

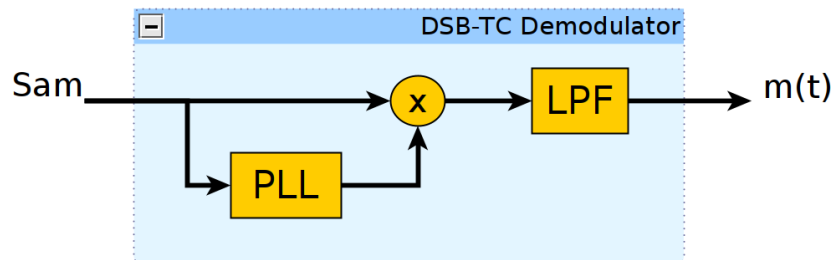
## Демодуляция. Часть 2.

### Double Sideband Transmitted Carrier (AM-DSB-TC)

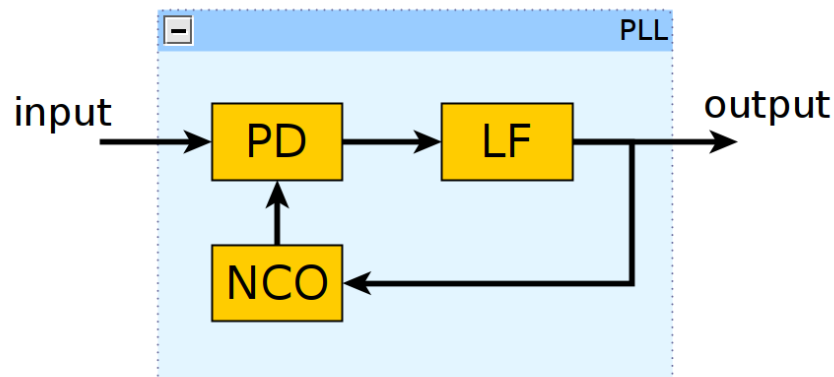
Для запуска скриптов необходимо корневую папку репозитория сделать рабочей папкой **Matlab!**

#### 1. Когерентная демодуляция с помощью PLL

Для качественного приема AM-сигналов когерентным способом необходимо точное совпадение частоты и фазы несущей и генератора в приемнике. Чтобы этого добиться, нужно использовать систему фазовой автоподстройки частоты (phase-locked loop - PLL). В этом случае схема приемного устройства будет иметь вид:



Классическая PLL состоит из трех основных блоков: фазового детектора (phase detector - PD), петлевого фильтра (loop filter - LF) и генератора, управляемого напряжением (numerically controlled oscillator - NCO). Фазовый детектор вычисляет разность фаз между несущей и NCO. Схема PLL представлена ниже:



Фазовый детектор можно реализовать с помощью обычного умножителя. Будем считать, что несущую можно представить в виде:

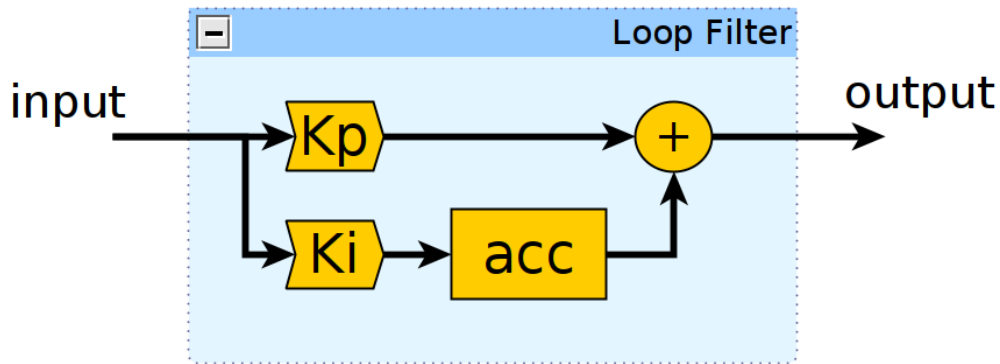
$$u_c = A \cdot \sin(\omega_c t + \phi_0) = A \cdot \sin(\Phi_c(t)).$$

Также пусть мгновенная фаза несущей в момент времени  $t_0$  равна  $\Phi_c(t_0)$  рад., а фаза NCO -  $\Phi_{NCO}(t_0) = \Phi_c(t_0) + \Delta$  рад. Тогда получаем:

$$A \cdot \sin(\Phi_c(t_0)) \cdot \cos(\Phi_{NCO}(t_0)) = A \cdot \sin(\Phi_c(t_0)) \cdot \cos(\Phi_c(t_0) - \Delta) = A \cdot 0.5 \cdot \sin(\Delta) + A \cdot 0.5 \cdot \sin(2\Phi_c(t_0) - \Delta).$$

Слагаемое с удвоенной частотой можно убрать с помощью низкочастотного фильтра. Если этого не сделать, то оно в любом случае в дальнейшем будет удалено с помощью петлевого фильтра. Поэтому данным слагаемым можно пренебречь. То есть, отклик фазового детектора можно считать равным  $A \cdot 0.5 \cdot \sin(\Delta)$ . В случае, когда PLL находится в режиме синхронизации, расстройка по фазе будет близка к нулю, а значит  $\sin(\Delta) \simeq \Delta$ . Таким образом, сигнал на выходе детектора будет приближенно равен  $A \cdot 0.5 \cdot \Delta$ . Величину  $k_d = A \cdot 0.5$  называют коэффициентом усиления детектора. Обратите внимание, что она зависит от амплитуды несущей.

Сигнал с выхода фазового детектора передается на вход петлевого фильтра, который удаляет шумы, присутствующий в сигнале, а также задает динамические характеристики PLL. Обычно фильтр реализуется в виде пропорциональной и интегрирующей ветвей, коэффициенты усиления которых равны  $k_p$  и  $k_i$  соответственно. Схема фильтра представлена ниже:



Эти коэффициенты рассчитываются на основе других характеристик PLL, а именно коэффициента демпфирования и шумовой полосы. Коэффициент демпфирования определяет степень осцилляций при вхождении PLL в режим синхронизации. Шумовая полоса характеризует, как сильно будет ослабляться шум на выходе PLL. Чем меньше полоса - тем меньше шума. Однако, уменьшение шумовой полосы приводит к существенному увеличению времени вхождения в режим синхронизации и уменьшает полосу захвата PLL. Формулы для расчета коэффициентов фильтра представлены ниже:

$$k_p = \frac{4 \cdot \zeta \cdot B_n}{k_d \cdot \left( \zeta + \frac{1}{4 \cdot \zeta} \right)}, \quad k_i = \frac{4 \cdot B_n^2}{k_d \cdot \left( \zeta + \frac{1}{4 \cdot \zeta} \right)^2},$$

где  $\zeta$  - коэффициент демпфирования,  $B_n = B \cdot f_s$  - нормированная шумовая полоса,  $B$  - шумовая полоса в герцах,  $f_s$  - частота дискретизации в герцах.

Сигнал с выхода петлевого фильтра изменяется частоту управляемого генератора и тем самым подстраивает его фазу для уменьшения ошибки  $\Delta$ . Значение фазы NCO в аналитическом виде можно записать так:

$$\Phi_{\text{NCO}}(t) = \int_{-\infty}^t (\omega_0 + u_f(\tau)) d\tau,$$

где  $\omega_0$  - частота NCO при отсутствии входного воздействия,  $u_f(t)$  - сигнал на выходе петлевого фильтра. Таким образом, управляемый генератор по сути представляет из себя интегратор.

Так как в случае DSB-TC модуляции несущая в сигнале присутствует в явном виде, для ее восстановления можно принятый сигнал непосредственно подавать на вход PLL.

Для реализации всех рассмотренных выше преобразований был создан Matlab System Object, описание которого находится в файле AmSignalPLL.m. Ниже представлен скрипт, выполняющий когерентный прием сигнала с амплитудной модуляцией. С помощью переменной FreqOffset можно изменять расстройку между частотой несущей и начальной частотой управляемого генератора.

```
clc; clear; close all;
addpath('matlab/DSB_TC');

SignalFrameSize = 10000; % количество отсчетов Ам-сигнала, получаемых за один раз
FramesNumber = 500; % число обрабатываемых пачек данных
AudioAmp = 3; % коэффициент усиления аудиосигнала
RateRatio = 10; % коэффициент увеличения частоты дискретизации
Fc = 60e3; % частота несущей

% расстройка по частоте (Hz)
FreqOffset = 1000;

% объект для считывания отсчетов аудиофайла
AudioReader = dsp.AudioFileReader(...
    'wav/Audio_DSB_TC.wav', ...
    'SamplesPerFrame', SignalFrameSize...
);

% дополнительные расчеты
SignalFs = AudioReader.SampleRate; % получаем частоту дискретизации модулир
AudioFs = SignalFs / RateRatio; % частота дискретизации аудиосообщения

% фпч для восстановления несущей
% параметры фпч зависят от амплитуды входного сигнала
% его амплитуда меняется поэтому берем среднее значение, равное 0.27
AmPLL = AmSignalPLL( ...
    'SampleFrequency', SignalFs, ...
    'NoiseBandwidth', 100, ...
    'Dampingfactor', 0.7, ...
    'CentralFrequency', Fc + FreqOffset, ...
    'SignalAmp', 0.27 ...
);
```

```

);

% расчет коэффициентов фильтра нижних частот
H = Audio_Lowpass_FIR_Coeff();

% создание объекта для фильтрации
LowpassFIR = dsp.FIRFilter(H.Numerator);

% дециматор
DownSampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 40e3, ...
    'InputSampleRate', SignalFs, ...
    'OutputSampleRate', AudioFs ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits','dBm',...
    'FrequencyRange','centered',...
    'SampleRate',SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType','Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...
    'ChannelNames', {'AM Signal', 'Mixed Signal', 'Filtered Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
);

Message = [];

% запуск симуляции
for i = 1:FramesNumber
    % считывание отсчетов АМ-сигнала и выделение синфазного канала
    AmSignal = AudioReader();
    AmSignal = AmSignal(:,1);

    % восстанавливаем несущую
    [Carrier, Offset] = AmPLL(AmSignal);

    % смешивание АМ-сигнала и несущей
    MixedSignal = AmSignal .* Carrier;

    % фильтрация сигнала
    BasebandSignal = LowpassFIR(MixedSignal);

    % понижение частоты дискретизации

```

```

Message = [Message; AudioAmp * DownSampler(BasebandSignal)];

% вычисление спектров
SpectrumData = SpecEstimator([AmSignal MixedSignal BasebandSignal]);

% вывод результатов на график
Plotter(SpectrumData)

% задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
pause(0.01)

```

end



Выше представлены преобразования в частотной области. Желтым обозначен спектр принимаемого АМ-сигнала. Синим - спектр на выходе смесителя. Можно увидеть, что он состоит из информационного сообщения и сигнала на удвоенной частоте несущей. После фильтрации остается только информационное сообщение (красный).

```

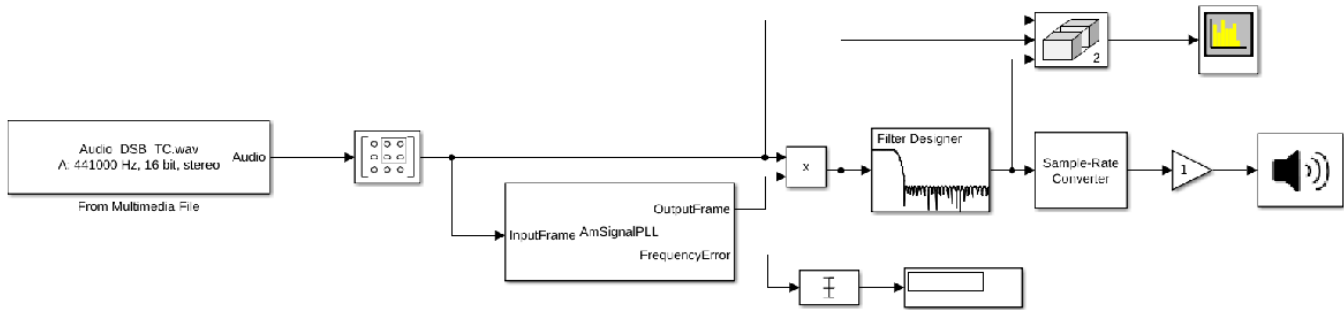
% проигрывание полученного сообщения
sound(Message, AudioFs);

```

На слух можно оценить, что при расстройке в 100 Гц демодулированный сигнал не содержит искажений. При расстройке в 1000 Гц сначала слышен сильный свист, а потом качество сигнала исправляется. Этот временный свист соответствует периоду вхождения PLL

в режим синхронизации. Из-за большей расстройки по частоте длительность этого процесса увеличивается. При расстройке в 5000 Гц, слышны сильные искажения. Это происходит из-за того, что расстройка по частоте превышает полосу захвата PLL, поэтому PLL не может войти в режим синхронизации.

В файле *DSB\_TC\_Receiver\_Part\_2\_1.slx* представлена Simulink модель когерентного демодулятора, который ранее был реализован в виде скрипта.



## 2. Когерентная демодуляция при квадратурном приеме

Рассмотрим как изменится структура когерентного демодулятора в случае квадратурного приема. Сигнал теперь комплексный с односторонним спектром. Для восстановления несущей также необходимо использовать PLL. Отличие от случая действительного сигнала заключается в устройстве фазового детектора. При квадратурном приеме несущую можно представить в виде комплексной экспоненты  $A \cdot e^{j \cdot \Phi_c(t)}$ . Выходной сигнал NCO также будет комплексным -  $e^{-j \cdot \Phi_{NCO}(t)}$ . Как и ранее через  $\Phi_c(t)$  и  $\Phi_{NCO}(t) = \Phi_c(t) - \Delta$  обозначены мгновенные фазы несущей и NCO. Фазовый детектор представляет из себя умножитель, после которого располагается блок вычисления аргумента комплексного числа. Это можно записать в аналитическом виде:

$$s_{\text{mix}} = A \cdot e^{j \cdot \Phi_c(t)} \cdot e^{-j \cdot \Phi_{NCO}(t)} = A \cdot e^{j \cdot [\Phi_c(t) - \Phi_{NCO}(t) + \Delta]} = A \cdot e^{j \cdot \Delta},$$

$$s_d = \arg\{s_{\text{mix}}\} = \arg\{A \cdot e^{j \cdot \Delta}\} = \Delta,$$

где  $s_{\text{mix}}$  - сигнал на выходе умножителя, а  $s_d$  - сигнал на выход фазового детектора.

Можно увидеть, что в случае квадратурного приема сигнал на выходе фазового детектора не зависит от амплитуды несущей, а коэффициент усиления детектора  $k_d$  равен единице. Остальная часть PLL полностью совпадает с реализацией для действительного принимаемого сигнала.

Для реализации всех описанных выше преобразований был создан Matlab System Object, описание которого находится в файле *AmComplexPLL.m*. Ниже представлен скрипт, выполняющий когерентный прием сигнала с амплитудной модуляцией. С помощью переменной *FreqOffset* можно изменять расстройку между частотой несущей и начальной частотой управляемого генератора.

```

clc; clear; close all;
addpath('matlab/DSB_TC');

SignalFrameSize = 10000; % количество отсчетов Ам-сигнала, получаемых за один раз
FramesNumber = 500;      % число обрабатываемых пачек данных
AudioAmp = 1;             % коэффициент усиления аудиосигнала
RateRatio = 10;           % коэффициент увеличения частоты дискретизации
Fc = 60e3;                % частота несущей

% расстройка по частоте (Hz)
FreqOffset = 1000;

% объект для считываения отсчетов аудиофайла
AudioReader = dsp.AudioFileReader(...
    'wav/Audio_DSB_TC.wav', ...
    'SamplesPerFrame', SignalFrameSize...
);

% дополнительные расчеты
SignalFs = AudioReader.SampleRate; % получаем частоту дискретизации модулир
AudioFs = SignalFs / RateRatio;    % частота дискретизации аудиосообщения

% фапч для восстановления несущей
AmPLL = AmComplexPLL( ...
    'SampleFrequency', SignalFs, ...
    'NoiseBandwidth', 100, ...
    'Dampingfactor', 0.7, ...
    'CentralFrequency', Fc + FreqOffset ...
);

% дециматор
DownSampler = dsp.SampleRateConverter(...
    'Bandwidth', 40e3, ...
    'InputSampleRate', SignalFs, ...
    'OutputSampleRate', AudioFs ...
);

% объект для вычисления спектра
SpecEstimator = dsp.SpectrumEstimator(...
    'PowerUnits', 'dBm', ...
    'FrequencyRange', 'centered', ...
    'SampleRate', SignalFs);

% объект для отрисовки графиков
Plotter = dsp.ArrayPlot(...
    'PlotType', 'Line', ...
    'XOffset', -SignalFs/2, ...
    'YLimits', [-90, 35], ...
    'XLabel', 'Frequency (Hz)', ...
    'YLabel', 'Amplitude (dBm)', ...

```

```

    'ChannelNames', {'AM Signal', 'Carrier', 'Mixed Signal'}, ...
    'SampleIncrement', SignalFs/SignalFrameSize ...
);

Message = [];

% запуск симуляции
for i = 1:FramesNumber
    % считывание отсчетов АМ-сигнала и формирование комплексного сигнала
    AmSignal = AudioReader();
    AmSignal = AmSignal(:,1) + 1j*AmSignal(:,2);

    % восстанавливаем несущую
    [Carrier, Offset] = AmPLL(AmSignal);

    % смешивание АМ-сигнала и несущей
    MixedSignal = AmSignal .* conj(Carrier);
    MixedSignal = real(MixedSignal);

    % понижение частоты дискретизации
    Message = [Message; AudioAmp*DownSampler(MixedSignal)];

    % вычисление спектров
    SpectrumData = SpecEstimator([AmSignal conj(Carrier) MixedSignal]);

    % вывод результатов на график
    Plotter(SpectrumData)

    % задержка в 0.1 секунды для лучшей визуализации
    pause(0.01)
end

```



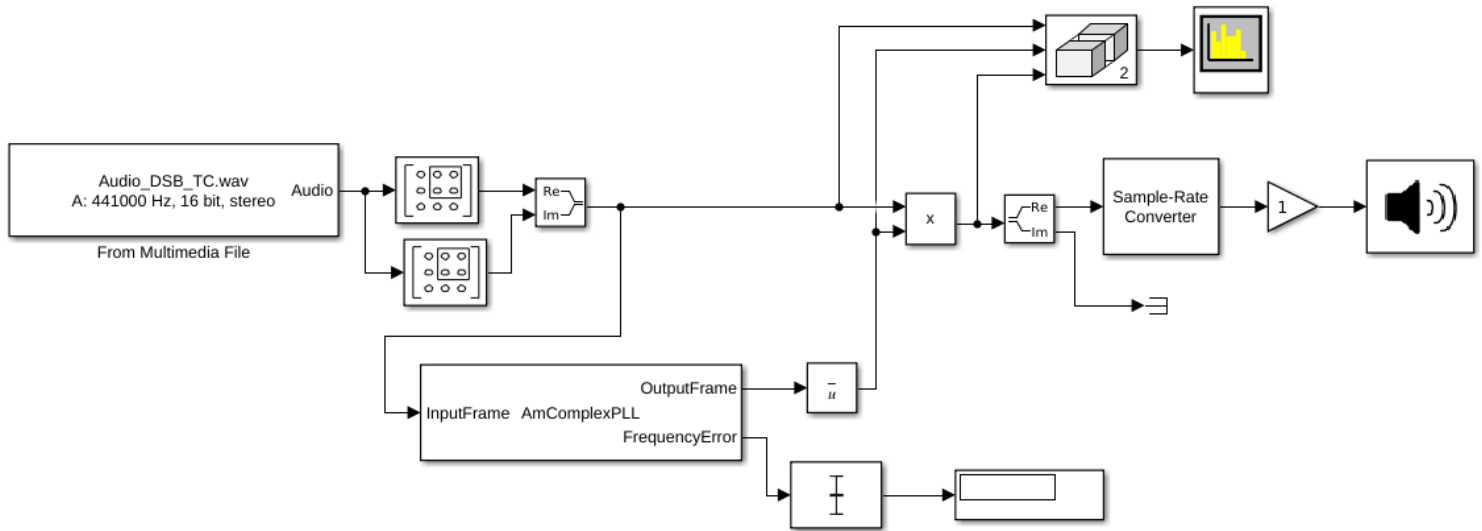


Выше представлены преобразования в частотной области. Желтым обозначен спектр принимаемого АМ-сигнала. Так как прием квадратурный, спектр сигнала комплексный и расположен только в положительной области частот. Синим цветом представлен сигнал на выходе NCO PLL, а красным - сигнал на выходе смесителя.

```
% проигрывание полученного сообщения
sound(Message, AudioFs);
```

При прослушивании принятого сигнала при разных значениях расстройки по частоте получаем те же самые искажения, что и для действительного случая. При расстройке по частоте в 5000 Гц сигнал на выходе NCO содержит множество гармоник и не является комплексной экспонентой. Это означает, что PLL не находится в режиме синхронизации.

В файле *DSB\_TC\_Receiver\_Part\_2\_2.slx* представлена Simulink модель когерентного демодулятора в квадратурном случае.



## Литература:

1. B. P. Lathi Modern Digital and Analog Communication Systems
2. R. Stewart, K. Barlee, D. Atkinson, L. Crockett Software Defined Radio using MATLAB® & Simulink and the RTL-SDR
3. F. Gardner Phaselock Techniques
4. M. Rice Digital Communications. A Discrete Time Approach