

## 2. Азбуки и езици

$\Sigma$  – азбука

Дума в азбуката  $\Sigma$  се нарича всяка функция  $w: \{1, \dots, n\} \rightarrow \Sigma$ .

$$w(i) = w_i \in \Sigma$$

$w = w_1 \dots w_n$ ,  $n$  – дължина на думата;

$\varepsilon$  – празна дума

### Операции с думи

- **Конкатенация на две думи**

Нека  $u = u_1 \dots u_n$  и  $v = v_1 \dots v_k$  са две думи.

Тогава конкатенацията на  $u$  и  $v$  се означава с  $u \circ v = u_1 \dots u_n v_1 \dots v_k$ .

$$w = u \circ v \text{ и } w_i = u_i, 1 \leq i \leq n$$

$$w_{i+n} = v_i, 1 \leq i \leq k$$

### **Свойства на конкатенацията**

1.  $\varepsilon \circ u = u \circ \varepsilon = u$ ;
2.  $(u \circ v) \circ w = u \circ (v \circ w)$ ;
3. Конкатенацията не е комутативна в общия случай.

$$- u^i, i \in \mathbb{N}$$

$$u^0 = \varepsilon$$

$$u^{i+1} = (u^i) \circ u$$

$$- w^R$$

$$w^R = \varepsilon, \text{ ако } w = \varepsilon$$

$$w^R = au^R, \text{ ако } w = ua, a \in \Sigma$$

**Def.** Език в азбуката  $\Sigma$  се нарича всяко множество от думи в  $\Sigma$ .

### **Операции в множеството на езиците: $\cup, \cap, \setminus$**

- Конкатенация на езици

Нека  $L_1$  и  $L_2$  са езици. Тогава конкатенацията на  $L_1$  и  $L_2$  се означава

$$L_1 \circ L_2 \text{ и } L_1 \circ L_2 = \{w_1 \circ w_2 \mid w_1 \in L_1 \text{ и } w_2 \in L_2\}.$$

**Вярно ли е, че  $L_1 \subseteq L_1 \circ L_2$ ?** – Ако  $\varepsilon \in L_2$  е вярно.

**Вярно ли е, че  $L_2 \subseteq L_1 \circ L_2$ ?** – Ако  $\varepsilon \in L_1$  е вярно.

- Степенуване на езици

$L$  – произволен език в азбуката  $\Sigma$

$$L^0 = \{\varepsilon\}$$

$$L^{i+1} = L^i \circ L, i = 0, 1, 2, \dots$$

$$\emptyset^0 = \{\varepsilon\}$$

- Операция  $*$  на Клин

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{+\infty} L^i, \text{ за произволен език } L$$

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{+\infty} L^i$$

Ако имаме  $\Sigma \Rightarrow \Sigma^*$  – съвкупността на всички думи в азбуката  $\Sigma$ .