#### DISTRIBUIRANI ALGORITMI I SISTEMI

#### Nemogućnost asinhronog konsenzusa (1/2)

- □ Pokazati nemogućnost za read/write deljenu memoriju sa n procesora i n 1 otkaza
  - dokazati direktno: lako jer ima mnogo otkaza
  - implicira da ne postoji alg. za 2-proc i 1 otkaz
- Pokazati nemogućnost za r/w deljenu memoriju sa n proc. i 1 otkazom. Dva pristupa:
  - Redukcija: koristiti hipotetički alg. za n-proc i 1
    otkaz kao podprogram za projektovanje alg. za
    2-proc i 1 otkaz
  - Direktno: Slične ideje kao za slučaj n-1 otkaza

#### Nemogućnost asinhronog konsenzusa (2/2)

- Pokazati nemogućnost za sis. sa slanjem poruka sa n procesora i 1 otkazom. Dva pristupa:
  - Redukcija: Koristiti hipotetički alg. sa slanjem poruka za n proc. i 1 otkazom kao podprog. za projektovanje alg. sa deljenom memorijom za n proc. i 1 otkazom. To vodi do kontradikcije sa predhodnim rezultatom.
  - Direktno: Koristiti slične ideja kao za sl. deljene memorije, pojačane rukovanjem porukama. (Istorijski, ova verzija je prva dokazana.)

# Model asinhronog sistema sa otkazima tipa ispada

- □ Neka je f maks. broj procesora u otkazu.
- Za SM i MP: Svi osim f procesora moraju izvesti beskonačan br. koraka u prihvatljivom izvršenju.
- □ Za MP: Takođe zahteva da sve poruke poslate ka ispravnom procesoru moraju biti nekada konačno isporučene, osim onih poslatih od proc. u otkazu, u njegovom zadnjem koraku, koje mogu a ne moraju biti isporučene.

# Algoritmi oslobođeni čekanja (Wait-Free, WF)

- □ Alg. za n procesora je WF alg. ako toleriše n − 1
  otkaza.
- Intuicija je da ispravan procesor ne čeka na druge procesore da nešto urade: on to ne može, jer on može biti jedini procesor koji je ostao aktivan.
- Prvi rezultat je da ne postoji WF alg. konsenzusa za asinhron model sa r/w deljenom memorijom.

#### Nemogućnost WF konsenzusa

- □ Pred. radi kontradikcije da postoji algoritam za n procesora i n − 1 otkaza u asinhronom modelu sa read/write deljenom memorijom.
- Dokaz je sličan onom da je potrebno f + 1 rundi u sinhronom modelu sa slanjem poruka.

bivalent bivalent bivalent bivalent početna konfig konfig konfig

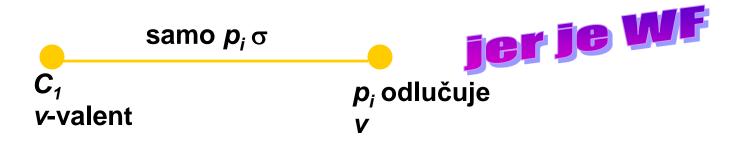
#### Izmenjene definicije valenci

- U dokazu donje granice za broj rundi, valenca se odnosila na odluke koje su dostupne u prihvatljivim izvršenjima sa retkim otkazima.
- □ U ovom dokazu nas interesuju odluke koje su dostupne u bilo kom prihvatljivom izvršenju (za asinhron model sa deljenom memorijom, prihvatljivo je do n − 1 otkaza).

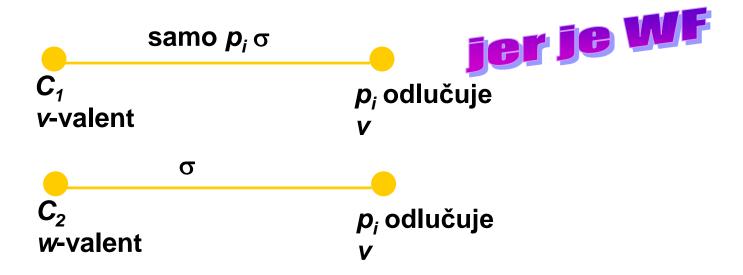
**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične za*  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.



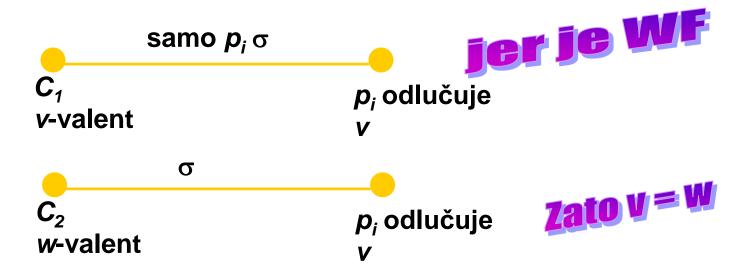
**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične za*  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.



**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične za*  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.



**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične za*  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.



#### Bivalentna početna konfiguracija

Lema (10.16): Postoji bivalentna početna konfiguracija.

Dokaz je sličan dokazu za f + 1 donju granicu za broj rundi u sinhronom modelu.

**Def:** Ako je C bivalentna i i(C) (rezultat kad  $p_i$  izvodi jedan korak) je univalentna, onda je  $p_i$  **kritičan** u C.

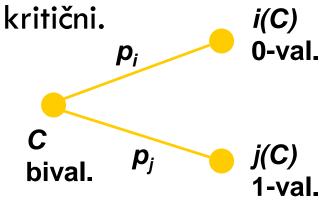
Lema (10.17): Ako je C bivalentna, onda bar jedan procesor nije kritičan u C, tj., postoji bivalentno proširenje.

**Dokaz:** Pred. radi kontradikcije da su svi procesori kritični.

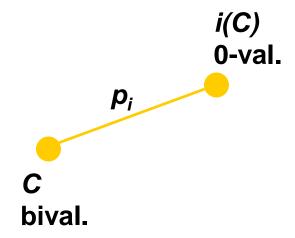
**Def:** Ako je C bivalentna i i(C) (rezultat kad  $p_i$  izvodi jedan korak) je univalentna, onda je  $p_i$  **kritičan** u C.

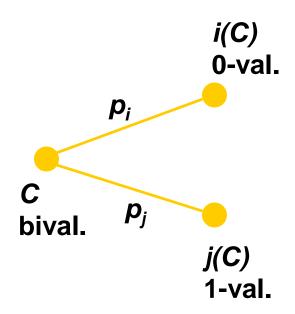
Lema (10.17): Ako je C bivalentna, onda bar jedan procesor nije kritičan u C, tj., postoji bivalentno proširenje.

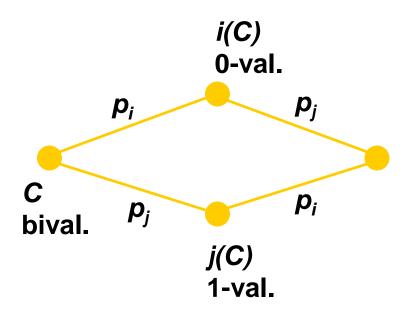
**Dokaz:** Pred. radi kontradikcije da su svi procesori

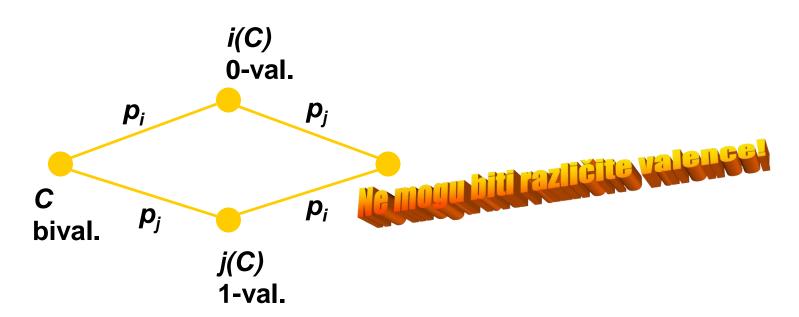


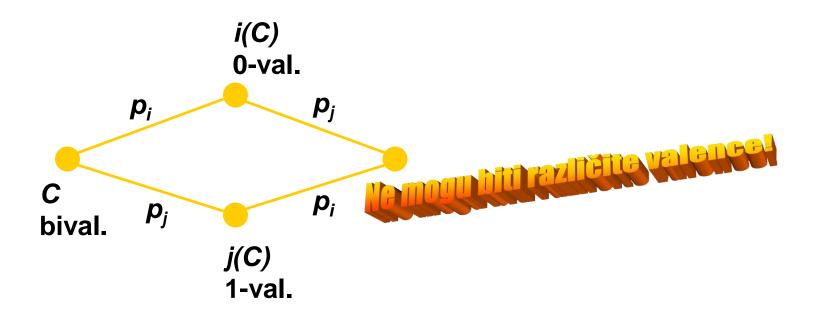
Dalje sledi analiza slučajeva za varijacije dva koraka  $p_i$  i  $p_j$ 





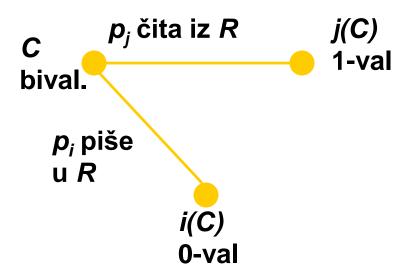




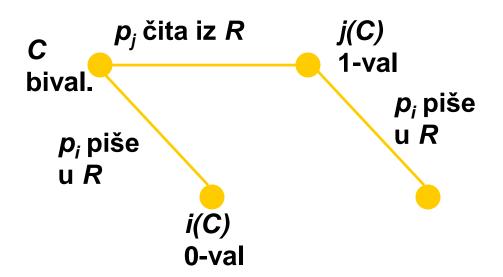


Slučaj 2:  $p_i$  i  $p_j$  čitaju isti registar. Isti dokaz.

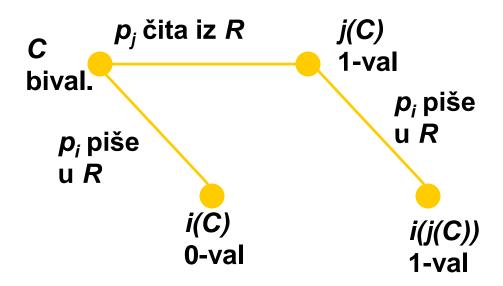
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar R a  $p_i$  čita iz R.



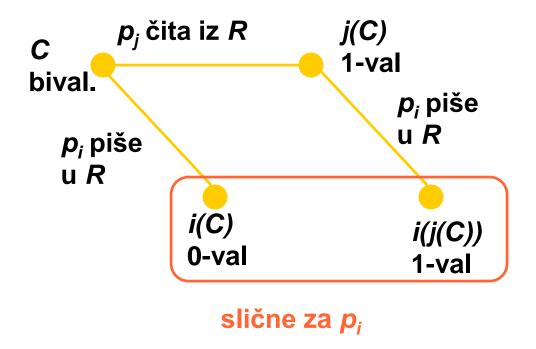
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar R a  $p_i$  čita iz R.



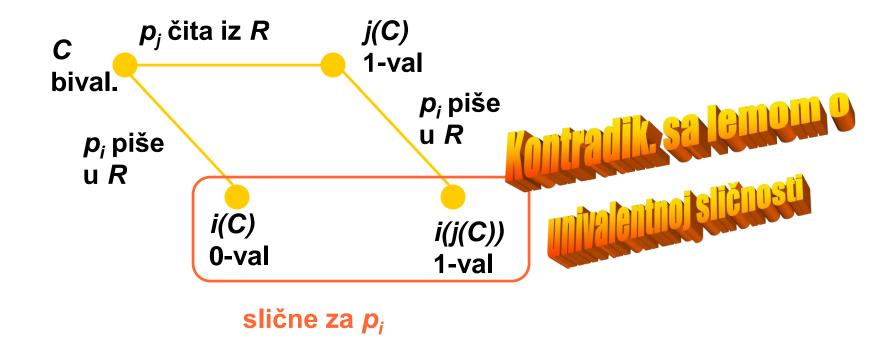
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar R a  $p_j$  čita iz R.



Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar R a  $p_j$  čita iz R.



Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar R a  $p_j$  čita iz R.



- Slučaj 4: Šta ako i  $p_i$  i  $p_j$  pišu u istu deljenu promenljivu?
- Možemo "uprostiti" problem sa pred. da postoje samo deljene prom. u koje piše samo jedan proc.
- □ Ili, možemo izvesti dokaz sličan dokazu za slučaj 3.

#### Završetak dokaza nemogućnosti...

- □ Napravimo prihvatljivo izvr.  $C_0$ , $i_1$ , $C_1$ , $i_2$ , $C_2$ ,... u kom su sve konfiguracije bivalentne.
  - dovodi do kontradikcije sa zahtevom za završetak
- Počnimo sa bivalentnom početnom konfig.
- $\square$  Pred. da postoji bivalentna  $C_k$ .
  - Da bi dobili bivalentnu  $C_{k+1}$ :
  - $\square$  Neka je  $p_i$  procesor koji nije kritičan u  $C_k$ .
  - Neka  $C_{k+1}$  bude  $i_{k+1}(C_k)$ .

#### Nemogućnost 1-elastičnog konsenzusa: Ideja redukcije

- Čak i ako broj ispravnih proc. postane dominantan, konsenzus se i dalje ne može rešiti u asinhronom SM (sa read/write registrima).
- Pred. da postoji algoritam A za n procesora i 1 otkaz.
- Uzmimo A kao podprogram u projektovanju algoritma A'za 2 procesora i 1 otkaz.
- 3. Ali, upravo smo dokazali da takav A' ne postoji.
- 4. Zato ni A ne postoji.

#### Nemogućnost 1-elastičnog konsenzusa: Ideja direktnog dokaza

- Pred. radi kontradik. da postoji takav algoritam.
- Strategija: Konstruisati prihvatljivo izvršenje (sa najviše 1 otkazom) koje se nikad ne završava:
  - Pokazati da postoji bivalentna početna konfiguracija
  - Pokazati kako ići od jedne bivalentne konfig do druge, zauvek (tako da se nikad ne završava)
- Tehnički teži dokaz, jer pri konstruisanju ovog izvršenja, ne može otkazati više od jednog procesora.

#### Nemogućnost konsenzusa u modelu sa slanjem poruka: Redukcija

#### Strategija:

- Pred. da postoji 1-elastičan alg. konsenzusa A za n-proc u asinhronom modelu sa slanjem por.
- Uzmimo A kao podprogram u projektovanju 1elastičnog algoritma konsenzusa A'za n-proc. u asinhronom modelu sa deljenom memorijom (sa read/write prom.).
- 3. Ali, već smo dokazali da A'ne postoji.
- Zato ni A ne postoji.

# Nemogućnost konsenzusa u modelu sa slanjem poruka

#### Ideja za A':

- Simulirati kanale poruka sa read/write registrima.
- Onda postaviti alg. A na vrh ovih simuliranih kanala.
- Za simulaciju kanala od p<sub>i</sub> do p<sub>i</sub>:
- Uzmimo jedan registar za sekvencu poruka poslatih preko ovog kanala
- □ p<sub>i</sub> "šalje" poruku m upisom stare vrednosti registra na koju se doda m
- p<sub>i</sub> "prima" poruku čitanjem registra i proverom novih poruka na kraju pročitane vrednosti