Министерство науки и высшего образования Российской Федерации ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Лабораторная работа №1 по дисциплине "Линейная алгебра и анализ данных"

Семестр І

Выполнили: студенты

Тиганов Вадим Игоревич гр. J3112 ИСУ 467701

Вагин Арсений Антонович гр. J3112 ИСУ 465339

> Отчет сдан: XX.12.2024

Цель лабораторной работы

Освоить основные концепции линейной алгебры и анализа данных по работе с матрицами. Научиться реализовывать и тестировать алгоритмы работы с матрицами в разреженно-строчном формате. Изучить и понять принципы работы алгоритмов, а также .tex верстания для создания отчета.

Задачи лабораторной работы

Реализация хранения матриц в разреженно-строчном виде.

Реализация операций над матрицами.

Вычисление определителя и проверка существования обратной матрицы.

Тестирование и проверка правильности работы алгоритмов.

Верстка отчета в формате ІРТЕХ

Ход выполнения лабораторной работы

Задача 1

Задача заключалась в реализации следующих функий в классе: (был выбран ЯП Python, полный листинг кода см. в приложении A)

- Ввод матрицы заданного размера пользователем.
- Подсчет следа матрицы.
- Поиск и вывод элемента матрицы по заданным индексам.
- Тестирование работы программы и создание консольного пользовательского интерфейса.

Использованные библиотеки и инструменты языка В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека typing.

Реализация функций и основные идеи Все функции были реализованы в классе MatrixKeeper

Написаны функции:

- 1. inputMatrix ввод матрицы пользователем,
- 2. trace поиск следа матрицы,
- 3. findByIndex поиск элемента по введенному индексу.

Суть работы алгоритмов:

- inputMatrix: Приглашение пользователя ко вводу. Вначале через пробел вводятся два числа типа int размер матрицы. Вторым приглашением вводится матрица по строке, элементы в строке разделяются пробелом.
- trace: След матрицы сумма элементов главной диагонали этой матрицы. Циклом, оставаясь в пределах матрицы, проходимся по элементам с индексами вида [i][i], считаем сумму таких элементов. Можем так делать по той причине, что матрица имеет следующую структуру в классе:

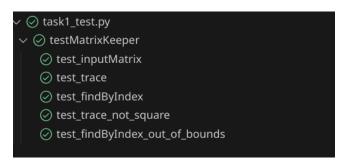
```
self.matrix: Optional[List[List[float]]]
```

- то есть храним матрицу как список, каждый элемент которого является тоже списком.
- findByIndex: возвращаем элемент из матрицы, отнимая от индексов по единице, т.к. в ЯП отсчет начинается с нуля.

```
return self.matrix[n-1][m-1]
```

Тестирование программы

Написаны юниттесты для каждой функции класса с помощью стандартной библиотеки unittest. Также протестировано вручную. Листинг кода теста см. в приложении A-test.



Успешное прохождение unittests

```
Выберите из предложенных опций:

1: Ввести матрицу вручную.

2: Найти след матрицы.

3: Найти элемент по индексу в заданной матрице.

4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

2 2
2 2
2 8
Выберите из предложенных опций:

1: Ввести матрицу вручную.

2: Найти след матрицы.

3: Найти элемент по индексу в заданной матрице.

4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
След матрицы: 4.0
```

Ручной тест поиска следа матрицы 2х2 со всеми элементами, равными 2.

```
Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы п х m через пробел: 9 5
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
16924
3 5 1 2 5
1 2 5 7 4
-10000 1 6 32 1
0.0003 1 2 6 3
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Найти след матрицы.
3: Найти элемент по индексу в заданной матрице.
4: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 3
Введите номер строки: 5
Введите номер столбца: 1
Элемент матрицы [5][1] = -10000.0
```

Ручной тест поиска страшного элемента в страшной матрице 9х5.

Итак, справились с первым заданием.

Задача 2

Во второй задаче требуется реализовать три функции для операций с матрицами: (полный листинг кода см. в приложении Б)

- Сложение двух матриц.
- Умножение двух матриц.
- Умножение матрицы на скаляр.

Использованные библиотеки и инструменты языка

В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека typing.

Были реализованы 3 функции:

- 1. matrixAddition сложение двух матриц.
- 2. matrixByMatrixMultiplication перемножение двух матриц.
- 3. matrixScalarMultiplication умножение одной из двух матриц на заданное число.

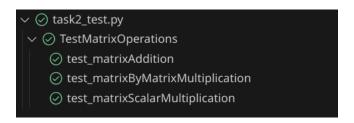
Согласно техническому заданию, функция ввода матрицы пользователем была импортирована из файла предыдущего задания. (inputMatrix)

Суть работы алгоритмов:

- matrixAddition: Классическое сложение матрицы. Возвращаем матрицу, где каждый элемент с определенными индексами равен сумме элементов с соответствующими индексами из складываемых матриц. $(A+B)_{i,k} = A_{i,k} + B_{i,k}$
- matrixByMatrixMultiplication: Умножение матрицы на матрицу. Возвращаем матрицу, где каждый элемент с определенными индексами равен сумме произведений элементов соответствующей строки первой матрицы и столбца второй матрицы. $(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} A_{i,k} \cdot B_{k,j}$
- matrixScalarMultiplication: Умножение матрицы на скаляр. Возвращаем матрицу, где каждый элемент равен произведению соответствующего элемента исходной матрицы и скаляра. $(cA)_{i,j} = c \cdot A_{i,j}$

Тестирование программы

Написаны юниттесты для каждой функции класса с помощью стандартной библиотеки unittest. Также протестировано вручную. Листинг кода теста см. в приложении Б-test.



Успешное прохождение unittests

```
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 2
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 3
Результат сложения матриц:
[10.0, 13.0]
```

Ручной тест сложения двух матриц 2 на 2.

```
Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2
6 7
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.

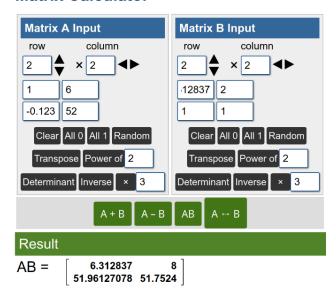
Введите номер соответствующей опции: 5
Выберите матрицу для умножения на скаляр (1 - первая матрица, 2 - вторая матрица): 1
Введите скаляр: 2.718281828459045
Результат умножения матрицы на скаляр:
[2.718281828459045, 5.43656365691809]
[16.30969097075427, 19.027972799213316]
```

Ручной тест умножения матрицы 2 на 2 на число Эйлера с небольшим количеством знаков после запятой.

```
Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
1 6
-0.1238 52
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 2
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
0.312837 2
1 1
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести первую матрицу вручную.
2: Ввести вторую матрицу вручную.
3: Сложить две матрицы.
4: Умножить матрицу на матрицу.
5: Умножить матрицу на скаляр.
6: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 4
Результат умножения матриц:
[6.312837, 8.0]
[51.9612707794, 51.7524]
```

Ручной тест умножения двух страшных матриц 2 на 2.

Matrix Calculator



Удостоверимся в правильности полученного результата, умножив матрицы на сайте-калькуляторе. Результат правильный.

Справились со вторым заданием.

Задача 3

В третьей задача требуется реализовать следующие функции: (полный листинг кода см. в приложении В)

- Вычисление определителя матрицы. По тз матрицы размером до 100×100
- Ответ на вопрос: существует ли матрица, обратная данной.

Использованные библиотеки и инструменты языка

В ходе написания программы были использованы только стандартные средства языка. Также для удобства и лучшей читаемости кода была импортирована библиотека typing.

Были реализованы 3 функции:

- 1. determinantOfMatrix поиск определителя матрицы.
- 2. isMatrixInvertable функция, которая отвечает на вопрос, существует ли обратная матрица к данной.
- 3. gauss вспомогательная функция метод Гаусса, с помощью которого считал определитель любой квадратной матрицы.

Суть работы алгоритмов:

- determinantOfMatrix: оболочка функции, проверяем размер матрицы и обращаемся к функции Гаусса для поиска определителя.
- isMatrixInvertable: сравниваем полученный из первой функции определитель с нулем, возвращаем логическое значение "да" или "нет".
- gauss: самая интересная функция. Для матрицы 1х1 и 2х2 посчитано вручную.

1х1: Определитель равен единственному элементу.

2x2: Определитель считаем как разность произведения элементов главной и побочной диагоналей.

Проверка на вырожденную матрицу:

```
for i in range(n):

max_row = max(range(i, n), key=lambda r: abs(matrix[r][i]))

if matrix[max_row][i] == 0:

raise ValueError("Matrix is singular, determinant is zero.")
```

Как работает:

Цикл проходит по каждому столбцу і от 0 до n-1. На каждом шаге ищется ведущий элемент в текущем столбце. Для этого используется команда:

```
\max_{r} \max_{r} \max_{r} \max_{r} \max_{r} \max_{r} \max_{r} \max_{r} \min_{r} \max_{r} \min_{r} \min_{r} \max_{r} \min_{r} \min_{r
```

Здесь range(i, n) генерирует индексы строк от текущей строки i до последней n-1, lambda r: abs(matrix[r][i]) вычисляет модуль элемента в текущем столбце для каждой строки r, a max(..., key=...) выбирает индекс строки max_row, где модуль элемента в столбце максимален.

Далее выполняется проверка:

```
if matrix[max_row][i] == 0:
raise ValueError("Matrix is singular, determinant is zero.")
```

Если максимальный элемент в столбце равен 0, то все элементы ниже i-й строки в этом столбце тоже равны 0. Это означает, что матрица вырожденная, и её определитель равен нулю, поэтому дальнейшие вычисления прекращаются.

Приведение к нижнетреугольному виду и вычисление определителя:

Для приведения матрицы к нижнетреугольному виду используется следующий алгоритм. Если строка с максимальным элементом в текущем столбце max_row не совпадает с текущей строкой i, строки меняются местами:

```
if max_row != i:
    matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
    swap_count += 1
```

После этого элементы ниже ведущего в текущем столбце обнуляются. Для каждой строки j, начиная с i+1, вычисляется коэффициент factor, с помощью которого корректируются элементы строки:

```
for j in range(i + 1, n):
    factor = matrix[j][i] / matrix[i][i]
    for k in range(i, n):
        matrix[j][k] -= factor * matrix[i][k]
```

После завершения приведения к нижнетреугольному виду вычисляется определитель матрицы. Определитель является произведением всех диагональных элементов приведённой матрицы:

```
determinant = 1.0
for i in range(n):
determinant *= matrix[i][i]
```

Учитывается знак определителя, зависящий от числа перестановок строк:

```
return (-1) ** swap_count * determinant
```

Здесь каждая перестановка строк меняет знак определителя, что учитывается выражением (-1) ** swap count.

Таким образом реализован метод Гаусса для поиска определителя любой квадратной матрицы.

Тестирование программы

Написаны юниттесты для каждой функции класса с помощью стандартной библиотеки unittest. Также протестировано вручную.

Листинг кода теста см. в приложении B-test.



Успешное прохождение unittests

```
Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы п х m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом

1 2
3 4
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель матрицы: -2.0
```

Вручную проверям подсчет определителя матрицы 2х2. Ответ верный.

```
Введите номер соответствующей опции: 1
Введите размер матрицы n x m через пробел: 2 2
Введите матрицу по строке, разделяя элементы строки пробелом
0 0
0 0
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель матрицы: 0.0
Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.
Введите номер соответствующей опции: 3
Матрица необратима.
```

Вручную проверяем подсчет определителя и обратимости нулевой матрицы. Ответ верный.

```
1 2 3
5 6 8

Выберите из предложенных опций:
1: Ввести матрицу вручную.
2: Вычислить определитель матрицы.
3: Проверить, существует ли обратная матрица.
4: Выйти из программы.

Введите номер соответствующей опции: 2
Определитель можно вычислить только для квадратной матрицы.
```

Конечно же, вручную пытаемся обработать не квадратную матрицу.

Итак, все задания сделаны, тесты пройдены. Пора перейти к выводам.

Вывод

В ходе выполнения данной работы были реализованы и протестированы различные функции для работы с матрицами. Это включало ввод матрицы, вычисление её следа, поиск элементов по индексам, а также операции сложения, умножения матриц и умножения матрицы на скаляр. Кроме того, были реализованы функции для вычисления определителя матрицы и проверки её обратимости.

Работа над этими задачами позволила нам углубить понимание основ линейной алгебры и её применения в программировании. Особенно интересным оказался метод Гаусса для вычисления определителя матрицы, который демонстрирует применение алгоритмов линейной алгебры в решении сложных задач.

Процесс тестирования, как автоматического, так и ручного, подтвердил корректность реализованных алгоритмов и их способность работать с матрицами различных размеров. Это важно для обеспечения надежности и точности вычислений, что является важным аспектом в машинном обучении и анализе данных.

В целом, выполнение данной работы не только укрепило наши навыки программирования и работы с матрицами, но и заставило задуматься, как полученные знания помогут в будущем. Линейная алгебра является основой для многих алгоритмов машинного обучения, и понимание её принципов и методов является ключом для успешного применения этих алгоритмов на практике.

В будущем мы планируем продолжить изучение машинного обучения, включая более сложные алгоритмы и методы. Уверены, что полученные знания и навыки станут основой для дальнейшего развития в этой области.

Приложения

Пришлось все перевести на английский. Не понял, как в "lstlisting" в LATEX позволить писать русскими буквами без ошибок компиляции.

Приложение А.

Полный листинг кода к первому заданию

```
from typing import List, Optional
1
2
    class MatrixKeeper:
3
      def __init__(self):
4
        self.matrix: Optional[List[List[float]]] = None
5
6
      def inputMatrix(self) -> None:
      """Input matrix
8
      First prompt - input matrix size n X m
9
      Second prompt - input the matrix row by row, elements separated by space"""
11
        try:
          n, m = map(int, input("Enter the matrix size n x m separated by space:
              ").split())
           self.matrix = []
14
           print ("Enter the matrix row by row, separating elements with space\n")
15
           for \underline{\phantom{a}} in range(n):
             row = list (map(float, input().split()))
             if len(row) != m:
18
               raise ValueError("The number of elements in the row does not match m
               self.matrix.append(row)
20
        except ValueError as e:
21
           print(f"Input error: {e}")
22
           self.matrix = None
23
24
      def trace(self) -> float:
25
      """Find the trace of the matrix"""
26
        if self.matrix is None:
28
           raise ValueError("Matrix has not been entered.")
29
30
        if len(self.matrix) != len(self.matrix[0]):
           raise ValueError ("The matrix must be square to calculate the trace.")
32
33
      return sum(self.matrix[i][i] for i in range(len(self.matrix)))
      def findByIndex(self, n: int, m: int) -> float:
36
        """Finds an element in the matrix by index n, m and outputs it """
37
38
        if self.matrix is None:
           raise ValueError("Matrix has not been entered.")
40
41
        if n \le 0 or m \le 0 or n > len(self.matrix) or m > len(self.matrix[0]):
           raise IndexError ("Indexes are out of the matrix bounds.")
43
44
        return self.matrix[n-1][m-1]
45
46
47
    def main():
```

```
matrix_keeper = MatrixKeeper()
48
49
      while True:
50
         print ("\nChoose from the following options:")
51
         print("1: Enter the matrix manually.")
         print("2: Find the trace of the matrix.")
         print ("3: Find an element by index in the given matrix.")
         print ("4: Exit the program.\n")
56
         try:
           option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
           except ValueError:
59
           print ("Incorrect input. Please enter a number.\n")
60
           continue
62
           if option = 1:
63
             matrix keeper.inputMatrix()
64
           elif option == 2:
           try:
66
             trace value = matrix keeper.trace()
67
             print(f"Trace of the matrix: {trace_value}\n")
           except ValueError as e:
             print (e)
70
           elif option == 3:
71
             try:
72
               n = int(input("Enter the row number: "))
               m = int(input("Enter the column number: "))
               element = matrix keeper.findByIndex(n, m)
               print(f"Matrix element [\{n\}][\{m\}] = \{element\} \setminus n")
             except (ValueError, IndexError) as e:
             print(e)
78
           elif option == 4:
79
             print ("Exiting the program.\n")
80
81
           else:
82
             print ("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 4.\n")
83
          _{
m name}_{
m -} = "_{
m main}_{
m -}":
85
    main()
86
```

Приложение A-test.

Полный листинг кода к тестам первого задания

```
import unittest
1
2
    from codefiles.task1 import MatrixKeeper
4
    class testMatrixKeeper(unittest.TestCase):
5
6
      def setUp(self):
         self.keeper = MatrixKeeper()
8
9
      def test inputMatrix(self):
10
11
         self.keeper.matrix = [
12
         [1.32, 2.32, 3.45],
13
         [2.1, 4.312, 4.24],
         [3.1, 1.12, 9.125]
15
16
```

17

```
self.assertEqual(self.keeper.matrix, [
18
        [1.32, 2.32, 3.45],
19
        [2.1, 4.312, 4.24],
        [3.1, 1.12, 9.125]
21
        1)
22
23
      def test trace (self):
25
26
        self.keeper.matrix = [
27
        [1.32, 2.32, 3.45],
        [2.1, 4.312, 4.24],
29
        [3.1, 1.12, 9.125]
32
        self.assertEqual(self.keeper.trace(), 14.757)
34
      def test findByIndex(self):
36
        self.keeper.matrix = [
37
        [1.0, 2.0, 3.0],
38
         [4.0, 5.0, 6.0],
         [7.0, 8.0, 9.0]
40
41
        self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(1, 1), 1.0)
42
        self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(2, 2), 5.0)
        self.assertEqual(self.keeper.findByIndex(3, 3), 9.0)
44
      def test trace not square(self):
46
47
        self.keeper.matrix = [
48
         [1.0, 2.0, 3.0],
49
         [4.0, 5.0, 6.0]
50
51
        with self.assertRaises(ValueError):
        self.keeper.trace()
53
      def test findByIndex out of bounds(self):
55
56
        self.keeper.matrix = [
57
        [1.0, 2.0, 3.0],
         [4.0, 5.0, 6.0],
59
         [7.0, 8.0, 9.0]
60
61
        with self.assertRaises(IndexError):
        self.keeper.findByIndex(4, 4)
63
                                   Приложение Б.
                 Полный листинг кода ко второму заданию
    from typing import List, Optional
    from codefiles.task1 import MatrixKeeper
2
3
    def matrixAddition(matrix keeper1: MatrixKeeper, matrix keeper2: MatrixKeeper)
        -> Optional [List [List [float]]]:
    """Addition of two matrices"""
5
      if matrix keeper1.matrix is None or matrix keeper2.matrix is None:
7
```

raise ValueError ("One or both matrices have not been entered.")

8

```
if len(matrix_keeper1.matrix) != len(matrix_keeper2.matrix) or len(
10
          matrix\_keeper1.matrix[0]) != len(matrix\_keeper2.matrix[0]):
         raise ValueError ("Matrices must be of the same size for addition.")
11
12
      result = []
13
      for i in range(len(matrix keeper1.matrix)):
14
         row = []
         for j in range(len(matrix keeper1.matrix[0])):
           row.append(matrix_keeper1.matrix[i][j] + matrix_keeper2.matrix[i][j])
17
           result.append(row)
19
      return result
20
21
    def matrixByMatrixMultiplication(matrix keeper1: MatrixKeeper, matrix keeper2:
22
         MatrixKeeper) -> Optional [List [List [float]]]:
    """Matrix by matrix multiplication"""
23
24
      if matrix keeper1.matrix is None or matrix keeper2.matrix is None:
25
         raise ValueError("One or both matrices have not been entered.")
26
2.7
      if len(matrix_keeper1.matrix[0]) != len(matrix_keeper2.matrix):
2.8
         raise ValueError("The number of columns in the first matrix must be equal
            to the number of rows in the second matrix.")
30
      result = [[0 \text{ for } \_in \text{ range}(len(matrix\_keeper2.matrix}[0]))] \text{ for } \_in \text{ range}(len(matrix\_keeper2.matrix}[0]))]
31
          len (matrix keeperl.matrix))]
      for i in range (len (matrix keeper1.matrix)):
32
         for j in range (len (matrix keeper2.matrix [0])):
33
           for k in range(len(matrix keeper2.matrix)):
             result [i][j] += matrix keeper1.matrix [i][k] * matrix keeper2.matrix[k
                 || j |
36
      return result
37
38
    def matrixScalarMultiplication(matrix keeper: MatrixKeeper, scalar: float) ->
39
        Optional [List [List [float]]]:
    """Matrix by scalar multiplication"""
40
41
      if matrix keeper.matrix is None:
42
         raise ValueError("Matrix has not been entered.")
43
         result = []
44
      for row in matrix keeper.matrix:
45
         result.append([element * scalar for element in row])
46
      return result
49
    def main():
50
      matrix keeper1 = MatrixKeeper()
      matrix keeper2 = MatrixKeeper()
53
      while True:
54
         print("\nChoose from the following options:")
         print ("1: Enter the first matrix manually.")
         print ("2: Enter the second matrix manually.")
         print ("3: Add two matrices.")
58
         print ("4: Multiply matrix by matrix.")
59
         print ("5: Multiply matrix by scalar.")
60
         print ("6: Exit the program.\n")
61
62
63
         try:
```

```
option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
64
           except ValueError:
65
           print ("Incorrect input. Please enter a number.\n")
           continue
67
68
           if option == 1:
69
              matrix keeper1.inputMatrix()
           elif option == 2:
71
              matrix_keeper2.inputMatrix()
72
           elif option = 3:
73
              try:
              result = matrixAddition(matrix keeper1, matrix keeper2)
75
              print("Result of matrix addition:")
76
              for row in result:
              print (row)
78
              except ValueError as e:
79
              print(e)
80
            elif option == 4:
82
              try:
                result = matrixByMatrixMultiplication(matrix keeper1, matrix keeper2
83
                print("Result of matrix multiplication:")
                for row in result:
                print (row)
86
                except ValueError as e:
87
                print(e)
            elif option = 5:
89
              try:
90
                matrix choice = int(input("Choose the matrix to multiply by scalar
                   (1 - first matrix, 2 - second matrix): "))
                if matrix choice = 1:
                  matrix\_keeper = matrix\_keeper1
93
                elif matrix_choice == 2:
94
                  matrix keeper = matrix keeper2
                else:
96
                  raise ValueError("Incorrect matrix choice.")
97
                scalar = float(input("Enter the scalar: "))
99
                result = matrixScalarMultiplication(matrix keeper, scalar)
                print ("Result of matrix by scalar multiplication:")
                for row in result:
                  print (row)
              except ValueError as e:
104
                print (e)
            elif option = 6:
              print ("Exiting the program.\n")
107
              break
108
           else:
              print ("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 6.\n")
111
          _{\mathrm{name}} = "_{\mathrm{main}}:
     main()
113
```

Приложение Б-test.

Полный листинг кода к тестам второго задания

```
import unittest
from codefiles.task2 import matrixAddition, matrixByMatrixMultiplication,
matrixScalarMultiplication
from codefiles.task1 import MatrixKeeper
```

```
class TestMatrixOperations(unittest.TestCase):
5
6
    def setUp(self):
       self.matrix keeper1 = MatrixKeeper()
9
       self.matrix keeper2 = MatrixKeeper()
10
11
       self.matrix_keeper1.matrix = [
12
       [1, 2, 3],
13
       [4, 5, 6],
14
       [7, 8, 9]
16
       self.matrix_keeper2.matrix = [
18
       [9, 8, 7],
19
       [6, 5, 4],
20
       [3, 2, 1]
21
22
23
    def test_matrixAddition(self):
24
       result = matrixAddition(self.matrix_keeper1, self.matrix_keeper2)
       expected = [
26
       [10, 10, 10],
27
       [10, 10, 10],
28
       [10, 10, 10]
30
    self.assertEqual(result, expected)
31
32
    def test matrixByMatrixMultiplication(self):
33
34
       self.matrix\_keeper1.matrix = [
35
       [1, 2, 3],
36
       [4, 5, 6],
       [7, 8, 9]
38
39
       self.matrix keeper2.matrix = [
41
       [9, 8],
42
       [7, 6],
43
       [5, 4]
44
45
46
       result = matrixByMatrixMultiplication(self.matrix_keeper1, self.
47
          matrix_keeper2)
       expected = [
48
       [38, 32],
49
       [101, 86]
50
       [164, 140]
52
       self.assertEqual(result, expected)
53
    def test_matrixScalarMultiplication(self):
55
       scalar = 2
56
       result = matrixScalarMultiplication(self.matrix_keeper1, scalar)
57
       expected = [
58
59
       [2, 4, 6],
       [8, 10, 12],
60
       [14, 16, 18]
61
62
```

```
self.assertEqual(result, expected)

if __name__ == '__main__':
unittest.main()
```

Приложение В.

Полный листинг кода к третьему заданию

```
from task1 import MatrixKeeper
   from typing import List
   def determinantOfMatrix(matrix_keeper: MatrixKeeper) -> float:
4
   """Calculates the determinant of a matrix. Matrix size: up to 100 \times 100."""
5
     if matrix_keeper.matrix is None:
6
        raise ValueError("Matrix is not defined.")
     matrix = matrix_keeper.matrix
9
     if len(matrix) != len(matrix[0]):
        raise ValueError("Determinant can only be calculated for a square matrix.")
11
12
     return gauss (matrix)
13
14
   def isMatrixInvertable(matrix keeper: MatrixKeeper) -> bool:
15
   """Checks if the inverse matrix exists (detA != 0)."""
16
     try:
        det = determinantOfMatrix(matrix keeper)
18
        return det != 0
19
     except ValueError:
20
      return False
21
22
   def gauss (matrix: List [List [float]]) -> float:
23
   """Calculates the determinant of a matrix using the Gauss method."""
2.4
     n = len(matrix)
     if\ n == 1:
26
      return matrix [0][0] # For a 1x1 matrix
27
     elif n = 2:
28
      return matrix[0][0] * matrix[1][1] - matrix[0][1] * matrix[1][0] # For a 2
29
          x2 matrix
30
     swap count = 0
31
32
     for i in range(n):
33
       max row = max(range(i, n), key=lambda r: abs(matrix[r][i]))
34
        if matrix[max row][i] == 0:
35
          raise ValueError("The matrix is degenerate, the determinant is zero.")
36
        if \max \text{ row } != i :
38
          matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
39
        swap count += 1
41
        for j in range (i + 1, n):
42
          factor = matrix[j][i] / matrix[i][i]
43
           for k in range(i, n):
             matrix[j][k] -= factor * matrix[i][k]
46
     determinant = 1.0
47
     for i in range(n):
     determinant *= matrix[i][i]
49
50
     return (-1) ** swap_count * determinant
51
```

```
def main():
53
     matrix_keeper = MatrixKeeper()
54
55
     while True:
56
        print("\nChoose from the following options:")
        print("1: Enter the matrix manually.")
        print ("2: Calculate the determinant of the matrix.")
59
        print ("3: Check if the inverse matrix exists.")
60
        print ("4: Exit the program.\n")
61
63
          option = int(input("Enter the number of the corresponding option: "))
64
       except ValueError:
         print ("Incorrect input. Please enter a number.\n")
66
          continue
67
68
          if option == 1:
            matrix keeper.inputMatrix()
70
          elif option == 2:
71
            try:
              det = determinantOfMatrix(matrix_keeper)
              print (f"Determinant of the matrix: \{det\}\n")
74
            except ValueError as e:
75
            print(e)
          elif option == 3:
            is invertable = isMatrixInvertable(matrix keeper)
            if is invertable:
80
              print ("Yes.\n")
            else:
82
            print ("No.\n")
83
          except ValueError as e:
            print(e)
          elif option == 4:
86
            print ("Exiting the program.\n")
            break
89
          print ("Incorrect input. Please choose an option from 1 to 4.\n")
90
91
        _{\mathrm{name}} = "_{\mathrm{main}}:
92
   main()
```

Приложение B-test.

Полный листинг кода к тестам третьего задания

```
1 import unittest
2 from codefiles.task3 import MatrixKeeper, determinantOfMatrix,
      isMatrixInvertable, gauss
  class TestMatrixOperations(unittest.TestCase):
4
5
    def setUp(self):
6
       self.matrix keeper = MatrixKeeper()
    def test determinantOfMatrix(self):
9
       self.matrix_keeper.matrix = [
11
       [\,1\;,\ \ 2\;,\ \ 3\,]\;,
12
       [0, 5, 6],
13
```

```
[7, 8, 9]
14
15
      result = determinantOfMatrix(self.matrix_keeper)
      expected = -24
17
      self.assertAlmostEqual(result, expected)
18
19
      self.matrix keeper.matrix = [
20
      [4, 7],
21
      [2, 6]
22
23
      result = determinantOfMatrix(self.matrix keeper)
      expected = 10
25
      self.assertAlmostEqual(result, expected)
26
      self.matrix keeper.matrix = [[1 if i == j else 0 for j in range(100)] for i
28
          in range (100)
      result = determinantOfMatrix(self.matrix keeper)
29
      expected = 1
30
      self.assertAlmostEqual(result, expected)
32
    def test isMatrixInvertable(self):
33
      self.matrix_keeper.matrix = [
       [1, 2, 3],
35
      [0, 5, 6],
36
      [7, 8, 9]
37
      result = isMatrixInvertable(self.matrix keeper)
39
      self.assertTrue(result)
40
41
      self.matrix keeper.matrix = [
42
       [1, 2, 3],
43
      [4, 6, 8],
44
      [7, 10, 12]
45
46
      result = isMatrixInvertable(self.matrix keeper)
47
      self.assertTrue(result)
48
49
    def test_gauss(self):
50
      matrix = [
51
      [1, 2, 3],
52
      [0, 5, 6],
53
      [7, 8, 9]
      result = gauss (matrix)
56
      expected = -24
      self.assertAlmostEqual(result, expected)
58
59
      matrix = [
60
      [4, 7],
      [2, 6]
62
63
      result = gauss(matrix)
64
      expected = 10
      self.assertAlmostEqual(result, expected)
66
67
      matrix = [
68
69
      [5]
70
      result = gauss(matrix)
71
      expected = 5
72
```

```
self.assertAlmostEqual(\,result\,\,,\,\,expected\,)
73
74
        matrix = [[1 \text{ if } i = j \text{ else } 0 \text{ for } j \text{ in } range(100)] \text{ for } i \text{ in } range(100)]
75
         result = gauss(matrix)
76
         expected = 1
         self.assertAlmostEqual(result , expected)
        matrix = [
80
         [1, 2],
81
         [2, 4]
82
         {\tt result} \; = \; {\tt gauss} \, (\, {\tt matrix} \, )
84
         expected = 0
85
         \verb|self.assertAlmostEqual(result , expected)|\\
86
87
_{\rm 88} if __name__ == '__main__':
89 unittest.main()
```

Список использованной литературы

- Курош, А. Г. Курс высшей алгебры. Москва: Наука, 1977.
- Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре. Москва: Наука, 1971.
- Стрэнг, Г. Линейная алгебра и ее приложения. Москва: Мир, 1986.
- Википедия. Определитель матрицы. Доступно на: https://ru.wikipedia.org/wiki/
- MathWorld. Determinant. Доступно на: https://mathworld.wolfram.com/Determinant.
- Khan Academy. Introduction to the determinant. Доступно на: https://www.khanacalgebra/matrix-transformations/determinant-depth/v/linear-algebra-introduction-to-the-determinant
- GeeksforGeeks. Determinant of a Matrix. Доступно на: https://www.geeksforgeeks.cof-a-matrix/