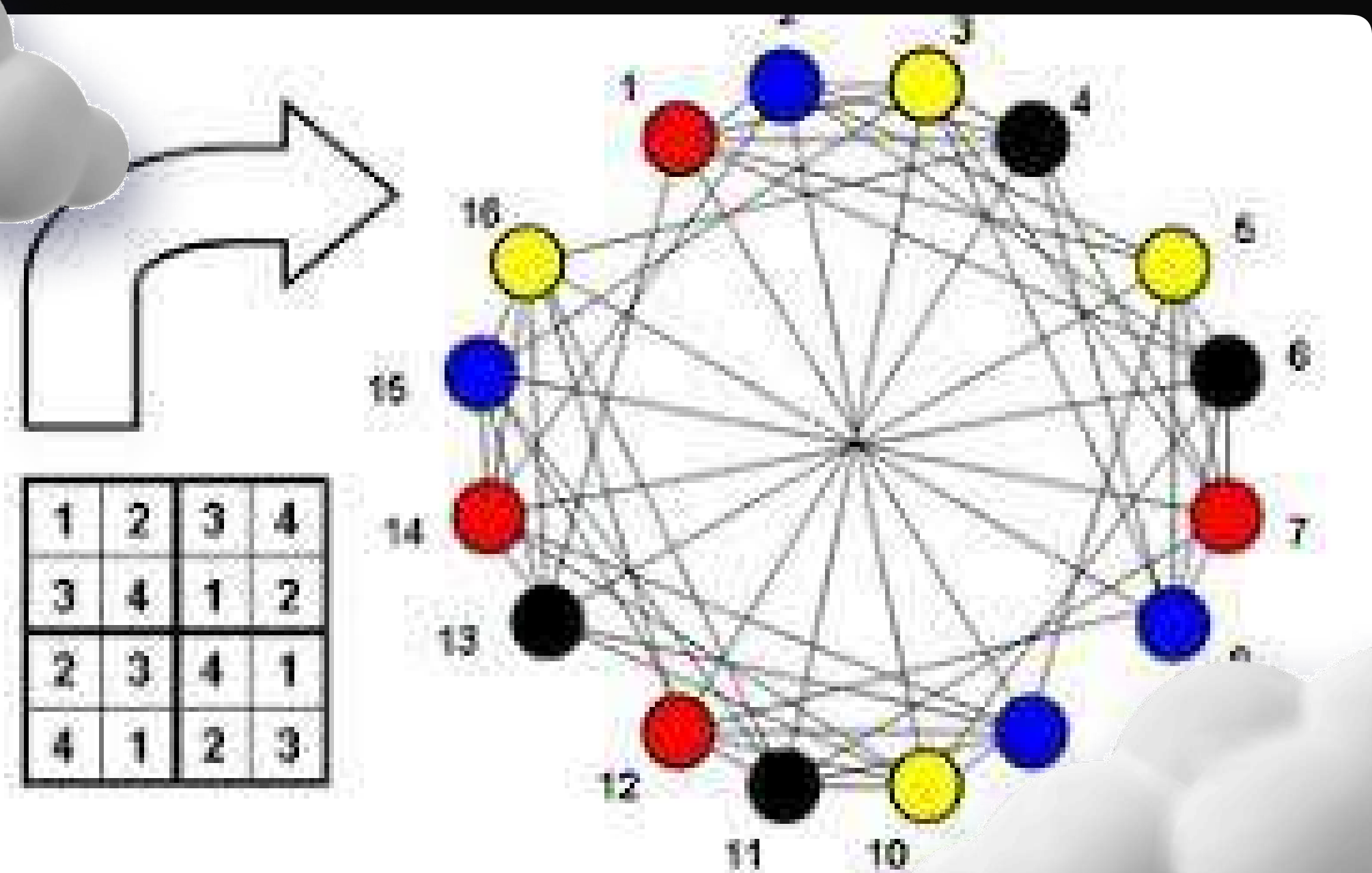


Teoria dos Grafos – Trabalho Final

# Resolvendo Sudoku usando Coloração de Grafos

Lincoln Martins de Oliveira  
Vitor Sérgio Teixeira Silva





# Artigos Utilizados Para a Implementação

## Coloração de Grafos Aplicado na resolução do Sudoku

### Coloração de Grafos Aplicado na resolução do Sudoku

Samuel Borges<sup>1</sup>, Thales Lima<sup>1</sup>, Vítor Marques<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Metrópole Digital  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)  
Av. Senador Salgado Filho, 3000 – 59078-970 – Natal – RN – Brasil  
thalesaguiar21@gmail.com, franca\_borges@hotmail.com,  
vitorgodeirom@gmail.com

**Abstract.** This paper makes a brief historical and conceptual introduction about Graph Theory and Graph Coloring, we introduce the problem of the Sudoku puzzle and show how to solve it through Graph Coloring. For this, we have modeled the problem in a Graph, using an adjacency matrix, and from a small art state review of the algorithms responsible for solving this problem, we also introduce a solution using two exact algorithms, one using Backtracking and other using the Degree Saturation for choosing the visitation order of the vertex. In the end, we show the results of the algorithms after applying them to resolutions of instances of the Sudoku and Graphs from the library of benchmarks for Graph Coloring.

**Resumo.** Este artigo faz uma breve introdução histórica e conceitual sobre a teoria de Grafos e coloração de Grafos, introduzimos o problema do jogo Sudoku e mostramos como resolvê-lo através da coloração de grafos. Para isso, modelamos o problema em Grafo, usando matriz de adjacências, e a partir de uma pequena revisão do estado da arte dos algoritmos responsáveis por resolver esse problema, introduzimos uma solução usando dois algoritmos exatos, um usando backtracking e outro usando o Degree Saturation para escolha da ordem de visitação dos vértices. Ao final, exibimos os resultados dos algoritmos após aplicá-los a resolução de instâncias de Sudoku e Grafos de uma biblioteca de benchmarks para Coloração de Grafos.

### 1. Introdução

A teoria de grafos teve início com o problema das pontes de Königsberg, resolvido por Euler [Euler 1736], já a coloração de grafos surge apenas em 1853 quando Francis Guthrie tentou colorir o mapa da Inglaterra de tal maneira que regiões com fronteiras em comum não recebessem a mesma cor, Guthrie percebeu que seriam necessárias quatro cores para isso, dando origem a conjectura das *quatro cores*, ele estende essa questão para toda a comunidade científica com o objetivo de saber se isso era possível a qualquer mapa ou grafo planar. O problema de confirmar a conjectura das *quatro cores* passou por Appel & Haken [Appel e Haken 1997] e Arthur Cayley [Cayley 1879], mas a sua demonstração só foi aceita por toda a comunidade científica quando Gonthier [Gonthier 2001] a realizou. A [Figura 1] mostra um exemplo de coloração de um mapa.

Neste artigo abordaremos a coloração de grafos aplicado ao problema do Sudoku. Este trabalho está dividido em blocos, inicialmente introduziremos alguns conceitos preliminares referentes ao Sudoku, os quais serão importantes para um melhor

## TÉCNICAS DE COLORAÇÃO DE GRAFOS APLICADAS À RESOLUÇÃO DE QUEBRA-CABEÇAS DO TIPO SUDOKU

CUNHA, SILVA & MACIEL JR. (2013)



### TÉCNICAS DE COLORAÇÃO DE GRAFOS APLICADAS À RESOLUÇÃO DE QUEBRA-CABEÇAS DO TIPO SUDOKU

Nailson dos Santos Cunha<sup>1</sup>, Thiago Gouveia da Silva<sup>2</sup> e Paulo Ditarso Maciel Jr.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Unidade Acadêmica de Informática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB) – João Pessoa, PB – Brasil. E-mails: [nailsoncunha@gmail.com](mailto:nailsoncunha@gmail.com), [thiago.gouveia@ifpb.edu.br](mailto:thiago.gouveia@ifpb.edu.br), [maciel@ifpb.edu.br](mailto:maciel@ifpb.edu.br)

Artigo submetido em julho/2013 e aceito em novembro/2013

### RESUMO

Neste trabalho são apresentadas duas heurísticas não determinísticas desenvolvidas para rápida resolução de quebra-cabeças do tipo *Sudoku*: a **Coloração em Largura** e a **Coloração em Profundidade**. Estas heurísticas se basearam, respectivamente, nos conhecidos algoritmos de **Busca em Largura** e **Busca em Profundidade** para pesquisa em grafos. Para que conhecidas técnicas da Teoria dos Grafos pudessem ser

aplicadas ao *Sudoku*, este foi tratado como um problema de coloração de grafos. As duas heurísticas foram testadas em *Sudokus* de diferentes níveis de dificuldade e se mostraram (em suas melhores configurações) viáveis para utilização na resolução deste tipo de problema, apresentando bom desempenho para resolução de *Sudokus* de nível fácil (100% de eficiência), médio (55% de eficiência) e difícil (60% de eficiência).

**PALAVRAS-CHAVE:** *sudoku*, coloração de grafos, busca primeiro em largura, busca primeiro em profundidade.

### GRAPH COLORING TECHNIQUES APPLIED TO SOLVE SUDOKU PUZZLES

### ABSTRACT

In this work, we present two non-deterministic heuristics developed for quick resolution of *Sudoku* puzzles: the **Breadth First Coloring** and the **Depth First Coloring**. Both heuristics were based, respectively, on the well known graph searching algorithms: the **Breadth First Search** and the **Depth First Search**. In order to apply these Graph Theory techniques in the context of *Sudoku* problems, we addressed these problems as a

graph coloring one. The two proposed heuristics were tested in *Sudokus* with different levels of difficulty and both proved to be viable, in their best configurations, for use in the resolution this kind of problems, showing up good performance for solving easy-level *Sudokus* (efficiency of 100%), medium-level *Sudokus* (efficiency of 55%) and hard-level *Sudokus* (efficiency of 60%).

**KEY-WORDS:** *sudoku*, graph coloring, breadth first search, depth first search.

# Como surgiu a Coloração de Grafos?

## Teoria dos Grafos

A teoria de grafos teve início com o problema das pontes de Königsberg, resolvido por Euler em 1736

## Coloração de Grafos

A coloração de grafos surge apenas em 1853 por Francis Guthrie

## Quatro Cores

Guthrie percebeu que seriam necessárias quatro cores para isso, dando origem a conjectura das quatro cores, mas a sua demonstração só foi aceita por toda a comunidade científica quando Gonthier em 2001 a realizou.



# O que é o Sudoku?

O Sudoku é um jogo de desafio lógico (ou puzzle)

Em sua versão mais popular, é disposto em um tabuleiro de oitenta e um quadrados, sendo nove linhas, nove colunas e nove regiões 3x3

## SUDOKU

1		7			6	4	5	
	2	5	3	4				8
	6				1		7	
	5	3					2	9
6	1				9	8		
			6		2			7
		1		9	3	2		
		8						
	4			7	8	5	9	1

# O que é o Sudoku?

Projetado por Howard  
Garns um arquiteto e  
construtor independente  
de puzzles

O jogo aparece pela  
primeira vez na edição  
de maio de 1979 da  
revista Dell Pencil  
Puzzles and Word  
Games

O jogo consiste em uma grade  
de tamanho  $n \times n$  e blocos de  
tamanho  $n^{1/2} \times n^{1/2}$ , onde  $n = i^2$   
e  $i \in \mathbb{N}^+$ .

5						2	3	
				4	8	9	7	
	8				3			
1			3	8	9	7	4	
				5	6			
8	9							
	4						6	7
6	2		8	3				1
	5	1		6			2	



5	1	4	6	9	7	2	3	8
2	3	6	1	4	8	9	7	5
7	8	9	5	2	3	6	1	4
1	6	5	3	8	9	7	4	2
4	7	3	2	5	6	1	8	9
8	9	2	4	7	1	3	5	6
3	4	8	9	1	2	5	6	7
6	2	7	8	3	5	4	9	1
9	5	1	7	6	4	8	2	3



# Análise do Artigo

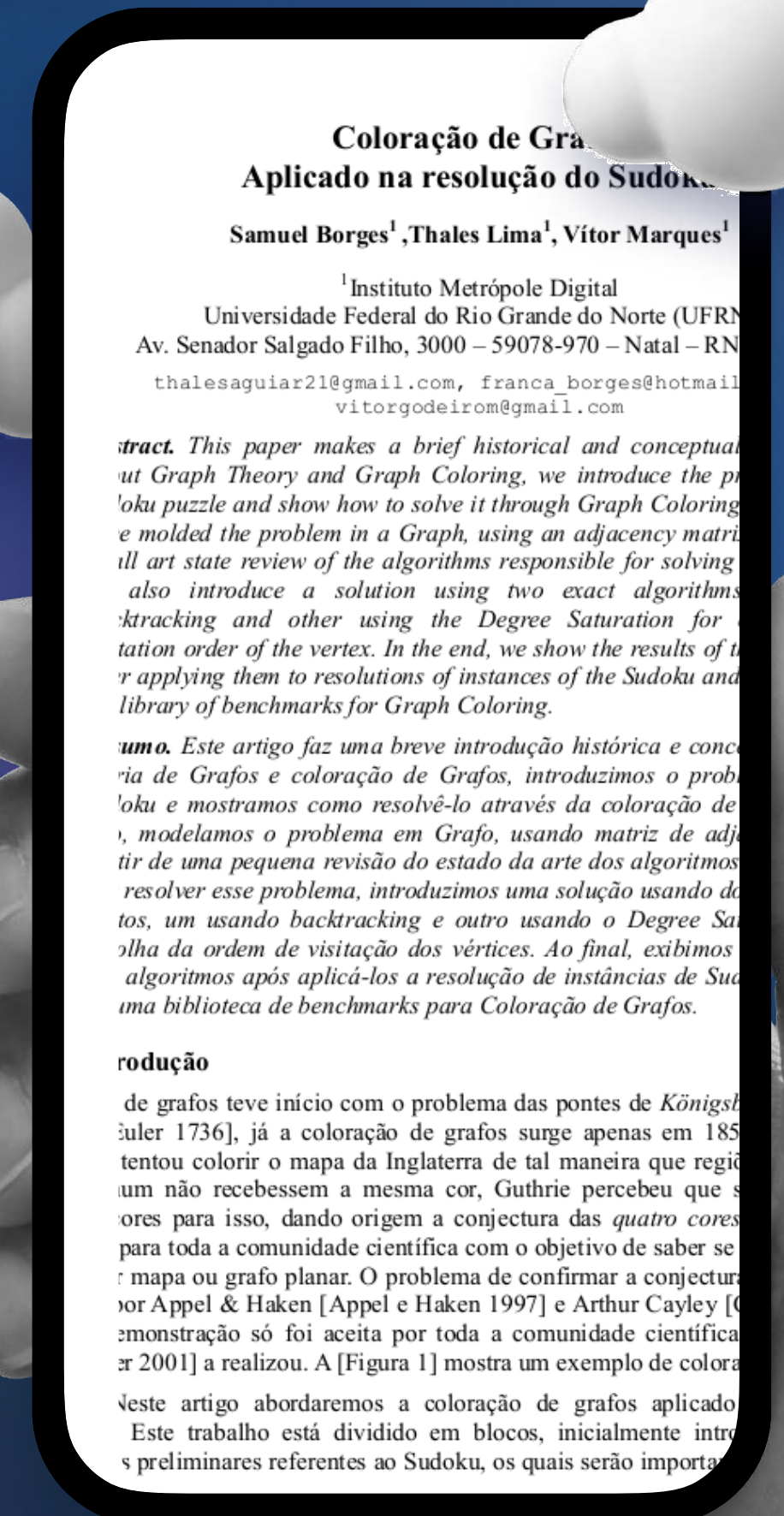
- Modelagem Do Problema De Resolução Com Grafos

Cada quadrado é um vértice, onde dois vértices  $u$  e  $v$  são adjacentes, se  $u$  e  $v$ , pertencem a mesma linha, coluna e bloco.

Dois vértices adjacentes não possuem a mesma cor.

- Algoritmo Proposto

Algoritmo usando a técnica de **backtracking**.  
Algoritmo de **DSatur** com **backtracking**.



# Análise do Artigo

- Algoritmos Desenvolvidos Para Solucionar O Problema De Coloração De Grafos
  - › **GerarMatriz.cpp:** Mostra como foi gerada a estrutura de dados utilizada para modelagem do Sudoku em grafos.
  - › **Colorir.cpp:** Usa o método do backtracking, onde a cada iteração verifica se é possível colorir o vértice atual com uma cor existente.
  - › **ColorirInteligente.cpp:** Usa o método de backtracking com o auxílio parecida com a Heurística de DSatur. A ideia é priorizar a coloração dos vértices que têm mais vizinhos já coloridos, pois isso aumenta as chances de se obter uma solução viável.



# Análise do Artigo

- Testes E Resultados Computacionais

O experimento com exemplos do jogo foi realizado para diversos níveis do puzzle: 9x9, 16x16 e 25x25.

Possuíam níveis de dificuldade fácil, médio, difícil e muito difícil.

A partir dos dados coletados, foi possível concluir ao comparar o Algoritmo 1 e o Algoritmo 2 que eles apresentaram resultados diferentes, onde o Algoritmo 2 teve melhor resultado em Sudokus mais complexos e o Algoritmo 1 obteve melhores resultados em Sudokus e Grafos simples.



**Teoria dos Grafos**

**Trabalho Final**

# **Implementação**