Professor: Victor Oliveira

## Economia Matemática

## Lista de Exercícios I - A

1) A oferta e a demanda por um bem ao preço p são, respectivamente,

(1) 
$$S(p) = 3p - 50$$
 e  $D(p) = -2p + 100$ 

- a) Quantas unidades seriam compradas a \$40 por unidade e quantas a \$20 por unidade? Em cada caso, tanto o fornecedor quanto o consumidor estariam satisfeitos? No mesmo eixo, com o eixo vertical representando o preço, mostre as curvas q = S(p) e q = D(p), e o ponto de equilíbrio  $(q^*, p^*)$ .
- b) Suponha que S(p) = mp 50 para m > 0 e D(p) = -2p + 100. Explique como o ponto de equilíbrio (q, p) está relacionado a  $(q^*, p^*)$  quando m > 3 e quando m < 3. Confirme suas respostas graficamente.
- c) Suponha que S(p) = 3p 50 e D(p) = -mp + 100 para m > 0, e o equilíbrio ocorre para q unidades a preço p. Explique como q e p estão relacionados a  $q^*$  e  $p^*$  quando m > 2 e quando m < 2. Confirme suas respostas graficamente.
- d) Economistas afirmam que uma curva de oferta (curva de demanda) é "mais íngreme" se parecer mais vertical. Como m deve mudar para que a curva de oferta q=mp-50 seja mais íngreme, e como m deve mudar para que a curva de demanda q=-mp+100 seja mais íngreme? Confirme suas respostas expressando p como uma função de q.
- 2) Seja S = 3p 50 e D = -2p + 100.
  - a) Primeiro, explique por que D pode ser expressa como uma função decrescente de S. Em seguida, determine a função F(S) de modo que D = F(S).
  - b) Apresente o gráfico de D = F(S), com D representado no eixo vertical. Em seguida, mostre graficamente como determinar o ponto em que ocorre o equilíbrio. Confirme seu resultado de forma algébrica.
  - c) Suponha que D=f(p) e S=g(p). Explique por que D é uma função decrescente de S. Qual função de S é D?
- 3) Se a oferta e a demanda por um bem a um preço p forem S(p) = 3p 50 e D(p) = -2p + 100, no equilíbrio,  $q^* = 40$  unidades são vendidas a  $p^* = \$30$  por unidade. Agora, suponha que um imposto de \$5 seja imposto sobre esse bem. Então, no equilíbrio, o preço por unidade  $p_c$  que o consumidor paga e o preço por unidade  $p_s$  que o fornecedor recebe não são necessariamente iguais.
  - a) Suponha que o fornecedor pague o imposto de \$5 por item produzido; a quantidade D(p) demandada pelos consumidores não é afetada. Como o fornecedor recebe \$5 a menos por

- item produzido, a quantidade que ele fornecerá é S(p-5). Mostre como a curva de oferta q=S(p-5) está relacionada à curva de oferta q=S(p). Em seguida, determine o ponto de equilíbrio  $(\hat{q},\hat{p})$  para S(p-5) e D(p). Explique por que  $p_c=\$33$  e  $p_s=\$28$ . Qual fração do imposto é cobrada do consumidor e qual fração é cobrada do fornecedor?
- b) Suponha que o consumidor pague o imposto de \$5 por unidade comprada; a quantidade S(p) fornecida não é afetada. Como o preço para os consumidores aumentou em \$5, a demanda pelo bem é D(p+5). Determine o ponto de equilíbrio para S(p) e D(p+5) e use-o para mostrar por que  $p_c = \$33$  e  $p_s = \$28$ .
- c) Em um gráfico com p no eixo vertical, exiba os pontos  $(q^*,p^*)$ ,  $(\hat{q},p_c)$  e  $(\hat{q},p_s)$ . Mostre que  $\frac{\Delta p_c}{|\Delta p_s|}=\frac{3}{2}$ . Qual fração dos \$5 de imposto é cobrada do comprador e qual fração é cobrada do fornecedor? (Observação: o valor absoluto de  $p_s$  é usado porque o produtor receberá um preço menor após o imposto. No entanto, as proporções são as que importam.)
- 4) Deixe a oferta e a demanda por um bem a um preço p serem  $S(p) = m_s p + b_s$  e  $D(p) = -m_d p + b_d$ , em que  $m_s$  e  $m_d$  são positivos<sup>1</sup>.
  - a) Determine a quantidade  $q^*$  e o preço  $p^*$  no qual ocorre o equilíbrio.
  - b) Suponha que um imposto de \$T por item seja imposto ao fornecedor. Mostre que, no equilíbrio,  $p_c=p^*+\frac{m_sT}{m_s+m_d}$  e  $p_s=p^*-\frac{m_sT}{m_s+m_d}$  para  $q=q^*-\frac{m_sm_dT}{m_s+m_d}$  unidades.
  - c) Suponha que o comprador pague o imposto de \$T por item. Mostre que no equilíbrio,  $p_c$  e  $p_s$  são os mesmos que na parte (b). Quantas unidades são vendidas?
  - d) Mostre que  $\frac{\Delta p_c}{|\Delta p_s|} = \frac{p_c p^*}{p_s p^*} = \frac{m_s}{m_d}$ . Quando  $\Delta p_c > |\Delta p_s|$  e quando  $\Delta p_c < |\Delta p_s|$ ?
  - e) Trace o gráfico de  $p_c$  no eixo vertical versus  $\frac{m_s}{m_d}$  no eixo horizontal. O que faz  $p_c$  e  $p_s$  se aproximarem à medida que  $\frac{m_s}{m_d}$  aumenta?
- 5) Suponha que ao preço de equilíbrio no mercado internacional de petróleo de \$80 dólares o barril, a elasticidade-preço da demanda seja -0, 4, a elasticidade-preço da oferta seja 0, 2, as quantidades ofertada e demandada sejam de 100 milhões de barris/dia. Suponha ainda que as curvas de demanda e oferta são lineares convencionais. Imagine que um embargo econômico a um produtor mundial cause um deslocamento paralelo da curva de oferta para a esquerda em 30 milhões de barris/dia. Avalie:

 $<sup>^1</sup>$ A aplicação importante desta análise está relacionada ao desenvolvimento de políticas fiscais. Economistas fazem uma distinção entre a incidência de um imposto e o ônus fiscal. Como exemplo, as lojas são obrigadas a coletar o imposto sobre vendas, mas é evidente que o ônus do imposto recai sobre o consumidor. No caso de impostos sobre os produtores, a implicação política depende de a produtora poder ou não "transferir" o imposto para o consumidor e em que medida isso pode ocorrer. A resposta depende das elasticidades relativas de oferta e demanda. Imagine um consumidor cuja demanda por um produto é "perfeitamente inelástica", significando que a quantidade demandada não mudaria de forma alguma em resposta a qualquer alteração de preço. A curva de demanda seria representada graficamente como uma linha vertical e a elasticidade seria 0. Se um imposto fosse imposto aos produtores desse produto, ele seria totalmente transferido para os consumidores. Assim, os formuladores de políticas devem estar cientes de que ao tributar os produtores, o ônus recairá realmente sobre os consumidores. Há também uma transferência inversa de impostos, que ocorre quando o ônus é transferido para os produtores. Como seria de esperar, isso ocorre quando a oferta é relativamente inelástica em comparação com a demanda. Na análise dos ônus fiscais, o objetivo é avaliar o impacto no bem-estar econômico, denominado incidência fiscal. A incidência fiscal pode ser medida usando uma taxa de repasse definida como  $\frac{\varepsilon_s}{}$ 

LISTAI-A 3

- a) A função de demanda consistente com o preço e a quantidade antes do embargo é D(p) = 116 0, 2p.
- b) A função de oferta que é consistente com o equilíbrio antes do embargo é S(p) = 60 + 0, 5p.
- c) A função de oferta após o embargo é S(p) = 50 + 0.25p.
- d) Após o embargo, o preço de equilíbrio será de \$120 dólares, e a quantidade de equilíbrio será de 80 milhões de barris/dia.
- 6) No mercado de um determinado bem, a demanda agregada é  $Q^d = 100 \frac{3}{5}P$  e a oferta agregada é  $Q^s = 10 + \frac{2}{5}P$ . O governo cria um imposto específico (excise tax) de t = 10 por unidade comercializada. Calcule o custo de eficiência do imposto (deadweight loss), denotado por  $\mathcal{H}$ , pelos três caminhos possíveis, como mostrado abaixo.

$$\mathcal{H} = \begin{cases} -\frac{1}{2} (\Delta Q) t & \text{ou} & \frac{1}{2} |\Delta Q| t \\ \frac{1}{2} \left( \frac{bd}{b+d} \right) t^2 \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\eta_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \eta_0} \right) V_0 \theta^2 & \text{ou} & \frac{1}{2} \left( \frac{|\eta_0| \varepsilon_0}{\varepsilon_0 + |\eta_0|} \right) V_0 \theta^2 \end{cases}$$

- 7) Considere que a demanda por livros é dada por D = 200 4p e a oferta competitiva total é dada por S = 20p 40. Indique quais das seguintes informações são verdadeiras:
  - a) No equilíbrio, cada livro é vendido por \$5 e são vendidos e comprados 80 livros.
  - b) A elasticidade-preço da demanda no equilíbrio é 2.
  - c) A elasticidade-preço da oferta no equilíbrio é 1.
  - d) Com a introdução de um imposto específico, a parcela que recai sobre os consumidores será de 0.5.
  - e) Com a introdução de um imposto específico, a parcela que recai sobre os produtores será de 0,5.
- 8) Considere que a demanda por livros é dada por D = 200 4p e a oferta competitiva total é dada por S = 20p 40. Calcule o custo de eficiência de um imposto (deadweight loss), denotado por  $\mathcal{H}$ .
- 9) Em uma economia nacional, a demanda por trigo é  $P_d=120-\frac{Q}{2}$  e a oferta doméstica é  $P_s=3\frac{Q}{2}$ . O governo cria uma tarifa de importação de t=15 por unidade importada. Julgue os itens a seguir:
  - a) Antes da tarifa, a quantidade importada de trigo era de 180.
  - b) A tarifa provoca uma redução de 25% da quantidade importada.
  - c) O custo de eficiência (deadweight loss) dessa tarifa é DWL = 300.
  - d) A parcela do custo de eficiência correspondente aos importadores que não suportam o preço mais alto é de \$75.

10) No mercado doméstico de um certo bem existem 8 ofertantes, cada um ofertando uma única unidade discreta, e 8 demandantes, cada um demandando uma única unidade discreta. Os preços de oferta de cada ofertante e de demanda de cada demandante são dados nas tabelas abaixo:

Tabela 1—Preços de Oferta

Ofertante	Preço de demanda
1.	1
2.	2
3.	3
4.	4
5.	5
6.	6
7.	7
8.	8

Tabela 2—Preços de Demanda

Demandante	Preço de demanda
1.	6
2.	6
3.	5
4.	5
5.	5
6.	4
7.	3
8.	2

O bem pode ser livremente adquirido no mercado internacional ao preço competitivo de \$3. Suponha que, se indiferente entre comprar no mercado doméstico ou importar, o demandante compra no mercado doméstico; o mesmo valendo se a escolha é integralmente dentro do mercado doméstico, o demandante compra no mercado doméstico; se indiferente entre importar ou não importar, o demandante importa. O governo cria uma tarifa de importação de \$1 por unidade. Julgue os itens a seguir:

- a) Calcule a quantidade e o preço de equilíbrio sem a tarifa de importação.
- b) Calcule a quantidade e o preço de equilíbrio com a tarifa de importação.
- c) Calcule o valor da arrecadação do governo.
- d) Calcule o peso morto.
- 11) Com respeito aos efeitos dos impostos, assinale quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

LISTAI-A 5

- a) Se as curvas de demanda e oferta do mercado forem lineares, sendo p o preço do produto e t um imposto específico, então  $\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta \varepsilon}$ , em que  $\eta$  é a elasticidade preço da oferta e  $\varepsilon$  é a elasticidade preco da demanda.
- b) No caso de um imposto específico t, o equilíbrio do mercado será diferente se o imposto for cobrado dos vendedores ou dos compradores.
- c) Se a elasticidade preço da demanda for 0 e a elasticidade preço da oferta for 1, o custo do imposto específico recairá totalmente sobre os produtores.
- d) O peso morto decorrente da introdução de um imposto específico em um mercado com curvas de oferta e demanda lineares não depende do preço antes da incidência do imposto.
- e) Se as curvas de demanda e oferta forem lineares, a receita fiscal do governo compensa a introdução de um imposto específico e gera um peso morto nulo.
- 12) Considere um trabalhador que, a qualquer momento t, está ou desempregado (estado 0) ou empregado (estado 1). Suponha que, durante um período de um mês,
  - a) Um trabalhador desempregado encontra um emprego com uma probabilidade  $\alpha \in (0,1)$ .
  - b) Um trabalhador empregado perde o emprego e se torna desempregado com uma probabilidade  $\beta \in (0,1)$ .

Podemos escrever a matriz de transição como

(2) 
$$P = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \beta & 1 - \beta \end{pmatrix}$$

Responda:

- a) A longo prazo, qual fração do tempo um trabalhador se encontra desempregado?
- b) Condicional ao emprego, qual é a probabilidade de se tornar desempregado pelo menos uma vez nos próximos 12 meses?
- 13) Considere a seguinte situação para a economia

(3) 
$$P = \begin{pmatrix} 0,971 & 0,029 & 0 \\ 0,145 & 0,778 & 0,077 \\ 0 & 0,508 & 0,492 \end{pmatrix}$$

em que

- a frequência é mensal
- o primeiro estado representa o "crescimento normal" da economia
- o segundo estado representa uma "recessão leve" da economia
- o terceiro estado representa uma "recessão severa"

Por exemplo, a matriz nos diz que quando o estado é crescimento normal, o estado será novamente crescimento normal no próximo mês com uma probabilidade de 0,97. Qual será a configuração dessa matriz de transição para os próximos 12, 24 e 36 meses da economia?

14) Considere a seguinte situação para um trabalhador

(4) 
$$P = \begin{pmatrix} 0, 9 & 0, 1 & 0 \\ 0, 4 & 0, 4 & 0, 2 \\ 0, 1 & 0, 1 & 0, 8 \end{pmatrix}$$

em que

- a frequência é trimestral
- o primeiro estado representa a permanência no estado atual de emprego
- o segundo estado representa o estado de desemprego
- o terceiro estado representa a saída para fora do mercado de trabalho
- a) Qual será a probabilidade do trabalhador permanecer empregado nos próximos 3, 6, 9 e 12 trimestres?
- b) Qual será a probabilidade do trabalhador transitar de empregado para desempregado dentro de 5 e 7 trimestres?
- c) Qual será a probabilidade do trabalhador transitar de empregado para fora do mercado de trabalho dentro de 4 e 9 trimestres?
- d) Qual será a probabilidade do trabalhador transitar de desempregado para empregado dentro de 2 e 6 trimestres?
- e) Qual será a probabilidade do trabalhador transitar de fora do mercado de trabalho para desempregado dentro de 3 e 8 trimestres?
- 15) Considere a seguinte situação para um aluno

$$(5) P = \begin{pmatrix} 0, 4 & 0, 6 \\ 0, 2 & 0, 8 \end{pmatrix}$$

em que

- a frequência é semestral
- o primeiro estado representa o turno atual do curso
- o segundo estado representa o outro turno do curso
- a) Qual será a probabilidade do aluno permanecer no mesmo turno nos próximos 1, 3 e 5 semestres?
- b) Qual será a probabilidade do aluno migrar de turno nos próximos 2, 4 e 6 semestres?

LISTA I – A

16) Considere a seguinte situação para um indivíduo

(6) 
$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0, 5 & 0 & 0, 5 & 0 \\ 0 & 0, 5 & 0 & 0, 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

em que

a frequência é anual

o primeiro estado representa a probabilidade de migrar de cidade

- o segundo estado representa a probabilidade de permanecer na cidade atual
- o terceiro estado representa a probabilidade de migrar de estado
- o quarto estado representa a probabilidade de migrar de país
- a) Qual será a probabilidade do indivíduo permanecer na mesmo cidade nos próximos 1, 3 e 4 anos?
- b) Qual será a probabilidade do indivíduo migrar de cidade dentro de 6 anos?
- c) Qual será a probabilidade do indivíduo migrar de país dentro de 10 naos?
- 17) A análise dos volumes diários de tráfego na Avenida Visconde de Guarapuava entre os anos de 2015 e 2022 mostra que a probabilidade de transição entre os estados L, M, H é dada pela matriz de transição de probabilidade de Markov.

(7) 
$$P = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/3 & 1/2 & 1/6 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 \end{pmatrix}$$

em que

a frequência é anual

L é baixa intensidade de tráfego

M é moderada intensidade de tráfego

H é alta intensidade de tráfego

Baseado nessas informações, dê uma projeção do tráfego para 2030.

18) Considere um modelo de Leontief para uma economia aberta, em que A é a matriz de insumoproduto, D é o vetor de demanda externa, e X é o vetor de nível de produção. Sejam os seguintes dados:

(8) 
$$A = \begin{pmatrix} 0,005 & 0,5 \\ 0,1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8000 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

8

Pede-se:

- a) Compute o nível de produção  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .
- b) Agora, compute o nível de produção  $X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$  sabendo que a demanda externa se alterou para  $B=\begin{pmatrix}7300\\2500\end{pmatrix}$ .
- 19) Uma economia tem duas indústrias, R e S. O consumo atual é fornecido pela tabela abaixo

	Consumo		
	R	S	Externo
Produção da indústria R	50	50	20
Produção na indústria S	60	40	100

Suponha que a nova demanda externa seja de 100 unidades de R e 100 unidades de S. Determine os novos níveis de produção.

20) Considere um modelo de Leontief para uma economia fechada como segue

(9) 
$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Calcule todos os salários, dado que o salário para o 3º produto é de R\$30.000,00.

- 21) Suponha que existam três setores, cada um produzindo unidades do seu próprio produto. Para que cada setor funcione, ele precisa de uma quantidade do seu próprio produto, bem como de alguns produtos dos outros setores. Suponha que tenhamos o seguinte:
  - Para o setor 1 produzir 1 unidade do produto 1, são necessárias 0,10 unidades do produto 1, 0,20 unidades do produto 2 e 0,25 unidades do produto 3.
  - Para o setor 2 produzir 1 unidade do produto 2, são necessárias 0,15 unidades do produto 1, 0 unidades do produto 2 e 0,40 unidades do produto 3.
  - Para o setor 3 produzir 1 unidade do produto 3, são necessárias 0,12 unidades do produto 1, 0,30 unidades do produto 2 e 0,20 unidades do produto 3.

Pede-se:

LISTA I – A

- a) Se o objetivo é que os setores produzam  $p_1$  unidades do produto 1,  $p_2$  unidades do produto 2 e  $p_3$  unidades do produto 3, qual é a exigência interna total?
- b) Se o vetor de demanda é  $\begin{pmatrix} 100\\200\\300 \end{pmatrix}$ , qual a quantidade total que deve ser produzida?