Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Economia
SE620 – Economia do Setor Público

Prof. Dr. Victor Oliveira

INSTRUÇÕES

1) Apresente a resolução completa (mostre os cálculos necessários e as justificativas) de cada questão a ser respondida.
2) Seja detalhista nas manipulações.
3) Questões sem o desenvolvimento não serão avaliadas.
4) **Escreva de modo muito claro e muito organizado**. A desorganização e a falta de clareza irá implicar no desconto de 1,0 ponto na nota final da avaliação.

EXERCÍCIOS

1) Considere uma economia composta por 2 indivíduos – A e B – que consomem 2 bens – 1 e 2. A função de utilidade dos indivíduos é:

$$U^A = \log(x_1^A) + \log(x_2^A) + \frac{1}{2}\log(x_1^B)$$
$$U^B = \log(x_1^B) + \log(x_2^B) + \frac{1}{2}\log(x_1^A)$$

em que x_j^i é a quantidade do bem j consumida pelo indivíduo i. Cada indivíduo é dotado de 1 unidade de renda. Seja o preço unitário de ambos os produtos igual a 1.

a) Calcule a situação de equilíbrio descentralizado dessa economia.

Solução

$x_1^B = \frac{1}{2}$ e $x_2^B = \frac{1}{2}$

b) Calcule o ótimo social se a função de bem-estar social for a soma das funções de utilidade dos indivíduos.

Solução

$x_1^A = \frac{3}{5}, x_2^A = \frac{2}{5}, x_1^B = \frac{3}{5}, x_2^B = \frac{2}{5}$

c) Compare as quantidades do bem 1 nas duas situações. Comente.

d) Mostre que o ideal social pode ser alcançado em uma estrutura descentralizada, graças a um subsídio s sobre o bem 1 (portanto, o preço desse bem é agora $1 - s$), com o custo desse subsídio coberto por um imposto fixo T sobre cada consumidor.

Solução

Para o consumidor 1 temos:

$$L = \log(x_1^A) + \log(x_2^A) + \frac{1}{2}\log(x_1^B) + \lambda\left[1 - T - (1-s)x_1^A - x_2^A\right]$$

Para o consumidor 2 temos:

$$L = \log(x_1^B) + \log(x_2^B) + \frac{1}{2}\log(x_1^A) + \mu\left[1 - T - (1-s)x_1^B - x_2^B\right]$$

Temos que $T = s\dfrac{3}{5}$.

e) Seja a situação acima. Qual o valor ótimo do subsídio?

Solução

Temos que $s = \dfrac{1}{3}$.

2) Uma casa um pouco ao sul do campus tem dois residentes: A e B. Toda a limpeza da casa é feita exclusivamente através dos esforços individuais dos dois residentes, que, depois de comer, dormir e socializar, têm 49 horas por semana para se dedicar a alguma combinação de estudo e limpeza. A utilidade de A para estudar e limpar é dada por $U_A = 20\log S_A + 4\log C$ e a utilidade de B para estudar e limpar é dada por $U_B = 20\log S_B + 5\log C$, em que C é a limpeza total feita no apartamento, dada pela soma da contribuição de cada indivíduo $C = C_A + C_B$, e S é o tempo de estudo.

a) Quanto tempo A e B passam estudando e limpando?

Solução

Temos que $s = \dfrac{1}{3}$.

b) Qual é a quantidade de tempo socialmente ideal que eles devem gastar? Se sua resposta difere da parte a), por quê?

Solução

Temos que $C_A = 0 \quad \therefore \quad S_A = 49$ e $C_B = \dfrac{49}{5} \quad \therefore \quad S_B = \dfrac{196}{5}$.

3) Seja $U = (x_1)^\alpha(x_2 y)^{1-\alpha}$, em que y é uma externalidade. É uma externalidade positiva ou negativa? Como ela afeta a demanda do bem 1 comparativamente à demanda pelo bem 2?

Solução

Nenhuma das demandas pelos bens é afetada pela externalidade.

4) Suponha que temos dois consumidores representativos. A utilidade de cada um deles é $U_1 = (x_1^1 x_1^2)^{\alpha}(x_2^1 x_2^2)^{1-\alpha}$ e $U_2 = (x_1^2 x_1^1)^{\alpha}(x_2^2 x_2^1)^{1-\alpha}$, em que x_i^h é o consumo do bem i pelo consumidor h. Mostre que o equilíbrio é eficiente a despeito da externalidade. Explique.

Solução

Nenhuma das demandas pelos bens é afetada pela externalidade.

5) Suponha que foi descoberto ouro em uma região do interior do Brasil e que o preço do grama de ouro é R$ 1. A quantidade produzida de ouro em gramas (q) pode ser expressa como função do número de garimpeiros (n), de acordo com a função $q = 40n - 2n^2$, e o custo do material individual para garimpagem é R$ 12. Na região em que se descobriu ouro foi concedido livre acesso. Determine a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo.

Solução

Número ótimo é 7 e o número efetivo é 14.

6) Considere dois agentes, $i = 1, 2$, que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função de utilidade $u_i(v_i) = 2v_i$, em que v_i é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por $p(v_1, v_2)$, e que dá a eles um custo de 0,5 cada.

a) Escreva o problema privado de maximização de cada motorista.

Solução

O início da solução é $\max_{v_i} [u_i(v_i) - p(v_1, v_2)c_i]$

b) Derive as condições de primeira ordem e resolva o problema.

Solução

$\frac{\partial p(v_1, v_2)}{\partial v_1} = 4, \frac{\partial p(v_1, v_2)}{\partial v_1} = 4$

c) Escreva o problema o social.

Solução

O início da solução é

$\max_{v_1, v_2} \pi(v_1, v_2) [2v_1 + 2v_2 - p(v_1, v_2)]$

d) Derive as condições de primeira ordem e resolva o problema.

Solução

$\frac{\partial p(v_1, v_2)}{\partial v_1} = 2, \frac{\partial p(v_1, v_2)}{\partial v_1} = 2$

7) O número total de peixes capturados em uma pesca local não excludente é dado por $f(k)$, onde k é o número total de barcos de pesca que trabalham no local de pesca. Suponha que $f' > 0$ e $f'' < 0$, e que $f(0) = 0$. Ou seja, assumimos que a produção total de peixes é uma função côncava crescente do número de barcos que trabalham no local de pesca. Observe também que, como consequência da concavidade de $f(\cdot)$, $\frac{f(k)}{k} > f'(k)$. Ou seja, o número de peixes capturados por barco é sempre maior que o produto marginal da adição de outro barco. Isto resulta da observação de que o produto médio é decrescente com uma função de produção côncava. Defina $PMe(k) = \frac{f(k)}{k}$. Então, $PMe'(k) = \frac{1}{k}(f'(k) - PMe(k)) < 0$. Portanto, $PMe(k) > f'(k)$. Os barcos de pesca são produzidos a um custo $c(k)$, em que k é o número total de barcos e $c(\cdot)$ é uma função estritamente crescente e estritamente convexa. O preço do peixe é normalizado para 1.

   a) Encontre o número eficiente de barcos.

      Solução

      $f'\left(k^0\right) = c'\left(k^0\right)$

   b) Resolva o problema dos produtores de barco.

      Solução

      $c'(k) = p$

   c) Partindo do pressupondo que cada barco pesqueiro captura o mesmo número de peixes, resolva o problema do pescador.

      Solução

      $f'(k^*)\frac{k_i^*}{k^*} + \frac{f(k^*)}{k^*}\left(\frac{k_{-i}^*}{k^*}\right) = c'(k^*)$

   d) O fenômeno anterior, de que o mercado tenderá a usar em excesso recursos comuns, é conhecido como a tragédia dos comuns. Por exemplo, colocar uma cota no número de barcos que cada pescador pode possuir ou no número de peixes que cada barco pode capturar ajudaria a resolver o problema. Além disso, a tributação de barcos ou peixes também ajudaria a resolver o problema. Qual seria o imposto do barco apropriado?

      Solução

      $t* = \frac{k_{-i}^*}{k^*}\left(\frac{f(k^*)}{k^*} - f'(k)\right)$

8) Uma empresa de gás natural do Rio de Janeiro possui muitos dutos que passam por baixo das áreas que agora são povoadas. A empresa pode investir R\$ u na manutenção dos tubos. A manutenção afeta duas coisas. Primeiro, mais manutenção significa que a empresa de gás perderá menos gás nos canos. Suponha que o valor do gás perdido seja dado por $\frac{1}{u}$. Então, mais manutenção

reduz a quantidade de gás perdido. Segundo, mais manutenção significa menos danos à terra acima dos canos. Suponha que o valor do dano à terra acima dos tubos seja dado por $3\frac{1}{u}$. Então, mais manutenção diminua a quantidade de dano à terra acima.

a) Qual é o nível socialmente ideal de manutenção, u? Qual é o valor do gás perdido? Qual é o valor do dano à terra?

Solução

$u = 2$, o valor do gás perdido é $\frac{1}{2}$ e o dano à terra seria de $\frac{3}{2}$.

b) Que nível de u é escolhido pela empresa de gás quando ninguém é dono da terra acima dos canos? Agora, qual é o valor do gás perdido? Qual é o valor do dano à terra? Qual é a perda de peso morto?

Solução

$u = 1$, o valor do gás perdido é 1 e o dano à terra seria de 3. O custo social é 5 e o privado é 4. Logo, a perda de peso morto é 1.

c) Suponha agora que a companhia de gás possua a terra acima dos canos. Que nível de u eles escolherão agora? Isso é ótimo? Caso contrário, calcule a perda de peso morto.

Solução

$u = 2$. Não há perda de peso morto.

d) Suponha agora que João Silva, um cidadão comum, possua a propriedade acima da usina e possa processar a empresa de gás natural sem custos pelos prejuízos causados à sua propriedade. Qual nível de u será escolhido pela empresa de gás natural? Quanto será pago pela companhia de gás a João Silva?

Solução

$u = 2$. A companhia de gás pagará a João Silva $\frac{3}{2}$ pelos danos materiais.

e) Suponha agora que os tribunais são imperfeitos (uma realidade do Brasil): para cada R$ 1 em dano real, apenas 50% do dano pode ser recuperado no tribunal. Portanto, se o verdadeiro dano a João for L, a empresa de gás pagará apenas $\frac{L}{2}$.

i) Suponha que João Silva seja o proprietário da propriedade. Qual nível de u será escolhido pela empresa de gás? Isso é eficiente? Caso contrário, qual é a perda de peso morto?
Solução

$u = \sqrt{\frac{5}{2}}$. A perda de peso morto é $4 - \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \frac{4}{\sqrt{\frac{5}{2}}}\right)$.

ii) Suponha que a empresa de gás possua a propriedade. Qual o nível de u será escolhido? Isso é eficiente? Caso contrário, qual é o peso morto?

Solução

$u = 2$. A perda de peso morto é zero.

9) Duas usinas de energia fornecem energia para a cidade de Curitiba: uma usina de propriedade da UFPR e uma usina de propriedade de uma empresa privada. Ambas as usinas queimam carvão para produzir eletricidade e, consequentemente, produzem *smog*[1] como subproduto. A usina privada poderia reduzir sua poluição atmosférica, mas a um total de $c_M(x_M) = 5x_M^2$, em que x_M indica o número total de unidades de poluição atmosférica reduzidas pela unidade privada. A fábrica da UFPR é um pouco menos eficiente e seu custo total para reduzir a poluição atmosférica é dado por $c_H(x_H) = 7x_H^2 + 10x_H$. O governo de Curitiba contratou uma equipe de ambientalistas que calculou que a redução total da poluição atmosférica na cidade é de $100(x_M + x_H)$.

a) Calcule o nível de redução socialmente ideal para cada usina.

Solução

$x_M = 100$ e $x_H = \dfrac{90}{14}$.

b) O governo de Curitiba considera a imposição de um imposto sobre a produção de energia.

i) Qual o valor do imposto deve ser proposto para atingir os valores de redução que você calculou acima.

Solução

100 por unidade. Calcule!

ii) Escreva o problema de otimização de cada firma sob o imposto e mostre que cada uma escolherá em particular a quantidade de redução socialmente ideal.

Solução

$\max 100x_i - c_i(x_i)$

c) De repente, um economista é votado como prefeito de Curitiba. Ele impõe que as usinas de Curitiba devem reduzir a poluição atmosférica em 5 unidades no total. Além disso, ele declara que as empresas poderão negociar licenças de forma competitiva. Um dos antigos colegas de classe do prefeito à época da pós-graduação administra a usina privada, de modo que o prefeito concede a ela 5 autorizações e à usina da UFPR 0. Como resultado, a UFPR deverá diminuir em 5 unidades, e a usina privada (já que possui todas as licenças) não precisará diminuir.

[1] Resulta da combustão de grandes quantidades de carvão que produz uma mistura de fumo, dióxido de enxofre e outros compostos e em termos genéricos é nevoeiro contaminado por fumaça.

i) A usina da UFPR certamente desejará comprar algumas licenças da usina privada. Explique intuitivamente (sem matemática), por que essa transação pode acontecer.

ii) Denote o número de licenças que a usina privada possui como y_M (de modo que $x_M = 5 - y_M$) e denote o preço competitivo das permissões como p. Derive a quantidade de licenças que a usina privada acabará mantendo em função de p.

Solução

$x_M = \dfrac{p}{10}$

iii) Calcule a quantidade de licenças que a UFPR terá em função de p.

Solução

$x_H = \dfrac{p - 10}{14}$

iv) Usando o fato de que $y_M + y_H = 5$, calcule p.

Solução

$p = \dfrac{100}{3}$

10) Gilroy, Califórnia, é a capital mundial do alho. Infelizmente, o cheiro de alho permeia todos os aspectos da vida na cidade. Existem apenas dois moradores dispostos a viver dentro dos limites da cidade, Ana e Bete. Ana ganha uma renda de 460 e Bete ganha uma renda de 440. Um vendedor está visitando a cidade, oferecendo unidades de conversão de odores que convenientemente transformam odor de alho e produzem ar puro. As preferências sobre o ar puro (C) e todos os bens de consumo privado (x_i) para o indivíduo i são dadas por:

$$u_i = 5\ln(x_i) + \ln C$$

O fornecimento total de ar limpo é dado como a soma das compras individuais: $C = C_A + C_B$. O preço do ar limpo é 2, enquanto o preço de todos os outros bens privados é 1.

a) Calcule a provisão privada de ar limpo de Ana e Bete, considerando a provisão do outro como determinado. Ou seja, resolva para C_A em função de C_B no problema de otimização de Ana e vice-versa. Você pode explicar o sinal da contribuição do outro residente nessas funções de resposta?

Solução

$C_A = \dfrac{115}{3} - \dfrac{5}{6}C_B$ e $C_B = \dfrac{110}{3} - \dfrac{5}{6}C_A$.

b) Se o governo não intervir, que nível de ar limpo será fornecido? Quantas unidades são fornecidas por Ana? Quantas por Bete?

Solução

$C_A = \dfrac{280}{11}$ e $C_B = \dfrac{170}{11}$.

c) Qual é o nível socialmente ideal de fornecimento de ar limpo? (Você pode assumir uma função utilitária de bem-estar social). Esse valor diverge do encontrado em (b)? Explique, se houver diferença, porque isso ocorre.

Solução

$C = 75$ pela regra de Samuelson.

d) Suponha que o governo local esteja insatisfeito com o nível de provisão privada. O governo tributa tanto Ana quanto em Bete em R$ 30, por meio de um imposto lump-sum (a renda líquida de impostos é efetivamente reduzida para 440 e 410, respectivamente) para fornecer 30 unidades de ar limpo. Tanto Ana quanto Bete são livres para comprar unidades adicionais de ar limpo, se acharem particularmente ideal fazê-lo. Qual é o nível total de ar limpo fornecido? Explique claramente o impacto da tributação pelo governo local na provisão privada de cada residente. Como esta resposta se compara a encontrada em (b)?

Solução

Desconte o imposto da renda e refaça as contas.

11) Os Simpsons e os Flandres são vizinhos de lado. Os Simpsons gostam de ouvir música muito alto. Os Flandres preferem sossego. Usando x para denotar o volume da música dos Simpsons em decibéis e usando y_S e y_F para denotar seu consumo mensal de outros bens (em dólares), as preferências das famílias Simpsons e Flandres são descrito pelas seguintes funções de utilidade:

$$u_S(x, y_S) = y_S + 9x - \frac{1}{2}x^2$$
$$u_F(x, y_F) = y_F - x^2$$

A renda mensal familiar é de R$ 3000. O custo de ouvir música alta é de R$ 3. Determine o volume eficiente de Pareto da música dos Simpsons.

Solução

$x = 2$

12) Alice é uma musicista; Beto não é. Seja x o número de horas por dia que Alice dedica a escrever, tocar e gravar sua música. Alice tem um custo de R$ 4 por cada hora que ela gasta produzindo música. Permita que y_A e y_B denotem os gastos em dólares de Alice e Beto em bens que não sejam música. Cada um possui R$ 100 de renda por dia. As preferências de Alice e Beto pela música

de Alice são descritas pelas funções de utilidade

$$u_A(x, y_A) = \begin{cases} y_A + 8x - \dfrac{1}{2}x^2 & x \leq 8 \\ y_A + 32 & x \geq 8 \end{cases}$$

e

$$u_B(x, y_B) = \begin{cases} y_B + 12x - \dfrac{1}{2}x^2 & x \leq 12 \\ y_B + 72 & x \geq 12 \end{cases}$$

a) Quanto Alice produzirá se ela nem souber que Beto existe?

Solução

$x = 4$

b) Suponha que Alice produza a quantidade de música em (a) e Beto tenha encontrado uma maneira de piratear a música baixando-a do computador de Alice. Alice não tem como impedir Beto dessa pirataria de "carona". Quanto excedente de consumidor Alice e Beto obtêm? (Não se esqueça que custa a Alice R$ 4 por cada hora que ela dedica à produção de música.)

Solução

Excedente de Ana é 8 e o de Beto é 40.

c) Qual é a quantidade de música de Pareto para Alice produzir? Qual é o excedente total nesse nível de música?

Solução

$x = 8$ com excedente total de 64.

d) Agora, suponha que Beto e Alice concordem com um pagamento de transferência t de Beto para Alice, em troca de Alice produzir a quantidade de música de Pareto. Determine a faixa de pagamentos que geram alocações principais e determine o excedente do consumidor de cada um em função de t.

13) A cervejaria R utiliza água do Rio Barigui em suas operações de fabricação de cerveja. Recentemente, a empresa P abriu uma fábrica a montante da cervejaria. As operações de fabricação da empresa P poluem a água do rio: seja x o número de galões de poluente que a empresa P despeja no rio todos os dias. Os lucros da cervejaria são reduzidos em x^2 reais por dia, porque é esse o custo da cervejaria para limpar os poluentes da água que usa. O nível de operação maximizador de lucro da empresa P envolve o despejo diário de 30 galões de poluente no rio. Alterar suas operações para despejar menos poluente reduz o lucro da empresa P: especificamente, o lucro diário da empresa P é reduzido pela quantidade $\dfrac{1}{2}(30 - x)^2$ se despejar x galões de

poluente por dia. Não há leis que restrinjam a quantia que a empresa P possa poluir a água e nenhuma lei exigindo que a empresa P compense a cervejaria pelos custos impostos por sua poluição. Determine o nível eficiente de poluição. Se a eficiência exigir que $x < 30$, determine a faixa de barganhas que as duas firmas devem alcançar – ou seja, os valores máximo e mínimo em reais que a cervejaria deve pagar à empresa P em troca do acordo da empresa P em despejar apenas x (menos de 30) galões por dia.

Solução

$x = 10$. Deve pagar entre 200 e 800.

14) Há um grande número de passageiros que decidem usar o carro ou o metrô. O deslocamento de trem ao trabalho leva 70 minutos, independentemente do número de passageiros que tomam o trem. O deslocamento de carro leva $C(x) = 20 + 60x$ minutos, em que x é a proporção de passageiros que usa carro para trabalho com $0 \leq x \leq 1$.

a) Trace as curvas do tempo de deslocamento de carro e o tempo de deslocamento de trem em função da proporção de usuários de automóveis. Em seguida, determine a decisão de cada viajante $d(x)$ sobre usar o carro ou o trem em função do tempo $C(x)$.

b) Qual é a proporção de passageiros que tomam o carro se todos estão tomando sua decisão de forma livre e independente, a fim de minimizar o tempo de deslocamento?

Solução

$x = \dfrac{5}{6}$

c) Qual é a proporção de usuários de carro que minimiza o tempo total de deslocamento?

Solução

$x = \dfrac{5}{12}$

d) Compare isso com a sua resposta dada na parte (b). Interprete a diferença. Qual é o tamanho da perda de peso morto da externalidade?

Solução

Peso morto de 10,41.

e) Explique como um pedágio poderia atingir a alocação eficiente de passageiros entre trem e carro e o benefício para todos.

15) Na ilha de Pago Pago existem dois lagos e 20 pescadores. Cada pescador pode pescar em qualquer lago e manter a captura média em seu lago específico. No lago x, o número total de peixes capturados é dado por

$$F^x = 10\ell_x - \frac{1}{2}\ell_x^2$$

em que ℓ_x é o número de pessoas que estão no lago. Para o lago y, temos:

$$F^y = 5\ell_y$$

a) Sob essa organização da sociedade, qual será o número total de peixes capturados?

Solução

100 peixes.

b) O chefe de Pago Pago, depois de ler um livro de economia, acredita que é possível aumentar o número total de peixes capturados restringindo o número de pessoas autorizadas a pescar no lago x. Qual deve ser o número de indivíduos permitido pescar no lago x, a fim de maximizar a captura total de peixe? Qual é o número de peixes capturados nessa situação?

Solução

5 pescadores no lago x. A produção total seria de 112,5 peixes.

c) Ao se opor à coerção, o chefe decide exigir uma licença de pesca para o lago x. Se o procedimento de licenciamento é a alocação ideal de mão-de-obra, qual deve ser o custo de uma licença (em termos de peixe)?

Solução

Licença de 2,5.