

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Отчёт по исследовательской работе № 1
По предмету: Математический анализ и основы вычислений

Выполнил работу:
Тиганов Вадим Игоревич

Академическая группа:
J3112

Вариант:
18

Санкт-Петербург, 2025

1 Ход работы

1.1 Задание 6

Требуется: Исследовать интеграл на сходимость.

Если меняет знак — то на условную и абсолютную сходимость во всех особых точках.

$$\int_0^{\infty} \frac{e^x \sin(x)}{x(e^x + 1)} dx$$

Решение задачи:

№6 Исследовать на сходимость.

$$\int_0^{\infty} \frac{e^x \cdot \sin x}{x(e^x + 1)} dx$$

Расширим в крпе:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot \sin x}{x(e^x + 1)} \sim \frac{(1+x)x}{x(2+x)} = \frac{1+x}{2+x}, x \rightarrow 0$$
$$\begin{aligned} e^x &\sim 1+x \\ \sin x &\sim x \\ e^x + 1 &\sim 2+x \end{aligned}, x \rightarrow 0$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x}{2+x} = \frac{1}{2}, \text{ в точке } 0 \text{ сходится.}$$

На бесконечности:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x \sin x}{x(e^x + 1)} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x \sin x}{e^x x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$$

расходится
абсолютно (при сравнении с $\frac{1}{x}$) и сходится условно
по признаку Дирихле ($\frac{1}{x}$ монот. убывает,
а $\sin x$ определен и ограничен)

$$\star \int_0^{\infty} |f(x)| dx = \int_0^{\infty} \frac{e^x |\sin x|}{x(e^x + 1)} dx,$$

на бесконечности эквивалентен

$$\frac{|\sin x|}{x}, \text{ который расходитcя абсолютно.}$$

Значит, и сам интеграл сходится условно.

- Ответ:
- 1) Сходится в точке 0
 - 2) Сходится условно на бесконечности.
 - 3) Весь интеграл сходится условно.

В задаче рассмотрел обе особые точки. С учетом перемены знака исследовал на абсолютную и условную сходимость.