1. Рефлексивно и транзитивно затваряне на релация. Затваряне на множество относно множество от функции или релации.

Def. Нека R е релация в множеството A. Рефлексивното и транзитивното затваряне R^* на релацията R се определя:

a) Ако $(a,b) \in R$, то $(a,b) \in R^*$;
b) За $\forall\, a \in A, (a,a) \in R^*$;
c) Ако $(a,b) \in R^*$ и $(b,c) \in R^*$, то $(a,c) \in R^*$.

Def. Нека A е множество и $f: A^n \to A$, а $B \subseteq A$. Затварянето B^* на множеството B относно f се определя индуктивно както следва:

a) Ако $a \in B$, то $a \in B^*$;
b) Ако $a_1, \dots, a_n \in B^*$ и $f(a_1, \dots, a_n) = b$, то $b \in B^*$.

Пример 1:

Разглеждаме $\mathbb{N}$.
$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$f(a) = a + 1$
$B = \{0\} \Longrightarrow\ B^* = \{0, f(0), f(f(0)), \dots\} = \{0, 1, 2, \dots\}$

Пример 2:

Разглеждаме $\mathbb{R}$.
$f: \mathbb{R} \to\ \mathbb{R}$
$f(a) = a\sqrt{2}$
$B = \{1\} \Longrightarrow\ B^* = \{1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots\} = \{(\sqrt{2})^n | n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Пример 3:

Нека $A = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}\}$ и нека f да бъде $\cap$ (сечение).
$B = \{\{a,b\}, \{b,c\}\} \Longrightarrow\ B^* = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{b\}\}$.
При f да бъде $\cup$ (обединение) $\Longrightarrow B^* = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$.

Def. Нека A е множество и $f_i: A^{n_i} \to A, i = 1, \dots, k$ а $B \subseteq A$. Затварянето B^* на множеството B относно $f_1, \dots, f_k$ се определя индуктивно както следва:

a) Ако $a \in B$, то $a \in B^*$;
b) Ако $a_1, \dots, a_{n_i} \in B^*$ и $f_i(a_1, \dots, a_{n_i}) = b$, то $b \in B^*, i = 1, \dots, k$.

Def. Нека A е множество и R е $(n+1)$-местна релация в A и $B \subseteq A$. Тогава определяме затварянето B^* относно R по следния начин:

a) Ако $a \in B$, то $a \in B^*$;
b) Ако $a_1, \dots, a_n \in B^*$ и $(a_1, \dots, a_n, b) \in B^*$, то $b \in B^*$.