bem não-energético, e_i é o consumo individual do bem energético e E é o nível agregado do bem energético. Além disso, supomos que $0 < \alpha < 1$ e $0 < \lambda < 1$.

a) Explique porque E entra negativamente na função de utilidade.

b) Em uma economia de livre mercado, cada agente i escolhe seu nível de consumo do bem não-energético c_i e do bem energético e_i para maximizar sua utilidade sob a restrição orçamentária $y_i = c_i + e_i$. Calcule os níveis ideais de c_i e de e_i.

c) Em uma economia planejada, um planejador benevolente escolhe o nível agregado de consumo do bem não-energético C e do bem energético E para maximizar o bem-estar social $U = U(C, E)$ sob a restrição orçamentária agregada $Y = C + E$. Calcule os valores socialmente ótimos de C e de E.

d) Mostre e explique brevemente por que o consumo de energia é menor na economia planejada do que na economia de livre mercado.

e) Agora, introduzimos um imposto corretivo t sobre o consumo de energia. A restrição de orçamento do agente i se torna $c_i + (1 + t)e_i = y_i$. Calcule os níveis ideais de c_i e de e_i.

f) Calcule a taxa de imposto t^* que permite obter o valor socialmente ideal de consumo do bem energético. [Dica: t^* é tal que $E^* = \int_0^1 e_i^* di$]

g) Mostre que t^* é uma função crescente de λ e explique brevemente o que isso significa.