Сидорський В.С

МКР 2

Варіант 5

1. Градієнтний аналіз чутливості. Навести власний числовий приклад та графік до нього

Дано:

$A = \{a_i \mid i = 1, \ldots, n\}$ - множина альтернатив рішень

$C = \{c_j \mid j = 1, \ldots, m\}$ - множина критеріїв

$W^c = \{w_j^c\}$ - ваги критеріїв, $\sum_{j=1}^{n} w_j^c = 1$

$V = \{v_{ij}\}$ - вага a_i відносно c_j

$W^{глоб} = \{w_i^{глоб}\}$ - глобальні ваги альтернатив, $\sum_{i=1}^{n} w_i^{глоб} = 1$

Потрібно

Оцінити чутливість глобальних ваг альтернатив до змін у вагах критеріїв

Градієнтний аналіз чутливості

Задача: Як вага критерію впливає на глобальні ваги

Будуємо для кожного критерію графіки наступним чином

По осі абсцис маємо вагу критерію, межі [0;1]

По осі ординат маємо глобальні ваги альтернатив, межі [0;1]

Сидоревич В.С.

Далі обираємо певну сітку для осі абсцис (наприклад 0.1) і будуємо ~~[illegible]~~ графіки залежності глобальної ваги альтернативи від ваги критерію для кожної альтернативи

Далі ми можемо зробити моделювання таким чином, що будемо мати лінійні залежності

Далі дізнаємось точки перетину отриманих графіків з поточними значення критерію

Далі дивимось на перетини графіків, щоб зрозуміти на яких інтервалах отримаємо які саме кращі альтернатива

Приклад

Обрати найкращий Тип Фреймворку для вирішення задач Машинного Навчання

Варіанти ~~Фреймворків~~ Типів Фреймворків

- Низькорівневий Фреймворк a_1
- Високо-рівневий Фреймворк a_2
- Фреймворк розроблений власноруч a_3

Сидорський В.С

Критерії (Цілі)

- Швидкість отримання перших результатів C_1
- Гнучкість, яка необхідна для покращення результатів C_2
- Ресурси необхідні для розробки C_3

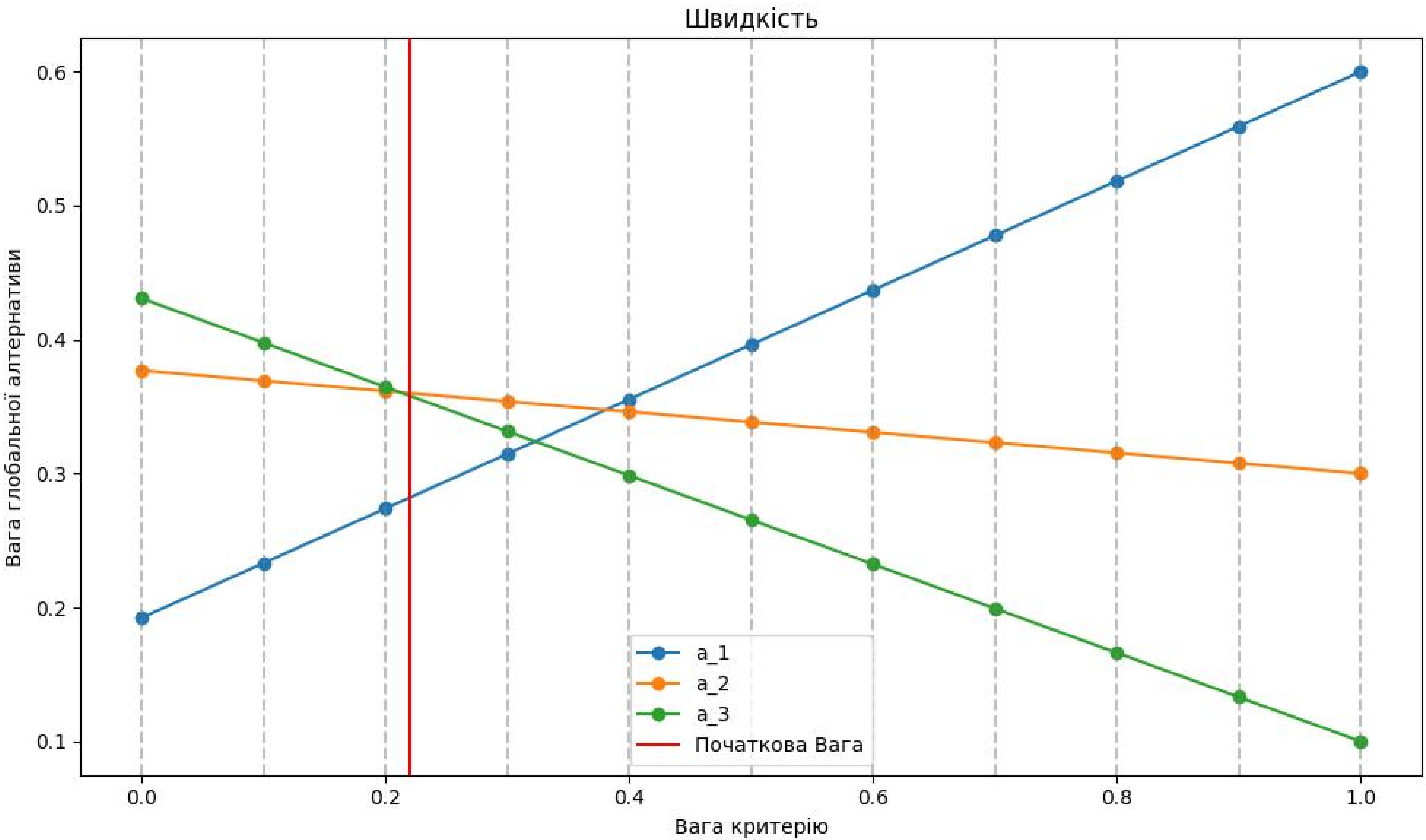
	C_1 0.22	C_2 0.6	C_3 0,18	Ваги відносно головної цілі: Дистрибут. синтез	Мультиплік. синтез
a_1	0.6	0.1	0.5	~~0.28~~ 0.282	0.2525
a_2	0.3	0.4	0.3	0.36	0.4183
a_3	0.1	0.5	0.2	0.358	0,3491

Далі для побудови графіків використано результати саме дистрибутивного синтезу

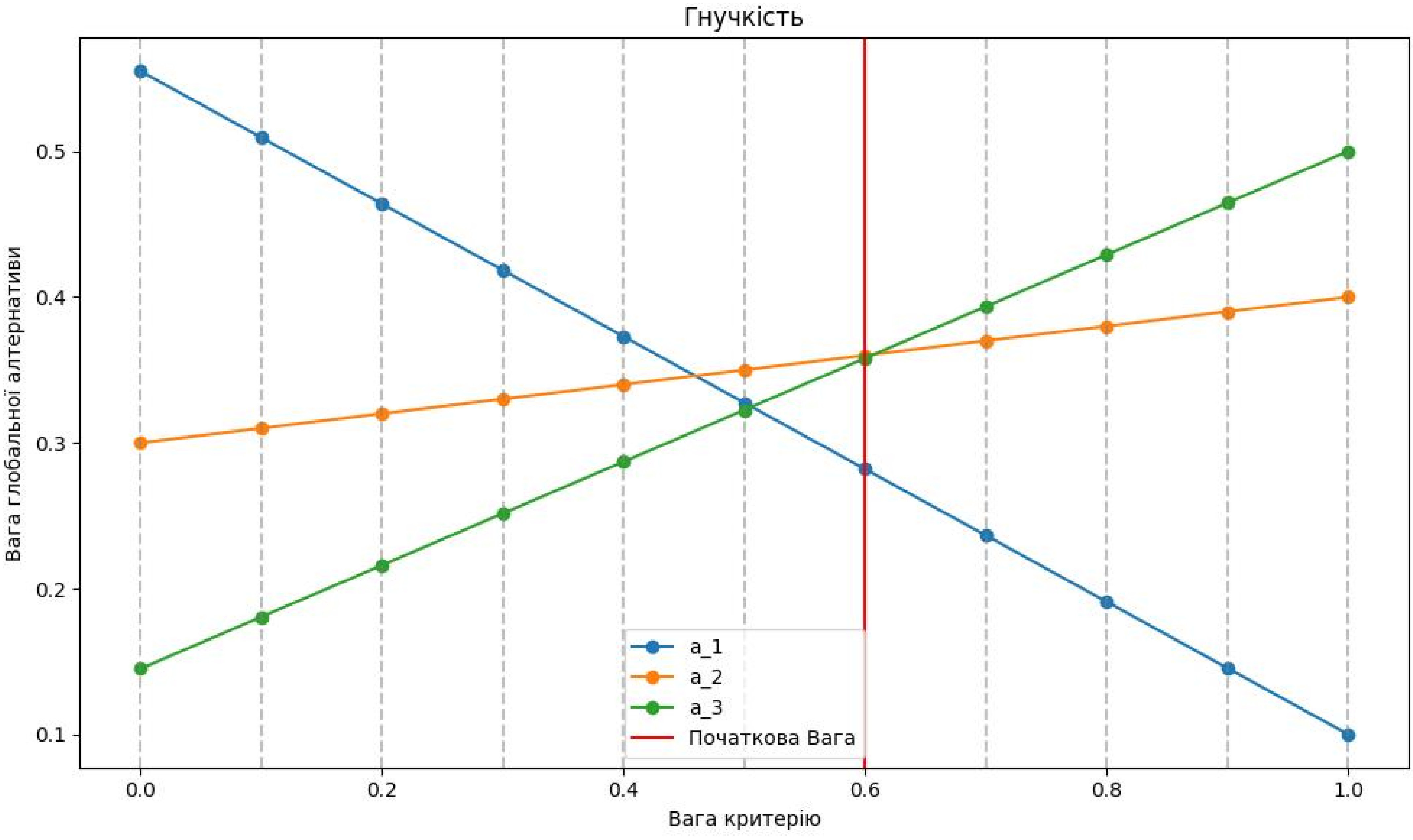
Графіки побудовані з використанням ПЗ

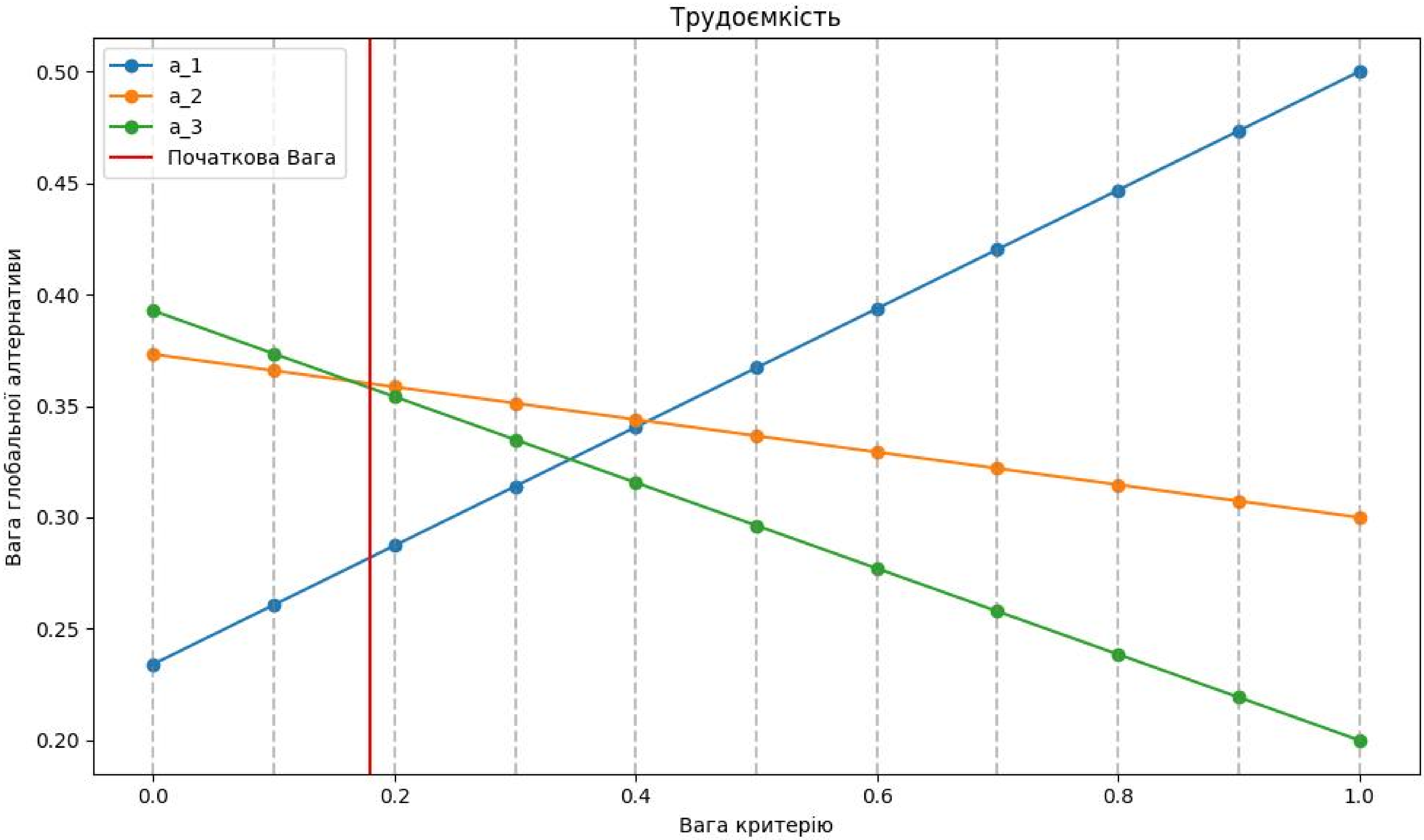
Висновки щодо стійкості:

- Швидкість: При найменшому зменшенні a_3 стає домінуючою альтернативою, а при зростанні з ~ 0.38 a_1 стає домінуючою альтернативою
- Гнучкість: Має „дзеркальну" ситуацію до Швидкості: зменшення посуває на 1й план a_1, а збільшення a_3
- Придатність: Має такий самий паттерн як і Швидкість



Швидкість
Вага глобальної алтернативи
Вага критерію
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
a_1
a_2
a_3
Початкова Вага


Гнучкість
Вага глобальної альтернативи
Вага критерію
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
a_1
a_2
a_3
Початкова Вага



Трудоємкість
a_1
a_2
a_3
Початкова Вага
Вага глобальної альтернативи
Вага критерію
0.50
0.45
0.40
0.35
0.30
0.25
0.20
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

Сідорський П. С.

2. Означення нечіткої матриці парних порівнянь (МПП) та інтервальної МПП. Метод нечітких переваг FAHP розрахунку ваг на основі інтервальної МПП.

Озн

Нечітка МПП (НМПП) – матриця $A^{fuz} = \{(a_{ij}^{fuz}) \mid i,j = \overline{1,n}\}$, для якої $a_{ij}^{fuz} = (x, \mu_{ij}(x))$ – нормальна нечітка множина і відображає результат парного порівняння O_i та O_j, $x \in R$ (R – множина дійсних чисел). Значення ф-ції приналежності $\mu_{ij}(x)$ нечіт. множ. a_{ij} є ступенем виконання переваги $O_i \succeq O_j$. Результат порівняння O_i з O_i: $a_{ii}^{fuz} = 1$

Розглянемо НМПП A_k^{fuz}, $k = \overline{1,K}$ за множинами рівня $A_k(\alpha)$, тобто: $A_k^{fuz} = \bigcup\limits_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_k(\alpha)$, $k = \overline{1,K}$, де

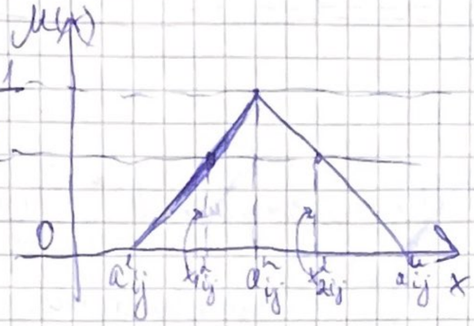
$A_k(\alpha) = \{(a_{ijk}(\alpha)) \mid i,j = \overline{1,N}\}$ – матриця множин рівня α, $\alpha \in [0,1]$

$a_{ijk}(\alpha) = \{x : \mu_{ijk}(x) \geq \alpha\}$, $\mu_{ijk}(x)$ – ф-ція приналежності нечіткій множ. a_{ijk}^{fuz}, $x \in R$

Для оцінки a_{ijk}^{fuz} НМПП A_k^{fuz}, $k = \overline{1,K}$ будемо використовувати трикутні нечіткі числа $a_{ijk}^{fuz} = (a_{ijk}^{l}, a_{ijk}^{m}, a_{ijk}^{u})$, $a_{ijk}^{l} \leq a_{ijk}^{m} \leq a_{ijk}^{u}$ і де a_{ijk}^{m} – значення інтервалу, в якому ф-ція приналежності $\mu_{ijk}(x) = 1$, тоді

Сидорський В.С

елементи $A_k(\alpha)$, де $\alpha \in [0,1]$: $a_{ijk}(\alpha) = [a^l_{ijk} + \alpha(a^m_{ijk} - a^l_{ijk}),$
$a^u_{ijk} - \alpha(a^u_{ijk} - a^m_{ijk})]$, $i,j = \overline{1,N}$



$a_{ijk}(\alpha)$ можемо представити у вигляді $a^{interv\,\alpha}_{ijk} =$
$= [a^m_{ijk} - x^\alpha_{1ijk}; a^m_{ijk} + x^\alpha_{2ijk}]$, де $x^\alpha_{1ijk} = (1-\alpha)(a^m_{ijk} - a^l_{ijk})$,
$x^\alpha_{2ijk} = (1-\alpha)(a^u_{ijk} - a^m_{ijk})$, $x^\alpha_{1ijk}, x^\alpha_{2ijk} \ge 0$ – відхилення
від a^m_{ijk}

Тоді можемо перейти від вихідної НМПП до інтервальних матриць попарних порівнянь ІМПП

Означ.

ІМПП – матриці $\{A_k(\alpha) \mid \alpha \in [0,1]\}$, де
$A_k(\alpha) = \{a_{ijk}(\alpha) \mid i,j = \overline{1,N}\}$, $a_{ijk}(\alpha) = [a^m_{ijk} - x^\alpha_{1ijk},$
$a^m_{ijk} + x^\alpha_{2ijk}]$

~~Тоді~~ Розглянемо ІМПП $A = \{(a_{ij}) \mid a_{ij} = [m_{ij} - x_{1ij},$
$m_{ij} + x_{2ij}], i,j = \overline{1,N}\}$, де m_{ij} – значення інтервалу

Сидорський В.С.

зі ступенем виконання, рівним 1, $x_{1ij}, x_{2ij} \geq 0$ - відхилення, які показують ступінь невизначеності з наближеного рівність $m_{ij} \approx \frac{w_i}{w_j}$ (w_i - обчислені ваги)

Таким чином ІМПП A можемо представити так:

$A = \{(a_{ij}) \mid a_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}], i,j = \overline{1,N}\}$, де $l_{ij} = m_{ij} - x_{1ij}$

$u_{ij} = m_{ij} + x_{2ij}$, $x_{1ij}, x_{2ij} \geq 0$

Метод FAHP

Дано:

$D = \{(d_{ij} = [l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}]) \mid i,j = 1,\dots,n\}$ - трикутна НМПП

$$0 < l_{ij} \leq m_{ij} \leq u_{ij}$$

Знайти

$W = \{w_i \mid i = 1,\dots,n\}$ - вектор чітких ваг альтернатив $w_i \in R$

Етап 1

$$RS_i = \sum_{j=1}^{n} d_{ij} = \left[\sum_{j=1}^{n} l_{ij}, \sum_{j=1}^{n} m_{ij}, \sum_{j=1}^{n} u_{ij}\right], \quad i = 1,\dots,n$$

$$S_i = \frac{RS_i}{\sum_{k=1}^{n} RS_k} = \left[\frac{\sum_{j=1}^{n} l_{ij}}{\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} u_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} m_{ij}}{\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} m_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}}{\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} l_{kj}}\right]$$

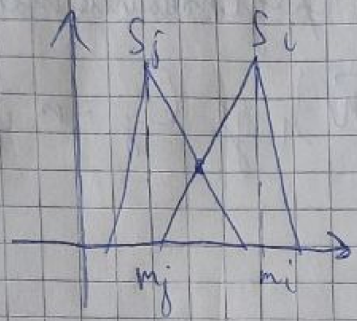
Ет

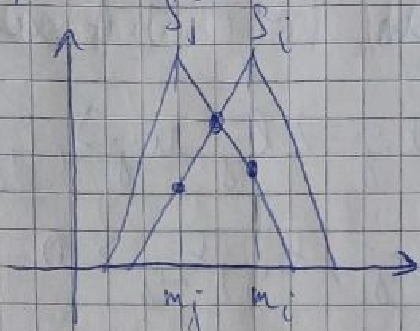
Шетрогау Сидоревич В.С.

Етап 2: Задаємо нечітке відношення переваги $S_i \geq S_j$

$S_i = [l_i, m_i, u_i] \quad S_j = [l_j, m_j, u_j]$

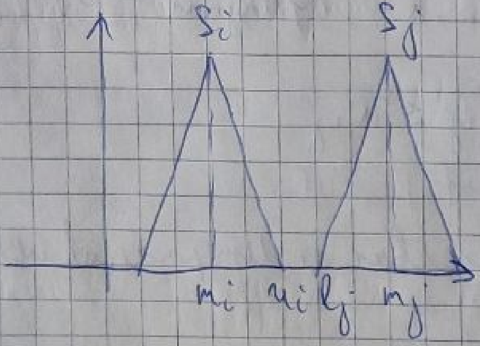
Розглянемо можливі варіанти





$$V(S_i \geq S_j) = 1, \quad m_i \geq m_j$$

Зеркально можемо побудувати для $V(S_j \geq S_i) = 1, m_j \geq m_i$



$$V(S_i \geq S_j) = 0, \quad l_j > u_i$$

Зеркально можемо побудувати $V(S_j \geq S_i) = 0, \ l_i > u_j$

$$V(S_j \geq S_i) = \begin{cases} 1, & m_i \geq m_j \\ \dfrac{u_i - l_j}{(u_i - m_i) + (m_j - l_j)}, & (l_j \leq u_i) \wedge (m_i < m_j) \\ 0, & l_j > u_i \end{cases}$$

$i, j = 1, \dots, n; \ i \neq j$

Сидорецький В. С.

Етап 3: Розраховується ступінь переваги S_i над усіма $S_j \; j=1,n$

$$V(S_i) = V(S_i \geq S_j \mid j = \overline{1,n}) = \min_{j=\overline{1,n}} V(S_i \geq S_j)$$

Етап 4: Розраховується нормований вектор ваг

$$W_i = \frac{V(S_i)}{\sum_{k=1}^{n} V(S_k)} \quad i = \overline{1,n}$$

3. Етапи методу аналізу мереж

Етап 1: Формується система кластерів $S = \{C_1, C_2, .., C_N\}$, задаються значення $I(C_i, C_j)$

Етап 2: Для кластерів C_i, C_j: $I(C_i, C_j) = 1$ проводяться парні порівняння елементів C_j відносно елементів C_i, будуються МПП

$$M^{el}_{ijp} = \{m^{el}_{ijpqr} \mid q, r = 1, .., n_j\}, i = 1, .., N, j = 1, .., W^{el}_i, p = 1..n_i$$

Етап 3. Для всіх $C_{j_1} \in S$: $I(C_i, C_{j_1}) = 1$ проводяться парні порівняння кластерів C_{j_1} відносно C_i, будуються МПП

$$M^{el}_i = \{m^{el}_{ij_1j_2} \mid j_1, j_2 = 1, .., W^{el}_i\}, i = 1, .., N$$

Сидоренко К. С.

Етап 4 Ваги $w_{ijp}^{el} = \{w_{ijpq}^{el} \mid q = 1, \dots, n_j\}$ і $w_i^{el} = \{w_{ij}^{el} \mid j = 1 \dots N_i^{el}\}$ розраховуються з МПП M_{ijp}^{el} і M_i^{el} за методами EM, RGMM, AN

Будується блочна матриця ваг $WE = \{WE_{ji} \mid j, i = 1, \dots, N\}$

$$WE_{ji} = \begin{cases} \begin{bmatrix} w_{ij11}^{el} & \dots & w_{ijn1}^{el} \\ w_{ij12}^{el} & \dots & w_{ijn2}^{el} \\ \vdots & & \\ w_{ij1n}^{el} & \dots & w_{ijnn}^{el} \end{bmatrix}, & \text{якщо } I(C_i, C_j) = 1 \\ O, & \text{якщо } I(C_i, C_j) = 0 \end{cases}$$

Будується матриця ваг кластерів $WC = \{WC_{ji} \mid j, i = 1 \dots N\}$:

$$WC_{ji} = \begin{cases} w_{ij}^{el}, & \text{якщо } I(C_i, C_j) = 1 \\ 0, & \text{якщо } I(C_i, C_j) = 0 \end{cases}$$

Етап 5 Будується зважена блочна матриця ваг елементів

$$WWE = \{WWE_{ji} \mid j, i = 1, \dots N\}$$

$$WWE_{ji} = WE_{ji} \, WC_{ji} = \{w_{ijpq}^{el} \, w_{ij}^{el} \mid p = 1, \dots, n, q = 1, \dots, n_j\}$$

WWE - невід'ємна, стохастична

Етап 6. Розрахувати граничні ваги на основі

$$WWE \cdot \lim_{k \to \infty} WWE^k$$

Сидоренко В. С.

Етап 7. Виконати нормування до одиниці елементів вектора граничних ваг, які відповідають альтернативам рішень

$$W_{1N}^{el} = \{ W_{1N_q}^{el} \mid q = 1, \ldots, n_N \}$$