

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Economia Matemática – SE 605  
1º Semestre/2024

*Professor Victor Rodrigues de Oliveira\**

## 1 INTRODUÇÃO

A Economia Matemática consiste na aplicação da Matemática ao desenvolvimento de modelos econômicos com o propósito de construir uma Teoria Econômica rigorosa e unificada. A disciplina tem como objetivo fornecer um estudo intermediário em Economia Matemática. É esperado que alunos que tiveram desempenho satisfatório em Cálculo I e Cálculo II (pré-requisitos) consigam acompanhar a discussão.



## 2 OBJETIVOS

A disciplina tem cinco objetivos principais, por prioridade:

1. Compreensão básica dos problemas e as principais discussões em Economia Matemática, principalmente sobre as aplicações de álgebra linear, otimização e equações diferenciais;
2. Aprimoramento da capacidade de analisar fenômenos econômicos de forma lógica, desapaixonada, científica e com raciocínio analítico;
3. Uso de evidências empíricas como argumentação;
4. Apresentar, como pano de fundo da discussão, o que é economia de verdade (aquela empregada no mundo inteiro);
5. Promover uma reflexão crítica e aberta sobre uma ampla gama de temas da realidade contemporânea, que podem ser entendidos por meio de modelos matemáticos e estatísticos.

## 3 RESULTADOS ESPERADOS

Espera-se que o estudante que participe das aulas ativamente consiga amadurecer sua visão a respeito do uso de modelos matemáticos no contexto de decisões econômicas e de *policymakers*, as oportunidades, problemas e desafios envolvidos em geral.

---

\*E-mail: victoroliv.rod@ufpr.br. Repositório: <https://github.com/VROVICTOR>.

## 4 MÉTODO DIDÁTICO

As aulas serão expositivas com debates e demonstrações de todos os resultados matemáticos. É esperado que o aluno interessado em participar desta disciplina tenha em sala de aula uma postura ativa ou pelo menos curiosa para que o conteúdo do curso seja enriquecedor para suas ideias e visão de mundo. Os alunos da disciplina terão um ambiente de amplo respeito à liberdade de expressão para se colocarem e são convidados a participarem do curso com uma mente aberta para ouvir e dialogar respeitosamente com as mais variadas opiniões e posições. Para cada conteúdo, quando adequado, serão resolvidos listas de exercícios como método de fixação do conteúdo. O professor irá disponibilizar notas de aula com os conteúdos ministrados em sala.

## 5 PROGRAMA DAS AULAS

---

### Aula 0

---

#### *Introdução*

1. Noções de Economia Matemática
2. Algumas contribuições da área

---

### Aula 1

---

#### *Álgebra Linear*

1. Oferta e demanda
2. Tributação
3. Peso morto
4. Vantagens comparativas
5. Consumo e crescimento
6. Cadeias de Markov e desemprego

---

### Aula 2

---

#### *Otimização com Restrição de Igualdade*

1. Estabelecendo os problemas:
  - (a) maximização de lucro
  - (b) maximização do lucro em monopólio
  - (c) investimento e retorno
  - (d) minimização de custo
2. Elasticidade-preço
3. Utilidade
4. Escolha intertemporal
5. Oferta da firma no curto prazo
6. Elasticidades e fusão de firmas
7. Bem-estar e fusão de firmas: modelo Farrell e Shapiro (1990)

8. Precificação:
  - (a) precificação homogênea
  - (b) discriminação de preço de primeiro grau
  - (c) discriminação de preço de segundo grau
9. Modelo de diferenciação horizontal de produto de Hotelling
10. Salário eficiência
11. Determinação de taxa de câmbio no curto e no longo prazo
12. Teste do monopolista hipotético
13. Como as variáveis “conversam”: modelo de regressão (estimador de MQO e de MV)

---

Aula 3

---

*Otimização com Restrição de Igualdade e de Desigualdade*

1. Racionamento
2. Modelo de Markowitz (média-variância)
3. Provisão ótima de bens públicos

---

Aula 4

---

*Estática Comparativa*

1. O método da estática comparativa
2. Otimização com e sem restrição
3. Teorema do envelope
4. Lagrangeano

---

Aula 5

---

*Equações Diferenciais*

1. Definição e tipos
2. Oferta e demanda: dinâmica de preços
3. Formação de expectativas
4. Modelo monetário de Cagan
5. Inflação e desemprego
6. Hipótese de histerese
7. Modelo Harrod-Domar
8. Modelo de Solow
9. Aversão ao risco: Arrow-Pratt
10. Matching no mercado de trabalho
11. Estabilidade do equilíbrio competitivo

## 6 AVALIAÇÃO

A avaliação da disciplina será feita por meio de três provas individuais e sem consulta (mesmo peso) e do conjunto de listas. A média final será computada como segue:

$$\text{Nota final} = 2/3 \times \text{MP} + 1/3 \times \text{ML}$$

em que MP é a média das provas e ML é a média das listas.

Data da prova 1: 26/03/2024 (conteúdo: álgebra linear/matricial)

Data da prova 2: 07/05/2024 (conteúdo: otimização)

Data da prova 3: 18/06/2024 (conteúdo: equações diferenciais)

Data do exame final: 02/07/2024

Cada conjunto de listas deve ser entregue até o dia da prova.

## 7 ORIENTAÇÕES GERAIS

Presença/faltas, segunda chamada, revisão de provas, exame final e demais demandas seguirão todas as orientações previstas nas resoluções e no regulamento geral da universidade.

## Referências

- Acemoglu, D. (2008). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press.
- Aleskerov, F., Ersel, H., and Piontkovski, D. (2011). *Linear Algebra for Economists*. Springer Science & Business Media.
- Altug, S., Chadha, J. S., and Nolan, C. (2003). *Dynamic Macroeconomic Analysis: Theory and Policy in General Equilibrium*. Cambridge University Press.
- Amman, H. M., Tesfatsion, L., Kendrick, D. A., Judd, K. L., and Rust, J. (1996). *Handbook of Computational Economics*. Elsevier.
- Apóstol, T. M. (1976a). *Calculus, Volume I*. Wiley & Sons.
- Apóstol, T. M. (1976b). *Calculus, Volume II*. Wiley & Sons.
- Apostol, T. M. (1996). *Análisis Matemático*. Reverté.
- Apostol, T. M. (2014). *Linear Algebra: A First Course with Applications to Differential Equations*. John Wiley & Sons.
- Arrow, K. and Intriligator, M. (2000). *Handbook of Mathematical Economics*. Elsevier.
- Ashenfelter, O. and Card, D. (1982). Time series representations of economic variables and alternative models of the labour market. *The Review of Economic Studies*, 49(5):761–782.
- Bellman, R. (2013). *Dynamic Programming*. Courier Corporation.
- Bellman, R. E. and Dreyfus, S. E. (2015). *Applied Dynamic Programming*. Princeton university press.
- Binmore, K. and Davies, J. (2002). *Calculus: Concepts and Methods*. Cambridge University Press.
- Birchenhall, C. and Grout, P. (1984). *Mathematics for Modern Economics*. Barnes & Noble Imports.
- Brandimarte, P. (2013). *Numerical Methods in Finance and Economics: A MATLAB-Based Introduction*. John Wiley & Sons.
- Cagan, P. (1956). The monetary dynamics of hyperinflation. *Studies in the Quantity Theory of Money*.
- Callahan, J. J. (2010). *Advanced Calculus: A Geometric View*. Springer Science & Business Media.
- Callioli, C. A., Domingues, H. H., and Costa, R. C. F. (2007). *Álgebra Linear e Aplicações*. Atual.
- Caputo, M. R. and Caputo, M. R. (2005). *Foundations of Dynamic Economic Analysis: Optimal Control Theory and Applications*. Cambridge University Press.
- Carter, M. (2001). *Foundations of Mathematical Economics*. MIT Press.
- Cerreia-Vioglio, S., Marinacci, M., and Vigna, E. (2018). *Principles of Mathematics for Economics*. Springer.
- Chiang, A. C. (1992). *Elements of Dynamic Optimization*. McGraw-Hill.
- Colonius, F. and Kliemann, W. (2014). *Dynamical Systems and Linear Algebra*. American Mathematical Society.
- Costa, B. and Werzler, F. (1986). *Álgebra Linear*. Harbra Editora.
- Dadkhah, K. (2011). *Foundations of Mathematical and Computational Economics*. Springer Science & Business Media.

- Dorfman, R. (1969). An economic interpretation of optimal control theory. *American Economic Review*, 59(5):817–831.
- Dornbusch, R. (1976). Expectations and exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy*, 84(6):1161–1176.
- Elaydi, S. N. (2007). *Discrete Chaos: With Applications in Science and Engineering*. Chapman and Hall/CRC.
- Friedberg, S. H. and Insel, A. J. (1986). *Introduction to Linear Algebra with Applications*. Prentice Hall.
- Friesz, T. L. (2010). *Dynamic Optimization and Differential Games*. Springer Science & Business Media.
- Gali, J. (2011). The return of the wage phillips curve. *Journal of the European Economic Association*, 9(3):436–461.
- Gali, J. and Monacelli, T. (2008). Optimal monetary and fiscal policy in a currency union. *Journal of International Economics*, 76(1):116–132.
- Gandolfo, G. (1997). *Economic Dynamics: Study Edition*. Springer Science & Business Media.
- Heer, B. and Maussner, A. (2009). *Dynamic General Equilibrium Modeling: Computational Methods and Applications*. Springer Science & Business Media.
- Holly, S. and Hallet, A. H. (1989). *Optimal Control, Expectations and Uncertainty*. Cambridge University Press.
- Hoy, M., Livernois, J., McKenna, C., Rees, R., and Stengos, T. (2011). *Mathematics for Economics*. MIT press.
- Judd, K. L. (2002). *Numerical Methods in Economics*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Kamien, M. I. and Schwartz, N. L. (2012). *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. Courier Corporation.
- Kirk, D. E. (2012). *Optimal Control Theory: An Introduction*. Courier Corporation.
- Kiusalaas, J. (2013). *Numerical Methods in Engineering with Python 3*. Cambridge university press.
- Klein, M. W. et al. (2014). *Mathematical Methods for Economics*. Harlow, Essex: Pearson.
- Kusuoka, S. and Maruyama, T. (2018). *Advances in Mathematical Economics*, volume 22. Springer.
- Leonard, D., Van Long, N., and Ngo, V. L. (1992). *Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics*. Cambridge University Press.
- Liberzon, D. (2011). *Calculus of Variations and Optimal Control Theory: A Concise Introduction*. Princeton University Press.
- Lima, E. L. (1996). *Algebra Linear*. IMPA, Rio de Janeiro.
- Lipschutz, S. and Lipson, M. (2009). *Algebra Linear: Coleção Schaum*. Bookman Editora.
- Ljungqvist, L. and Sargent, T. J. (2018). *Recursive Macroeconomic Theory*. MIT press.
- Melkumian, A. (2012). *Mathematical Economics*. Routledge.
- Miranda, M. J. and Fackler, P. L. (2004). *Applied Computational Economics and Finance*. MIT press.
- Moore, H. L. (1914). *Economic Cycles: Their Law and Cause*. New York: The Macmillan Company.
- Moreira, H. A. and Cysne, R. (2000). *Curso de Matemática para Economistas. 2ª Edição*. São Paulo: Editora Atlas.
- Muth, J. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica*, 29(3):315–335.
- Nikaido, H. (1960). *Introduction to Sets and Mappings in Modern Economics*. North-Holland.
- Robert, A. A. (2013). *Calculus: A Complete Course*. Prentice Hall.
- Sagan, H. (1969). *Introduction to the Calculus of Variations*. Courier Corporation.
- Samuelson, P. A. (1939). Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration. *The Review of Economics and Statistics*, 21(2):75–78.
- Schönbucher, P. (2004). *Applied Computational Economics and Finance*. Taylor & Francis.
- Scott, B. (1999). *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*. Oxford University Press.
- Sedaghat, H. (1997). A class of nonlinear second order difference equations from macroeconomics. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 29(5):593–603.
- Seierstad, A. and Sydsaeter, K. (1986). *Optimal Control Theory with Economic Applications*. Elsevier North-Holland, Inc.
- Shone, R. (2002). *Economic Dynamics: Phase Diagrams and their Economic Application*. Cambridge University Press.
- Simon, C. P. and Blume, L. (1994). *Mathematics for Economists*. Norton New York.
- Stachurski, J. (2009). *Economic Dynamics: Theory and Computation*. MIT Press.
- Stokey, N. and Lucas, J. R. E. (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press.
- Stokey, N. L. (2008). *The Economics of Inaction: Stochastic Control Models with Fixed Costs*. Princeton University Press.
- Sundaram, R. K. (1996). *A First Course in Optimization Theory*. Cambridge university press.
- Sydsaeter, K., Hammond, P., Seierstad, A., and Strom, A. (2008). *Further Mathematics for Economic Analysis*. Pearson education.
- Takayama, A. (1985). *Mathematical Economics*. Cambridge University Press.
- Takayama, A. (1993). *Analytical Methods in Economics*. University of Michigan Press.
- Taylor, J. B. (1980). Aggregate dynamics and staggered contracts. *Journal of Political Economy*, 88(1):1–23.
- Vali, S. (2014). *Principles of Mathematical Economics*. Springer.
- Weber, T. A. (2011). *Optimal Control Theory with Applications in Economics*. MIT Press.
- Woodford, M. (2003). Optimal interest-rate smoothing. *Review of Economic Studies*, 70(4):861–886.