Лабораторна робота 3
Дослідження методів розрахунку пріоритетів альтернатив рішень на основі нечітких експертних оцінок парних порівнянь

Мета роботи:

- Дослідити різні методи розрахунку ваг альтернатив за одним критерієм на основі нечітких експертних оцінок парних порівнянь:

- двохетапний метод TLGP,
- цільового програмування GPM,
- нижньої і верхньої апроксимацій LUAM,
- нечіткого програмування переваг FPP,
- нечітких переваг FAHP,
- нечіткої геометричної середньої FRGMM,
- метод, заснований на інтервальних нечітких відношеннях переваги.

- Оцінити узгодженість нечітких експертних оцінок парних порівнянь.

- Порівняти результати, знайдені різними методами. Порівняти з результатами, отриманими при формуванні чітких матриць парних порівнянь.

1 Порядок виконання роботи

1.1 Уважно прочитати теоретичні відомості, наведені в п.2.

1.2 Використовуючи метод згідно з варіантом, розрахувати ваги альтернатив на основі заданої ІМПП. Перевірити роботу методу на прикладах, наведених нижче у теоретичних відомостях до цього методу.

Для нечіткого програмування переваг FPP дослідити результати для декількох різних множин значень параметрів d_k.

1.3 Побудувати ранжування альтернатив, використовуючи метод згідно з варіантом.

1.4 Знайти показник узгодженості оцінок експертів у відповідності з методом за варіантом. Оцінити узгодженість оцінок експертів за критерієм узгодженості.

1.5 Розглянути чітку МПП, елементи якої – це середнє геометричне значення кінців інтервалів заданої ІМПП. Використовуючи метод з лабораторної роботи №1, розрахувати ваги і показник узгодженості чіткої МПП. Побудувати ранжування альтернатив. Порівняти з ранжуванням, отриманим в п.1.3.

1.6 Зробити висновки по роботі.

1.7 Дати відповіді на контрольні питання, наведені в кінці роботи.

Варіанти завдань

№ варіанту	**Метод розрахунку ваг**	**№ ІМПП**	**Метод ранжування**
1	Цільового програмування GPM	1	Ступеня переваги
2	Нижньої і верхньої апроксимацій LUAM	2	Порівняння кінців інтервалів
3	Двохетапний метод TLGP	3	Базується на нечітких відношеннях переваги
4	Нечіткого програмування переваг FPP	4	Порівняння кінців інтервалів
5	Нечітких переваг FAHP та нечіткої геометричної середньої FRGMM	5	Ступеня переваги
6	Метод, заснований на інтервальних нечітких відношеннях переваги	6	Базується на нечітких відношеннях переваги
7	Двохетапний метод TLGP	7	Порівняння кінців інтервалів

8	Цільового програмування GPM	8	Ступеня переваги
9	Нижньої і верхньої апроксимацій LUAM	9	Базується на нечітких відношеннях переваги
10	Нечіткого програмування переваг FPP	10	Порівняння кінців інтервалів
11	Нечітких переваг FAHP та нечіткої геометричної середньої FRGMM	11	Ступеня переваги
12	Метод, заснований на інтервальних нечітких відношеннях переваги	12	Базується на нечітких відношеннях переваги
13	Двохетапний метод TLGP	13	Порівняння кінців інтервалів
14	Цільового програмування GPM	14	Ступеня переваги
15	Нижньої і верхньої апроксимацій LUAM	15	Базується на нечітких відношеннях переваги
16	Нечіткого програмування переваг FPP	16	Порівняння кінців інтервалів
17	Нечітких переваг FAHP та нечіткої геометричної середньої FRGMM	17	Ступеня переваги
18	Метод, заснований на інтервальних нечітких відношеннях переваги	18	Базується на нечітких відношеннях переваги
19	Двохетапний метод TLGP	19	Порівняння кінців інтервалів
20	Цільового програмування GPM	20	Ступеня переваги
21	Нижньої і верхньої апроксимацій LUAM	21	Базується на нечітких відношеннях переваги
22	Нечіткого програмування переваг FPP	22	Порівняння кінців інтервалів
23	Нечітких переваг FAHP та нечіткої геометричної середньої FRGMM	23	Ступеня переваги
24	Метод, заснований на інтервальних нечітких відношеннях переваги	24	Базується на нечітких відношеннях переваги

Варіант 1

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [1,3] & [3,5] & [5,7] & [5,9] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & [1,4] & [1,5] & [1,4] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{4},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{5},5\right] & [2,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{5},5\right] & 1 & [1,2] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},1\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 2

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{2},4\right] & [3,6] & [2,5] & [3,9] \\ \left[\frac{1}{4},2\right] & 1 & [1,5] & [1,5] & [2,6] \\ \left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},4\right] & \left[\frac{1}{2},5\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{4},2\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},7\right] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},2\right] & \left[\frac{1}{7},2\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 3

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [3,4] & 6 & [6,7] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 & [3,4] & [3,4] \\ \frac{1}{6} & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 & [3,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{6}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 4

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/8 & 1/8 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 5

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] \\ 1 & 1 & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] \\ [5,6] & [5,6] & 1 & [4,5] \\ [3,4] & [3,4] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 6

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [2,5] & [2,4] & [1,3] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,3] & [1,2] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & [1,2] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 7

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 & [2,3] \\ [3,4] & 1 & [3,4] & [6,7] \\ 1 & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 & [3,4] \\ \left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{7},\frac{1}{6}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 8

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 & 1/2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 2 & 1/8 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 9

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [2,4] & [2,6] & [1,3] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,3] & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & [1,2] & [1,3] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 10

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{7},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] \\ [1,3] & 1 & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[1,\frac{1}{3}\right] \\ [5,7] & [3,5] & 1 & [4,5] \\ [3,4] & [1,3] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 11

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [3,5] & [3,6] & [2,5] & [7,9] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & 1 & [1,5] & [1,5] & [3,5] \\ \left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] & [1,5] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & [1,2] & 1 & [3,5] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{7}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 12

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & [5,7] & [1,5] \\ [1,3] & 1 & [1,4] & [5,7] & [1,5] \\ [3,5] & \left[\frac{1}{4},1\right] & 1 & [3,5] & [2,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{7},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & 1 & [1,2] \\ \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 13

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1/2 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/2 & 1 & 1 & 9 \\ 1/7 & 1/4 & 1/2 & 1/9 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 14

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{4},1\right] & [2,5] & [1,3] \\ [1,4] & 1 & [1,3] & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & [1,2] & [1,3] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 15

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & [2,5] & [1,3] \\ \frac{1}{2} & 1 & [1,3] & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & [1,2] & [1,3] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 16

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [1,3] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] \\ [3,5] & [5,6] & 1 & [4,5] \\ [3,4] & [3,4] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 17

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [3,4] & [5,6] & [6,7] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 & [4,5] & [5,6] \\ \left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & 1 & [3,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{6}\right] & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 18

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [1,3] & [1,3] & [5,7] & 5 \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] & [1,5] & [1,4] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & [1,3] & 1 & \left[\frac{1}{5},5\right] & [2,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{5},5\right] & 1 & [1,2] \\ \frac{1}{5} & \left[\frac{1}{4},1\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 19

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [7,9] & [1,2] & [3,5] & [3,9] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{7}\right] & 1 & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{2},1\right] & [3,5] & 1 & [1,3] & [2,5] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & [1,5] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & [1,3] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{3}\right] & [1,3] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 20

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \frac{1}{3} & [1,3] & [3,9] \\ [2,4] & 1 & [1,5] & [1,5] & [2,6] \\ 3 & \left[\frac{1}{5},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},4\right] & \left[\frac{1}{2},5\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{4},2\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},7\right] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},2\right] & \left[\frac{1}{7},2\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 21

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [1,2] & [1,2] & [2,3] \\ \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 & [3,5] & [4,5] \\ \left[\frac{1}{2},1\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & 1 & [6,8] \\ \left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & \left[\frac{1}{8},\frac{1}{6}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 22

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [2,3] & [3,5] & [4,7] \\ \left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,2] & [3,4] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 & [2,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{4}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 23

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [7,9] & [7,9] & [5,9] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{7}\right] & 1 & [1,3] & 3 \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{7}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{5}\right] & \frac{1}{3} & [1,3] & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант 24

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [2,3] & [3,5] & [4,7] \\ \left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,2] & [3,4] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 & [2,4] \\ \left[\frac{1}{7},\frac{1}{4}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & 1 \end{pmatrix}$$

Звіт має містити:

1 Завдання на роботу згідно з варіантом.

2 Текст програми, яка реалізує пп.1.2 – 1.5 порядку виконання роботи.

3 Результати роботи програми.

4 Висновки по роботі.

1 Теоретичні відомості

Постановка задачі

Дано: $A = \{a_i \mid i = 1,...,n\}$ - множина альтернатив, C - якісний критерій, $D = \{(d_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]) \mid i, j = 1,...,n\}$ - інтервальна матриця парних порівнянь (ІМПП) альтернатив відносно критерію C, $0 < l_{ij} \le u_{ij}$, $l_{ii} = u_{ii} = 1$.

Знайти: $w = \{w_i \mid i = 1,...,n\}$ - вектор ваг альтернатив.

Означення 1.1. ІМПП називається узгодженою, якщо $\exists\, w$ вектор ваг, $w_i \in \Re$, $w_i > 0$ [1, 3]:

$$l_{ij} \le w_i / w_j \le u_{ij}\ ,\ \ i = 1,2,...,n-1,\ \ j = 2,3,...,n,\ \ i < j. \tag{1.1}$$

1.1 Метод нечіткого програмування переваг (Fuzzy Preference Programming Method, FPP)

Даний метод дозволяє знайти чіткі ваги $w_i \in \Re$, $w_i > 0$.

Будемо шукати вектор ваг w, який задовольняє нерівності (1.1) нечітко, наближено. Тобто, допускаємо порушення (1.1) з деяким ступенем.

Означення 1.2. ІМПП називається нечітко узгодженою, якщо $\exists\, w$:

$$l_{ij} \underset{\sim}{\le} w_i / w_j \underset{\sim}{\le} u_{ij}\ ,\ \ i = 1,2,...,n-1,\ \ j = 2,3,...,n,\ \ i < j, \tag{1.2}$$

де $\underset{\sim}{\le}$ - нечітке відношення нестрогої переваги.

Перетворимо нерівність (1.2) наступним чином ($w_j > 0$ за означенням):

$$w_i - u_{ij} w_j \underset{\sim}{\leq} 0 \ ,$$

$$-w_i + l_{ij} w_j \underset{\sim}{\leq} 0, \qquad (1.3)$$

$$i = 1,2,...,n-1, \ j = 2,3,...,n, \ i < j,$$

Систему (1.3) з $n(n-1)$ нерівностей представимо у матричному вигляді:

$$Rw \underset{\sim}{\leq} 0, \qquad (1.4)$$

$$R \in \Re^{m \times n}, \quad m = n(n-1)$$

k-ий рядок нерівності (1.4), для якого $R_k w \underset{\sim}{\leq} 0$, $k = 1,2,...,m$, представляє нечітке лінійне обмеження і задається функцією приналежності:

$$\mu_k(R_k w) = \begin{cases} 1, & R_k w \leq 0, \\ 1 - \dfrac{R_k w}{d_k}, & 0 < R_k w \leq d_k, \\ 0, & R_k w > d_k, \end{cases} \qquad (1.5)$$

де d_k - параметр, який представляє допустимий інтервал наближеного задоволення чіткої нерівності $R_k w \leq 0$.

Функція приналежності (1.5) показує рівень задоволення ОПР певним вектором ваг, відповідно до k-ї односторонньої нерівності (1.3).

Значення функції приналежності $\mu_k(R_k w)$:

- дорівнює нулю, коли відповідне чітке обмеження $R_k w \leq 0$ сильно порушується;

- лінійно зростає і приймає додатні значення, що менші за одиницю, коли обмеження $R_k w \leq 0$ задовольняється наближено;

- приймає значення рівне одиниці, якщо обмеження $R_k w \leq 0$ повністю задовольняється.

Нехай $\mu_k(R_k w)$ - функції приналежності $k = 1,2,...,m$ нечітких обмежень $R_k w \underset{\sim}{\leq} 0$ в області $T^{n-1} = \left\{ (w_1,...,w_n) \,|\, w_i > 0, \ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \right\}$, яка представляє ($n-1$)-вимірний симплекс.

Означення 1.3. Нечіткою допустимою областю $\widetilde{A}$ симплекса T^{n-1} називається нечітка множина, яка є перетином нечітких обмежень (1.4):

$$\mu_{\widetilde{A}}(w) = \left\{ \min\{\mu_1(R_1 w),...,\mu_m(R_m w)\} \mid \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \right\}. \tag{1.6}$$

Якщо параметри d_k функцій приналежності (1.5) «достатньо великі», то можна отримати непорожню нечітку допустиму область. Непорожня нечітка допустима область $\widetilde{A}$ симплекса T^{n-1} є випуклою нечіткою множиною.

Нечітка допустима область $\widetilde{A}$ показує загальне задоволення для особи, що приймає рішення, певним чітким вектором ваг. Розв'язком є вектор ваг, на якому досягається максимум функції приналежності $\mu_{\widetilde{A}}(w)$.

Означення 1.4. Максимізуючим розв'язком є вектор w^*, який відповідає максимальному значенню $\mu_{\widetilde{A}}(w)$:

$$w^* = \arg\max_{w} \left\{ \min\{\mu_1(R_1 w),...,\mu_m(R_m w)\} \mid \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \right\}. \tag{1.7}$$

Нечітка допустима область $\widetilde{A}$ є випуклою множиною і всі нечіткі обмеження визначені як випуклі множини, так що принаймні одна точка w^* завжди присутня у симплексі, який має максимальний ступінь приналежності множині $\widetilde{A}$.

Задача знаходження максимізуючого розв'язку перетворюється на задачу лінійного програмування шляхом введення змінної λ, використання (1.5) і (1.7):

$$\max \lambda \tag{1.8}$$

при обмеженнях

$$d_k \lambda + R_k w \le d_k,$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i > 0, \quad i = 1,2,...,n,$$

$$k = 1,2,...,m, \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Приклад 1.1

Нехай експерт порівнює чотири альтернативи за певним критерієм (табл.1.1). Для розрахунку ваг цих альтернатив застосуємо метод нечіткого програмування переваг. Розв'яжемо задачу (1.8) при d_k=0.5. Результуючий максимізуючий розв'язок наведено в останньому стовпчику табл.1.1. Впорядковуючи знайдені ваги в порядку спадання, отримаємо наступне ранжування альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ a_3 \succ a_4$.

Таблиця 1.1. ІМПП та ваги, знайдені за методом нечіткого програмування переваг

	a1	a2	a3	a4	Ваги
a1	1	[2, 3]	[3, 5]	[4, 7]	0.504
a2	[1/3, 1/2]	1	[1, 2]	[3, 4]	0.259
a3	[1/5, 1/3]	[1/2, 1]	1	[2, 4]	0.163
a4	[1/7, 1/4]	[1/4, 1/3]	[1/4, 1/2]	1	0.074

Розглянемо чітку МПП, елементами якої є середнє геометричне значення кінців інтервалів заданої ІМПП (табл.1.2). З цієї МПП розрахуємо ваги за методом ЕМ. Результати свідчать про те, що ранжування альтернатив, отримане на основі чіткої МПП, співпадає з ранжуванням, отриманим на основі початкової ІМПП (рис.1.1).

Таблиця 1.2. Чітка МПП і ваги, знайдені на її основі методом ЕМ

	a1	a2	a3	a4	Ваги
a1	1	2.45	3.87	5.29	0.527
a2	0.41	1	1.41	3.46	0.232
a3	0.26	1.19	1	2.83	0.167
a4	0.19	0.29	0.35	1	0.074

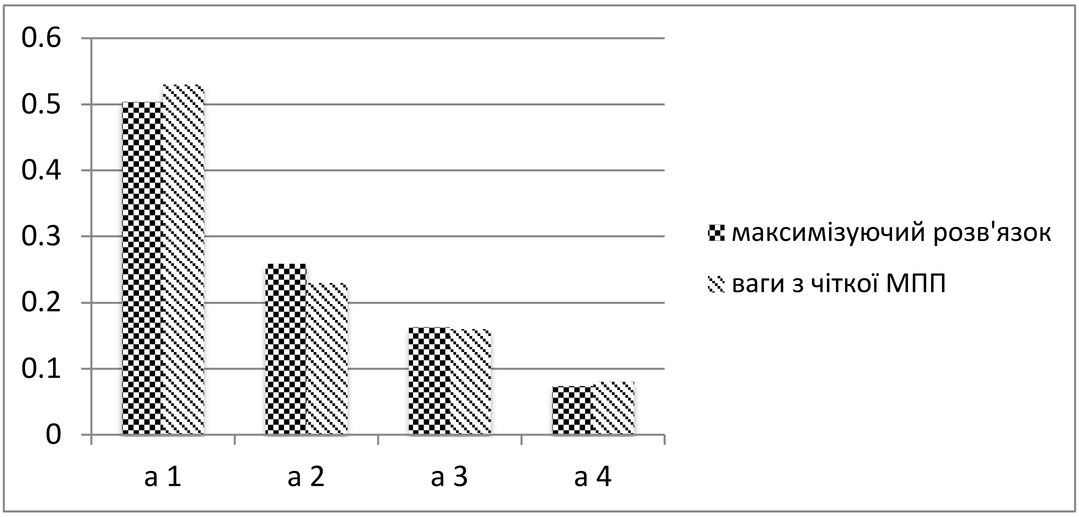


Рис. 1.1. Ваги альтернатив, отримані з інтервальної та чіткої МПП

1.2 Двохетапний метод TLGP

Даний метод дозволяє знайти вектор $w=\left\{(w_i)\,\middle|\, i=\overline{1,n}\right\}$ інтервальних ваг альтернатив, $w_i=[w_i^l,w_i^u]$.

Означення 1.5. ІМПП $D=\left\{(d_{ij})\,\middle|\, d_{ij}=[l_{ij},u_{ij}], i,j=\overline{1,n}\right\}$ називається обернено симетричною, якщо $l_{ij}=1/u_{ji}$, $u_{ij}=1/l_{ji}$ для $\forall\ i,j=\overline{1,n}$, $i\neq j$ [1, 3].

Згідно із означенням 1.1 для узгодженої ІМПП виконуються нерівності $l_{ij}\le w_i/w_j\le u_{ij}$, $\forall\ i,j=\overline{1,n}$, $w_i,w_j>0$, $u_{ij}\ge l_{ij}>0$. Тому, якщо ІМПП узгоджена, то для її елементів виконується також нерівність

$$\ln(l_{ij})\le \ln(w_i/w_j)\le \ln(u_{ij}),\ \forall\ i,j=\overline{1,n}. \tag{1.9}$$

Якщо ж ІМПП неузгоджена, то не існує такого вектора ваг, щоб (1.9) виконувалася для $\forall\ i,j=\overline{1,n}$. В цьому випадку припустимо, що логарифм відношення ваг w_i/w_j гарантовано потрапляє в деякий розширений інтервал

$$\ln l_{ij}-p_{ij}\le \ln w_i-\ln w_j\le \ln u_{ij}+q_{ij},\quad \forall i,j=\overline{1,n}, \tag{1.10}$$

де p_{ij},q_{ij} - відхилення, які є невід’ємними дійсними числами, але тільки одне з них може бути додатнім, тобто $p_{ij}\ge 0$, $q_{ij}\ge 0$, $p_{ij}q_{ij}=0$.

Для узгодженої ІМПП $p_{ij} = q_{ij} = 0$. У випадку неузгодженої ІМПП $((p_{ij} = 0) \wedge (q_{ij} > 0)) \vee ((q_{ij} = 0) \wedge (p_{ij} > 0))$.

Значення p_{ij}, q_{ij} мають бути якомога меншими, що означає мінімізацію неузгодженості інтервальної МПП і призводить до цільової функції (5) і задачі цільового програмування (5) – (9).

$$Min \quad J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) \tag{5}$$

при обмеженнях

$$\ln w_i - \ln w_j + p_{ij} \ge \ln l_{ij},\ \forall i, j = \overline{1, n}, \tag{6}$$

$$\ln w_i - \ln w_j - q_{ij} \le \ln u_{ij},\ \forall i, j = \overline{1, n}, \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \ln w_i = 0, \tag{8}$$

$$p_{ij}, q_{ij} \ge 0 \text{ і } p_{ij} q_{ij} = 0,\ \forall i, j = \overline{1, n}. \tag{9}$$

Оскільки $\ln w_i \ge 0$ при $w_i \ge 1$ і $\ln w_i < 0$ при $w_i < 1$, то вводяться невід’ємні змінні x_i і y_i:

$$x_i = \frac{\ln w_i + \left|\ln w_i\right|}{2},\ y_i = \frac{-\ln w_i + \left|\ln w_i\right|}{2}.$$

Тоді $\ln w_i = x_i - y_i$, де $x_i y_i = 0$. Тому задача (5) – (9) може бути спрощена і записана у виді (10) – (15) чи (16) – (21).

$$Min \quad J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) \tag{10}$$

при обмеженнях

$$x_i - y_i - x_j - y_j + p_{ij} \ge \ln l_{ij},\ i = 1,\dots, n-1,\ j = i+1,\dots, n, \tag{11}$$

$$x_i - y_i - x_j - y_j - q_{ij} \le \ln u_{ij},\ i = 1,\dots, n-1,\ j = i+1,\dots, n, \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - y_i\right) = 0, \tag{13}$$

$$x_i, y_i \ge 0,\ x_i y_i = 0,\ i = \overline{1, n}. \tag{14}$$

$$p_{ij}, q_{ij} \ge 0 \text{ і } p_{ij} q_{ij} = 0,\ i = 1,\dots, n-1,\ j = i+1,\dots, n. \tag{15}$$

$$Min \quad J = \frac{1}{2}\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) \tag{16}$$

при обмеженнях

$$x_i - y_i - x_j - y_j + p_{ij} \ge \ln l_{ij},\ i = 2,...,n,\ j = 1,...,i-1, \tag{17}$$

$$x_i - y_i - x_j - y_j - q_{ij} \le \ln u_{ij},\ i = 2,...,n,\ j = 1,...,i-1, \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - y_i\right) = 0, \tag{19}$$

$$x_i, y_i \ge 0,\ x_i y_i = 0,\ i = \overline{1,n}. \tag{20}$$

$$p_{ij}, q_{ij} \ge 0 \text{ і } p_{ij}q_{ij} = 0,\ i = 2,...,n,\ j = 1,...,i-1. \tag{21}$$

Теорема 1. ІМПП A є узгодженою тоді і тільки тоді коли $J^* = 0$, де J^* - оптимальне значення цільової функції (10) чи (16).

Теорема 2. Задачі цільового програмування (10) – (15) і (16) – (21) є еквівалентими.

Теорема 1 показує, яким чином можна перевірити узгодженість ІМПП. Теорема 2 гарантує, що використання оцінок, які знаходяться у верхній трикутній частині (над головною діагоналлю) ІМПП, дає ті ж самі результати, що і використання оцінок, що знаходяться в нижній трикутній частині (нижче головної діагоналі) ІМПП.

На вектор ваг $W = (w_i)$ може бути накладене обмеження двох типів: адитивне $\sum_i w_i = 1$ або мультиплікативне $\prod_i w_i = 1$, що еквівалентне $\sum_i \ln w_i = 0$. Мультиплікаливне обмеження широко використовується в мультиплікативному МАІ, а також в цьому методі.

В загальному випадку існує множина розв'язків задачі (10) – (15). Для знаходження допустимих інтервалів для кожної ваги w_i $(i = 1,...,n)$ оптимальне значення цільової функції із задачі (10) – (15) використовується як обмеження при побудові наступної пари задач цільового програмування (22) – (28):

$$Min/Max \quad \ln w_i = x_i - y_i \tag{22}$$

при обмеженнях

$$x_i - y_i - x_j - y_j + p_{ij} \geq \ln l_{ij},\ i = 1,...,n-1,\ j = i+1,...,n, \tag{23}$$

$$x_i - y_i - x_j - y_j - q_{ij} \leq \ln u_{ij},\ i = 1,...,n-1,\ j = i+1,...,n, \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i) = 0, \tag{25}$$

$$\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) = J^*, \tag{26}$$

$$x_i, y_i \geq 0,\ x_i y_i = 0,\ i = \overline{1,n}. \tag{27}$$

$$p_{ij}, q_{ij} \geq 0 \text{ і } p_{ij}q_{ij} = 0,\ i = 1,...,n-1,\ j = i+1,...,n. \tag{28}$$

де J^* - оптимальне значення цільової функції задачі (10) – (15).

Оптимальні значення пари задач (22) – (28) – це інтервали для логарифмів ваг $\ln w_i = \left[\ln w_i^L, \ln w_i^U\right]$. Тоді самі ваги $w_i = \left[w_i^L, w_i^U\right]$ дорівнюють $w_i^L = \exp\left(\ln w_i^L\right)$, $w_i^U = \exp\left(\ln w_i^U\right)$.

Етап 1:

$$J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) \to \min$$

$$x_i - y_i - x_j + y_j + p_{ij} \geq \ln l_{ij} \qquad i < j$$

$$x_i - y_i - x_j + y_j - q_{ij} \leq \ln u_{ij} \qquad i < j$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - y_i\right) = 0$$

$$x_i, y_i \geq 0 \qquad x_i y_i = 0 \qquad i = 1,\ldots,n$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad q_{ij} \geq 0 \quad p_{ij}q_{ij} = 0 \qquad i < j$$

Шукані інтервальні ваги:

$$w_i^L = \exp\left(\ln w_i^L\right) \quad w_i^U = \exp\left(\ln w_i^U\right)$$

Етап 2:

$$\ln w_i = x_i - y_i \to \min/\max \quad \forall i$$

$$\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(p_{ij} + q_{ij}\right) = J^*$$

$$x_i - y_i - x_j + y_j + p_{ij} \geq \ln l_{ij} \qquad i < j$$

$$x_i - y_i - x_j + y_j - q_{ij} \leq \ln u_{ij} \qquad i < j$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - y_i\right) = 0$$

$$x_i, y_i \geq 0 \qquad x_i y_i = 0 \qquad i = 1,\ldots,n$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad q_{ij} \geq 0 \quad p_{ij}q_{ij} = 0 \qquad i < j$$

Приклад 1.2 Розглянемо узгоджену ІМПП:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [2,5] & [2,4] & [1,3] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,3] & [1,2] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & [1,2] & 1 \end{pmatrix}.$$

	$\ln w_1$	$\ln w_2$	$\ln w_3$	$\ln w_4$
$\ln w_i^L = \min \ln w_i$	0.520	-0.275	-0.693	-0.376
$\ln w_i^U = \max \ln w_i$	0.896	0.101	-0.173	0

	w_1	w_2	w_3	w_4
$w_i^L = \min w_i$	1.682	0.760	0.500	0.687
$w_i^U = \max w_i$	2.450	1.107	0.841	1.000

Приклад 1.3. Розглянемо ІМПП, яка не є узгодженою (перевірити за критерієм узгодженості):

$$A=\begin{pmatrix} 1 & [1,2] & [1,2] & [2,3] \\ \left[\frac{1}{2},1\right] & 1 & [3,5] & [4,5] \\ \left[\frac{1}{2},1\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & 1 & [6,8] \\ \left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right] & \left[\frac{1}{8},\frac{1}{6}\right] & 1 \end{pmatrix}.$$

Після розв’язку задачі першого етапу отримали J^*=1.792, яке також свідчить про неузгодженість цієї ІМПП.

	$\ln w_1$	$\ln w_2$	$\ln w_3$	$\ln w_4$
$\ln w_i^L = \min \ln w_i$	0.147	0.347	-0.347	-1.207
$\ln w_i^U = \max \ln w_i$	0.576	0.805	0.402	-0.723

	w_1	w_2	w_3	w_4
$w_i^L = \min w_i$	1.158	1.414	0.707	0.299
$w_i^U = \max w_i$	1.778	2.236	1.495	0.486

Приклад 1.4. Розглянемо неузгоджену ІМПП (перевірити за критерієм узгодженості):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & [2,4] & [3,5] & [3,5] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] & [2,5] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & [1,2] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & [1,3] & 1 \end{pmatrix}.$$

Після розв'язку задачі першого етапу отримали $J^*=0.693$, яке також свідчить про неузгодженість цієї ІМПП.

	$\ln w_1$	$\ln w_2$	$\ln w_3$	$\ln w_4$
$\ln w_i^L = \min \ln w_i$	0.723	-0.347	-0.576	-0.703
$\ln w_i^U = \max \ln w_i$	1.151	0.173	-0.147	-0.275

	w_1	w_2	w_3	w_4
$w_i^L = \min w_i$	2.060	0.707	0.562	0.495
$w_i^U = \max w_i$	3.162	1.189	0.863	0.760

Приклад 1.5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & [1,3] & [3,5] & [5,7] & [5,9] \\ [\frac{1}{3},1] & 1 & [1,4] & [1,5] & [1,4] \\ [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] & [\frac{1}{4},1] & 1 & [\frac{1}{5},5] & [2,4] \\ [\frac{1}{7},\frac{1}{5}] & [\frac{1}{5},1] & [\frac{1}{5},5] & 1 & [1,2] \\ [\frac{1}{9},\frac{1}{5}] & [\frac{1}{4},1] & [\frac{1}{4},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{2},1] & 1 \end{pmatrix}$$

Модель / Ваги	GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	EM
w1	0.4527	[0.4225, 0.5343]	[0.2909, 0.4091]	0.4771
w2	[0.1397, 0.3321]	[0.1781, 0.2817]	[0.1364, 0.2909]	0.2199
w3	[0.0818, 0.2097]	0.1409	[0.0273, 0.1818]	0.1306
w4	[0.0591, 0.1347]	[0.0763, 0.0845]	[0.0364, 0.1364]	0.1001
w5	0.0633	0.0704	[0.0455, 0.1364]	0.0724
Показник узгодженості	J* = 0.4442	J* = 0.2235	J* =0.6182	CR = 0.0264
Слабке збере-ження порядку	+	+	-	+

1.3 Метод нечіткої геометричної середньої (Fuzzy Row Geometric Method, FRGMM)

<u>Постановка задачі</u>

Дано: $A=\{a_i \mid i=1,\dots,n\}$ - множина альтернатив, C - якісний критерій, $D=\{(d_{ij}=[l_{ij},m_{ij},u_{ij}]) \mid i,j=1,\dots,n\}$ - нечітка МПП альтернатив відносно критерію, кожен елемент цієї матриці є трикутним нечітким числом, 0< $l_{ij} \le m_{ij} \le u_{ij}$, $l_{ij},m_{ij},u_{ij} \in \Re$.

Знайти: $w=\{w_i \mid i=1,\dots,n\}$ - вектор нечітких ваг альтернатив, $w_i=[w_i^l,w_i^m,w_i^u]$.

Нечіткий метод геометричної середньої є розширенням на нечіткі множини традиційного (чіткого) методу геометричної середньої. Розглянемо спочатку операції над трикутними нечіткими числами $x=(x_1,x_2,x_3)$ і $y=(y_1,y_2,y_3)$, 0< $x_1 \le x_2 \le x_3$, 0< $y_1 \le y_2 \le y_3$, $x_i,y_i \in \Re$.

$$x+y=(x_1+y_1,x_2+y_2,x_3+y_3), \qquad x*y=(x_1y_1,x_2y_2,x_3y_3), \qquad (1.19)$$

$x / y = (x_1 / y_3, x_2 / y_2, x_3 / y_1)$, $\quad x^n = (x_1^n, x_2^n, x_3^n)$.

Ненормовані ваги альтернатив розраховуються за формулою:

$$v_i = \left(\prod_{j=1}^{n} d_{ij} \right)^{1/n},$$

де операції множення і піднесення до ступеня виконуються згідно з (1.19).

Шукані нормовані ваги дорівнюють

$$w_i = v_i / \sum_{k=1}^{n} v_k ,$$

де операції додавання і ділення виконуються згідно з (1.19).

Приклад 1.6

Нехай задана НМПП трьох альтернатив за певним критерієм (табл.1.4). Застосуємо метод нечіткої геометричної середньої. Результуючі нечіткі нормовані ваги наведено в останньому стовпчику табл.1.4.

Таблиця 1.4. Нечітка матриця парних порівнянь і ваги за методом нечіткої геометричної середньої

	a1	a2	a3	Ваги
a1	[1,1,3]	[1/5, 1/3, 1]	[1/5, 1/3, 1]	[0.06, 0.22, 1.05]
a2	[1, 3, 5]	[1/5, 1/3, 1]	[1, 3, 5]	[0.10, 0.46, 1.79]
a3	[1, 3, 5]	[1/5, 1/3, 1]	[1/5, 1/3, 1]	[0.08, 0.32, 1.37]

1.4 Метод нечітких переваг

Постановка задачі

Дано:

- $A = \{a_i \mid i = 1,...,n\}$ - множина альтернатив,
- C - якісний критерій,
- $D = \{(d_{ij} = [l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}]) \mid i, j = 1,...,n\}$ - нечітка МПП альтернатив відносно критерію, кожен елемент цієї матриці є трикутним нечітким числом, $l_{ij} \le m_{ij} \le u_{ij}$, $l_{ij}, m_{ij}, u_{ij} \in \Re$, $l_{ii} = m_{ii} = u_{ii} = 1$.

Знайти:

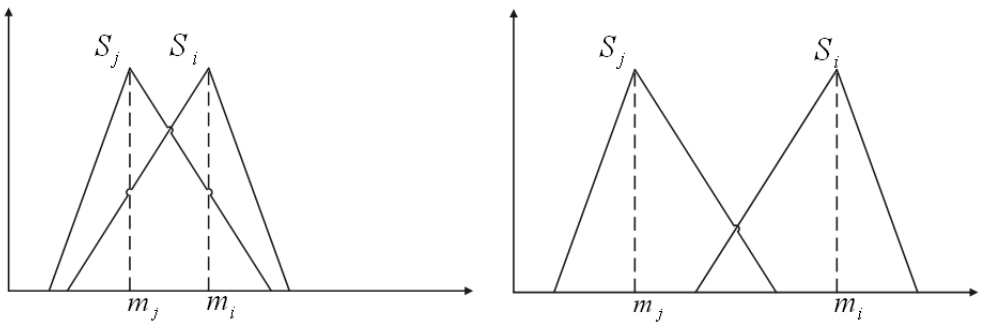
- $w = \{w_i \mid i = 1,...,n\}$ - вектор ваг альтернатив, $w_i \in \Re$, $w_i \geq 0$.

Метод нечітких переваг складається з наступних етапів:

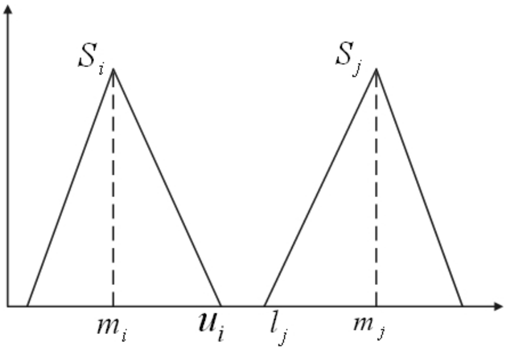
1. Розрахунок величини переваги альтернативи a_i над усіма іншими альтернативами: $RS_i = \sum_{j=1}^{n} d_{ij}$.
2. Нормування величин переваг: $S_i = RS_i / \sum_{k=1}^{n} RS_k$, де операції суми і ділення виконуються згідно з (1.19).
3. Розрахунок ступеня нестрогої переваги $V(S_i, S_j) = V(S_i \geq S_j)$ величини $S_i = (l_i, m_i, u_i)$ над $S_j = (l_j, m_j, u_j)$:

   - $V(S_i, S_j) = 1$, якщо $m_i \geq m_j$ (рис.1.2 а),
   - $V(S_i, S_j) = 0$, якщо $l_j > u_i$ (рис.1.2 б),
   - $V(S_i, S_j) = \dfrac{u_i - l_j}{(u_i - m_i) + (m_j - l_j)}$, якщо $(l_j \leq u_i) \wedge (m_i < m_j)$ (рис.1.2 в),
4. Розрахунок величини переваги S_i над усіма S_j, $j \neq i$:

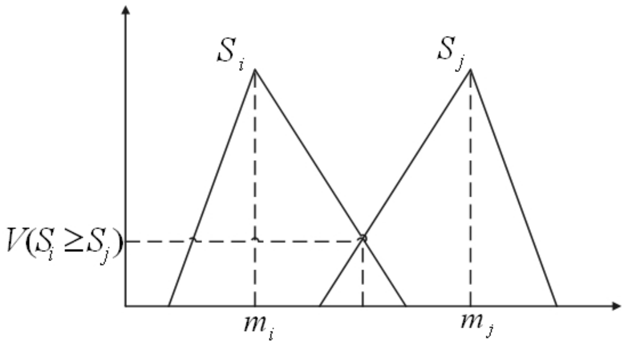
   $V(S_i) = V(S_i \geq S_j \mid j = \overline{1,n}, j \neq i) = \min\limits_{j=1,n, j\neq i} V(S_i \geq S_j)$
5. Розрахунок нормованого вектора ваг $w_i = V(S_i) / \sum_{k=1}^{n} V(S_k)$, $i = \overline{1,n}$.



а) випадок $m_i \geq m_j$



б) випадок $l_j > u_i$



в) випадок $(l_j \leq u_i) \wedge (m_i < m_j)$

Рис. 1.2. Графічна інтерпретація ступеня нестрогої переваги

Приклад 1.7

Нехай експерт порівнює вісім альтернатив, $n = 8$ і результатом є НМПП $D = (L, M, U)$ (табл.1.5). Нечіткий вектор S наведено в табл.1.6. Матриця $V = \{(V(S_i, S_j)) \mid i, j = 1,...,n\}$ наведена в табл.1.7.

Таблиця 1.5. Нечітка МПП $D = (L, M, U)$

а) матриця $L = \{(l_{ij}) \mid i, j = 1,...,8\}$

1	4	6	1	7	2	5	3
0.167	1	3	0.2	5	0.25	2	0.333
0.125	0.2	1	0.143	2	0.167	0.333	0.2
0.333	3	5	1	6	1	4	2
0.111	0.143	0.25	0.125	1	0.143	0.2	0.143
0.25	2	4	0.333	5	1	3	1
0.143	0.25	1	0.167	3	0.2	1	0.25
0.2	1	3	0.25	5	0.333	2	1

б) матриця $M = \{(m_{ij}) \mid i, j = 1,...,8\}$

1	5	7	2	8	3	6	4
1/5	1	4	1/4	6	1/3	3	1/2
1/7	1/4	1	1/6	3	1/5	1/2	1/4
1/2	4	6	1	7	2	5	3
1/4	1/6	1/3	1/7	1	1/6	1/4	1/6
1/3	3	5	1/2	6	1	4	2
1/6	1/3	2	1/5	4	1/4	1	1/3
1/4	2	4	1/3	6	1/2	3	1

в) матриця $U = \{(u_{ij}) \mid i, j = 1,...,8\}$

1	6	8	3	9	4	7	5
1/4	1	5	1/3	7	1/2	4	1
1/6	1/3	1	1/5	4	1/4	1	1/3
1	5	7	1	8	3	6	4
1/7	1/5	1/2	1/6	1	1/5	1/3	1/5
1/2	4	6	1	7	1	5	3
1/5	1/2	3	1/4	5	1/3	1	1/2
1/3	3	5	1/2	7	1	4	1

Таблиця 1.6. Нечіткий вектор $S = \{(S_i) \mid i = 1,...,8\}$

	L	M	U
a1	0.173	0.267	0.410
a2	0.071	0.113	0.182
a3	0.025	0.041	0.069
a4	0.134	0.211	0.334
a5	0.013	0.017	0.026
a6	0.099	0.162	0.262
a7	0.036	0.061	0.103
a8	0.076	0.127	0.208

Таблиця 1.7. Матриця $V=\{(V(S_i,S_j))\,|\,i,j=1,...,n\}$ ступенів нестрогої переваги

-	1	1	1	1	1	1	1
0.052	-	1	0.330	1	0.630	1	0.888
0	0	-	0	1	0	0.619	0
0.742	1	1	-	1	1	1	1
0	0	0.049	0	-	0	0	0
0.458	1	1	0.722	1	-	1	1
0	0.376	1	0	1	0.034	-	0.287
0.198	1	1	0.468	1	0.756	1	-

Результуючий нормований вектор ваг дорівнює $w=(\ 0.408\quad 0.021\quad 0\quad 0.303\quad 0\quad 0.187\quad 0\quad 0.081\ )$.

Таким чином, ранжування альтернатив дорівнює

$a_1 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_8 \succ a_2 \succ a_3 \sim a_5 \sim a_7$

Оцінювання точності методів розрахунку інтервальних ваг

Різні методи знаходження ваг в загальному випадку призводять до різних результатів. Тому виникає необхідність у використанні спеціальних критеріїв оцінювання точності методів розрахунку інтервальних ваг.

Означення 1.7. Помилкою оцінювання ваг P називається величина [1,3]

$$P=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(l_{ij}-\tilde{l}_{ij}\right)^2+\left(u_{ij}-\tilde{u}_{ij}\right)^2\right)},$$

де $D=\{(d_{ij})\,|\,i,j=\overline{1,n}\}$, $d_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ - початкова ІМПП, заповнена експертом, $\tilde{D}=\{(\tilde{d}_{ij})\,|\,i,j=\overline{1,n}\}$ - ІМПП, побудована за знайденими вагами $\tilde{w}_i,\tilde{w}_j$ згідно з правилами інтервальної арифметики, $\tilde{d}_{ij}=[\tilde{l}_{ij},\tilde{u}_{ij}]=\tilde{w}_i/\tilde{w}_j=[\tilde{w}_i^l,\tilde{w}_i^u]/[\tilde{w}_j^l,\tilde{w}_j^u]$.

<u>Означення 1.8. Помилкою оцінювання ваг</u> T називається величина [1,3]

$$T = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(l_{ij} - \hat{d}_{ij}\right)^2 + \left(u_{ij} - \hat{d}_{ij}\right)^2\right)},$$

де $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = \overline{1,n}\}$, $d_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]$ - початкова ІМПП, заповнена експертом, $\hat{D} = \{(\hat{d}_{ij}) \mid i, j = \overline{1,n}\}$ - точкова МПП, побудована за знайденими інтервальними вагами $\tilde{w}_i, \tilde{w}_j$, $\hat{d}_{ij} = dist(\tilde{w}_i) / dist(\tilde{w}_j)$, $dist(\tilde{w}_i) = \sqrt{(\tilde{w}_i^l + \tilde{w}_i^u)^2 / 4 + (\tilde{w}_i^u - \tilde{w}_i^l)^2 / 12}$ - відстань від ваги $\tilde{w}_i = [\tilde{w}_i^l, \tilde{w}_i^u]$ до числа нуль.

Контрольні запитання для підготовки до роботи:

1 Дайте означення узгодженої інтервальної матриці парних порівнянь.

2 Сформулюйте і доведіть критерій узгодженості інтервальних експертних оцінок парних порівнянь.

3 Опишіть метод нечіткого програмування переваг FPP.

4 Яку структуру має матриця R в методі FPP?

5 Як вибираються параметри d_k в методі FPP?

6 Опишіть двохетапний метод TLGP розрахунку ваг на основі інтервальних матриць парних порівнянь.

7 Опишіть метод GPM розрахунку ваг на основі інтервальних матриць парних порівнянь.

8 Опишіть метод LUAM розрахунку ваг на основі інтервальних матриць парних порівнянь.

9 Опишіть метод нечіткої геометричної середньої.

10 В чому полягає метод нечітких переваг?

11 Яким чином можна оцінити точність методів розрахунку інтервальних ваг з інтервальних матриць парних порівнянь?

12 Які Ви знаєте методи ранжування інтервальних чисел?