

Практикум № 4

Підвищення узгодженості експертних оцінок в задачах оцінювання альтернатив за одиничним критерієм

Мета роботи:

- *Порівняти результати, отримані різними методами знаходження найбільш неузгоджених експертних оцінок парних порівнянь:*
 - СІ для укороченої МПП,
 - кореляції між рядками і стовпчиками МПП,
 - метод, що використовує критерій Хі-квадрат,
 - метод транзитивностей,
 - метод потоків M_OutFlow.
- *Дослідити методи із зворотнім зв'язком з експертом і автоматичного (без участі експертів) коригування експертних оцінок парних порівнянь:*
 - автоматичного коригування експертних оцінок WGMM,
 - автоматичного коригування експертних оцінок WAMM.
- *Дослідити методи розрахунку коефіцієнтів відносних важливостей (ваг), які стійкі до викидів в експертних оцінках парних порівнянь.*

1 Теоретичні відомості

Методи знаходження найбільш неузгоджених експертних оцінок парних порівнянь

Відомо, що експертні оцінки з високим рівнем неузгодженості не можуть бути використані для розрахунку ваг альтернатив і прийняття рішення. Неузгодженість може виникати внаслідок неточного вводу чи випадкових помилок. Однією з причин появи може бути неправильне розміщення отриманих від експерта оцінок в симетричні позиції матриці парних порівнянь. Постає необхідність у розробці методів підвищення

узгодженості експертної інформації. Розглянемо методи знаходження найбільш неузгоджених експертних оцінок парних порівнянь. Розглядається наступна задача: як знайти окремі найбільш неузгоджені елементи (в подальшому – викиди) в матриці парних порівнянь і зменшити їх вплив на результуючі ваги.

Приклад

Нехай за результатами експертного оцінювання чотирьох альтернатив за певним критерієм сформована наступна матриця парних порівнянь (МПП):

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & \frac{1}{4} \\ 2 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{6} \\ 1 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Відношення узгодженості цієї МПП дорівнює $CR = 0.344$, воно перевищує порогове значення 0.08 для $n = 4$ і тому МПП D сильно неузгоджена. Ця МПП задає нетранзитивні ранжування альтернатив: $a_1 \succ a_2$ (оскільки $d_{12} > 1$), $a_2 \succ a_3$ ($d_{23} > 1$), але $a_1 \prec a_3$ ($d_{13} < 1$). Як буде показано нижче, викидом в цій МПП є елемент $d_{13} = \frac{1}{2}$. Після коригування d_{13} (нове значення, наприклад, дорівнює $d_{13} = 5$) D стає допустимо неузгодженою, $CR = 0.024$.

Розглянемо декілька методів знаходження найбільш неузгоджених елементів в МПП.

Метод CI для укороченої МПП базується на обчисленні індексу узгодженості CI для укороченої МПП, отриманої з початкової МПП послідовним виключенням з розгляду одного з її рядків (стовпчиків).

Метод кореляцій між рядками і стовпчиками МПП

Цей метод базується на факті, що зі збільшенням узгодженості МПП кореляція між її рядками (і стовпчиками) прямує до одиниці. Метод складається з наступних кроків:

1. Розраховуються математичні сподівання $M(R_i^r)$ коефіцієнтів кореляції між i -м та всіма іншими рядками МПП D , а також математичні сподівання $M(R_j^c)$ коефіцієнтів кореляції між j -м та всіма іншими стовпчиками D . Нагадаємо, що коефіцієнт кореляції для двох векторів x і y розраховується за формулою

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y}, \text{ де } \bar{x}, \bar{y} - \text{вибіркові середні, } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\sigma_x, \sigma_y - \text{стандартні відхилення, } \sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

2. Знаходяться $\min_i \{M(R_i^r)\}$ і $\min_j \{M(R_j^c)\}$. Нехай ці мінімуми досягаються на рядку з номером $i = i^*$ і стовпчику з номером $j = j^*$.

3. Тоді елемент $d_{i^*j^*}$ МПП – викид.

Метод, що використовує критерій Хі-квадрат складається з наступних кроків:

1. Для кожного елементу заповненої експертом (емпіричної) МПП D обчислюються значення $\Delta_{ij} = \frac{(d_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}$, де $t_{ij} = \left(\sum_{k=1}^n d_{ik} \right) \left(\sum_{l=1}^n d_{lj} \right) / \left(\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl} \right)$.

2. Розраховується математичне сподівання і дисперсія Δ_{ij} . Визначається довірчий інтервал для Δ_{ij} .

3. Визначаються ті значення $\Delta_{i^*j^*}$, які лежать за межами довірчого інтервалу. Тоді відповідні елементи $d_{i^*j^*}$ - викиди.

Метод транзитивностей

1) Побудова множини транзитивностей $\Gamma = \{\Gamma_u\} \quad u=1, \dots, NT$

$$\Gamma_u = \{d_{ij}, d_{jk}, d_{ik}\} \quad \begin{matrix} i, j, k = 1, \dots, n \\ i < j < k \end{matrix} \quad NT = \frac{n!}{(n-3)!3!} \quad n \geq 3$$

Обчислення значень визначників цих транзитивностей

$$\det(\Gamma_u) = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2 \quad Det = \{\det(\Gamma_u)\}$$

2) Для кожної пари (i, j) розраховуються

$$S_{i,j} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2 \right)$$

3) $(i^*, j^*) : \max_{i,j} S_{i,j}$

$d_{i^*j^*}$ – найбільш неузгоджений

Метод потоків M_OutFlow

1. Для кожної альтернативи a_i обчислюються:

вихідний потік Φ_i^+ - кількість альтернатив a_j , таких що $d_{ij} > 1$

вхідний потік Φ_i^- - кількість альтернатив a_j , таких що $d_{ji} > 1$

2. Найбільш неузгодженим є елемент $d_{i^*j^*}$

$$d_{i^*j^*} : \max_{i,j} (\max(\Phi_j^+ - \Phi_i^+, \Phi_i^- - \Phi_j^-)) \quad d_{i,j} > 1$$

Якщо останній умові задовольняють декілька елементів, то розраховують

$$\max \gamma_{ij} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln d_{i,j} - \ln(d_{i,k}d_{k,j})) \quad k \neq i \neq j$$

Приклад

Знайти викиди в наступній МПП

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & \frac{1}{7} & 6 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 3 & 1 & 6 & 3 \\ 7 & 1 & \frac{1}{6} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & 3 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Для цієї МПП $CI=0.936$, $CR=0.843$. Значення CR перевищує порогове значення, яке для МПП розмірності 5×5 дорівнює 0.1, тому МПП D сильно неузгоджена.

Метод 1. При виключенні альтернатив:

першої $CI=0.039$

другої $CI=1.320$

третьої $CI=1.043$

четвертої $CI=0.072$

п'ятої $CI=1.026$.

Значення CI є найменшими, коли виключаємо першу або четверту альтернативи, тому викидом є елемент $d_{1,4}$ і обернено симетричний до нього елемент.

Метод 2. Математичні сподівання $M(R_i^r)$ коефіцієнтів кореляції між i -м та всіма іншими рядками МПП D :

$$M(R_i^r) = (-0.182 \quad 0.319 \quad 0.245 \quad -0.456 \quad 0.350).$$

Математичні сподівання $M(R_j^c)$ коефіцієнтів кореляції між j -м та всіма іншими стовпчиками D :

$$M(R_j^c) = (-0.344 \quad 0.349 \quad 0.332 \quad -0.151 \quad 0.383).$$

Найменше значення серед $M(R_i^r)$ відповідає кореляції між четвертим і усіма іншими рядками МПП (значення -0.456). Найменше значення серед $M(R_j^c)$ відповідає кореляції між першим і усіма іншими стовпчиками МПП (значення -0.344).

Отже, елемент d_{41} (і відповідно d_{14}) МПП D – викид.

Метод 3. Емпірична матриця $T = \{t_{ij}\}$ для даної МПП D дорівнює

$$T = \begin{pmatrix} 2.725 & 4.072 & 1.514 & 3.490 & 3.341 \\ 0.516 & 0.771 & 0.287 & 0.661 & 0.633 \\ 2.400 & 3.586 & 1.333 & 3.073 & 2.942 \\ 1.710 & 2.555 & 0.950 & 2.190 & 2.096 \\ 1.350 & 2.017 & 0.750 & 1.729 & 1.655 \end{pmatrix},$$

Матриця відхилень теоретичної МПП від емпіричної МПП дорівнює

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1.092 & 0.211 & 1.459 & 3.211 & 2.116 \\ 0.193 & 0.068 & 0.008 & 0.174 & 0.142 \\ 1.779 & 0.096 & 0.083 & 2.787 & 0.001 \\ 16.370 & 0.946 & 0.646 & 0.646 & 1.482 \\ 1.037 & 0.479 & 0.231 & 0.935 & 0.259 \end{pmatrix}.$$

Математичне сподівання $M(\Delta) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta_{ij} = 1.458$, дисперсія

$Var(\Delta) = \frac{1}{n^2-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\Delta_{ij} - M(\Delta))^2 = 10.426$, стандартне відхилення

$$StdDev(\Delta) = \sqrt{Var(\Delta)} = 3.229.$$

Тому викидом є елемент d_{41} (і відповідно d_{14}) МПП.

Автоматичне коригування узгодженості МПП

Зворотній зв'язок з експертом потребує багато часу і зусиль з боку експертів, тому для підвищення узгодженості, коли це можливо, використовують методи автоматичного коригування МПП без участі експертів.

Ітераційний алгоритм автоматичного підвищення узгодженості МПП D складається з наступних кроків:

1. задати значення α , $0 < \alpha < 1$. На першому кроці при $k=0$,
 $D^{(0)} = (d_{ij}^{(0)}) = (d_{ij})$;
2. розрахувати ваги $w^{(k)} = (w_1^{(k)}, \dots, w_n^{(k)})^T$ з МПП $D^{(k)}$;

3. розрахувати $CR^{(k)}$. Якщо $CR^{(k)} \leq 0.1$, перейти на крок 6, інакше перейти на крок 4;

4. розрахувати $D^{(k+1)} = (d_{ij}^{(k+1)})$, використовуючи один з двох методів:

$$4.1. d_{ij}^{(k+1)} = (d_{ij}^{(k)})^\alpha \left(\frac{w_i^{(k)}}{w_j^{(k)}} \right)^{1-\alpha} \quad (\text{зваженої геометричної середньої, WGMM})$$

$$4.2. d_{ij}^{(k+1)} = \begin{cases} \alpha d_{ij}^{(k)} + (1-\alpha) \frac{w_i^{(k)}}{w_j^{(k)}}, & i=1,2,\dots,n; \quad j=i,i+1,\dots,n \\ \frac{1}{\alpha d_{ji}^{(k)} + (1-\alpha) \frac{w_j^{(k)}}{w_i^{(k)}}}, & i=2,3,\dots,n; \quad j=1,2,\dots,i-1 \end{cases}$$

(зваженої арифметичної середньої, WAMM)

5. $k := k+1$, перейти на крок 2;

6. вивести k , $D^{(k)}$, $CR^{(k)}$. $D^{(k)}$ - модифікована МПП з припустимою неузгодженістю ($CR^{(k)} \leq 0.1$).

Твердження. (Збіжність алгоритму). Для описаного алгоритму $CR^{(k+1)} < CR^{(k)}$, $\lim_{k \rightarrow +\infty} CR^{(k)} = 0$.

Критерії ефективності підвищення узгодженості:

$$1. \delta^{(k)} = \max_{i,j} \{ |d_{ij}^{(k)} - d_{ij}^{(0)}| \};$$

$$2. \sigma^{(k)} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (d_{ij}^{(k)} - d_{ij}^{(0)})^2}.$$

Модифікація $D^{(k)}$ МПП D вважається прийнятною, якщо $\delta^{(k)} < 0.2$ і $\sigma^{(k)} < 0.1$ [6]. При цих значеннях модифікована МПП зберігає більшу частину інформації початкової МПП.

При виборі параметра α слід враховувати, що кількість ітерацій k збільшується при збільшенні значення α і чим більшим є α , тим меншим є

відхилення модифікованої МПП від початкової. Пропонується використовувати $0.5 \leq \alpha < 1$ [6].

Методи розрахунку ваг альтернатив за одиничним критерієм, стійкі до викидів в МПП

Один з підходів до зменшення впливу викидів в експертних оцінках на результуючі ваги – це побудова матриці парних пропорцій, яка є менш чутливою до викидів.

Метод 1

1. Перетворити початкову МПП $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ в матрицю парних пропорцій Z :

$$z_{ij} = \frac{d_{ij}}{1 + d_{ij}};$$

2. Розв'язати систему $(Z + \text{diag}(Ze))\hat{w} = n\hat{w}$, знайти вектор ваг \hat{w} , він є оцінкою вектора w невідомих ваг елементів.

Метод 2

1. Перетворити початкову МПП $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ в матрицю

парних пропорцій Z : $z_{ij} = \frac{d_{ij}}{1 + d_{ij}};$

2. Розв'язати задачу $(\text{diag}(Z^T Z) - Z^T * Z)\hat{w} = \lambda \hat{w}$, де операція “*” в $C = Z^T * Z$ означає $c_{ij} = z_{ij}z_{ji} = z_{ij}(1 - z_{ij})$. Знайти мінімальне власне число і власний вектор, який йому відповідає. Знайдений власний вектор – стійкий до викидів.

2 Порядок виконання роботи

2.1 Уважно прочитати теоретичні відомості, наведені в п.1.

2.2 Знайти викиди в експертних оцінках, використовуючи наступні методи (згідно з варіантом):

- СІ для укороченої МПП,
- кореляції між рядками і стовпчиками МПП,
- метод, що використовує критерій Хі-квадрат,
- метод транзитивностей,
- метод потоків M_OutFlow.

Порівняти результати, отримані різними методами.

2.3 Згідно з варіантом виконати автоматичне коригування узгодженості експертних оцінок за правилами WGMM і WAMM, використовувати різні значення α : 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9. Результати представити в наступному вигляді:

$\alpha = \dots$

k=0	$D^{(k)} = \dots$	$CR^{(k)} = \dots$	$w^{(k)} = \dots$	$\delta^{(k)} = \dots, \sigma^{(k)} = \dots$
k=1	$D^{(k)} = \dots$	$CR^{(k)} = \dots$	$w^{(k)} = \dots$	$\delta^{(k)} = \dots, \sigma^{(k)} = \dots$
...
k=...	$D^{(k)} = \dots$	$CR^{(k)} = \dots$	$w^{(k)} = \dots$	$\delta^{(k)} = \dots, \sigma^{(k)} = \dots$

Порівняти результати, отримані при використанні WGMM і WAMM для коригування МПП, а також при застосуванні різних значень α .

2.4 Згідно з варіантом розрахувати ваги альтернатив, стійкі до викидів в МПП. Порівняти результати, отримані описаними методами 1 і 2, стійкими до викидів.

2.5 Зробити висновки по роботі.

2.6 Відповісти на контрольні питання, наведені в кінці роботи.

Звіт має містити:

1 Текст програми, яка реалізує заданий згідно з варіантом пункт порядку виконання роботи для будь-якої МПП.

2 Результати виконання роботи для обраної МПП.

3 Висновки по роботі.

Варіанти завдань

№	Завдання порядку роботи	МПП
1	п.2.2	Варіант 1
2	п.2.3	Варіант 2
3	п.2.2	Варіант 3
4	п.2.3	Варіант 4
5	п. 2.2	Варіант 5
6	п. 2.3	Варіант 6
7	п. 2.2	Варіант 7
8	п. 2.3	Варіант 8
9	п. 2.2	Варіант 9
10	п.2.3	Варіант 10
11	п.2.2	Варіант 11
12	п.2.3	Варіант 12
13	п.2.4	Варіант 4
14	п. 2.4	Варіант 5
15	п. 2.4	Варіант 6
16	п. 2.4	Варіант 7
17	п. 2.4	Варіант 8
18	п. 2.4	Варіант 9
19	п. 2.4	Варіант 11
20	п. 2.4	Варіант 12

Варіант 1

Необхідно прийняти рішення щодо придбання деякого обладнання за критерієм «надійність». Результати

парних порівнянь семи варіантів обладнання наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.5 & 4 & 3 & 0.333 & 2 \\ 1 & 1 & 0.5 & 4 & 3 & 0.333 & 2 \\ 2 & 7 & 1 & 8 & 6 & 0.5 & 4 \\ 0.25 & 0.25 & 0.125 & 1 & 1 & 7 & 0.5 \\ 0.333 & 0.333 & 0.167 & 1 & 1 & 0.111 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 0.142 & 9 & 1 & 6 \\ 0.5 & 0.5 & 0.25 & 2 & 1 & 0.167 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 2

Задача прийняття рішення полягає в оцінюванні семи варіантів деякого інноваційного товару за критерієм

Варіант 3

Задача полягає у виборі оптимальних моделей альянсів між банками і страховими компаніями за критерієм «управління зв'язками з клієнтами». Результати парних порівнянь шести моделей наступні:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/4 & 1/2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1/4 & 1/2 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 & 7 & 7 \\ 2 & 2 & 1/2 & 1 & 6 & 8 \\ 1/3 & 1/4 & 1/7 & 1/6 & 1 & 1/6 \\ 1/4 & 1/4 & 1/7 & 1/8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 5

Задача полягає в оцінюванні бізнес-договорів за критерієм «очікування (заощадження витрат, гнучкість, фокус на основній діяльності тощо)». Результати парних порівнянь семи варіантів наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.25 & 2 & 1 & 0.5 & 2 \\ 2 & 1 & 0.25 & 0.5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 4 & 4 & 1 & 2 & 5 & 2 & 0.142 \\ 0.5 & 2 & 0.5 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0.2 & 0.5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 2 & 2 & 0.5 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0.5 & 0.5 & 7 & 0.25 & 0.5 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 7

Нехай задача полягає в оцінюванні наступних семи варіантів інвестицій за критерієм «надійність»: придбання акцій вітчизняних компаній, придбання

«перспективність попиту». Результати їх парних порівнянь наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 2 & 0.25 & 1 & 0.5 & 2 \\ 3 & 1 & 0.142 & 0.75 & 3 & 1.5 & 6 \\ 0.5 & 7 & 1 & 0.125 & 0.5 & 0.25 & 1 \\ 4 & 1.333 & 8 & 1 & 4 & 2 & 8 \\ 1 & 0.333 & 2 & 0.25 & 1 & 0.5 & 2 \\ 2 & 0.667 & 4 & 0.5 & 2 & 1 & 4 \\ 0.5 & 0.167 & 1 & 0.125 & 0.5 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 4

Задача полягає у виборі мультимедійної інформаційної системи за критерієм «задоволення очікувань керівництва: підтримка постачальників». Результати парних порівнянь шести систем наступні:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 & 1 & 2 \\ 1/2 & 1 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1/3 & 1 & 1 & 2 & 1/3 & 1 \\ 1/6 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1 & 1/6 \\ 1 & 1/4 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/5 & 1 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 6

Задача прийняття рішення полягає в оцінюванні варіантів розміщення стратегічного обладнання за критеріями «критичні процеси на підприємстві-виробнику». Результати парних порівнянь семи варіантів наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0.333 & 5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 0.333 & 1 & 0.111 & 2 & 0.333 & 0.167 & 0.5 \\ 3 & 9 & 1 & 0.111 & 3 & 1 & 7 \\ 0.2 & 0.5 & 9 & 1 & 0.2 & 0.142 & 0.5 \\ 1 & 3 & 0.333 & 5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & 7 & 2 & 1 & 4 \\ 0.5 & 2 & 0.142 & 7 & 0.5 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

акцій зарубіжних компаній, оформлення депозиту, придбання облігацій, придбання дорогоцінних металів, гра на Форекс, покласти в банку (скляну).

Результати парних порівнянь варіантів інвестицій:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0.333 & 1 & 0.14 & 0.5 & 0.333 & 1 & 0.5 \\ 0.25 & 7 & 1 & 0.5 & 0.25 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 2 & 2 & 1 & 0.5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 0.167 & 2 \\ 0.333 & 1 & 1 & 0.5 & 6 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 2 & 2 & 1 & 0.5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 8

Задача полягає у виборі оптимального каналу для розміщення реклами на телебаченні за критерієм «популярність

каналу». Результати парних порівнянь семи каналів наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0.2 & 1 & 0.143 & 2 \\ 0.333 & 1 & 0.143 & \frac{1}{9} & 0.333 & 6 & \frac{1}{2} \\ 0.5 & 7 & 1 & \frac{1}{9} & 0.5 & \frac{1}{8} & 1 \\ 5 & 9 & 9 & 1 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & 3 & 2 & 0.2 & 1 & 0.143 & 2 \\ 7 & \frac{1}{6} & 8 & 1 & 7 & 1 & 9 \\ 0.5 & 2 & 1 & \frac{1}{9} & 0.5 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 9

Інвестор оцінює акції деякої компанії і хоче спрогнозувати, яким буде розподіл ймовірностей зміни ціни на них. Він розглядає наступні можливі варіанти зміни ціни: впаде на 40%, впаде на 20%, впаде на 10%, залишиться незмінною, зросте на 10%, зросте на 15%, зросте на 20%. Використовуючи результати фундаментального аналізу*, парні порівняння варіантів зміни ціни наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & 2 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} & 2 \\ 6 & 1 & 7 & 1 & 6 & 1 & 9 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & 1 & 6 & \frac{1}{2} & \frac{1}{9} & 1 \\ 5 & 1 & \frac{1}{6} & 1 & 5 & 1 & 7 \\ 1 & \frac{1}{6} & 2 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} & 2 \\ 7 & 1 & 9 & 1 & 7 & 1 & 7 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

* Фундаментальний аналіз включає аналіз коефіцієнта відношення ціни акції до прибутку на неї (price

earnings ratio), пропозиції, попиту, принципів компанії тощо.

Варіант 10

Необхідно прийняти рішення про заміщення вакантної посади за критерієм «досвід роботи». Результати парних порівнянь семи кандидатів наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 4 & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 6 & \frac{1}{3} & 1 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 1 & 3 & 9 & 7 \\ 2 & \frac{1}{6} & 1 & 1 & 2 & 8 & 7 \\ 1 & 3 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 4 & 5 \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0.2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 11

Задача полягає у виборі оптимальної моделі альянсу між банком і страховими компаніями за критерієм «майбутні економії у зв'язку із зростанням портфеля послуг».

Результати парних порівнянь шести моделей наступні:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 & 1 & 2 \\ 1/2 & 1 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1/3 & 1 & 1 & 2 & 1/3 & 1 \\ 1/6 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1 & 1/6 \\ 1 & 1/4 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/5 & 1 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 12

Нехай потрібно порівняти начальників семи відділів деякої фірми за узагальненим критерієм «якість роботи»

з метою розподілу премії між ними. Результати парних порівнянь цих семи осіб наступні:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0.333 & 5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 0.333 & 1 & 0.111 & 2 & 0.333 & 0.167 & 0.5 \\ 3 & 9 & 1 & 0.111 & 3 & 1 & 7 \\ 0.2 & 0.5 & 9 & 1 & 0.2 & 0.142 & 0.5 \\ 1 & 3 & 0.333 & 5 & 1 & 0.5 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & 7 & 2 & 1 & 4 \\ 0.5 & 2 & 0.142 & 7 & 0.5 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

Контрольні запитання для підготовки до роботи:

- 1 Дати означення викиду в МПП, навести приклади МПП з викидами.
- 2 Описати методи знаходження викидів в МПП.
- 3 Як організовується зворотній зв'язок з експертом для підвищення узгодженості оцінок?
- 4 Описати алгоритм автоматичного (без участі експерта) коригування МПП.
- 5 Сформулювати і довести твердження, на яких базується алгоритм WGMM автоматичного коригування узгодженості.
- 6 Сформулювати і довести твердження, на яких базується алгоритм WAMM автоматичного коригування узгодженості.
- 7 Сформулювати і довести твердження про збіжність алгоритму автоматичного коригування узгодженості МПП.
- 8 Описати основні етапи методу «трикутник».
- 9 Описати методи знаходження ваг, стійкі до викидів в МПП.