

# Отчет о выполнении лабораторной работы 2.2.1

## Исследование взаимной диффузии газов

Шубин Владислав, Байбулатов Амир

14 мая 2024 г.

### **1 Аннотация**

В работе исследуется явление взаимной диффузии газов, путём регистрации зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов. Также определяется коэффициент диффузии по результатам измерений.

## 2 Теоретические сведения

Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов  $a$  и  $b$  (бинарная смесь), подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов  $j_{a,b}$  (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций  $\nabla n_{a,b}$ , что в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где  $D$  – коэффициент взаимной диффузии компонентов. Знак «минус» отражает тот факт, что диффузия идёт в направлении выравнивания концентраций. Равновесие достигается при равномерном распределении вещества по объёму сосуда ( $\partial n / \partial x = 0$ ).

В случае работы с данной установкой можно считать, что диффузионный поток одинаков в любом сечении трубки, соединяющей сосуда  $V_1$  и  $V_2$ . Следовательно:

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad DS \frac{n_1 - n_2}{l} = -V_1 \frac{dn_1}{dt} = V_2 \frac{dn_2}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{dn_1 - dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left( \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \Rightarrow n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Давление  $P$  и температура  $T$  в условиях опыта предполагаются неизменными:  $p = (n_{He} + n_v)kT$ , где  $n_{He}$  и  $n_v$  – концентрации (объёмные плотности) диффундирующих газов. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо  $\Delta n_{He} = -\Delta n_v$ . Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия  $n_{He}$ :

$$j_{He} = -D \frac{\partial n_{He}}{\partial x}. \quad (3)$$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ( $n_{He} \ll n_v$ ). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ( $\mu_{He} \ll \mu_{O_2}, \mu_{N_2}$ ), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц  $He$  на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \quad (4)$$

где  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$  – средняя тепловая скорость частиц примеси,  $\lambda = \frac{1}{n_0\sigma}$  – их длина свободного пробега,  $n_0$  – концентрация рассеивающих центров (фона),  $\sigma$  – сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси обратно пропорционален давлению в системе  $D \propto 1/P$ , и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально.

### 3 Оборудование и инструментальные погрешности

**Оборудование:** манометр, вольтметр, форвакуумный насос, 2 сосуда.

## 4 Результаты измерений и обработка данных

### 4.1 Экспериментальная установка

Для исследования взаимной диффузии используется следующая установка:

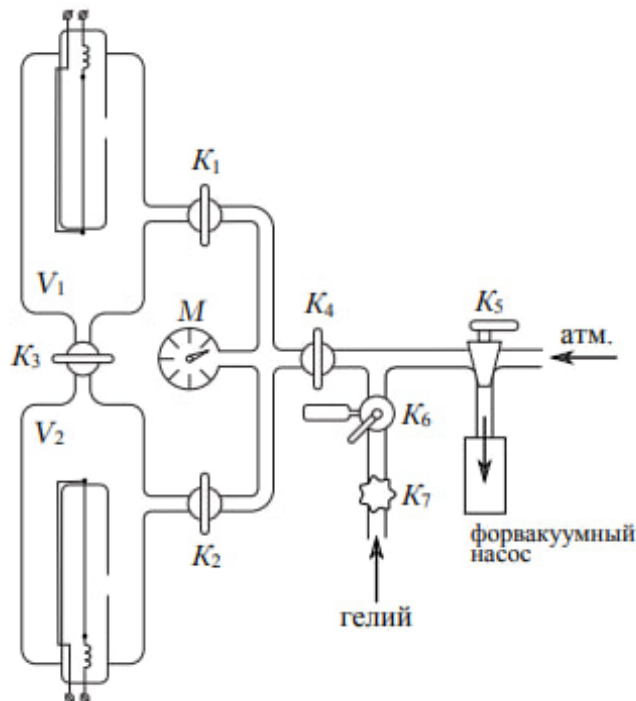


Рис. 1: Схема установки

Здесь  $V_1$ ,  $V_2$  – два сосуда с примерно равным объемом, в которые мы будем загонять воздух и гелий.

Данная конструкция позволяет провести диффузию, которая возможна только при равенстве давлений.

Основное оборудование, с помощью которого мы будем снимать измерения – датчики теплопроводности, через которые пропускают ток. Они подключены к мосту, который позволяет нам устанавливать начальное равновесное состояние.

При изменении концентрации в колбах вольтметр покажет нам разность напряжений на датчиках, что, из-за их конструкции, означает разность концентраций.

С помощью изменения напряжения мы и будем изучать процесс диффузии, т.к. во время ее протекания концентрации газов начинают устанавливаться, что заметно на графике разницы напряжений от времени.

#### Особенности установки

Кран  $K_4$  обладает повышенной вакуумплотностью и используется для изолирования измерительной части установки от возможных протечек гелия и воздуха. Двухходовой кран  $K_5$  служит для подключения форвакуумного насоса к установке, подачи воздуха в установку и соединения форвакуумного насоса с атмосферой. Устройство и назначение кранов  $K_6$  и  $K_7$  подачи гелия соответствуют основному описанию.

### 4.2 Характеристики системы

$$\begin{aligned} V &= 800 \pm 5 \text{ см}^3 \\ \frac{L}{S} &= 15,0 \pm 0,1 \text{ см}^{-1}. \end{aligned}$$

## 4.3 Измерения:

### 4.3.1 Коэффициент взаимной диффузии

Для смеси гелий-воздух исследуем зависимость коэффициента взаимной диффузии от начального давления в системе. Для этого будем фиксировать с помощью компьютера в лаборатории зависимость показаний вольтметра от времени, прошедшего с начала эксперимента. Проверим то, что процесс диффузии подчиняется закону:

$$U = (U)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Для этого построим графики зависимости в виде:

$$\ln(U) = \ln(U_0) + (-\tau^{-1})t \Rightarrow \ln\left(\frac{U_0}{U}\right) = \frac{t}{\tau} \quad (5)$$

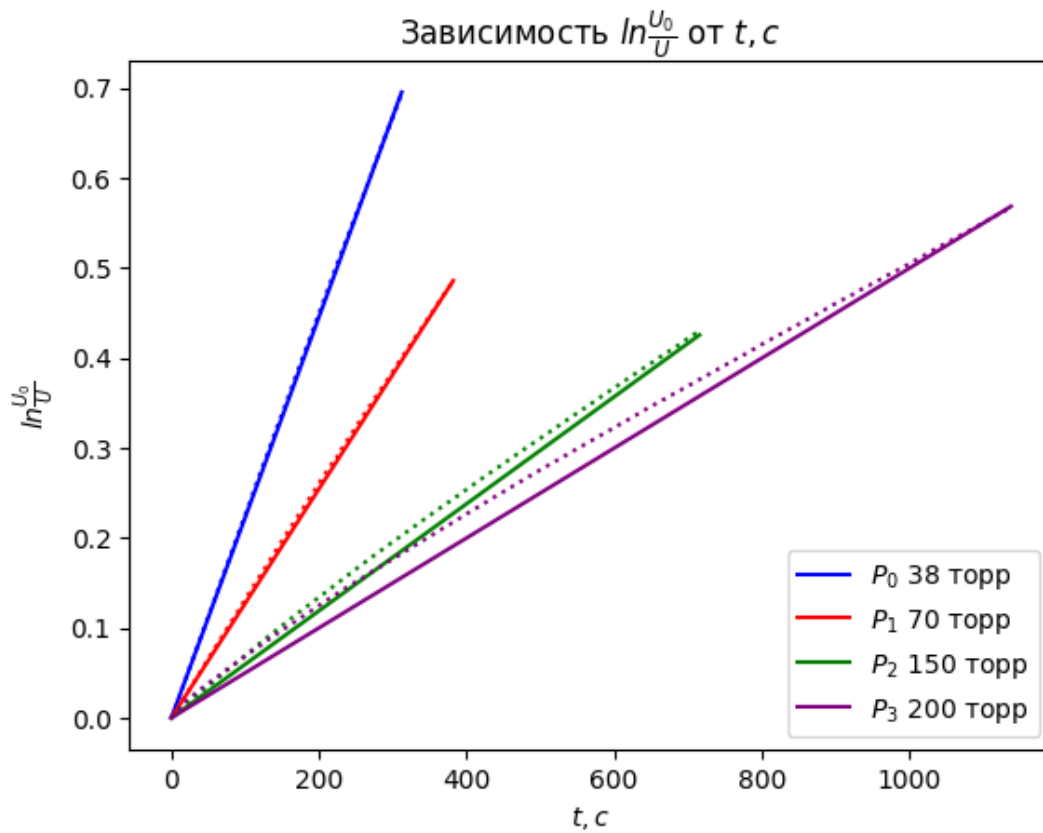


Рис. 2: Зависимость  $\ln \frac{U_0}{U}$  от  $t$

График 2 линеен, следовательно у нас происходит действительно диффузия. Далее мы можем найти  $\tau$  как коэффициент наклона. Находить будем по МНК. В нашем случае  $\ln \frac{U_0}{U} = kt$ , и  $k = \frac{1}{\tau}$ .

$$k = \frac{\langle t \cdot \ln \frac{U_0}{U} \rangle - \langle t \rangle \langle \ln \frac{U_0}{U} \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} \quad (6)$$

$$\sigma_k^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle \left( \ln \frac{U_0}{U} \right)^2 \rangle - \langle \ln \frac{U_0}{U} \rangle^2}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} - k^2} \quad (7)$$

$$\sigma_k^{\text{сист}} = k \varepsilon_k = k \cdot \sqrt{\varepsilon_{U_0}^2 + \varepsilon_U^2 + \varepsilon_t^2} = k \cdot \sqrt{\left( \frac{\sigma_{U_0}}{U_0} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_U}{U} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_t}{t} \right)^2} \quad (8)$$

$$\sigma_k = \sqrt{\left( \sigma_k^{\text{случ}} \right)^2 + \left( \sigma_k^{\text{сист}} \right)^2} \quad (9)$$

Проведем расчеты для каждого значения давления, получим таблицу:

$P$ , торр	$k \cdot 10^{-3}, \text{с}^{-1}$	$\sigma_k \cdot 10^{-3}, \text{с}^{-1}$	$\tau$ , с	$\sigma_\tau$ , с
38	2,22	0,09	449,1	3,1
70	1,27	0,08	786,5	6,1
150	0,59	0,03	1682,9	7,2
200	0,48	0,01	2073,0	11,0

Таблица 1: Аппроксимация зависимостей

Далее посчитаем коэффициенты взаимной диффузии для различных давлений по формуле:

$$D = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} \quad \sigma_D = D \sqrt{\varepsilon_\tau^2 + \varepsilon_V^2 + \varepsilon_{\frac{L}{S}}^2} \quad (10)$$

Посчитаем  $D$  и  $\sigma_D$ :

$P$ , торр	38	70	150	200
$D, \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	4,57	2,61	1,22	0,99
$\sigma_D, \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	0,13	0,08	0,07	0,06

Таблица 2: Значения коэффициента диффузии при различных давлениях

#### 4.4 График зависимости $D(\frac{1}{P})$

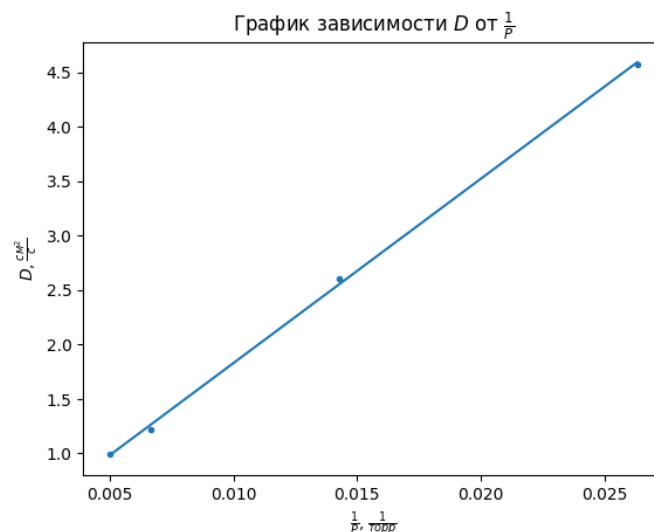


Рис. 3: Зависимость  $D$  от  $\frac{1}{P}$

Построен по МНК, коэффициент наклона  $k = (410, 2 \pm 19, 1) \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{торр}}$ .

Значит, коэффициент диффузии при атмосферном давлении можно найти таким образом:

$$D_{\text{атм}} = k \frac{1}{P_{\text{атм}}} = (0, 545 \pm 0, 03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

##### 4.4.1 Длина свободного пробега

По полученным данным оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \text{ где } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \Rightarrow \lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \approx 140, 3 \text{ нм} \quad (11)$$

## 5 Заключение

В ходе работы:

- Была зарегистрирована зависимость концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при различных начальных давлениях смеси газов.
- По результатам измерений был определен коэффициент взаимной диффузии для смеси гелий-воздух:  $D_{\text{атм}} = (0,545 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ , что совпадает по порядку величины с табличными данными:  $D_{\text{табл}} = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ .
- Была оценена длина свободного пробега гелия в воздухе:  $\lambda = (140,3 \pm 7,5) \text{ нм}$ , что опять-таки сходится с табличными данными по порядку величины:  $\lambda_{\text{табл}} = 175 \text{ нм}$ .

Основная доля ошибок приходится на барометр, и тот факт, что мы не можем полностью точно сбалансировать мост (он очень легко расстраивается).