

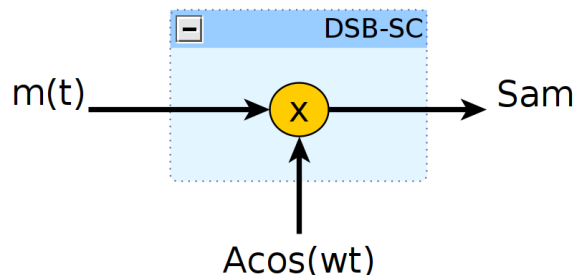
Модулятор

Double Sideband Suppressed Carrier

(AM-DSB-SC)

1. Введение

Амплитудная модуляция с подавленной несущей выполняется с помощью умножения информационного сообщения на гармонический сигнал, который называют несущей (carrier). Схема модулятора представлена ниже:



С помощью формул данный модулятор можно записать в следующем виде:

$$s_{am}(t) = m(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t), \quad (1)$$

где $m(t)$ - информационное сообщение, A_c - амплитуда несущей, f_c - частота несущей, $s_{am}(t)$ - модулированный сигнал.

Рассмотрим, что происходит в частотной области. Будем считать, что спектр информационного сообщения равен

$$m(t) \Longleftrightarrow M(f).$$

Несущая представляет из себя гармонический сигнал, спектр которого состоит из двух дельта-функций:

$$A_c \cos(2\pi f_c t) \Longleftrightarrow \frac{A_c}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)].$$

Произведение сигналов во временной области соответствует свертке их спектров в частотной области. Свертка с дельта-функцией соответствует переносу спектра по частоте. Таким образом, модулированный сигнал будет состоять из двух копий спектров информационного сообщения, сдвинутых на частоты f_c и $-f_c$:

$$m(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t) \Longleftrightarrow \frac{A_c}{2} M(f + f_c) + \frac{A_c}{2} M(f - f_c). \quad (2)$$

Далее рассмотрим несколько частных случаев: однотоновую модуляцию, модуляцию несколькими тонами и модуляцию аудиосигналом.

2. Однотональная модуляция

В случае однотональной модуляции информационное сообщение представляет из себя гармонический сигнал вида:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t),$$

где A_m - амплитуда тона, f_m - частота в герцах.

Подставим этот гармонический сигнал в формулу (1) и получим:

$$s_{am}(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t). \quad (3)$$

Ниже представлен скрипт для получения графика сигнала после однотональной модуляции:

```
clc; clear; close all;

FrameSize = 1011;    % размер обрабатываемой за один раз пачки данных
Fs = 500e3;          % тактовая частота (Hz)

% генератор гармонических сигналов
% частота тона: 1 kHz
% частота несущей: 50 kHz
MessageAndCarrierGen = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', Fs, ...
    'SamplesPerFrame', FrameSize, ...
    'Frequency', [50e3 1e3], ...
    'Amplitude', [1 1] ...
);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType', 'Line', ...
    'YLimits', [-1.2, 1.2], ...
    'SampleIncrement', 1/Fs, ...
    'XLabel', 'Time', ...
    'YLabel', 'Amplitude', ...
    'ChannelNames', {'AM Signal', 'Message'} ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:100
    % формирование тонального сигнала и несущей
    SineWaves = MessageAndCarrierGen();
    Carrier = SineWaves(:,1);
    Message = SineWaves(:,2);

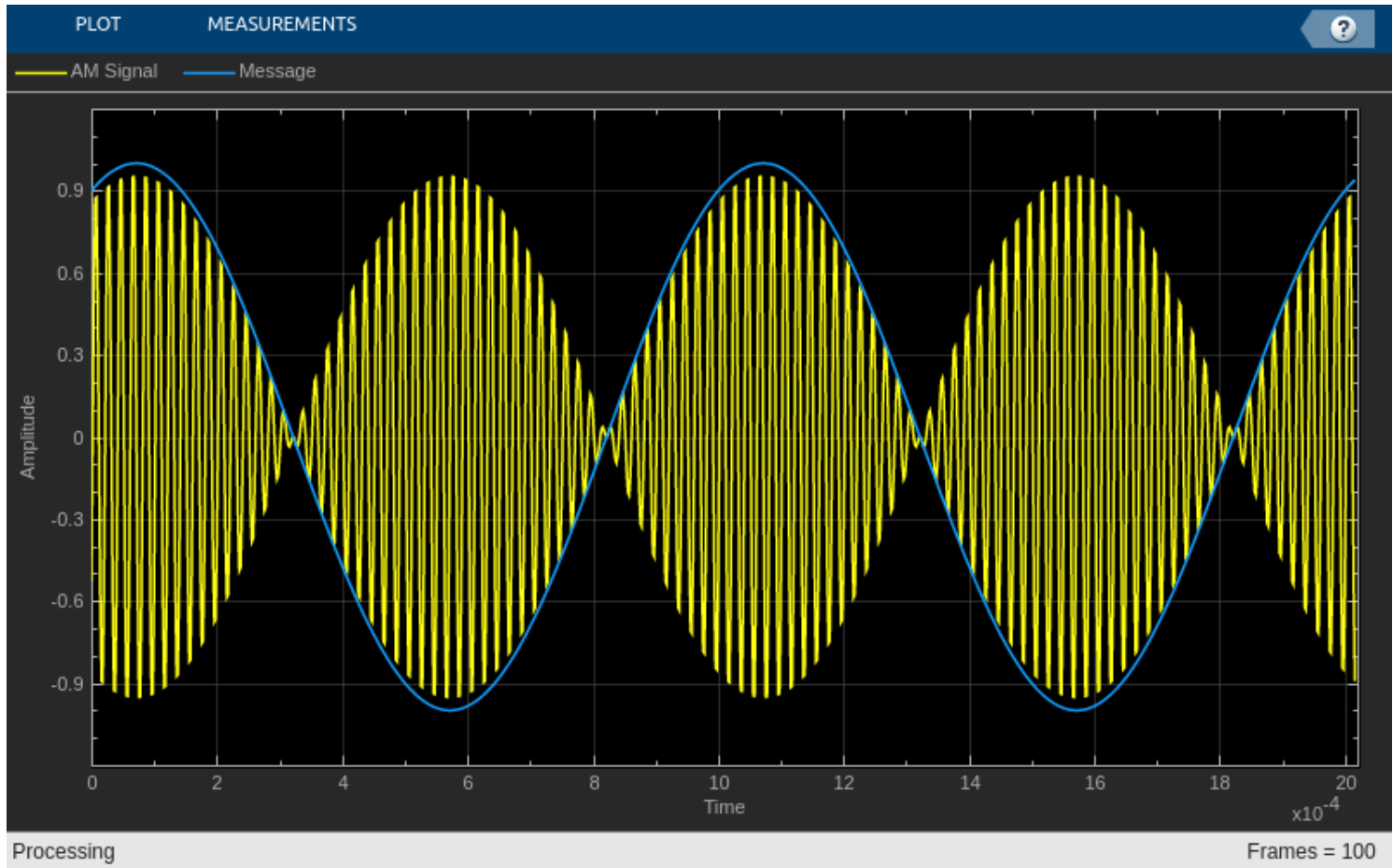
    % амплитудная модуляция
    AmSignal = Message.*Carrier;

    % вывод результатов на график
    Plotter([AmSignal, Message])
```

```
% задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
```

```
pause(0.1)
```

```
end
```



Можно увидеть, что амплитуда несущей соответствует амплитуде информационного сообщения. Если информационное сообщение принимает отрицательное значение, то фаза несущей изменяется на π .

Теперь рассмотрим частотную область. Применив в формуле (3) правило произведения косинусов, преобразуем результат к следующему виду:

$$s_{am}(t) = \frac{A_m A_c}{2} [\cos(2\pi(f_m + f_c)t) + \cos(2\pi(f_m - f_c)t)].$$

Таким образом, результат одностональной модуляции равен сумме двух гармонических сигналов, частоты которых равны $f_m + f_c$ и $f_m - f_c$ Гц. В частотной области это соответствует спектру:

$$s_{am}(t) \Leftrightarrow \frac{A_m A_c}{4} [\delta(f + f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m) + \delta(f - f_c + f_m) + \delta(f - f_c - f_m)].$$

Этот результат можно получить, если учесть формулу (2) и, что спектр информационного сигнала равен:

$$A_m \cos(2\pi f_m t) \Leftrightarrow \frac{A_m}{2} [\delta(f + f_m) + \delta(f - f_m)].$$

```

clc; clear; close all;

FrameSize = 5000;    % размер обрабатываемой за один раз пачки данных
Fs = 100e3;          % тактовая частота (Hz)

% генератор гармонических сигналов
% частота тона: 5 kHz
% частота несущей: 35 kHz
MessageAndCarrierGen = dsp.SineWave(...
    'SampleRate',Fs,...
    'SamplesPerFrame',FrameSize,...
    'Frequency',[35e3 5e3],...
    'Amplitude',[1 1] ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits','dBm', ...
    'FrequencyRange', 'centered', ...
    'SampleRate', Fs ...
);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType','Line', ...
    'XOffset', -Fs/2, ...
    'YLimits', [-30, 30], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'Message', 'Carrier', 'AM Signal'}, ...
    'SampleIncrement', Fs/FrameSize ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:100
    % формирование тонального сигнала и несущей
    SineWaves = MessageAndCarrierGen();
    Carrier = SineWaves(:,1);
    Message = SineWaves(:,2);

    % амплитудная модуляция
    AmSignal = Message.*Carrier;

    % вычисление спектров
    Spectrums = SpecEstimator([Message, Carrier, AmSignal]);

    % вывод результатов на график

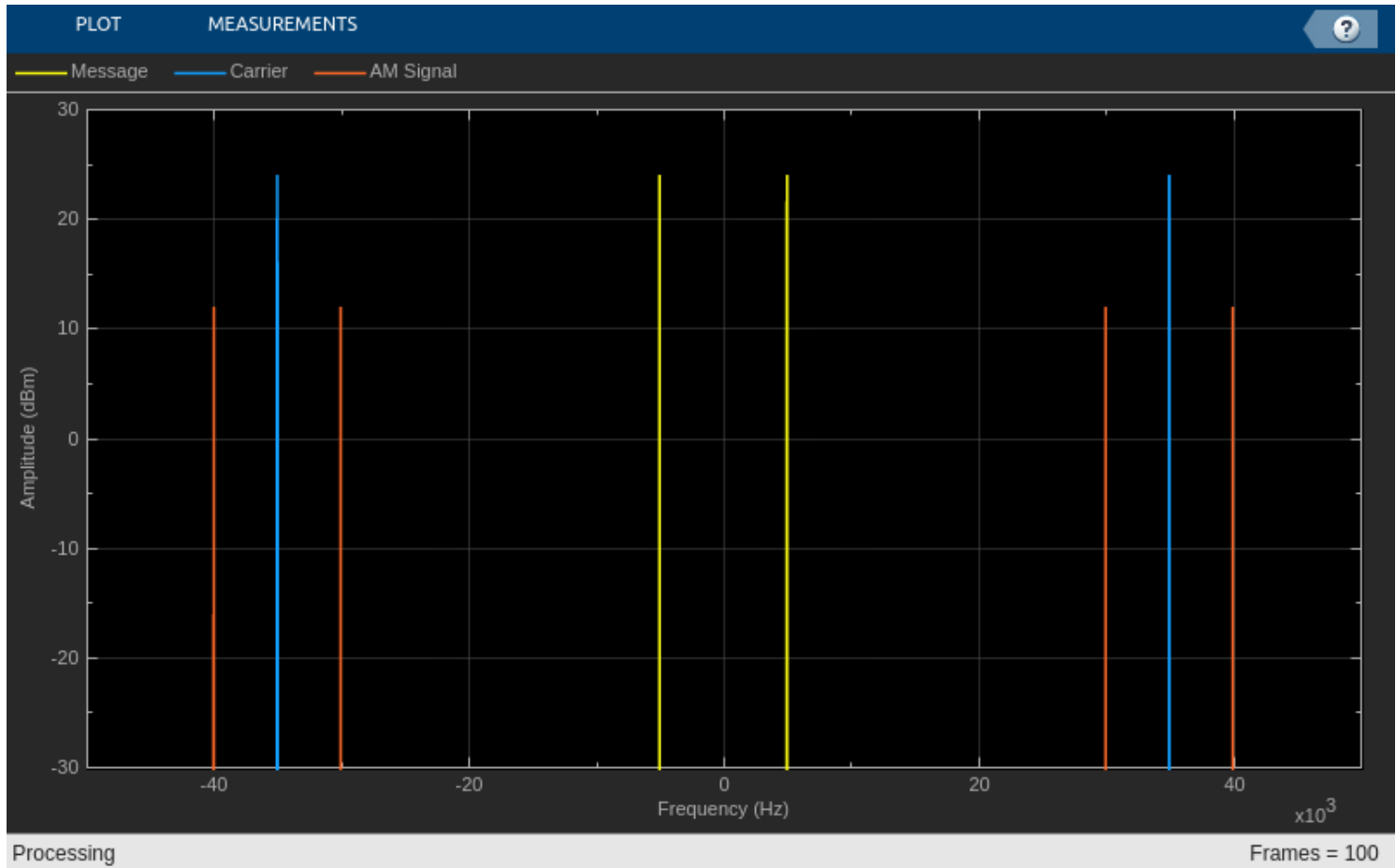
```

```
Plotter(Spectrums)
```

```
% задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
```

```
pause(0.1)
```

```
end
```



На графике представлен спектр информационного сигнала (желтый) и спектр несущей (синий). Эти сигналы гармонические, поэтому им соответствуют гармоники на частотах f_m и f_c соответственно. Спектр модулированного сигнала для однотонового случая (красный) состоит из четырех дельта-функций.

3. Модуляция несколькими тонами

Разобравшись с однотоновой модуляцией, легко распространить результаты на случай модуляции несколькими тонами. Пусть информационный сигнал представляет из себя сумму гармонических сигналов:

$$m(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(2\pi f_i t),$$

где A_i - амплитуда i -ой гармоники, f_i - частота i -ой гармоники, N - число гармоник.

В случае, если в модуляции участвуют три тона, график сигнала будет иметь вид:

```

clc; clear; close all;

FrameSize = 1011;    % размер обрабатываемой за один раз пачки данных
Fs = 500e3;          % тактовая частота (Hz)

% генератор информационного сигнала из трех тонов
% частота тонов: 1, 4 и 7 kHz
% амплитуды тонов: 0.1, 0.5 и 0.7
Message = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', Fs, ...
    'SamplesPerFrame', FrameSize, ...
    'Frequency', [1e3 4e3 7e3], ...
    'Amplitude', [0.1 0.5 0.7] ...
);

% генератор несущей
% частота несущей: 100 kHz
Carrier = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', Fs, ...
    'SamplesPerFrame', FrameSize, ...
    'Frequency', 100e3, ...
    'Amplitude', 1 ...
);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType', 'Line', ...
    'YLimits', [-1.5, 1.5], ...
    'SampleIncrement', 1/Fs, ...
    'XLabel', 'Time', ...
    'YLabel', 'Amplitude', ...
    'ChannelNames', {'AM Signal', 'Message'} ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:100
    % формирование информационного сигнала
    MessageData = Message();
    MessageData = MessageData(:,1) + MessageData(:,2) + MessageData(:,3);

    % формирование несущей
    CarrierData = Carrier();

    % амплитудная модуляция
    AmSignal = MessageData .* CarrierData;

    % вывод результатов на график
    Plotter([AmSignal, MessageData])

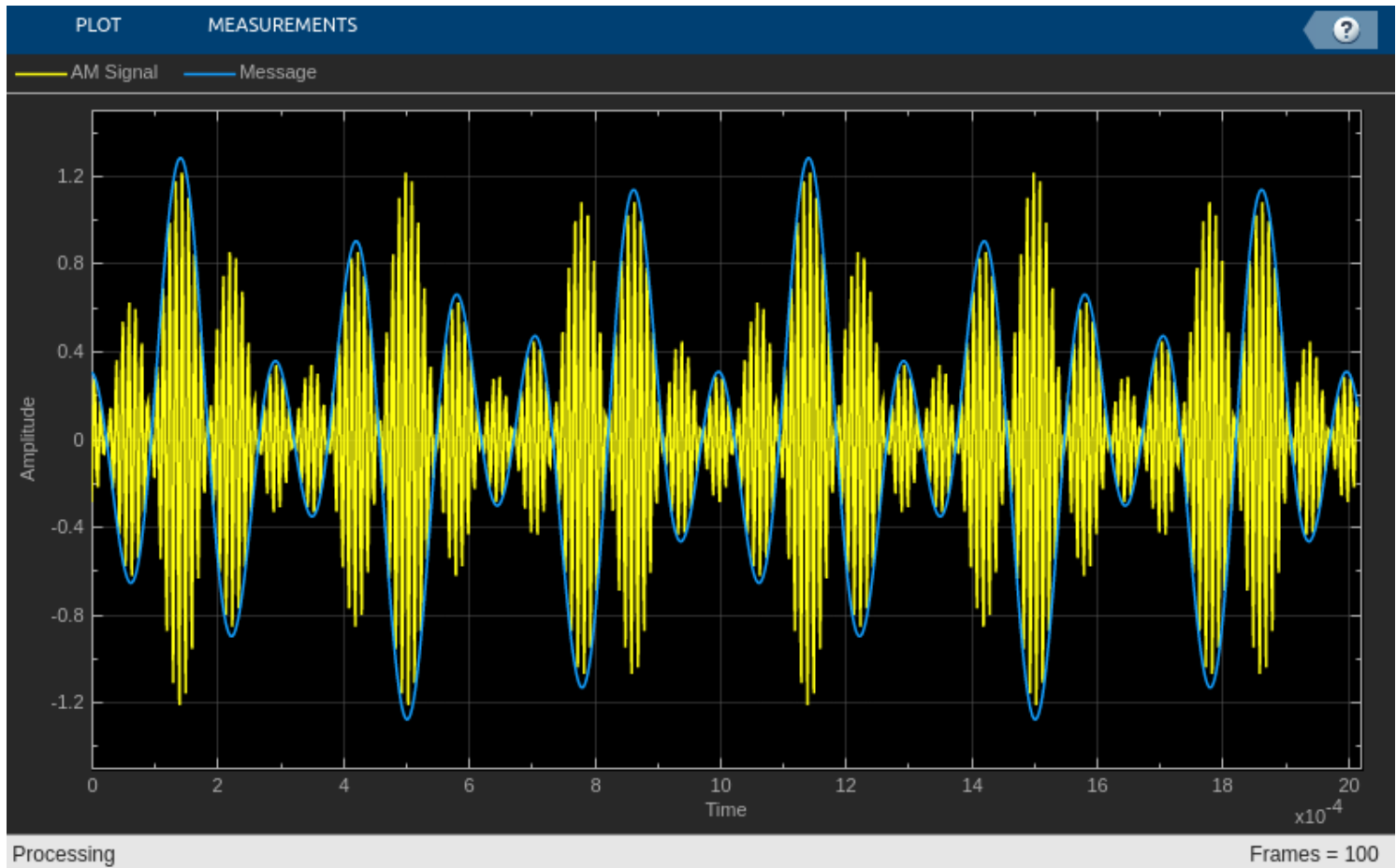
    % задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации

```

```

pause(0.1)
end

```



Рассмотрим, что происходит в частотной области. В случае модуляции несколькими тонами модулированный сигнал примет следующий вид:

$$s_{am}(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(2\pi f_i t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t) = \frac{A_c}{2} \sum_{i=1}^N A_i [\cos(2\pi(f_i + f_c)t) + \cos(2\pi(f_i - f_c)t)].$$

То есть после модуляции каждому тону будут соответствовать две гармоники на частотах $f_i + f_c$ и $f_i - f_c$. Можно сказать по другому: каждый отдельный тон информационного сигнала будет сдвинут по частоте на f_c . Построим спектры сигналов для случая модуляции тремя тонами.

```

clc; clear; close all;

FrameSize = 5000;    % размер обрабатываемой за один раз пачки данных
Fs = 200e3;          % тактовая частота (Hz)

% генератор информационного сигнала из трех тонов
% частота тонов: 2, 4 и 7 kHz
% амплитуды тонов: 0.1, 0.5 и 0.7
Message = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', Fs,...

```

```

    'SamplesPerFrame', FrameSize,...
    'Frequency', [2e3 4e3 7e3],...
    'Amplitude', [0.1 0.5 0.7]);

% генератор несущей
% частота несущей: 50 kHz
Carrier = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', Fs,...
    'SamplesPerFrame', FrameSize,...
    'Frequency', 50e3,...
    'Amplitude', 1 ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits', 'dBm',...
    'FrequencyRange', 'centered',...
    'SampleRate', Fs ...
);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType', 'Line', ...
    'XOffset', -Fs/2, ...
    'YLimits', [-20, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'Message', 'Carrier', 'AM Signal'}, ...
    'SampleIncrement', Fs/FrameSize ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:100
    % формирование информационного сигнала
    MessageData = Message();
    MessageData = MessageData(:,1) + MessageData(:,2) + MessageData(:,3);

    % формирование несущей
    CarrierData = Carrier();

    % амплитудная модуляция
    AmSignal = MessageData .* CarrierData;

    % вычисление спектров
    SpectrumData = SpecEstimator([MessageData, CarrierData, AmSignal]);

    % вывод результатов на график
    Plotter(SpectrumData)

    % задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации

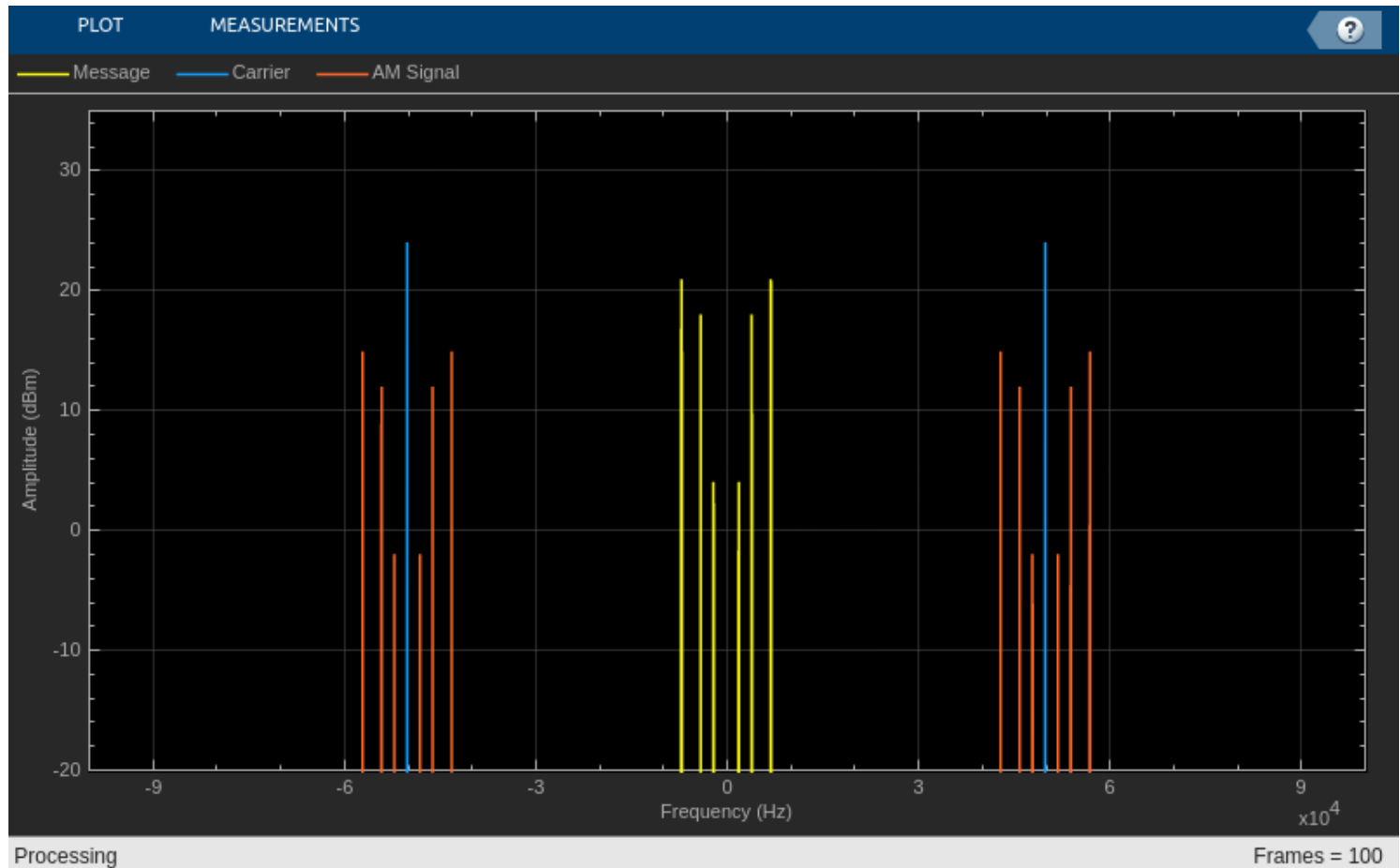
```



```

pause(0.1)
end

```



Можно увидеть, что спектр модулированного сигнала (красный) соответствует спектру информационного сообщения (желтый), сдвинутому на частоту несущей (синий).

4. Модуляция звуковым сигналом

Рассмотрим, как будет выглядеть спектр сигнала после модуляции, если информационное сообщение является аудиосигналом. В файле `Audio_Source.wav` записано звуковое сообщение с частотой дискретизации 44.1 kHz. Частота несущей будет равна 60 kHz. Чтобы избежать наложения спектров, выберем итоговую частоту дискретизации модулированного сигнала в 5 раз больше частоты аудиосигнала, то есть 5×44.1 kHz. Это потребует провести интерполяцию для увеличения частоты дискретизации информационного сообщения.

```

clc; clear; close all;

AudioFrameSize = 1000; % количество отсчетов аудиофайла, получаемых за один раз
FramesNumber = 100;    % число обрабатываемых пачек данных
RateRatio = 5;         % коэффициент увеличения частоты дискретизации

% объект для считывания отсчетов аудиофайла
AudioReader = dsp.AudioFileReader(...

```

```

    './Audio_Source.wav', ...
    'SamplesPerFrame', AudioFrameSize...
);

% дополнительные расчеты
AudioFs = AudioReader.SampleRate; % получаем частоту дискретизации аудиосообщения
SignalFs = AudioFs * RateRatio; % частота дискретизации модулированного сигнала
SignalFrameSize = AudioFrameSize * RateRatio; % количество отсчетов АМ-сигнала, получаемого за один кадр

% генератор несущей с частотой 60 kHz
Carrier = dsp.SineWave(...
    'SampleRate', SignalFs,...
    'SamplesPerFrame', SignalFrameSize,...
    'Frequency', 60e3,...
    'Amplitude', 1);

% интерполятор
Upsampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 40e3, ...
    'InputSampleRate', AudioFs, ...
    'OutputSampleRate', SignalFs ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits', 'dBm', ...
    'FrequencyRange', 'centered', ...
    'SampleRate', SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType', 'Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'Message', 'AM Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:FramesNumber
    % считывание отсчетов аудиосообщения и выделение одного канала из
    % стерео сигнала
    AudioData = AudioReader();
    AudioData = AudioData(:,1);

    % увеличение частоты дискретизации аудиосообщения
    MessageData = Upsampler(AudioData);

```

```

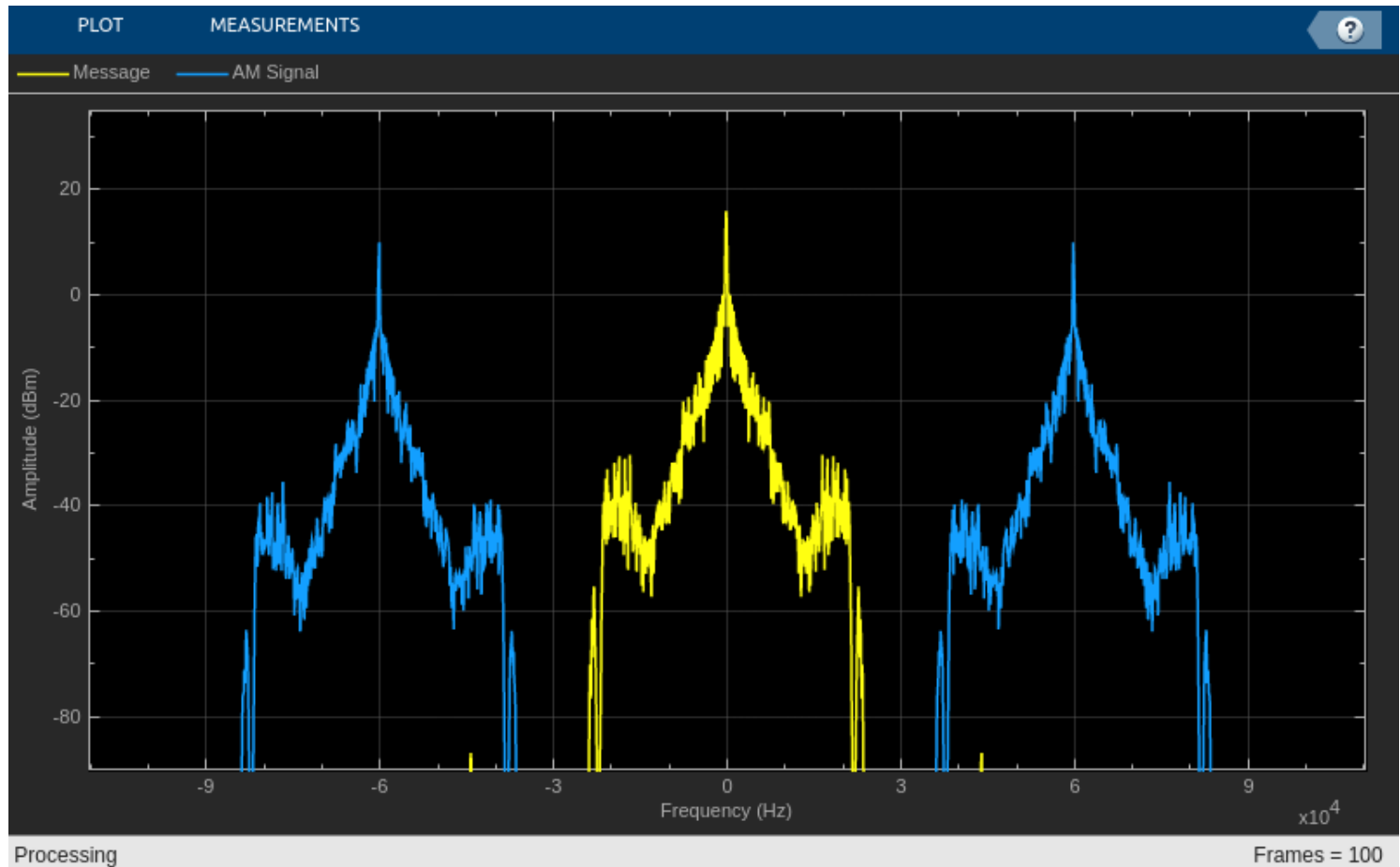
% амплитудная модуляция
AmSignal = MessageData .* Carrier();

% вычисление спектров
SpectrumData = SpecEstimator([MessageData, AmSignal]);

% вывод результатов на график
Plotter(SpectrumData)

% задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
pause(0.1)
end

```



Можно увидеть, что спектр информационного сообщения перенесен на частоту несущей.

5. Готовые решения Matlab

В среде Matlab есть готовая функция для выполнения амплитудной модуляции: `ammod()`. Проверим ее работу. Функция принимает на вход информационный сигнал, частоту несущей, частоту дискретизации и начальную фазу несущей. Основная часть скрипта совпадает со скриптом из предыдущего раздела.

```

clc; clear; close all;

```

```

AudioFrameSize = 1000; % количество отсчетов аудиофайла, получаемых за один раз
FramesNumber = 100; % число обрабатываемых пачек данных
RateRatio = 5; % коэффициент увеличения частоты дискретизации

CarrierPhase = 0; % начальная фаза несущей
CarrierFreq = 60e3; % частота несущей

% объект для считывания отсчетов аудиофайла
AudioReader = dsp.AudioFileReader(...
    './Audio_Source.wav', ...
    'SamplesPerFrame',AudioFrameSize...
);

% дополнительные расчеты
AudioFs = AudioReader.SampleRate; % получаем частоту дискретизации аудиосообщения
SignalFs = AudioFs * RateRatio; % частота дискретизации модулированного сигнала
SignalFrameSize = AudioFrameSize * RateRatio; % количество отсчетов АМ-сигнала, получаемых за один раз

% интерполятор
Upsampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 40e3, ...
    'InputSampleRate',AudioFs, ...
    'OutputSampleRate', SignalFs ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits','dBm',...
    'FrequencyRange','centered',...
    'SampleRate',SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType','Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'Message', 'AM Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
);

% запуск симуляции
for i = 1:FramesNumber
    % считывание отсчетов аудиосообщения и выделение одного канала из
    % стерео сигнала
    AudioData = AudioReader();
    AudioData = AudioData(:,1);

    % увеличение частоты дискретизации аудиосообщения

```

```

MessageData = Upsampler(AudioData);

% амплитудная модуляция
AmSignal = ammod(MessageData, CarrierFreq, SignalFs, CarrierPhase);

% вычисление новой фазы нусщей
CarrierPhase = CarrierPhase + 2*pi*CarrierFreq/SignalFs*SignalFrameSize;

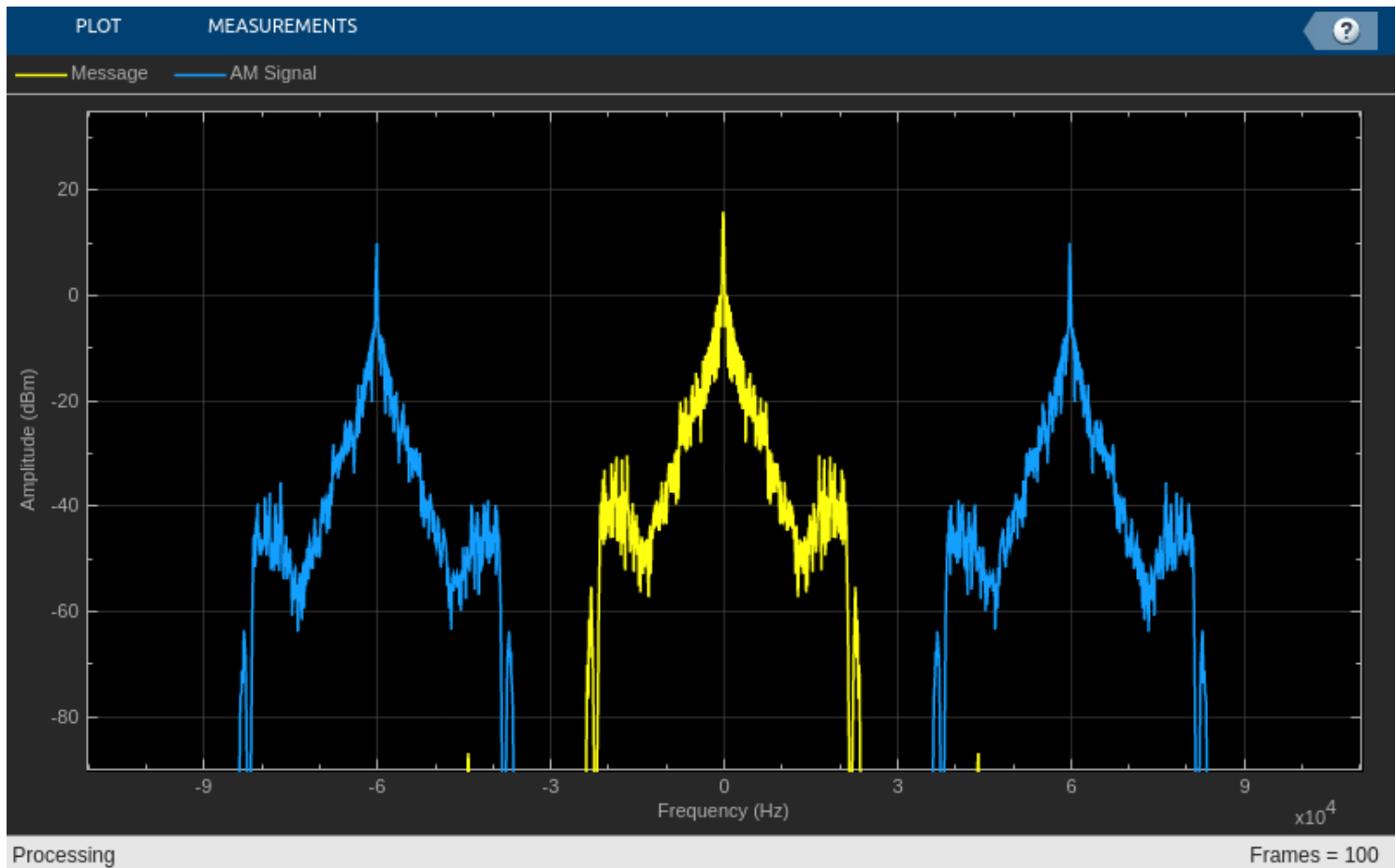
% вычисление спектров
SpectrumData = SpecEstimator([MessageData, AmSignal]);

% вывод результатов на график
Plotter(SpectrumData)

% задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
pause(0.1)

```

end

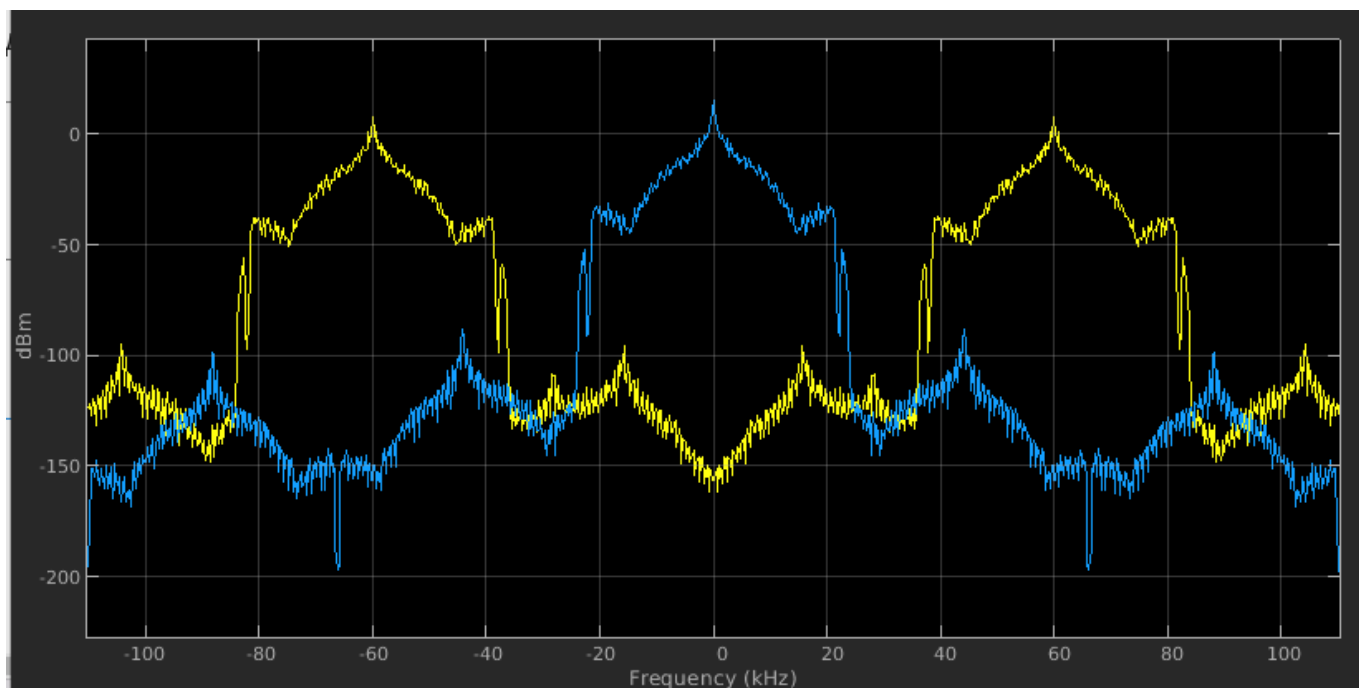
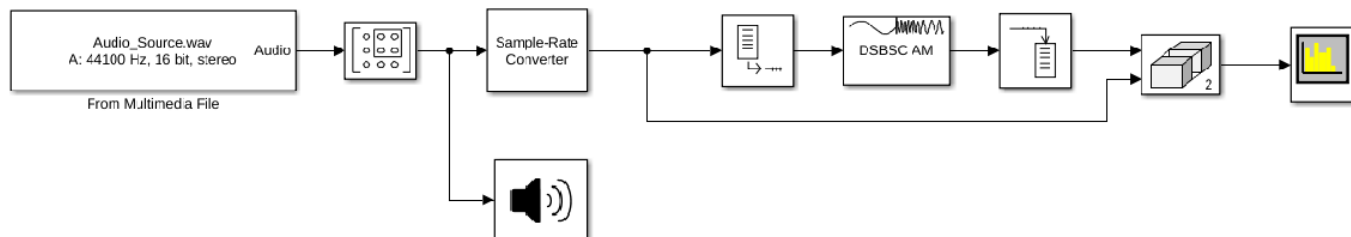


Спектр модулированного сигнала совпадает со спектром из предыдущего пункта.

6. Модуляция DSB-SC в Simulink

В файле DSB_SC_Transmitter.slx представлена Simulink-модель модуляции аудиосообщением. Как и в предыдущих скриптах в файле Audio_Source.wav записано звуковое сообщение с частотой

дискретизации 44.1 kHz. Частота несущей равна 60 kHz. Перед модуляцией частота дискретизации увеличивается в 5 раз. Блок DSBSC AM принимает и выдает данные только по одному отсчету. Поэтому до этого блока данные преобразуются из вектора в отсчеты (Unbuffer), а после него опять собираются в вектор (Buffer). Схема модели и спектры сигналов представлены ниже:



7. Преимущества и недостатки DSB-SC

Преимущества:

- простота модулятора;
- модуляция эффективна с точки зрения мощности, так как несущая не передается.

Недостатки:

- если информационное сообщение изменяет знак, то возможна только когерентная демодуляция;
- несущая не передается, ее нужно восстанавливать из сигнала, это усложняет демодулятор;

- полоса модулированного сигнала в 2 раза больше полосы информационного сообщения.

Ссылки:

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Double-sideband_suppressed-carrier_transmission
2. <https://www.javatpoint.com/dsbsc-double-sideband-suppress-carrier>
3. <https://electronicscoach.com/double-sideband-suppressed-carrier-modulation.html>
4. <https://user.eng.umd.edu/~tretter/commlab/c6713slides/ch6.pdf>

Литература:

1. B. P. Lathi Modern Digital and Analog Communication Systems
2. R. Stewart, K. Barlee, D. Atkinson, L. Crockett Software Defined Radio using MATLAB® & Simulink and the RTL-SDR