

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Лабораторная работа №1
по дисциплине
“Линейная алгебра и анализ данных”

Семестр I

Выполнили:
студенты

Тиганов Вадим Игоревич
гр. J3112
ИСУ 467701

Вагин Арсений Антонович
гр. J3112
ИСУ 465339

Волков Владимир
гр. J3112
ИСУ

Отчет сдан:
11.12.2024

Санкт-Петербург
2024

Цель лабораторной работы

Освоить основные концепции линейной алгебры и анализа данных по работе с матрицами. Научиться реализовывать и тестировать алгоритмы работы с матрицами в разреженно-строчном формате. Изучить и понять принципы работы алгоритмов, а также .tex верстания для создания отчета.

Задачи лабораторной работы

Реализация хранения матриц в разреженно-строчном виде.

Реализация операций над матрицами.

Вычисление определителя и проверка существования обратной матрицы.

Тестирование и проверка правильности работы алгоритмов.

Верстка отчета в формате L^AT_EX

Ход выполнения лабораторной работы

Задача 1

Задача заключалась в реализации следующих функций в классе: (был выбран ЯП Python, полный листинг кода см. в приложении А)

- Ввод матрицы заданного размера пользователем.
- Подсчет следа матрицы.
- Поиск и вывод элемента матрицы по заданным индексам.
- Тестирование работы программы и создание консольного пользовательского интерфейса.

Использованные библиотеки и инструменты языка

В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека `typing`.

Реализация функций и основные идеи

Все функции были реализованы в классе `MatrixKeeper`

Написаны функции:

1. `inputMatrix` - ввод матрицы пользователем,
2. `trace` - поиск следа матрицы,
3. `findByIndex` - поиск элемента по введенному индексу.

Суть работы алгоритмов:

- `inputMatrix`: Приглашение пользователя ко вводу. Вначале через пробел вводятся два числа типа `int` - размер матрицы. Вторым приглашением вводится матрица по строке, элементы в строке разделяются пробелом.
- `trace`: След матрицы - сумма элементов главной диагонали этой матрицы. Циклом, оставаясь в пределах матрицы, проходимся по элементам с индексами вида `[i][i]`, считаем сумму таких элементов. Можем так делать по той причине, что матрица имеет следующую структуру в классе:


```

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 9 5
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2 3 5 1
1 6 9 2 4
3 5 1 2 5
1 2 5 7 4
-10000 1 6 32 1
0.0003 1 2 6 3
4 2 8 3 7
5 4 2 3 6
5 3 1 2 7

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Найти след матрицы.
3: Найти элемент по индексу в заданной матрице.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 3
Введите номер строки: 5
Введите номер столбца: 1
Элемент матрицы [5][1] = -10000.0

```

Ручной тест поиска страшного элемента в страшной матрице 9x5.

Итак, справились с первым заданием.

Задача 2

Во второй задаче требуется реализовать три функции для операций с матрицами: (полный листинг кода см. в приложении Б)

- Сложение двух матриц.
- Умножение двух матриц.
- Умножение матрицы на скаляр.

Использованные библиотеки и инструменты языка

В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека `typing`.

Были реализованы 3 функции:

1. `matrixAddition` - сложение двух матриц.
2. `matrixByMatrixMultiplication` - перемножение двух матриц.
3. `matrixScalarMultiplication` - умножение одной из двух матриц на заданное число.

Согласно техническому заданию, функция ввода матрицы пользователем была импортирована из файла предыдущего задания. (`inputMatrix`)

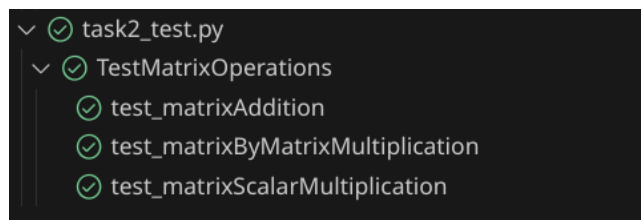
Суть работы алгоритмов:

- `matrixAddition`: Классическое сложение матрицы. Возвращаем матрицу, где каждый элемент с определенными индексами равен сумме элементов с соответствующими индексами из складываемых матриц. $(A+B)_{i,k} = A_{i,k} + B_{i,k}$
- `matrixByMatrixMultiplication`: Умножение матрицы на матрицу. Возвращаем матрицу, где каждый элемент с определенными индексами равен сумме произведений элементов соответствующей строки первой матрицы и столбца второй матрицы. $(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^n A_{i,k} \cdot B_{k,j}$
- `matrixScalarMultiplication`: Умножение матрицы на скаляр. Возвращаем матрицу, где каждый элемент равен произведению соответствующего элемента исходной матрицы и скаляра. $(cA)_{i,j} = c \cdot A_{i,j}$

Тестирование программы

Написаны юниттесты для каждой функции класса с помощью стандартной библиотеки `unittest`. Также протестировано вручную.

Листинг кода теста см. в приложении B-test.



Успешное прохождение unittests

```

Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2
3 4

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

6 5
7 9

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 3
Результат сложения матриц:
[7.0, 7.0]
[10.0, 13.0]

```

Ручной тест сложения двух матриц 2 на 2.

```

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2
6 7

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 5
Выберите матрицу для умножения на скаляр (1 - первая матрица, 2 - вторая матрица): 1
Введите скаляр: 2.718281828459045
Результат умножения матрицы на скаляр:
[2.718281828459045, 5.43656365691809]
[16.30969097075427, 19.027972799213316]

```

Ручной тест умножения матрицы 2 на 2 на число Эйлера с небольшим количеством знаков после запятой.

```

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 6
-0.1238 52

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

0.312837 2
1 1

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 4
Результат умножения матриц:
[6.312837, 8.0]
[51.9612707794, 51.7524]

```

Ручной тест умножения двух страшных матриц 2 на 2.

Matrix Calculator

Удостоверимся в правильности полученного результата, умножив матрицы на сайте-калькуляторе. Результат правильный.

Справились со вторым заданием.

Задача 3

В третьей задаче требуется реализовать следующие функции: (полный листинг кода см. в приложении В)

- Вычисление определителя матрицы. По тз - матрицы размером до 100x100
- Ответ на вопрос: существует ли матрица, обратная данной.

Использованные библиотеки и инструменты языка

В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека `typing`.

Были реализованы 3 функции:

1. `determinantOfMatrix` - поиск определителя матрицы.
2. `isMatrixInvertible` - функция, которая отвечает на вопрос, существует ли обратная матрица к данной.
3. `gauss` - вспомогательная функция - метод Гаусса, с помощью которого считал определитель любой квадратной матрицы.

Суть работы алгоритмов:

- `determinantOfMatrix`: оболочка функции, проверяем размер матрицы и обращаемся к функции Гаусса для поиска определителя.
- `isMatrixInvertable`: сравниваем полученный из первой функции определитель с нулем, возвращаем логическое значение "да" или "нет".
- `gauss`: самая интересная функция. Для матрицы 1x1 и 2x2 посчитано вручную.

```
1     n = len(matrix)
2     if n == 1:
3         return matrix[0][0]
4     elif n == 2:
5         return matrix[0][0] * matrix[1][1] - matrix[0][1] * matrix[1][0]
```

1x1: Определитель равен единственному элементу.

2x2: Определитель считаем как разность произведения элементов главной и побочной диагоналей.

Проверка на вырожденную матрицу:

```
1     for i in range(n):
2         max_row = max(range(i, n), key=lambda r: abs(matrix[r][i]))
3         if matrix[max_row][i] == 0:
4             raise ValueError("Matrix is singular, determinant is zero.")
```

Как работает:

Цикл проходит по каждому столбцу i от 0 до $n - 1$. На каждом шаге ищется ведущий элемент в текущем столбце. Для этого используется команда:

```
1     max_row = max(range(i, n), key=lambda r: abs(matrix[r][i]))
```

Здесь `range(i, n)` генерирует индексы строк от текущей строки i до последней $n-1$, `lambda r: abs(matrix[r][i])` вычисляет модуль элемента в текущем столбце для каждой строки r , а `max(..., key=...)` выбирает индекс строки `max_row`, где модуль элемента в столбце максимален.

Далее выполняется проверка:

```
1     if matrix[max_row][i] == 0:
2         raise ValueError("Matrix is singular, determinant is zero.")
```

Если максимальный элемент в столбце равен 0, то все элементы ниже i -й строки в этом столбце тоже равны 0. Это означает, что матрица вырожденная, и её определитель равен нулю, поэтому дальнейшие вычисления прекращаются.

Приведение к нижнетреугольному виду и вычисление определителя:

Для приведения матрицы к нижнетреугольному виду используется следующий алгоритм. Если строка с максимальным элементом в текущем столбце `max_row` не совпадает с текущей строкой `i`, строки меняются местами:

```
1     if max_row != i:
2         matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
3         swap_count += 1
```

После этого элементы ниже ведущего в текущем столбце обнуляются. Для каждой строки `j`, начиная с `i + 1`, вычисляется коэффициент `factor`, с помощью которого корректируются элементы строки:

```
1     for j in range(i + 1, n):
2         factor = matrix[j][i] / matrix[i][i]
3         for k in range(i, n):
4             matrix[j][k] -= factor * matrix[i][k]
```

После завершения приведения к нижнетреугольному виду вычисляется определитель матрицы. Определитель является произведением всех диагональных элементов приведённой матрицы:

```
1     determinant = 1.0
2     for i in range(n):
3         determinant *= matrix[i][i]
```

Учитывается знак определителя, зависящий от числа перестановок строк:

```
1     return (-1) ** swap_count * determinant
```

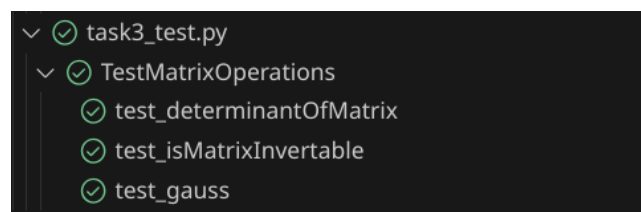
Здесь каждая перестановка строк меняет знак определителя, что учитывается выражением `(-1) ** swap_count`.

Таким образом реализован метод Гаусса для поиска определителя любой квадратной матрицы.

Тестирование программы

Написаны юниттесты для каждой функции класса с помощью стандартной библиотеки `unittest`. Также протестировано вручную.

Листинг кода теста см. в приложении B-test.



Успешное прохождение unittests

```

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2
3 4

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель матрицы: -2.0

```

Вручную проверям подсчет определителя матрицы 2x2. Ответ верный.

```

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

0 0
0 0

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель матрицы: 0.0

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 3
Матрица необратима.

```

Вручную проверяем подсчет определителя и обратимости нулевой матрицы. Ответ верный.

```

1 2 3
5 6 8

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель можно вычислить только для квадратной матрицы.

```

Конечно же, вручную пытаемся обработать не квадратную матрицу.

Итак, все задания сделаны, тесты пройдены. Пора перейти к выводам.

Вывод

В ходе выполнения данной работы были реализованы и протестированы различные функции для работы с матрицами. Это включало ввод матрицы, вычисление её следа, поиск элементов по индексам, а также операции сложения, умножения матриц и умножения матрицы на скаляр. Кроме того, были реализованы функции для вычисления определителя матрицы и проверки её обратимости.

Работа над этими задачами позволила нам углубить понимание основ линейной алгебры и её применения в программировании. Особенно интересным оказался метод Гаусса для вычисления определителя матрицы, который демонстрирует применение алгоритмов линейной алгебры в решении сложных задач.

Процесс тестирования, как автоматического, так и ручного, подтвердил корректность реализованных алгоритмов и их способность работать с матрицами различных размеров. Это важно для обеспечения надежности и точности вычислений, что является важным аспектом в машинном обучении и анализе данных.

В целом, выполнение данной работы не только укрепило наши навыки программирования и работы с матрицами, но и заставило задуматься, как полученные знания помогут в будущем. Линейная алгебра является основой для многих алгоритмов машинного обучения, и понимание её принципов и методов является ключом для успешного применения этих алгоритмов на практике.

В будущем мы планируем продолжить изучение машинного обучения, включая более сложные алгоритмы и методы. Уверены, что полученные знания и навыки станут основой для дальнейшего развития в этой области.

Приложения

Пришлось все перевести на английский. Не понял, как в "lstlisting" в L^AT_EX
позволить писать русскими буквами без ошибок компиляции.

Приложение А.

Полный листинг кода к первому заданию

```
1 from typing import List, Optional
2
3 class MatrixKeeper:
4     def __init__(self):
5         self.matrix: Optional[List[List[float]]] = None
6
7     def inputMatrix(self) -> None:
8         """Input matrix
9         First prompt - input matrix size n X m
10        Second prompt - input the matrix row by row, elements separated by space"""
11
12        try:
13            n, m = map(int, input("Enter the matrix size n x m separated by space:
14                               ").split())
15            self.matrix = []
16            print("Enter the matrix row by row, separating elements with space\n")
17            for _ in range(n):
18                row = list(map(float, input().split()))
19                if len(row) != m:
20                    raise ValueError("The number of elements in the row does not match m
21                                   .")
22                self.matrix.append(row)
23            except ValueError as e:
24                print(f"Input error: {e}")
25                self.matrix = None
26
27        def trace(self) -> float:
28            """Find the trace of the matrix"""
29
30            if self.matrix is None:
31                raise ValueError("Matrix has not been entered.")
32
33            if len(self.matrix) != len(self.matrix[0]):
34                raise ValueError("The matrix must be square to calculate the trace.")
35
36            return sum(self.matrix[i][i] for i in range(len(self.matrix)))
37
38        def findByIndex(self, n: int, m: int) -> float:
39            """Finds an element in the matrix by index n, m and outputs it"""
40
41            if self.matrix is None:
42                raise ValueError("Matrix has not been entered.")
43
44            if n <= 0 or m <= 0 or n > len(self.matrix) or m > len(self.matrix[0]):
45                raise IndexError("Indexes are out of the matrix bounds.")
46
47            return self.matrix[n-1][m-1]
48
49        def main():
```

```

48 matrix_keeper = MatrixKeeper()
49
50 while True:
51     print("\nChoose from the following options:")
52     print("1: Enter the matrix manually.")
53     print("2: Find the trace of the matrix.")
54     print("3: Find an element by index in the given matrix.")
55     print("4: Exit the program.\n")
56
57     try:
58         option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
59         except ValueError:
60             print("Incorrect input. Please enter a number.\n")
61             continue
62
63         if option == 1:
64             matrix_keeper.inputMatrix()
65         elif option == 2:
66             try:
67                 trace_value = matrix_keeper.trace()
68                 print(f"Trace of the matrix: {trace_value}\n")
69             except ValueError as e:
70                 print(e)
71         elif option == 3:
72             try:
73                 n = int(input("Enter the row number: "))
74                 m = int(input("Enter the column number: "))
75                 element = matrix_keeper.findByIndex(n, m)
76                 print(f"Matrix element [{n}][{m}] = {element}\n")
77             except (ValueError, IndexError) as e:
78                 print(e)
79         elif option == 4:
80             print("Exiting the program.\n")
81             break
82         else:
83             print("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 4.\n")
84
85 if __name__ == "__main__":
86     main()

```

Приложение A-test.

Полный листинг кода к тестам первого задания

```

1 import unittest
2
3 from codefiles.task1 import MatrixKeeper
4
5 class testMatrixKeeper(unittest.TestCase):
6
7     def setUp(self):
8         self.keeper = MatrixKeeper()
9
10    def test_inputMatrix(self):
11
12        self.keeper.matrix = [
13            [1.32, 2.32, 3.45],
14            [2.1, 4.312, 4.24],
15            [3.1, 1.12, 9.125]
16        ]
17

```

```

18     self.assertEqual(self.keeper.matrix, [
19         [1.32, 2.32, 3.45],
20         [2.1, 4.312, 4.24],
21         [3.1, 1.12, 9.125]
22     ])
23
24
25 def test_trace(self):
26
27     self.keeper.matrix = [
28         [1.32, 2.32, 3.45],
29         [2.1, 4.312, 4.24],
30         [3.1, 1.12, 9.125]
31     ]
32
33     self.assertEqual(self.keeper.trace(), 14.757)
34
35 def test_findByIndex(self):
36
37     self.keeper.matrix = [
38         [1.0, 2.0, 3.0],
39         [4.0, 5.0, 6.0],
40         [7.0, 8.0, 9.0]
41     ]
42     self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(1, 1), 1.0)
43     self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(2, 2), 5.0)
44     self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(3, 3), 9.0)
45
46 def test_trace_not_square(self):
47
48     self.keeper.matrix = [
49         [1.0, 2.0, 3.0],
50         [4.0, 5.0, 6.0]
51     ]
52     with self.assertRaises(ValueError):
53         self.keeper.trace()
54
55 def test_findByIndex_out_of_bounds(self):
56
57     self.keeper.matrix = [
58         [1.0, 2.0, 3.0],
59         [4.0, 5.0, 6.0],
60         [7.0, 8.0, 9.0]
61     ]
62     with self.assertRaises(IndexError):
63         self.keeper.findByIndex(4, 4)

```

Приложение Б.

Полный листинг кода ко второму заданию

```

1 from typing import List, Optional
2 from codefiles.task1 import MatrixKeeper
3
4 def matrixAddition(matrix_keeper1: MatrixKeeper, matrix_keeper2: MatrixKeeper)
5     -> Optional[List[List[float]]]:
6     """Addition of two matrices"""
7
8     if matrix_keeper1.matrix is None or matrix_keeper2.matrix is None:
9         raise ValueError("One or both matrices have not been entered.")

```



```

10     if len(matrix_keeper1.matrix) != len(matrix_keeper2.matrix) or len(
11         matrix_keeper1.matrix[0]) != len(matrix_keeper2.matrix[0]):
12         raise ValueError("Matrices must be of the same size for addition.")
13
14     result = []
15     for i in range(len(matrix_keeper1.matrix)):
16         row = []
17         for j in range(len(matrix_keeper1.matrix[0])):
18             row.append(matrix_keeper1.matrix[i][j] + matrix_keeper2.matrix[i][j])
19         result.append(row)
20
21     return result
22
23 def matrixByMatrixMultiplication(matrix_keeper1: MatrixKeeper, matrix_keeper2:
24     MatrixKeeper) -> Optional[List[List[float]]]:
25     """Matrix by matrix multiplication"""
26
27     if matrix_keeper1.matrix is None or matrix_keeper2.matrix is None:
28         raise ValueError("One or both matrices have not been entered.")
29
30     if len(matrix_keeper1.matrix[0]) != len(matrix_keeper2.matrix):
31         raise ValueError("The number of columns in the first matrix must be equal
32             to the number of rows in the second matrix.")
33
34     result = [[0 for _ in range(len(matrix_keeper2.matrix[0]))] for _ in range(
35         len(matrix_keeper1.matrix))]
36     for i in range(len(matrix_keeper1.matrix)):
37         for j in range(len(matrix_keeper2.matrix[0])):
38             for k in range(len(matrix_keeper2.matrix)):
39                 result[i][j] += matrix_keeper1.matrix[i][k] * matrix_keeper2.matrix[k]
40                 ][j]
41
42     return result
43
44 def matrixScalarMultiplication(matrix_keeper: MatrixKeeper, scalar: float) ->
45     Optional[List[List[float]]]:
46     """Matrix by scalar multiplication"""
47
48     if matrix_keeper.matrix is None:
49         raise ValueError("Matrix has not been entered.")
50     result = []
51     for row in matrix_keeper.matrix:
52         result.append([element * scalar for element in row])
53
54     return result
55
56 def main():
57     matrix_keeper1 = MatrixKeeper()
58     matrix_keeper2 = MatrixKeeper()
59
60     while True:
61         print("\nChoose from the following options:")
62         print("1: Enter the first matrix manually.")
63         print("2: Enter the second matrix manually.")
64         print("3: Add two matrices.")
65         print("4: Multiply matrix by matrix.")
66         print("5: Multiply matrix by scalar.")
67         print("6: Exit the program.\n")
68
69     try:

```

```

64     option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
65     except ValueError:
66     print("Incorrect input. Please enter a number.\n")
67     continue
68
69     if option == 1:
70         matrix_keeper1.inputMatrix()
71     elif option == 2:
72         matrix_keeper2.inputMatrix()
73     elif option == 3:
74         try:
75             result = matrixAddition(matrix_keeper1, matrix_keeper2)
76             print("Result of matrix addition:")
77             for row in result:
78                 print(row)
79             except ValueError as e:
80                 print(e)
81     elif option == 4:
82         try:
83             result = matrixByMatrixMultiplication(matrix_keeper1, matrix_keeper2
84             )
85             print("Result of matrix multiplication:")
86             for row in result:
87                 print(row)
88             except ValueError as e:
89                 print(e)
90     elif option == 5:
91         try:
92             matrix_choice = int(input("Choose the matrix to multiply by scalar
93             (1 - first matrix, 2 - second matrix): "))
94             if matrix_choice == 1:
95                 matrix_keeper = matrix_keeper1
96             elif matrix_choice == 2:
97                 matrix_keeper = matrix_keeper2
98             else:
99                 raise ValueError("Incorrect matrix choice.")
100
101             scalar = float(input("Enter the scalar: "))
102             result = matrixScalarMultiplication(matrix_keeper, scalar)
103             print("Result of matrix by scalar multiplication:")
104             for row in result:
105                 print(row)
106             except ValueError as e:
107                 print(e)
108     elif option == 6:
109         print("Exiting the program.\n")
110         break
111     else:
112         print("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 6.\n")
113
114 if __name__ == "__main__":
115     main()

```

Приложение Б-test.

Полный листинг кода к тестам второго задания

```

1 import unittest
2 from codefiles.task2 import matrixAddition, matrixByMatrixMultiplication,
   matrixScalarMultiplication
3 from codefiles.task1 import MatrixKeeper

```

```

4
5 class TestMatrixOperations(unittest.TestCase):
6
7     def setUp(self):
8
9         self.matrix_keeper1 = MatrixKeeper()
10        self.matrix_keeper2 = MatrixKeeper()
11
12        self.matrix_keeper1.matrix = [
13            [1, 2, 3],
14            [4, 5, 6],
15            [7, 8, 9]
16        ]
17
18        self.matrix_keeper2.matrix = [
19            [9, 8, 7],
20            [6, 5, 4],
21            [3, 2, 1]
22        ]
23
24    def test_matrixAddition(self):
25        result = matrixAddition(self.matrix_keeper1, self.matrix_keeper2)
26        expected = [
27            [10, 10, 10],
28            [10, 10, 10],
29            [10, 10, 10]
30        ]
31        self.assertEqual(result, expected)
32
33    def test_matrixByMatrixMultiplication(self):
34
35        self.matrix_keeper1.matrix = [
36            [1, 2, 3],
37            [4, 5, 6],
38            [7, 8, 9]
39        ]
40
41        self.matrix_keeper2.matrix = [
42            [9, 8],
43            [7, 6],
44            [5, 4]
45        ]
46
47        result = matrixByMatrixMultiplication(self.matrix_keeper1, self.
48            matrix_keeper2)
49        expected = [
50            [38, 32],
51            [101, 86],
52            [164, 140]
53        ]
54        self.assertEqual(result, expected)
55
56    def test_matrixScalarMultiplication(self):
57        scalar = 2
58        result = matrixScalarMultiplication(self.matrix_keeper1, scalar)
59        expected = [
60            [2, 4, 6],
61            [8, 10, 12],
62            [14, 16, 18]
63        ]

```

```

63     self.assertEqual(result, expected)
64
65 if __name__ == '__main__':
66     unittest.main()

```

Приложение В.

Полный листинг кода к третьему заданию

```

1  from task1 import MatrixKeeper
2  from typing import List
3
4  def determinantOfMatrix(matrix_keeper: MatrixKeeper) -> float:
5  """Calculates the determinant of a matrix. Matrix size: up to 100x100."""
6      if matrix_keeper.matrix is None:
7          raise ValueError("Matrix is not defined.")
8
9      matrix = matrix_keeper.matrix
10     if len(matrix) != len(matrix[0]):
11         raise ValueError("Determinant can only be calculated for a square matrix.")
12
13     return gauss(matrix)
14
15 def isMatrixInvertible(matrix_keeper: MatrixKeeper) -> bool:
16 """Checks if the inverse matrix exists (detA != 0)."""
17     try:
18         det = determinantOfMatrix(matrix_keeper)
19         return det != 0
20     except ValueError:
21         return False
22
23 def gauss(matrix: List[List[float]]) -> float:
24 """Calculates the determinant of a matrix using the Gauss method."""
25     n = len(matrix)
26     if n == 1:
27         return matrix[0][0] # For a 1x1 matrix
28     elif n == 2:
29         return matrix[0][0] * matrix[1][1] - matrix[0][1] * matrix[1][0] # For a 2
30         x2 matrix
31
32     swap_count = 0
33
34     for i in range(n):
35         max_row = max(range(i, n), key=lambda r: abs(matrix[r][i]))
36         if matrix[max_row][i] == 0:
37             raise ValueError("The matrix is degenerate, the determinant is zero.")
38
39         if max_row != i:
40             matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
41             swap_count += 1
42
43         for j in range(i + 1, n):
44             factor = matrix[j][i] / matrix[i][i]
45             for k in range(i, n):
46                 matrix[j][k] -= factor * matrix[i][k]
47
48     determinant = 1.0
49     for i in range(n):
50         determinant *= matrix[i][i]
51
52     return (-1) ** swap_count * determinant

```

```

52
53 def main():
54     matrix_keeper = MatrixKeeper()
55
56     while True:
57         print("\nChoose from the following options:")
58         print("1: Enter the matrix manually.")
59         print("2: Calculate the determinant of the matrix.")
60         print("3: Check if the inverse matrix exists.")
61         print("4: Exit the program.\n")
62
63         try:
64             option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
65         except ValueError:
66             print("Incorrect input. Please enter a number.\n")
67             continue
68
69         if option == 1:
70             matrix_keeper.inputMatrix()
71         elif option == 2:
72             try:
73                 det = determinantOfMatrix(matrix_keeper)
74                 print(f"Determinant of the matrix: {det}\n")
75             except ValueError as e:
76                 print(e)
77         elif option == 3:
78             try:
79                 is_invertable = isMatrixInvertable(matrix_keeper)
80                 if is_invertable:
81                     print("Yes.\n")
82                 else:
83                     print("No.\n")
84             except ValueError as e:
85                 print(e)
86         elif option == 4:
87             print("Exiting the program.\n")
88             break
89         else:
90             print("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 4.\n")
91
92 if __name__ == "__main__":
93     main()

```

Приложение B-test.

Полный листинг кода к тестам третьего задания

```

1 import unittest
2 from codefiles.task3 import MatrixKeeper, determinantOfMatrix,
   isMatrixInvertable, gauss
3
4 class TestMatrixOperations(unittest.TestCase):
5
6     def setUp(self):
7         self.matrix_keeper = MatrixKeeper()
8
9     def test_determinantOfMatrix(self):
10
11         self.matrix_keeper.matrix = [
12             [1, 2, 3],
13             [0, 5, 6],

```

```

14     [7, 8, 9]
15     ]
16     result = determinantOfMatrix(self.matrix_keeper)
17     expected = -24
18     self.assertAlmostEqual(result, expected)
19
20     self.matrix_keeper.matrix = [
21     [4, 7],
22     [2, 6]
23     ]
24     result = determinantOfMatrix(self.matrix_keeper)
25     expected = 10
26     self.assertAlmostEqual(result, expected)
27
28     self.matrix_keeper.matrix = [[1 if i == j else 0 for j in range(100)] for i
29     in range(100)]
30     result = determinantOfMatrix(self.matrix_keeper)
31     expected = 1
32     self.assertAlmostEqual(result, expected)
33
34 def test_isMatrixInvertible(self):
35     self.matrix_keeper.matrix = [
36     [1, 2, 3],
37     [0, 5, 6],
38     [7, 8, 9]
39     ]
40     result = isMatrixInvertible(self.matrix_keeper)
41     self.assertTrue(result)
42
43     self.matrix_keeper.matrix = [
44     [1, 2, 3],
45     [4, 6, 8],
46     [7, 10, 12]
47     ]
48     result = isMatrixInvertible(self.matrix_keeper)
49     self.assertTrue(result)
50
51 def test_gauss(self):
52     matrix = [
53     [1, 2, 3],
54     [0, 5, 6],
55     [7, 8, 9]
56     ]
57     result = gauss(matrix)
58     expected = -24
59     self.assertAlmostEqual(result, expected)
60
61     matrix = [
62     [4, 7],
63     [2, 6]
64     ]
65     result = gauss(matrix)
66     expected = 10
67     self.assertAlmostEqual(result, expected)
68
69     matrix = [
70     [5]
71     ]
72     result = gauss(matrix)
73     expected = 5

```

```

73     self.assertAlmostEqual(result , expected)
74
75     matrix = [[1 if i == j else 0 for j in range(100)] for i in range(100)]
76     result = gauss(matrix)
77     expected = 1
78     self.assertAlmostEqual(result , expected)
79
80     matrix = [
81         [1, 2],
82         [2, 4]
83     ]
84     result = gauss(matrix)
85     expected = 0
86     self.assertAlmostEqual(result , expected)
87
88 if __name__ == '__main__':
89     unittest.main()

```

Список использованной литературы

- Курош, А. Г. Курс высшей алгебры. Москва: Наука, 1977.
- Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре. Москва: Наука, 1971.
- Стрэнг, Г. Линейная алгебра и ее приложения. Москва: Мир, 1986.
- Википедия. Определитель матрицы. Доступно на: <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
- MathWorld. Determinant. Доступно на: <https://mathworld.wolfram.com/Determinant.html>
- Khan Academy. Introduction to the determinant. Доступно на: <https://www.khanacademy/a/linear-algebra/matrix-transformations/determinant-depth/v/linear-algebra-introduction-to-the-determinant>
- GeeksforGeeks. Determinant of a Matrix. Доступно на: <https://www.geeksforgeeks.com/determinant-of-a-matrix/>