

3. Крайни представяния на езици. Регулярни изрази.

Def. (Регулярен израз в азбуката Σ - инд.)

- a) \emptyset и всеки елемент $a \in \Sigma$ е регулярен израз;
- b) Ако α и β са регулярни изрази, то $\alpha \circ \beta$, $\alpha \cup \beta$ и α^* са регулярни изрази;

Def. (Регулярен език $\mathcal{L}[\alpha]$ за регулярен израз α)

- a) Ако $\alpha = \emptyset$, то $\mathcal{L}[\alpha] = \emptyset$;
- b) Ако $\alpha = a \in \Sigma$, то $\mathcal{L}[\alpha] = \{a\}$;
- c) Ако $\alpha = (\alpha_1, \beta_1)$, то $\mathcal{L}[\alpha] = \mathcal{L}[\alpha_1] \circ \mathcal{L}[\beta_1]$;
- d) Ако $\alpha = (\alpha_1 \cup \beta_1)$, то $\mathcal{L}[\alpha] = \mathcal{L}[\alpha_1] \cup \mathcal{L}[\beta_1]$;
- e) Ако $\alpha = \alpha^*$, то $\mathcal{L}[\alpha] = (\mathcal{L}[\alpha_1])^*$.

Пример 1:

$$\begin{aligned}\alpha &= ((a \cup b)^* \circ c^*) \\ \mathcal{L}[\alpha] &= \mathcal{L}[(a \cup b)^*] \circ \mathcal{L}[c^*] = \\ &= (\mathcal{L}[(a \cup b)])^* \circ (\mathcal{L}[c])^* = \\ &= (\mathcal{L}[a] \cup \mathcal{L}[b])^* \circ \{c\}^* = \\ &= (\{a\} \cup \{b\})^* \circ \{c\}^* = \\ &= \{a, b\}^* \circ \{c\}^*\end{aligned}$$

Пример 2:

$$\begin{aligned}L &= \{w \mid w \text{ е редица от } 0 \text{ и } 1, \text{ такива, че в } w \text{ участват } 2 \text{ или } 3 \text{ единици}\} \\ &= \{0\}^* \circ \{1\} \circ \{0\}^* \circ \{1\} \circ \{0\}^* \circ ((\{1\} \circ \{0\}^*) \cup \emptyset^0)\end{aligned}$$

Def. Един език L се нарича регулярен, ако съществува регулярен израз α : $L = \mathcal{L}[\alpha]$.