

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Отчёт по исследовательской работе № 1
По предмету: Математический анализ и основы вычислений

Выполнил работу:
Тиганов Вадим Игоревич

Академическая группа:
J3112

Вариант:
18

Санкт-Петербург, 2025

1 Ход работы

1.1 Задание 3

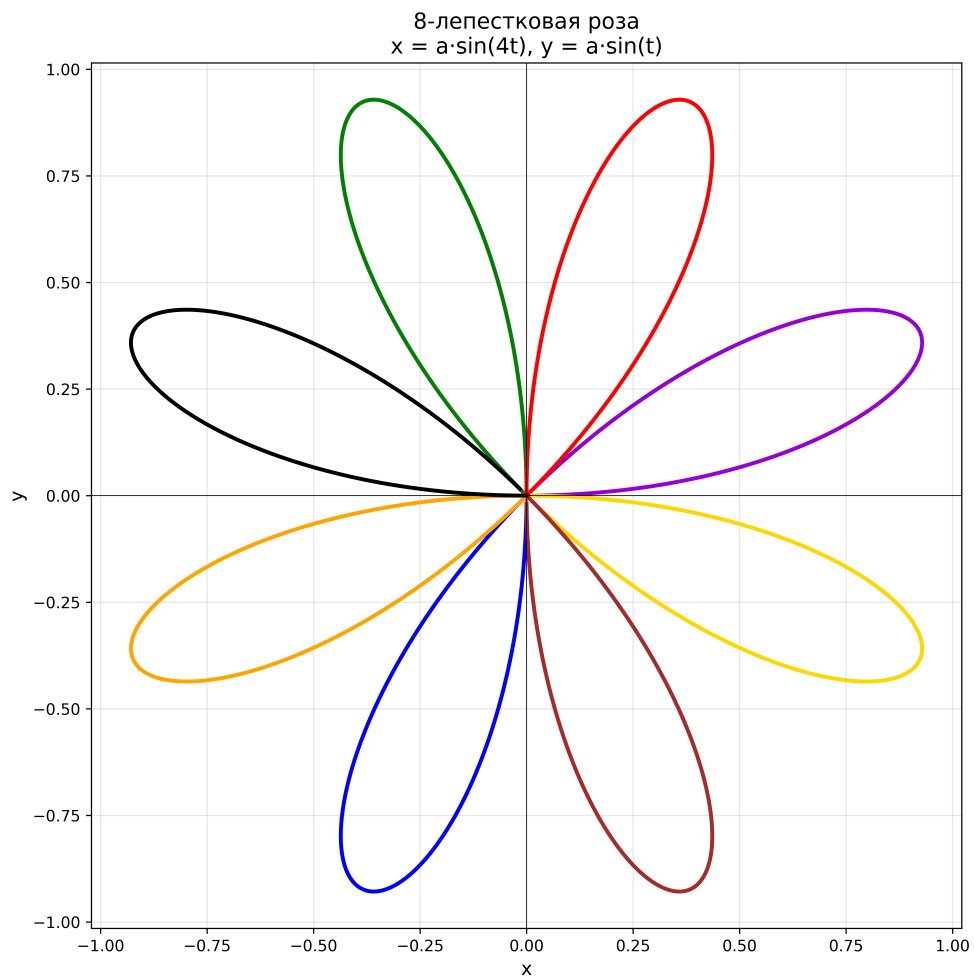
Требуется:

1. Найти площадь фигуры, заданной параметрически, и нарисовать ее.

$$x(t) = a \sin(4t)$$

$$y(t) = a \sin(t)$$

Графическое изображение фигуры:



Решение задачи:

Найти площадь и параметры:

N3

$\begin{cases} x(t) = a \sin t \\ y(t) = a \sin t \end{cases}$, Заметим стандартный вид полярных координат:

$$\begin{aligned} r &= a \sin t \\ \Rightarrow \begin{cases} x(t) = r \cdot \cos t \\ y(t) = r \sin t \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2 dt = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} a^2 \cos^2 t dt = \\ &= \frac{a^2}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \cos^2 t dt = \frac{a^2}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \\ &= \frac{a^2}{4} \int_{\alpha}^{\beta} (1 + \cos 2t) dt = \frac{a^2}{4} \left[t + \frac{\sin 2t}{2} \right]_{\alpha}^{\beta} \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

т.к. период синуса 2π , возьмем

$$[\alpha, \beta] = [0; 2\pi], \text{ т.к. } \sin 2t$$

$$\textcircled{1} \frac{a^2}{4} \left[t + \frac{\sin 2t}{2} \right]_0^{2\pi} = \frac{a^2}{4} \cdot 2\pi = \frac{\pi \cdot a^2}{2}$$

Получили площадь круга в зависимости от "a".

Рис. 1

Путем поиска информации в интернете,
я пришел к выводу, что эта фигура
является розой, а именно с
8-ю лепестками, т.к. $\sin 4t$
при проверке общего уравнения розы
 $r = a \sin(k\theta) = a \sin(4\theta)$ дает
в 2 раза больше лепестков, чем k ,
если k - четное.

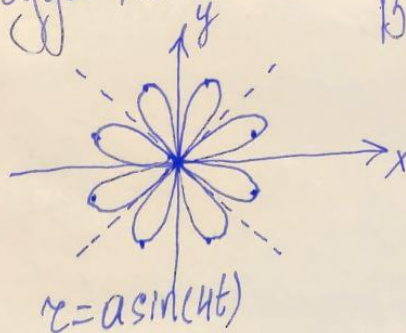
Отсюда имеем площадь всей розы
(8 лепестков)

$$S_8 = \frac{a^2 \pi}{2} \text{ и площадь одного}$$

$$S_1 = \frac{a^2 \pi}{16}. \text{ Параметр } a \text{ влияет на}$$

масштаб.

Рисунок будет таким:



В ответе приложу
графики.

Рис. 2

Главная идея - переход в полярные координаты от параметрического уравнения фигуры.

Еще приведу некоторые вычисления площадей для фигуры:

Один лепесток:

$$S_1 = \frac{a^2 \pi}{16} = \frac{\pi}{16}$$

Вся фигура:

$$S_8 = \frac{a^2 \pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

Взяв параметр $a = 1$

NB Личные замечания и впечатления от задачи

Данная задача (на момент решения третьего номера) была самой интересной и "математически" красивой.

Поискал информацию о розах в интернете, оказалось, что они являются одними из самых известных графиков, которые можно построить параметрически и в полярных координатах, часто применяются в дизайне. (например, векторная графика для логотипа цветочного магазина, как я думаю)

Некоторые свойства роз:

Роза, заданная в полярных координатах, имеет определённое количество лепестков:

$r = a \sin(k\theta)$, то:

- если $k \bmod 2 = 0$, то количество лепестков будет $2k$;
- если $k \bmod 2 = 1$, то количество лепестков будет k .
- кривая симметрична относительно оси y , так как используется синус;
- если a отрицательно, то лепестки будут направлены в противоположную сторону.

А еще можно нарисовать красивый цветочек, который спасет от отчисления!

8-лепестковая роза
 $r = a \cdot \sin(4\theta)$

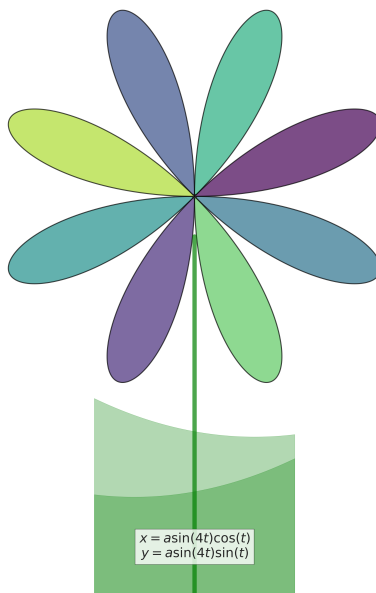


Рис. 3