

# Отчет о выполнении лабораторной работы 1.1.7

## Экспериментальное исследование равноускоренного ДВИЖЕНИЯ

Шубин Владислав, Байбулатов Амир

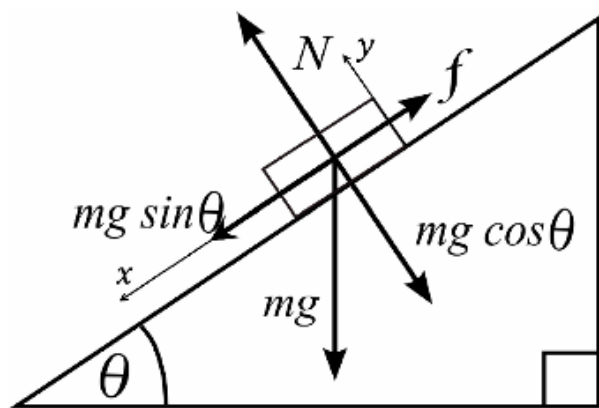
27 сентября 2023 г.

### 1 Аннотация

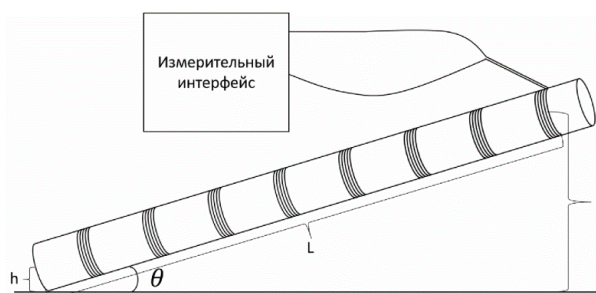
В данной работе исследуется движение магнита по внутренней поверхности наклонной пластиковой трубы (1b). Регистрация положения магнита в зависимости от времени осуществляется электромагнитными датчиками. Для этого на внешнюю поверхность трубы намотана система катушек. Все катушки соединены последовательно (намотаны из одного провода). Прохождение магнита через каждую катушку приводит, ввиду явления электромагнитной индукции, к генерации импульса напряжения во всей цепи. Масса груза измеряется весами, координаты катушек измеряются линейкой. Детально исследуется систематические и случайные погрешности проводимых измерений.

### 2 Теоретические сведения

#### 2.1 Метод самоиндукции



(a) К выводу закона движения по наклонной плоскости



(b) Экспериментальная установка

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на наклонную плоскость ( $Ox$ ) и перпендикуляр к ней ( $Oy$ ), см. 1a:

$$Ox : ma = mg \sin \theta - f, \quad (1)$$

$$Oy : N = mg \cos \theta. \quad (2)$$

Здесь  $\theta$  — угол наклона плоскости к горизонту,  $f$  — сила трения,  $a$  — ускорение тела,  $N$  — сила реакции опоры,  $g$  — ускорение свободного падения. Сила трения  $f$  состоит из сопротивления воздуха и силы трения о плоскость. Можно предположить, что основной вклад в силу трения вносит сухое трение, пропорциональное силе реакции опоры. Тогда  $f = \mu N$ , где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения, зависящий только от свойств материалов.

Решая систему 1 и 2, получим выражение для ускорения:

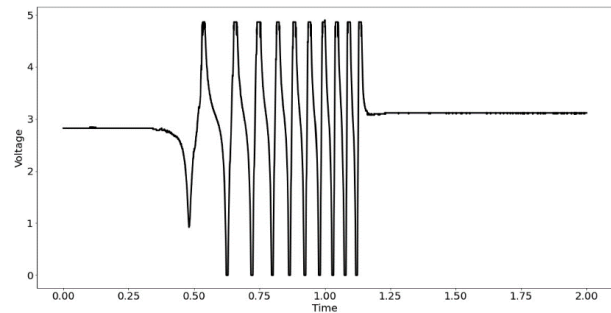
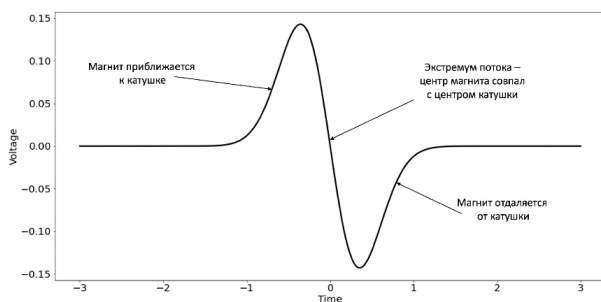
$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (3)$$

Закон прямолинейного равноускоренного движения вдоль оси Ох, как известно, имеет вид:

$$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (4)$$

где  $x$  — координата тела,  $v_0$  — начальная скорость (скорость в точке  $x = 0$ ).

При приближении магнита к катушке поле вблизи катушки (а значит и его поток) сначала нарастает (по модулю), достигает максимума в средней точке, и затем, по мере удаления магнита, убывает до нуля. Исследуемый сигнал имеет два экстремума: последовательные максимум и минимум с прохождением через 0 (см 2a) Зависимость напряжения в цепи катушек от времени представляет собой набор пиков (см. 2b)



(a) Зависимость напряжения от времени при пролёте магнита через одну катушку

(b) Пример сигнала при пролёте магнитом 10 катушек

Далее определяются параметры  $v_0$  и  $a$ , при которых зависимость (2b) наилучшим образом накладывается на экспериментальные точки.

Используется численный метод наименьших квадратов:

$$S = \sum_n \left( x_n - v_0 t_n - \frac{at_n^2}{2} \right)^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

По результатам серии экспериментов при разных углах из пар значений  $a$ ,  $\theta$  тем же методом наименьших квадратов для теоретической зависимости (2a) определяются параметры ускорение свободного падения  $g$  и коэффициент трения  $\mu$ . Для линейаризации зависимости (2a) можно использовать, например, замену

$$a' = \frac{a}{\cos \theta} \quad (6)$$

$$\tau = \tan \theta \quad (7)$$

Тогда

$$a' = g(\tau - \mu) \quad (8)$$

### 3 Оборудование и инструментальные погрешности

**Оборудование:** труба с намотанными катушками, фиксируемая на штативе; неодимовые магниты; линейка; блок регистрации сигнала (усилитель + микроконтроллер с АЦП), соединённый с компьютером.

- **Линейка:**  $\Delta \text{лин} = \pm 0.1$  см (по цене деления)
- **Весы:**  $\Delta m = \pm 5$  мг (маркировка производителя)

## 4 Результаты измерений и обработка данных

### 4.1 Характеристики системы:

$$m = 3.589 \pm 0,005 \text{ г},$$

№ катушки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x, см	0.0	10.2	20.1	30.1	40.1	50.1	60.1	70.1	80.2	90.0

Таблица 1: Результаты измерений координат катушек.

### 4.2 Измерения:

№	$\theta$ , град	$a_{\min}$	$a_{\max}$	$\sigma_{\min}$	$\sigma_{\max}$
1		11.6	12.5	12.5	10.5
2	11.7	11.4	12.3	12.4	10.4
3	11.5	11.4	12.2	12.3	10.3
4	11.7	11.5	12.3	12.4	10.4
5	12.0	11.6	12.5	12.5	10.5
6	11.7	11.4	12.3	12.4	10.4
7	11.5	11.4	12.2	12.3	10.3
8	11.7	11.5	12.3	12.4	10.4
9	12.0	11.6	12.5	12.5	10.5
10	11.7	11.4	12.3	12.4	10.4
11	11.5	11.4	12.2	12.3	10.3
12	11.7	11.5	12.3	12.4	10.4
13	12.0	11.6	12.5	12.5	10.5
14	11.7	11.4	12.3	12.4	10.4
15	11.5	11.4	12.2	12.3	10.3
16	11.7	11.5	12.3	12.4	10.4
17	11.5	11.4	12.2	12.3	10.3
18	11.7	11.5	12.3	12.4	10.4

Таблица 2: Результаты измерений ускорений при различных углах.

$\Delta x_{\text{ср}}$ , мм	12.5	11.5	11.8	11.4	11.9	12.2	11.7	11.1	11.0	12.0
$u$ , м/с	148.0	136.4	143.3	138.2	143.4	145.5	140.7	133.7	132.0	146.3

Таблица 3: Результаты вычислений скорости пули.

Усредняя, получаем  $u = 141.0$  м/с.

Рассчитаем систематическую и случайную погрешности:

$$\sigma_u^{\text{сист}} = u \sqrt{\varepsilon_M^2 + \varepsilon_m^2 + \varepsilon_{\Delta x}^2 + \left(\frac{\varepsilon_L}{2}\right)^2} \quad \sigma_u^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (u_i - u_{\text{ср}})^2} \quad \sigma_u = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2} \quad (9)$$

$$\sigma_u^{\text{сист}} \approx 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma_u^{\text{случ}} \approx 1,7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma_u \approx 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (10)$$

Тогда средняя скорость  $u_{\text{ср}} = 141,0 \pm 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

## 5 Обсуждение результатов

В работе получено значение скорости пули  $\approx 141,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Реальная скорость вылета пули из духового ружья находится в диапазоне 140-200 м/с. Измеренные значения  $u$  попали в этот диапазон. Используемый в работе метод баллистического маятника позволил получить значения  $u$  образцов с хорошей точностью (3%), которая ограничивалась в основном погрешностью оптической системы и некоторыми пренебрежениями.

## 6 Заключение

Мы получили значение скорости пули методом баллистического маятника. Значения скорости совпали с точностью до погрешности, в том числе и с остальными студентами моей группы.