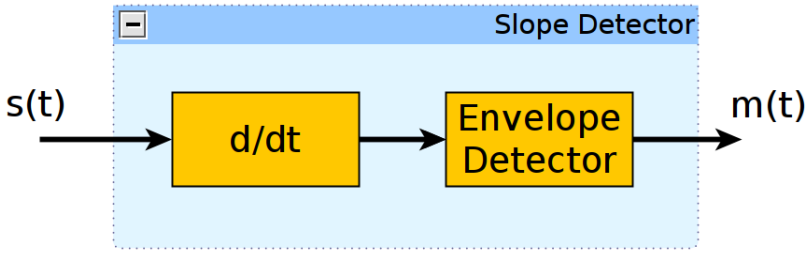
Демодуляция ЧМ-сигналов

Slope Detector

Для запуска скриптов необходимо корневую папку репозитория сделать рабочей папкой Matlab!

1. Slope Detector

Один самых простых способов демодуляции ЧМ-сигналов заключлючается в преобразовании ЧМ-сигнала в АМ-сигнал. Далее АМ-сигнал можно демодулировать с помощью детектора огибающей. Преобразование сигнала из ЧМ в АМ, можно выполнять, вычисляя от сигнала производную. Схема демодулятора имеет вид:



Напомним, что в общем случае частотно-модулированный сигнал можно записать в виде:

$$s(t) = A_c \cdot \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right),$$

где A_c - амплитуда несущей, f_c - частота несущей, K_f - чувствительность модулятора.

Вычислим производную:

$$\frac{d}{\mathrm{dt}} s(t) = -A_c \cdot \sin\left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right) \cdot \frac{d}{\mathrm{dt}} \left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right] =$$

$$= -A_c \cdot [2\pi f_c + 2\pi K_f m(t)] \cdot \sin\left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right).$$

В результате получили сигнала, который одновременно модулирован и по амплитуде, и частоте. Если пропустить этот сигнал через детектор огибающей, восстановленное сообщение $s_{\mathrm{bb}}(t)$ (baseband signal signal) примет вид:

$$s_{\mathrm{bb}}(t) = A_c \cdot 2\pi f_c + A_c \cdot 2\pi K_f m(t).$$

Если сигнал с детектора подать на усилитель, чтобы сократить в уравнении общий множитель, то получим:

$$s_{\mathrm{bb}}(t) = f_c + K_f m(t).$$

Таким образом, демодулированный сигнал состоит из постоянной составляющей и масштабированного информационного сообщения. Стоит отметить важный момент: чтобы инфромационное сообщение было корректно восстановленно, должно выполняться условие применения детектора огибающей:

$$f_c + K_f m(t) > 0.$$

Преобразуем это неравенство, используя минимальное значение сообщение и девиацию:

$$f_c - K_f \cdot \max|m(t)| > f_c - \Delta f > 0.$$

То есть, чтобы использовать детектор огибающей, частота несущей должна быть больше девиации.

Рассмотрим, теперь как можно аппартно реализовать приближенное вычисление производной. Известно, что дифференцирование во временной области соответсвует умножению спектра на $j\omega$ в частотной. Значит, для вычисления производной необходимо пропустить сигнала через линейный блок, частотная характеристика которого в полосе сигнала равна $j\omega$. Например, это можно сделать с помощью фильтра верхних частот на основе обычной RC-цепочки. Частотная характериска фильтра равна

$$H_{\text{hpf}} = \frac{T \cdot j\omega}{T \cdot j\omega + 1},$$

где *T* - постоянная времени фильтра.

При условии $T \cdot \omega << 1$, частотная характеристика упростится и примет вид:

$$H_{\text{hpf}} = \frac{T \cdot j\omega}{T \cdot j\omega + 1} \approx \frac{T \cdot j\omega}{1} \approx T \cdot j\omega.$$

Это как раз то, что нам и требуется. Условие $T \cdot \omega << 1$ будет выполняться в той полосе частот, где АЧХ фильтра испытывает наклон. Это и дает название демодулятору: slope detector.

Несмотря на то, что устройство демодулятора очень простое, его почти не применяют на практике из-за плохого качества приема при наличии шумов.

2. Демодуляция аудиосообщения

Рассмотрим демодуляцию аудиосообщения с помощью скрипта, реализующего Slope Detector.

В файлах Audio_FM_ModIdx_*.wav записаны частотно-модулированные сигналы с различными индексами модуляции. Частота несущей f_s равна 100 kHz, а частота дискретизации f_s = 441 kHz. Считаем, что прием выполняется квадратурным способ, то есть сигнал имеет вид:

$$s(t) = A_c \cdot \exp^{j \cdot \left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right)}.$$

Дифференцирование будем приближенно вычислять как разность двух соседних отсчетов. Производная сигнала будет равна:

$$\frac{d}{\text{dt}} s(t) = j \cdot 2\pi A_c \cdot (f_c + K_f \cdot m(t)) \cdot \exp^{j \cdot \left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \cdot d\tau\right)}.$$

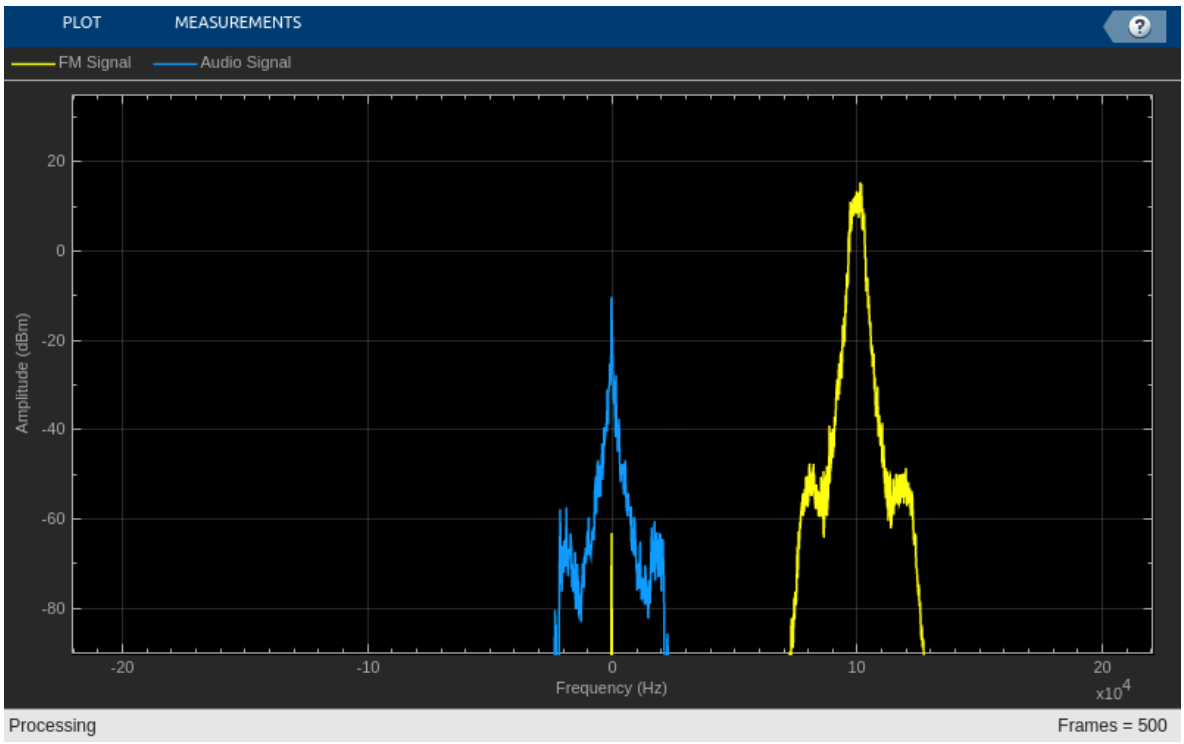
Так как полученный сигнал комплексный для вычисления его огибающей достаточно найти его модуль. Сигнал на выходе детектора огибающей при условии $f_c - \Delta f > 0$ будет равен:

$$s_{\text{bb}}(t) = 2\pi A_c \cdot (f_c + K_f \cdot m(t)).$$

После удаления постоянной составляющей и децимации в 10 раз получем восстановленное аудио сообщение.

```
clc; clear; close all;

SignalFrameSize = 10000;          % количество отсчетов чм-сигнала, получаемых за один раз
FramesNumber = 500;               % число обрабатываемых пачек данных
AudioAmp = 1;                     % коэффициент усиления аудиосигнала
RateRatio = 10;                   % коэффициент увеличения частоты дискретизации
ModIndex = '02';    % индекс модуляции

% имя считываемого файла
SignalFileName = sprintf('wav/Audio_FM_ModIdx_%s.wav', ModIndex);

% объект для считываения отсчетов аудиофайла
AudioReader = dsp.AudioFileReader(...
    SignalFileName, ...
    'SamplesPerFrame',SignalFrameSize...
    );

% дополнительные расчеты
SignalFs = AudioReader.SampleRate;              % получаем частоту дискретизации модулированного сигнала
AudioFs = SignalFs / RateRatio;                 % частота дискретизации аудиосообщения

% задержка
DelayBlock = dsp.Delay;

% дециматор
DownSampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 30e3, ...
    'InputSampleRate', SignalFs, ...
    'OutputSampleRate', AudioFs ...
    );

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits','dBm',...
    'FrequencyRange','centered',...
    'SampleRate',SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType','Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'FM Signal', 'Audio Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
    );

Message = [];
```

```
% запуск симуляции
for i = 1:FramesNumber
    % считывание отсчетов ЧМ-сигнала
    FmSignal = AudioReader();
    FmSignal = FmSignal(:,1) + 1j*FmSignal(:,2);

    % вычисление производной с помощью первой разности
    FmSignalDelayed = DelayBlock(FmSignal);
    DerivativeSignal = FmSignal - FmSignalDelayed;

    % вычисление модуля
    AbsSignal = abs(DerivativeSignal);

    % удаляем постоянную составляющую
    AbsSignal = AbsSignal - mean(AbsSignal);

    % понижение частоты дискретизации
    Message = [Message; AudioAmp * DownSampler(AbsSignal)];

    % вычисление спектров
    SpectrumData = SpecEstimator([FmSignal AbsSignal]);

    % вывод результатов на график
    Plotter(SpectrumData)

    % задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
    pause(0.01)
end
```



На спектрограмме желтым показан спектр частотно-модулированного сигнала, а синим - спектр восстановленного сообщения.

```
% проигрывание полученного сообщения
sound(Message, AudioFs);
```

На слух можно оценить, что сообщение восстанавливается без искажений.

3. Демодуляция FM-радио в Matlab

Ниже представлен скрипт, позволяющий прослушивать FM-радио с помощью RTL-SDR. Настройка на нужную радиостанцию выполняется с помощью переменной Fc, которая задает частоту несущей. Входной сигнал проходит через фильтр нижных частот для выделения нужной радиостанции. Далее, сигнал с помощью умножения на комплексную экспоненту сдвигается на 75 kHz. Это сделано, чтобы выполнялось условие $f_c - \Delta f > 0$, так как для FM-радиосигнала девиация, как раз, равна 75 kHz. Сдвинутый по частоте сигнал поступает на Slope Detector. В заключение у сигнала удаляется постоянная составляющая, он децимируется и подается на звуковую карту.

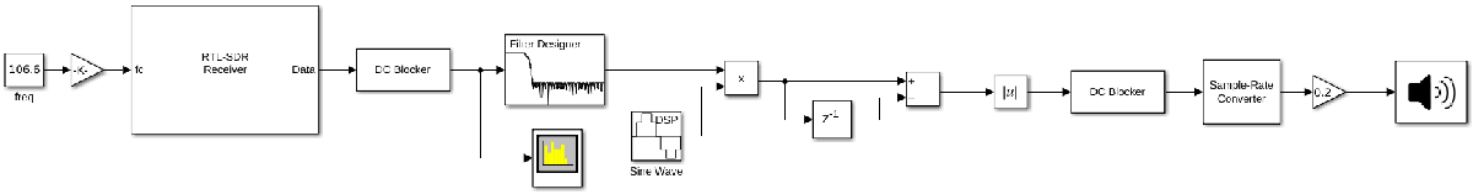
```
clc; clear; close all;
addpath('matlab/demodulation');

Fc = 106.2e6;                % частота несущей в Hz
SignalFs = 1.2e6;            % частота дискретизации RTL-SDR
AudioFs = 48e3;              % частота дискретизации демодулированного аудиосигнала
SignalFrameSize = 512*25;    % количество отсчетов чм-сигнала, получаемых за один раз
FcShift = 75e3;              % частота сдвига после фильтрации
AudioAmp = 0.2;              % коэффициент усиления аудиосигнала

SDRRTL = comm.SDRRTLReceiver(...
    'RadioAddress', '0',...
    'CenterFrequency', Fc,...
    'EnableTunerAGC', true,...
    'SampleRate', SignalFs, ...
    'SamplesPerFrame', SignalFrameSize,...
    'OutputDataType', 'double' ...
);

% расчет коэффициентов и создание фильтра нижних частот
Fpass = 110e3;
Fstop = 160e3;
H = Audio_Lowpass_FIR_Coeff(SignalFs, Fpass, Fstop);
LowpassFIR = dsp.FIRFilter(H.Numerator);

% генератор для сдвига сигнала по частоте
Mixer = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', SignalFs,...
    'SamplesPerFrame', SignalFrameSize,...
    'Frequency', FcShift,...
    'ComplexOutput', true, ...
    'Amplitude', 1);

% задержка на один отсчет
```

```
DelayBlock = dsp.Delay;

% дециматор
DownSampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 30e3, ...
    'StopbandAttenuation', 80, ...
    'InputSampleRate', SignalFs, ...
    'OutputSampleRate', AudioFs ...
    );

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits','dBm',...
    'FrequencyRange','centered',...
    'SampleRate',SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType','Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'FM Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
    );

% воспроизведение аудио сигнала
AudioSink = audioDeviceWriter(AudioFs);

% запуск симуляции
while(true)
    % получение отсчетов сигнала
    FmSignalData = SDRRTL();

    % вычисление спектров и вывод результатов на график
    SpectrumData = SpecEstimator(FmSignalData);
    Plotter(SpectrumData);

    % удаление постоянной составляющей
    FmSignalData = FmSignalData - mean(FmSignalData);

    % фильтрация
    FilteredData = LowpassFIR(FmSignalData);

    % сдвиг сигнала по частоте
    MixedData = FilteredData .* Mixer();

    % вычисление производной с помощью первой разности
    MixedDataDelayed = DelayBlock(MixedData);
    DerivativeSignal = MixedData - MixedDataDelayed;

    % вычисление модуля
    AbsSignal = abs(DerivativeSignal);
```

```
    % удаляем постоянную составляющую
    AbsSignal = AbsSignal - mean(AbsSignal);

    % уменьшение частоты дискретизации
    AudioData = DownSampler(AbsSignal);

    % проигрывание данных
    AudioSink(AudioData * AudioAmp);

end
```

4. Демодуляция FM-радио в Simulink

В файле FM_SDR_Receiver_Slope_Detector.slx представлена Simulink-модель, позволяющая прослушивать FM-радио с помощью RTL-SDR. Все преобразования сигнала совпадают с теми, что ранее были описаны в Matlab скрипте.



Литература:

1. B. P. Lathi Modern Digital and Analog Communication Systems
2. R. Stewart, K. Barlee, D. Atkinson, L. Crockett Software Defined Radio using MATLAB® & Simulink and the RTL-SDR