

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Лабораторная работа №1
по дисциплине
“Математический анализ и основы исчислений”

Семестр I

Выполнили:
студенты

Тиганов Вадим Игоревич
гр. J3112
ИСУ 467701

Вагин Арсений Антонович
гр. J3112
ИСУ 465339

Волков Владимир Алексеевич
гр. J3112
ИСУ 465430

Отчет сдан:
xx.01.2025

Санкт-Петербург
2025

Цель лабораторной работы

Цель работы заключалась в следующем: ознакомиться с критериями унимодальности функции, оценкой экстремума без определения производной функции и решением задачи нахождения корней на заданном отрезке, применить полученные знания на практике для выполнения заданий лабораторной работы.

Задачи лабораторной работы

С помощью выбранного языка программирования реализовать функции для двух заданий:

1. Реализовать поиск экстремума функции, имея только метод определения $f(x)$ при заданном x . Был выбран метод Дихотомии. Про него с теоретической и практической стороны см. далее.
2. Реализовать программу, которая решит уравнение $f(x) = 0$, $x \in [a, b]$, $f(x)$ определена и непрерывна на $[a, b]$. Проанализировать отклонения и обработать исключения.
3. Провести ручное и автоматическое тестирование программы, убедиться в корректности работы.

Теоретическая подготовка

Использованные средства и инструменты для выполнения лабораторной работы:

- Использовали язык программирования Java.
- Использованы стандартные Java библиотеки для ввода математической функции от пользователя (для тестов и прочего) и построения графиков.
- Использованы стандартные библиотеки для написания *Unit-тестов*.
- Работа проводилась совместно с помощью *Github*, задачи были распределены между участниками.
- Весь проект был собран с помощью сборщика *Maven* для удобного запуска и тестирования на любом устройстве с *JVM* (виртуальная машина *Java*, для запуска скомпилированного *.jar* архива).

Теоретическая подготовка, метод Дихотомии

Метод Дихотомии для определения экстремума функции (по совместительству и для нахождения единственного корня) на заданном промежутке, если функция в конечных точках этого промежутка имеет разные знаки, определена на всем промежутке и непрерывна на нем. (согласно теореме о промежуточном значении: если на отрезке функция имеет разные знаки, то где-то между этими двумя точками существует хотя бы один корень функции)

Метод чем-то напоминает бинарный поиск. Суть его работы алгоритмически:

1. Определяется промежуток, на котором требуется найти корень. Предполагается, что условия смены знака и непрерывности выполнены.
2. Вычисляется середина отрезка с помощью формулы $m = \frac{a+b}{2}$.
3. Если $f(m) = 0$, то корень найден.
4. Если $f(m) \cdot f(a) < 0$, то корень лежит в интервале $[a, m]$, и обновляем правую границу: $b = m$.
5. Если $f(m) \cdot f(b) < 0$, то корень лежит в интервале $[m, b]$, и обновляем левую границу: $a = m$.
6. Процесс повторяется, пока длина интервала не станет достаточно малой, что означает приближённое значение корня.

В программе реализован ручной ввод пользователем математической функции и границ, в которых требуется изучить функцию и найти приблизительное значение экстремума.

Согласно техническому заданию, предполагаемый экстремум на каждой итерации добавляется на график, строится график сужения интервала поиска после каждой итерации, выводится график со всеми точками предполагаемых экстремумов и динамики уменьшения зоны поиска.

Теоретическая подготовка, решение уравнения вида $f(x) = 0$

Требовалось реализовать программу, которая решит следующую задачу: Для заданной функции $f(x)$, гарантированно непрерывной и определенной на интервале $[a, b]$ найти решение уравнения $f(x) = 0$.

При этом реализован функционал: ввод пользователем интересующих границ для изучения функции, ввод заведомо верного корня, подсчет среднеквадратичного отклонения найденного решения по отношению к верному. (Предполагается, что оно известно заранее и введено корректно)