

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Отчёт по исследовательской работе № 1
По предмету: Математический анализ и основы вычислений

Выполнил работу:
Тиганов Вадим Игоревич

Академическая группа:
J3112

Вариант:
18

Санкт-Петербург, 2025

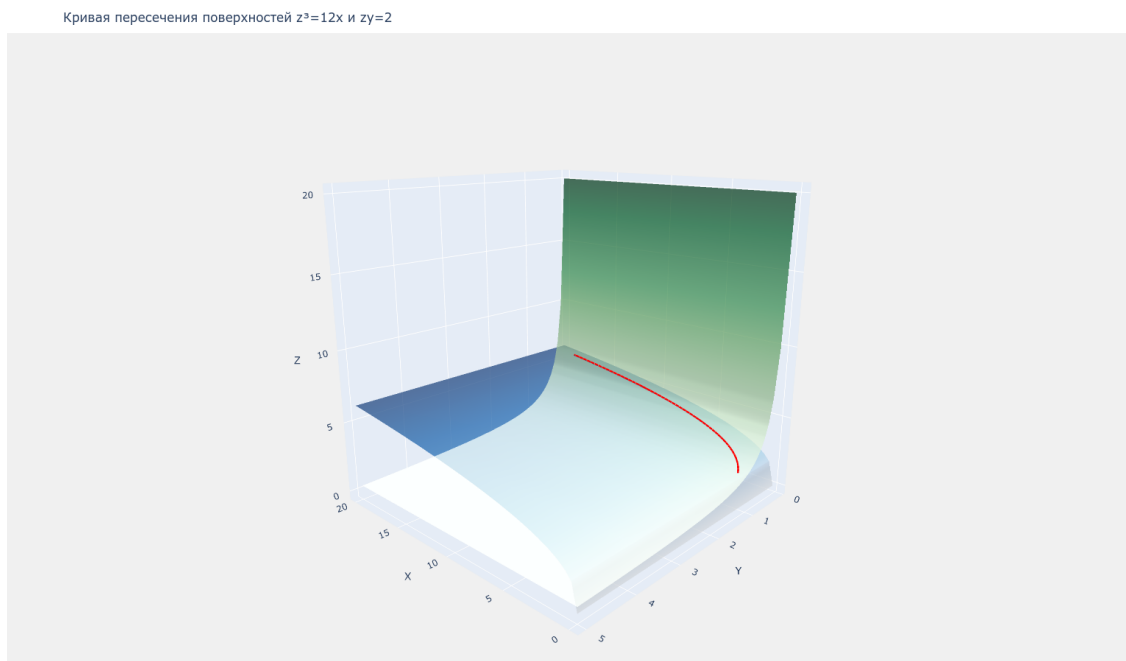
1 Ход работы

1.1 Задание 5

Требуется: Кривая задана как пересечение плоскостей. Задать ее уравнение параметрически и вычислить длину.

$$\begin{cases} z^3 = 12x \\ 2zy = 4 \\ \frac{2}{3} \leq x \leq 18 \end{cases} . \quad (1)$$

Графическое изображение фигуры:



Решение задачи:

$$\begin{cases} z^3 = 12x \\ 2zy = 4 \\ \frac{2}{3} \leq x \leq 18 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Кривая задана} \\ \text{уравнениями пересек. плоскостей.} \\ \text{Найти ее длину и задать} \\ \text{параметрически.} \end{array} \quad 15$$

$$1) z = (12x)^{\frac{1}{3}}; \quad 12x = t \Rightarrow z = (12t)^{\frac{1}{3}}$$

$$2) 2zy = 4; \quad y = 2/z \rightarrow y = 2 \cdot (12t)^{-\frac{1}{3}}$$

Параметризуем

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \frac{2}{(12t)^{\frac{1}{3}}} \\ z(t) = (12t)^{\frac{1}{3}} \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{2}{3}; 18\right]$$

Длина кривой: $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$$

$$1) \frac{dx}{dt} = 1$$

$$2) \frac{dy}{dt} = \frac{-2 \cdot \frac{1}{3} (12t)^{-\frac{2}{3}} \cdot 12}{(12t)^{\frac{2}{3}}} = -\frac{8}{(12t)^{\frac{4}{3}}}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{3} (12t)^{-\frac{4}{3}} \cdot 12 = \frac{4}{(12t)^{\frac{2}{3}}}$$

$$1) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = 1$$

$$2) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = \left(\frac{64}{(12t)^{\frac{8}{3}}} \right)$$

$$3) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = \frac{16}{(12t)^{\frac{4}{3}}}$$

$$L = \int_{2/3}^{18} \sqrt{1 + \frac{64}{(12t)^{\frac{8}{3}}} + \frac{16}{(12t)^{\frac{4}{3}}}} dt =$$

$$= \int_{2/3}^{18} \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{8}{(12t)^{\frac{4}{3}}} + \left(\frac{8}{(12t)^{\frac{2}{3}}} \right)^2} dt =$$

$$= \int_{2/3}^{18} \left(1 + \frac{8}{(12t)^{\frac{2}{3}}} \right)^2 dt \quad (=)$$

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{=}\int_2^6 \left(1 + \frac{8}{(12t)^{\frac{4}{3}}}\right) dt = \left| \begin{array}{l} (12t)^{\frac{4}{3}} = u; \quad t_1 = 2 \\ dt = \frac{u^2}{4} du; \quad t_2 = 6 \end{array} \right| = \\
 & \quad \frac{u^2}{3} \\
 & = \int_2^6 \left(1 + \frac{8}{u^4}\right) \cdot \frac{u^2}{4} du = \\
 & = \frac{1}{4} \int_2^6 \left(u^2 + \frac{8}{u^2}\right) du = \frac{1}{4} \left[\frac{u^3}{3} - \frac{8}{u} \right]_2^6 = \\
 & = \frac{1}{4} \left[\frac{216}{3} - \frac{8}{6} - \frac{8}{3} + \frac{8}{2} \right] = \\
 & = \frac{1}{4} \left[\frac{432 - 8 - 16 + 24}{6} \right] = \frac{1}{4} \cdot \frac{432}{6} = \\
 & = \frac{108}{6} = \boxed{18} \\
 & \text{Длина кривой найдена.}
 \end{aligned}$$

Задача решена, параметризовать удалось без каких-либо проблем, отрезок интегрирования был дан по условию. Посчитал и получил ответ, проверял на Python, ответ сошелся.