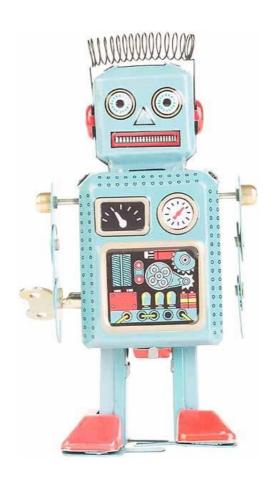
Pokerrobots

AI met een pokerface





Pokerrobots

Al met een pokerface

Alexander Franciscus Wattimena

Universiteit:
Vrije Universiteit
Faculteit der Exacte Wetenschappen
Bedrijfswiskunde en Informatica
De Boelelaan 1081a
1081 HV Amsterdam



Begeleider: Misja Nuyens

Augustus 2006

Samenvatting

Het spel poker is de afgelopen jaren enorm in populariteit gestegen. Mede dankzij de opkomst van online poker en de aandacht van de TV wereld is het Amerikaanse kaartspel het middelpunt geworden van een miljardenindustrie. Het is pas sinds de laatste jaren dat poker aandacht krijgt van de wetenschappelijke wereld. Het is jammer dat het onderzoek naar poker pas recentelijk op gang is gekomen, aangezien het spel een aantal zeer interessante eigenschappen heeft voor de vakgebieden Wiskunde, Informatica en Kunstmatige Intelligentie. Er zijn een aantal parallellen te trekken tussen poker en het nemen van beslissingen in onze huidige maatschappij. Het succesvol spelen van poker betekent namelijk om kunnen gaan met onder andere incomplete en onbetrouwbare informatie, deceptie, kansen, risico en het modelleren van tegenstanders.

Het doel van dit literatuuronderzoek was het beantwoorden van de volgende vraag: Aan welke eisen moet een pokerrobot voldoen wil deze het op kunnen nemen tegen spelers van wereldniveau?

In hoofdstuk 2 wordt aandacht besteed aan de geschiedenis en het spelverloop van poker. Daarnaast wordt in paragraaf 2.3 een deel van de onderzoeksvraag beantwoord door de volgende noodzakelijke eigenschappen te identificeren die een pokerrobot van wereldniveau moet bezitten: handevaluatie, bluffen, onvoorspelbaarheid en het modelleren van tegenstanders. Elk van deze kenmerken kan op verschillende manieren worden gerealiseerd. De methoden die hiervoor in huidige pokerrobots aanwezig zijn worden besproken in de hoofdstukken 3 en 4.

Voorwoord

Een van de laatste onderdelen van de studie Bedrijfswiskunde en Informatica bestaat uit het schrijven van het BWI werkstuk. Het doel van het werkstuk is dat de student in overleg met zijn begeleider een literatuuronderzoek uitvoert naar een zelf gekozen onderwerp. Het is uiteraard de bedoeling dat het onderwerp raakvlakken heeft met het vakgebied van BWI.

In dit verslag staat het kaartspel poker centraal. Dit is voor mij de ultieme gelegenheid om mijn afstuderen te combineren met een van mijn favoriete hobby's. Bij het spelen van poker komen meer zaken kijken dan men over het algemeen denkt. Een goede pokerspeler combineert alle zichtbare informatie en zijn kennis van het spel om in elke situatie de beste beslissing te nemen. Daarbij moet hij een accurate schatting maken van zijn kansen en risico's. Tijdens mijn studie ben ik verschillende keren in aanraking gekomen met het vakgebied van de Kunstmatige Intelligentie (vaak AI genoemd). Wat mij vooral aansprak tijdens het volgen van deze AI vakken was de toepassing van de behandelde algoritmen op problemen uit onze samenleving. Het ontwikkelen van een pokerrobot is een goed voorbeeld van zo'n toepassing. Om een programma succesvol poker te laten spelen is er daarnaast ook kennis noodzakelijk van kansrekening en simulatie. Al met al genoeg aanknopingspunten voor het schrijven van een BWI werkstuk.

Ik wil Misja Nuyens heel erg bedanken voor zijn begeleiding bij het schrijven van dit verslag. Zijn ontspannen en flexibele manier van samenwerken sloot perfect aan op de invulling van mijn laatste zomer als student. Daarnaast wil ik mijn vriendin Maartje en studiemaat Koen bedanken voor alle steun tijdens het afronden van mijn studie.

Veel leesplezier,

Frank Wattimena Augustus 2006

Inhoudsopgave

S	AME	NVATTING	
V	OOR	WOORD	4
II	NHOU	JDSOPGAVE	5
1	IN	LEIDING	6
	1.1	Probleemstelling	6
	1.2	OPBOUW VAN HET VERSLAG	
2	PO)KER	8
	2.1	GESCHIEDENIS	8
	2.2	TEXAS HOLDEM	
	2.3	EIGENSCHAPPEN VAN EEN TOPSPELER	11
3	IN	ZETSTRATEGIEËN	15
	3.1	HEURISTISCHE METHODE	
	3.2	Simulatie	
	3.3	Speltheorie	
	3.4	HEURISTISCHE ZOEKMETHODE	
4	M	ODELLEREN VAN TEGENSTANDERS	20
	4.1	Expertsystemen	20
	4.2	Statistiek	21
	4.3	NEURALE NETWERKEN	21
	4.4	Beslissingsbomen	22
	4.5	Combinatiemethode	23
5	CC	ONCLUSIES	25
6	LIT	FERATUUR	27
7	BIJ	[LAGE	28

1 Inleiding

Het spel poker is de afgelopen jaren enorm in populariteit gestegen. Mede dankzij de opkomst van online poker en de aandacht van de TV wereld is het Amerikaanse kaartspel het middelpunt geworden van een miljarden industrie. In totaal wordt er iedere dag voor meer dan 160 miljoen dollar ingezet op online pokertafels. Grote poker sites zoals PartyPoker [7] tellen gemiddeld 75.000 online spelers. Het zijn ook dezelfde poker sites die elk jaar een groot deel van de deelnemers aan de wereldkampioenschappen in Las Vegas leveren. In 2003 werd dit WK voor het eerst gewonnen door een amateur speler die zich via online kwalificaties had geplaatst voor de eindronde in Las Vegas.

Het is pas sinds de laatste jaren dat poker aandacht krijgt van de wetenschappelijke wereld. Bordspellen als schaken en dammen zijn al veel langer een populair onderwerp voor onderzoekers. Het schaakprogramma Deep Blue haalde in 1996 zelfs de wereldpers toen deze de regerend wereldkampioen Gary Kasparov versloeg in een tweekamp. Het is jammer dat het onderzoek naar poker pas recentelijk op gang is gekomen, aangezien het spel een aantal zeer interessante eigenschappen heeft voor de vakgebieden Wiskunde, Informatica en Kunstmatige Intelligentie. Er zijn een aantal parallellen te trekken tussen poker en het nemen van beslissingen in onze huidige maatschappij. Het succesvol spelen van poker betekent namelijk om kunnen gaan met onder andere incomplete en onbetrouwbare informatie, deceptie, kansen, risico en het modelleren van tegenstanders.

1.1 Probleemstelling

In de bovenstaande inleiding is uitgelegd waarom poker een interessant onderwerp is voor wetenschappelijk onderzoek. In dit verslag zal de volgende vraag centraal staan:

Aan welke eisen moet een pokerrobot voldoen wil deze het op kunnen nemen tegen spelers van wereldniveau?

Om deze vraag te kunnen beantwoorden zal er een overzicht gegeven worden van de gebruikte methoden in reeds bestaande pokerprogramma's. Daarnaast zullen er een aantal hindernissen geïdentificeerd worden die nog genomen moeten worden om deze programma's naar het hoogste niveau te kunnen tillen.

1.2 Opbouw van het verslag

In hoofdstuk 2 zal er een beschrijving worden gegeven van het spel poker. Daarbij komen zowel de geschiedenis als een aantal strategische aspecten van het spel aan bod. In hoofdstuk 3 zal aandacht besteed worden aan de inzetstrategieën die in huidige pokerprogramma's aanwezig zijn. Hoofdstuk 4 zal gaan over het modelleren van tegenstanders, een onderwerp waar recentelijk veel aandacht voor is in de onderzoekswereld. Het verslag wordt afgesloten met de conclusies en natuurlijk de literatuurlijst en de bijlage.

2 Poker

2.1 Geschiedenis

Over de afkomst van het spel poker bestaat nog steeds onduidelijkheid. De naam van het spel stamt waarschijnlijk af van het Franse spel *poque*, wat op zijn beurt weer is afgeleid van het Duitse pochen ("kloppen"). Het is echter niet bekend of de beginselen van poker ook afstammen van deze spellen. Het spel doet sterk denken aan het Persische spel *as nas*. Waarschijnlijk hebben Franse kolonisten dit spel in New Orleans geleerd van Persische zeelieden. *As nas* heeft zijn wortels in de spellen *primero*, *brelan* en *brag*. Het concept van bluffen was bijvoorbeeld al aanwezig in het laatstgenoemde spel.

Volgens bronnen [9] werd er in New Orleans al in 1829 gepokerd, toen echter nog met een stok van 20 kaarten. Vier spelers konden om de beurt inzetten op de waarde van hun hand. De verspreiding van het spel vond plaats via de Mississippi rivierschepen, waarop gokken al geruime tijd een favoriet tijdverdrijf was. Kort na deze verspreiding werd een volledig stok kaarten (52 kaarten) gebruikt en niet veel later maakte de *flush* zijn entree. Tijdens de Amerikaanse burgeroorlog werden er nieuwe varianten en aanvullingen bedacht, zoals draw poker, stud poker en de *straight*. Voor de verspreiding van poker naar landen buiten de Verenigde Staten wordt het Amerikaanse leger verantwoordelijk gehouden.

Het spel en zijn jargon zijn een belangrijk onderdeel geworden van de Engelse en Amerikaanse cultuur. Veel poker uitdrukkingen zijn door de jaren heen opgenomen in de normale spreektaal en worden ook gebruikt door mensen die zich niet bewust zijn van de afkomst van deze gezegden. Toch maakt poker eigenlijk pas op dit moment zijn grootste groei door. De opkomst van online poker en de toenemende media-aandacht worden gezien als de voornaamste oorzaken van de explosieve groei. Daar waar spelers voorheen waren aangewezen op casino's (met relatief hoge inzetten), kan iedereen met een internetconnectie nu vanuit zijn eigen huis aanschuiven aan een pokertafel naar keuze. Het mag duidelijk zijn dat deze ontwikkeling het spelen van poker een stuk laagdrempeliger heeft gemaakt. Zoals eerder vermeld, wordt de toenemende mediaaandacht ook aangehaald als belangrijke impuls voor de poker industrie. De uitvinding van de zogenaamde "hole card camera", die het mogelijk maakt om in een speler zijn dichte kaarten te kijken (alleen voor tv-kijkers uiteraard), heeft poker veranderd in een populaire toeschouwersport. Tv-kijkers kunnen het spel nu op de voet volgen en uitzendingen van populaire poker evenementen zoals de "World Series Of Poker" en de "World Poker Tour" trekken keer op keer miljoenen kijkers.

2.2 Texas Holdem

In de loop der jaren zijn er verschillende pokervarianten ontstaan. De meest bekende en ook meest gespeelde vorm van poker is Texas Holdem (of kortweg Holdem). Deze variant wordt ieder jaar gebruikt om de wereldkampioen te bepalen tijdens de eerder genoemde World Series Of Poker. Het heeft een hogere skill-to-luck verhouding dan andere varianten en is ook een van de strategisch meest complexe vormen. Texas Holdem wordt doorgaans gespeeld met twee tot tien spelers.

Het doel van het spel is om de hoogst mogelijke hand (kaartcombinatie) te maken. De speler doet dit door 5 kaarten te kiezen uit 2 eigen, gesloten kaarten (*hole cards*) en 5 gemeenschappelijke, open kaarten (*community cards*). De speler mag kiezen om twee, één of geen van zijn kaarten te gebruiken.

Texas Holdem kent een spelverloop met vier verschillende stadia waarin kaarten worden uitgedeeld en er vervolgens een ronde van inzetten plaatsvindt. Na elke ronde van inzetten wordt het geld verzameld in de pot. Het spel begint met het inzetten van twee verplichte inzetten, die elke keer door andere spelers aan tafel worden ingelegd. Deze inzetten worden de *small blind* en de *big blind* genoemd. De blinds zorgen er voor dat er elk spel in ieder geval een pot is om voor te spelen en bepalen uiteindelijk grotendeels om wat voor bedragen er gespeeld gaat worden. Na het inzetten van de blinds worden er door de dealer 2 kaarten uitgedeeld aan elke speler. Na het delen begint de eerste inzetronde. Dit stadium van het spel wordt ook wel **preflop** genoemd. Tijdens elke inzetronde kan een speler kiezen uit een aantal acties:

- **fold** Wanneer een speler *fold* legt hij zijn kaarten weg en geeft hiermee zijn kansen op om de hand nog te kunnen winnen.
- **check/call** Met een *check* of een *call* blijft een speler actief in de hand door de inzet van de andere spelers te evenaren. Wanneer er desbetreffende ronde nog niet is ingezet, spreekt men van een *check*. Anders heeft men het over een *call*.
- **bet/raise** Wanneer een speler de inzet wil verhogen spreekt men over een *bet* of *raise*. In het geval dat er nog niet is ingezet, gaat het om een *bet*. Als er al is verhoogd zal men eerst deze inzet moeten evenaren, voordat men daar overheen kan gaan met een *raise*.

Na de eerste inzetronde draait de dealer drie gemeenschappelijke kaarten om. Dit wordt ook wel de **flop** genoemd. De spelers schatten de waarde van hun hand in en bepalen hun actie. Na de tweede inzetronde wordt er een vierde gemeenschappelijk kaart omgedraaid, de **turn**, gevolgd door weer een inzetronde. Daarna draait de dealer de vijfde kaart om, de **river**, en volgt de afsluitende inzetronde. Na deze laatste inzetronde

volgt de *showdown* en worden de kaarten van de overgebleven spelers met elkaar vergeleken. De speler met de beste kaartcombinatie wint de pot.



Figuur 1: Royal flush in de online poker room PartyPoker

De volgende kaartcombinaties worden onderscheiden, van hoog naar laag:

- Royal flush: Vijf opeenvolgende kaarten van dezelfde soort, met de Aas als hoogste kaart. *Bijvoorbeeld*: A K Q J 10 (of zie Figuur 1)
- Straight flush: Vijf opeenvolgende kaarten van dezelfde soort. *Bijvoorbeeld*: Q◆ J◆ 10◆ 9◆ 8◆
- Four of a kind: Vier kaarten met dezelfde waarde. Bijvoorbeeld: 4♣ 4♦ 4♥ 4♠ 9♥
- **Full house**: Drie kaarten van dezelfde waarde, gecombineerd met twee andere kaarten van dezelfde waarde. *Bijvoorbeeld*: 9♣ 9♥ 9♠ 2♥ 2♣
- Flush: Vijf willekeurige kaarten van dezelfde soort. Bijvoorbeeld: K♠ J♠ 8♠ 4♠ 3♠
- Straight: Vijf in waarde opeenvolgende kaarten van willekeurige soort. (De Aas kan hier gebruikt worden als volgend op de Koning, of als 1, dus komend voor de 2.) Bijvoorbeeld: 5♦ 4♥ 3♠ 2♦ A♦

- Three of a kind: Drie kaarten van dezelfde waarde. Bijvoorbeeld: 7♣ 7♥ 7♠ K♦ 2♠
- Two pair: Twee kaarten van dezelfde waarde, gecombineerd met een ander paar kaarten van dezelfde waarde. *Bijvoorbeeld*: A♣ A♦ 8♥ 8♠ Q♠
- One pair: Twee kaarten van dezelfde waarde. Bijvoorbeeld: 9♥ 9♠ A♣ J♠ 4♥
- **High card**: Ook bekend als een zogenaamde *High hand*. Het volgende voorbeeld wordt beschouwd als een "Ace high." *Bijvoorbeeld*: A◆ 10◆ 9♠ 5♣ 4♣

Wanneer in een pokerspel twee of meer spelers tijdens de showdown een zelfde combinatie laten zien, worden deze combinaties met elkaar vergeleken. Zo wint de speler die drie vrouwen heeft van de speler die drie boeren heeft, en wint de straat 9, 10, boer, vrouw, heer van de straat die loopt van 8 tot vrouw. In geval van een gelijk spel wordt de pot gelijk verdeeld over de spelers.

De grootte van de inzet hangt af van de gekozen spelvorm. Zo kan men in *limit* Texas Holdem in de eerste twee ronden (*preflop* en *flop*) verhogen met 1 maal het bedrag van de *big blind* (BB) en in de laatste twee ronden (*turn* en *river*) met 2 maal de BB. In *pot limit* hebben de spelers de keuze om te verhogen met een bedrag tussen de BB en het bedrag dat in de pot ligt, terwijl in *no limit* poker het maximum te verhogen bedrag slechts bepaald wordt door een speler zijn direct beschikbare kapitaal (*stack*).

Deze laatste vorm van Holdem wordt door velen "De Cadillac van Poker" genoemd, omdat het de speler de meeste vrijheid biedt in het bepalen van zijn inzet. Een topspeler stemt zijn inzet nauwkeurig af op zijn medespelers en bedrag dat in de pot ligt. Spelers vinden het over het algemeen de spannendste vorm van poker en ook de duurste, aangezien zij in een enkele hand al hun geld kunnen kwijtraken. Het onderzoek naar poker richt zich op dit moment vrijwel uisluitend op *limit* Holdem, omdat de *no limit* variant nog vele malen complexer is. De methoden die in hoofdstuk 3 en 4 besproken zullen worden, zijn dan ook toegespitst op de *limit* variant. Pas wanneer pokerrobots volledig in staat zijn om deze variant op wereldniveau te kunnen spelen, kan het onderzoek zich gaan richten op "De Cadillac van Poker".

2.3 Eigenschappen van een topspeler

De auteurs van [1] en [4] hebben een aantal eigenschappen geïdentificeerd waaraan een speler (mens of robot) moet voldoen, wil deze mee kunnen draaien op wereldniveau. Zij onderscheiden achtereenvolgens handevaluatie, bluffen, onvoorspelbaarheid en het modelleren van tegenstanders.

Handevaluatie

Handevaluatie is de kern van het spel poker. Het kan op zijn beurt verder worden opgesplitst in een drietal subcategorieën.

Handsterkte

Het inschatten van de sterkte van een poker hand in relatie tot de kaarten van de tegenstanders is een noodzakelijke kunde in poker. Een rationele speler probeert zijn winst te maximaliseren wanneer hij goede kaarten heeft en omgekeerd zijn verlies te beperken wanneer zijn hand er minder goed voor staat. De evaluatie van de handsterkte gebeurt in eerste instantie op basis van de hole cards en de community cards. Een simpele berekening vergelijkt alle mogelijke handen met die van ons. Wanneer wij bijvoorbeeld op de *flop* onze handsterkte willen bepalen, gaan we als volgt te werk. Na de flop zijn er nog 47 kaarten in het spel (52 kaarten min onze hole cards en de drie community cards). In totaal zijn er dus {47 boven 2} = 1081 combinaties te maken waartegen wij het mogelijk opnemen. Wanneer we vervolgens tellen in hoeveel van die gevallen onze hand beter, gelijk of slechter is, kunnen we de kans bepalen dat onze hand wint tegen een willekeurig tweetal kaarten. Een uitgebreidere evaluatie van de handsterkte betrekt ook het aantal spelers, de relatieve positie aan tafel en de reeds voltrokken inzetronden tot op dat moment. Het is daarbij ook belangrijk een inschatting te maken van de kaarten van de tegenstanders. De kans dat een willekeurige speler na de flop een slechte hand, zoals 4♠ 9♥ heeft is vele malen kleiner dan de kans dat deze speler A♣ J♠ heeft. Een doorsnee Holdem speler fold namelijk meer dan 50% van zijn handen nog voor de flop.

Handpotentieel

De evaluatie van handsterkte neemt helaas niet mee hoeveel potentieel een bepaalde hand heeft om te verbeteren. Een belangrijk deel van poker bestaat echter uit *drawing*. Daarmee wordt bedoeld dat een hand op een gegeven moment nog niet sterk is, maar op basis van nog te delen kaarten kan veranderen in een sterke combinatie. Neem bijvoorbeeld een hand die na het delen van de *flop* bestaat uit vier ruiten. Op dat moment heeft de hand een lage handsterkte, maar de hand heeft wel veel potentieel omdat de komst van de *turn* en de *river* de hand kan veranderen in een *flush* (de kans hierop is ongeveer gelijk aan 35%). Omgekeerd heeft een hand met een hoog *pair* weinig potentieel wanneer er goeie *draw* mogelijkheden zijn voor de tegenstanders.

De 35% uit bovenstaand voorbeeld is als volgt bepaald:

$$P(flush) = 1 - P(\neg flush) = 1 - \left(\frac{47 - 9}{47}\right) * \left(\frac{46 - 9}{46}\right) = 0.35$$

Het komt er in dit geval op neer om de kans te bepalen dat er geen ruiten valt op de *turn* en *river*. Voor het delen van *turn* zijn er nog 47 (52-2-3 = 47) kaarten in het spel, waarvan er 38 niet van de soort ruiten zijn. Voor het delen van de *river* zijn er nog 46 mogelijke kaarten, waarvan er 37 klaver, harten of schoppen zijn (niet-ruiten). In de bijlage is een tabel opgenomen met een verzameling kansen van belangrijke kaartcombinaties en spelsituaties (de tabel kan ook online gevonden worden [7]).

Pot odds

Het bedrag wat tijdens het spel in de pot ligt heeft een grote invloed op de beslissing van een speler om te *folden, callen* of *raisen*. Eenvoudig gezegd geven *pot odds* aan wat voor kansen de pot een speler geeft. Als een tegenstander bijvoorbeeld \$10 inzet en de pot bedraagt \$100, hoeven wij maar 10% van de pot in te leggen om er kans op te blijven maken. Wij hoeven dus maar een op de tien keer de pot werkelijk te winnen om onze investering (de call) te rechtvaardigen. Dit is waar het concept van handpotentieel ons kan helpen. Uit het rekenvoorbeeld (in hand potentieel) valt af te leiden dat de kans dat er een ruiten valt op de river gelijk is aan 9/46, wat ongeveer gelijk is aan 20%. In dit geval is de kans dat onze hand verbetert dus groter dan de pot odds (20% > 10%), en zullen wij dus callen. In dit geval was de afweging relatief eenvoudig omdat er nog maar 1 kaart te delen was. De berekening wordt ingewikkelder wanneer er nog meer inzetronden kunnen plaatsvinden. De *implied pots odds* betrekken ook de gewonnen inzet van toekomstige inzetronden, alsmede de grootte van de pot op dat moment. Er is geen kant-en-klare formule om *implied pot odds* mee te bepalen, spelers zijn op hun gevoel aangewezen voor het berekenen van zulke kansen.

Bluffen

Bluffen is een belangrijk onderdeel van poker en kan worden gebruikt voor verschillende redenen. Een speler kan bijvoorbeeld bluffen om het geld uit de pot te winnen met zwakke kaarten zonder dat het aankomt op een *showdown* (door agressief in te zetten). Bluffen kan tegenstanders op het verkeerde been zetten, waardoor er in de toekomst mogelijk meer geld gewonnen kan worden met sterke handen. Een andere vorm van bluffen is de *semi-bluff* waarbij een speler inzet op kaarten die eigenlijk nog moeten verbeteren (dus met een hoog hand potentieel). Deze manier van spelen heeft een aantal voordelen. Wanneer de *bluff* wordt *gecalled* bestaat er alsnog een kans om de pot te winnen met een verbeterde hand. Wanneer de hand ook werkelijk verbetert zit er meer geld in de pot en is de sterke combinatie tegelijkertijd verdekt, omdat de speler al voor de verbetering suggereerde een goeie hand te hebben (door middel van zijn *bet* of *raise*).

Onvoorspelbaarheid

Door onvoorspelbaar te blijven als speler is het moeilijk voor de tegenstanders om een helder beeld te krijgen van de gevolgde strategie. Door soortgelijke situaties op verschillende manier te spelen is het moeilijk om een inschatting te maken van de sterkte van de hand. Dit kan er in het beste geval toe leiden dat fouten maken als gevolg van een verkeerde inschatting. Naast bluffen zijn *slow-playing* en *check-raising* belangrijke tactieken om medespelers op het verkeerde been te zetten. Met *slow-playing* wordt bedoeld dat een hele sterke hand (bijvoorbeeld een hoog pair voor de flop of een full house op de flop) opzettelijk passief wordt gespeeld, door te checken, callen of minimaal in te zetten. Met een *check-raise* wordt er eerst gecheckt om een bet van een tegenstander uit te lokken, om er vervolgens overheen te gaan met een *raise*.

Modelleren van tegenstanders

Bij het modelleren van tegenstanders staat het observeren en inschatten van de medespelers centraal. Op die manier kunnen we mogelijke zwakheden exploiteren en ons wapenen tegen de strategieën van de tegenstanders. Een goede poker speler leidt de sterkte van de tegenstander zijn kaarten af aan de hand van waargenomen acties om vervolgens te anticiperen op waarschijnlijke vervolgacties. In Hoofdstuk 4 wordt er dieper ingegaan op dit onderwerp.

3 Inzetstrategieën

De afgelopen jaren zijn er al verschillende pogingen gedaan om een pokerrobot te ontwikkelen. Poki en PsOpti, beide geschreven door wetenschappers van de universiteit van Alberta, zijn de bekendste en meest succesvolle programma's. Het zenuwcentrum van elke pokerrobot bestaat uit een module die op ieder moment in het spel bepaalt welke beslissing er genomen moet worden. Het bepalen van de inzetstrategie is een complexe taak en kan op verschillende manieren worden aangepakt. Samengevat kunnen de gebruikte methoden worden opgedeeld in een van de volgende vier categorieën [4]:

3.1 Heuristische methode

De heuristische methode maakt gebruik van expertregels om tot een inzetbeslissing te komen. Spelsituatie worden vertaald naar een versimpeld scenario met een bijbehorende heuristiek, op basis waarvan de uiteindelijke beslissing genomen wordt. Deze aanpak is gemakkelijk te begrijpen en is vergelijkbaar met de stappen die een beginnende speler in zijn hoofd doorloopt tijdens het spelen en leren van poker.

De heuristische methode maakt een duidelijk onderscheid tussen de *preflop* en *postflop* inzetstrategie. Voor de flop is er nog weinig informatie die de inzetbeslissing beïnvloedt (alleen de *hole cards* en de inzetten van andere spelers). Een relatief simpel expert systeem is al toereikend om een strategie te bepalen. Deze expert systemen zijn veelal gebaseerd op de boeken geschreven door David Sklansky [5, 6], waarin aan de hand van een classificatieschema *hole cards* worden ingedeeld in een aantal groepen.

De postflop inzetstrategie betrekt alle beschikbare spelinformatie om tot een beslissing te komen. De stappen die daarbij achtereenvolgens doorlopen worden zijn als volgt:

- 1. Bepaal de effectieve handsterkte, EHS, relatief tot de *community cards* (ookwel *board* genoemd).
- 2. Vertaal de EHS naar een kansverdeling, gebruik makend van de gehele spelcontext plus een verzameling regels en formules. De kansverdeling heeft de volgende vorm: {*P*(*fold*), *P*(*raise*)}.
- 3. Genereer een willekeurig getal tussen nul en een en gebruik dit getal om een actie uit de kansverdeling te kiezen. Deze stap draagt bij aan de onvoorspelbaarheid van het programma.

De EHS geeft aan hoe sterk een hand is in verhouding tot de kaarten van de actieve tegenstanders (die dus nog niet gefold zijn). Het is een combinatie van de huidige handsterkte (HS) en het positieve potentieel (PPot) van de hand om nog te verbeteren.

De pokerrobots Loki en Poki hebben in het verleden laten zien dat het mogelijk is om, gebruik makend van de hierboven beschreven heuristische methode, consistent te winnen aan *limit* Holdem tafels met tien spelers. Toch concluderen de ontwerpers van deze twee programma's in [1] dat er niet meer dan een gemiddelde speelsterkte bereikt wordt. Volgens dezelfde auteurs ziet het er niet naar uit dat er op basis van de heuristische methode in de toekomst een pokerrobot van wereldniveau ontwikkeld zal worden. Het inzetten van een expert om inzetregels voor poker op te stellen is zowel tijdrovend als ingewikkeld. Het spel is strategisch complex en elke situatie is afhankelijk van de spelcontext en de reeds gespeelde handen. Het is uiteindelijk niet haalbaar om elke belangrijke situatie op te nemen in een verzameling van expertregels.

3.2 Simulatie

Een van de grootste uitdagingen in poker is het omgaan met het element van onvolledige informatie. Omdat de kaarten van de tegenstander niet zichtbaar zijn, is het moeilijk om te bepalen welke actie het meest winstgevend zal zijn. Een manier om hier een nauwkeurige schatting van te maken is het simuleren van (mogelijke) toekomstige scenario's.

De simulatiemethode bepaalt zijn inzetstrategie door voor elke mogelijke actie een simulatie te draaien en op basis hiervan de "beste actie" te kiezen. In elke simulatie wordt een denkbeeldige actie genomen en vervolgens wordt het vervolg van het spel gesimuleerd voor alle spelers, zodat een schatting gemaakt kan worden van de winstgevendheid van de actie. Omdat elke simulatie run onderhevig is aan statistische variantie, worden er verschillende simulaties gedraaid. Vervolgens wordt het gemiddelde bepaald, zodat voor elke actie de verwachtingswaarde kan worden berekend. Wanneer de verwachtingswaarden van de verschillende toegestane acties bekend zijn, kan de inzetstrategie voor dat moment uitgestippeld worden. Het programma kiest bijvoorbeeld de actie met de hoogste verwachtingswaarde, of er wordt een keuze gemaakt aan de hand van een onderliggende kansverdeling (zoals in stap twee en drie van de heuristische methode).

Het inzetten van simulatie voor spellen met onvolledige informatie (zoals Scrabble en bridge) heeft in het verleden tot succesvolle implementaties geleid. De pokerrobots die gebruik maken van de simulatiemethode laten echter geen verbetering zien ten opzichte van de implementaties die gebaseerd zijn op expertregels. Dit is jammer, want de simulatiemethode heeft een tweetal aantrekkelijke eigenschappen:

• Er wordt automatisch een dynamische inzetstrategie ontdekt die zich ook aan kan passen aan verschillende omstandigheden. Ook geavanceerde tactieken zoals *checkraising* en *slow-playing* worden automatisch "ontdekt" en toegepast.

• De methode biedt een uniform raamwerk dat niet afhankelijk is van de input van een pokerexpert.

Er zijn een aantal redenen aan te wijzen waarom de simulatieversie van Poki onder de maat presteert. Ten eerste heeft het programma nog veel moeite om het toekomstige spel van de tegenstanders te simuleren. Daarnaast blijkt het programma niet robuust wanneer het geconfronteerd wordt met ruis en onnauwkeurigheden in de simulatieresultaten [3].

3.3 Speltheorie

Speltheorie is een tak binnen de toegepaste wiskunde die zich toelegt op het analyseren van spellen en de achterliggende strategieën. Veel problemen in het dagelijks leven kunnen gemodelleerd worden als spellen en daarom is speltheorie een belangrijk instrument geworden in uiteenlopende vakgebieden binnen de economie, het leger en zelfs de politiek. Poker deelt een lange geschiedenis met de speltheorie. Belangrijke speltheoretici als John Von Neumann, John Nash en Harold Kuhn gebruikten simpele versies van poker om hun theorieën te verduidelijken.

De speltheorie-aanpak is recentelijk gebruikt [2] voor het analyseren van heads-up (twee spelers) limit Texas Holdem. In het bijzonder is er getracht om voor beide spelers een verzameling strategieën te vinden die een Nash evenwicht vormen. Er is sprake van een Nash evenwicht, wanneer geen van beide spelers een beter resultaat kan behalen door af te wijken van zijn strategie. Dergelijke strategieën worden ook wel speltheoretisch optimaal genoemd en hebben als grote voordeel dat er minimaal gelijk wordt gespeeld tegen elke mogelijke tegenstander. Theoretisch gezien kan een pokerrobot die deze aanpak gebruikt dus niet uitgebuit worden door zijn tegenstander, zelfs niet wanneer deze zijn strategie door heeft.

Helaas is het berekenen van het eerder genoemde Nash evenwicht een zeer complexe taak. Voor de 2-spelervariant van Holdem moeten bijvoorbeeld meer dan 10^{18} verschillende toestanden worden doorgerekend. Als gevolg hiervan zijn abstractiemethoden ontwikkeld die het probleem terugbrengen tot een spel met ongeveer 30 miljoen toestanden. Het feit dat er nu gebruik gemaakt wordt van een benadering betekent echter dat de eerder genoemde voordelen niet gegarandeerd kunnen worden. Men spreekt dan ook van een pseudo-optimale oplossing. Het succes van de oplossing hangt nauw samen met de kwaliteit van de gekozen benadering.

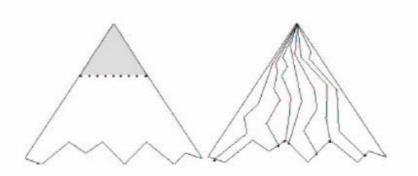
Het gebruiken van de speltheorie-aanpak heeft nog een ander nadeel. De gevonden strategie staat vast en er is daardoor geen ruimte voor aanpassing aan de stijl van de tegenstander. Door het volgen van een defensieve strategie wordt er tegen een zwakke of voorspelbare tegenstander per tijdseenheid minder geld gewonnen dan wanneer er

direct ingespeeld zou worden op de tegenstander. Een pokerrobot die de speltheorieaanpak volgt speelt dus (bij benadering) optimaal, maar niet maximaal.

3.4 Heuristische zoekmethode

De heuristische zoekmethode is een van de meest recente manieren om een inzetstrategie voor het spel poker te bepalen. De basis van deze aanpak is beschreven in [3] en vervolgens verder uitgewerkt in [4]. Het stappenplan van deze methode ziet er als volgt uit op het moment dat er een actie genomen moet worden in een bepaalde spelsituatie:

- 1. Neem recursief elke mogelijke actie, net zolang totdat het einde van de hand is bereikt (dat wil zeggen tot er nog maar een actieve speler over is, of tot aan de showdown).
- 2. Aan het einde van het betreffende spel is het resultaat bekend (winst, verlies of gelijkspel).
- 3. Aangezien de actie die tot dit einde heeft geleid bekend is, wordt de waarde van de genomen actie gelijk aan het bekende resultaat.
- 4. Op het moment dat de waarden van alle mogelijke acties voor een bepaalde speler bekend zijn, worden er aannamen gedaan over welke actie deze speler zal kiezen. Deze aannamen bepalen de inzetstrategie en worden gebruikt om de waarde van het beslissingspunt zelf te bepalen, zodat op basis hiervan het proces kan worden herhaald voor eerdere beslissingen.



Figuur 2: Verschil tussen "klassiek" heuristisch zoeken (links) en simuleren (rechts)

Een bekend voorbeeld van een heuristische zoekmethode is het minimax algoritme met de alpha-beta uitbreiding. Het algoritme heeft zichzelf in het verleden bewezen als een succesvolle methode om strategieën te bepalen voor spellen met complete informatie, zoals schaken, dammen en Othello. Ondanks het feit dat schaken een spel is met complete informatie loopt de benodigde rekenkracht toch al snel op. Daarom wordt er gebruik gemaakt van slimme evaluatiefuncties die op een bepaalde diepte in de spelboom worden aangeroepen. Dit afkappen is zichtbaar in figuur 2.

Vanwege de gesloten kaarten en het daaruit voortkomende element van incomplete informatie kan minimax helaas niet gebruikt worden voor poker. Een herformulering van het probleem is echter voldoende om een verwant algoritme toe te kunnen passen op poker. De aangepaste miximax zoekmethode bepaalt voor één speler een optimale gemixede strategie in plaats van voor beide spelers. De acties van de tegenstander zijn apriori gegeven of kunnen worden voorspeld met behulp van een model (zie hoofdstuk 4). Het resultaat is nu een beste-respons-strategie in plaats van een evenwicht van optimale strategieën (zoals het Nash evenwicht uit de vorige paragraaf).

Het doorzoeken van de gehele spelboom neemt teveel tijd in beslag. Daarom moet er gebruik gemaakt worden van *pruning* technieken, waarbij onwaarschijnlijke takken van de boom niet doorzocht worden, zonder daarbij de verwachtingswaarde van een gekozen actie te veel te beïnvloeden.

De zoekmethode is net zoals de speltheorie-aanpak alleen nog ingezet voor *heads- up limit* Holdem. Wanneer de methode ook gebruikt gaat worden voor Holdem met meer dan twee spelers, zal er veel aandacht besteed moeten worden aan de eerder genoemde *pruning* technieken. Een ander probleem van de methode is het relatief eenvoudige tegenstandersmodel dat op dit moment voorhanden is.

4 Modelleren van tegenstanders



Het modelleren van tegenstanders is een essentieel onderdeel van een succesvolle pokerstrategie. Een sterke speler is in staat om op basis van observaties een dynamisch model te vormen van zijn medespelers. Het gaat vooral om het herkennen van een bepaalde speelstijl en het aanwijzen van mogelijke zwakheden.

In poker wordt een dergelijk model op minstens twee verschillende manieren gebruikt. Ten eerste om de handsterkte van de tegenstanders af te leiden op basis van hun acties. Het is bijvoorbeeld zeer interessant om te weten of een tegenstander de neiging heeft om veelvuldig te bluffen. In dit geval zou het dan gerechtvaardigd zijn om deze speler vaker te *callen*. Verder is het belangrijk om

te voorspellen wat de tegenstander doet in bepaalde situaties. Wanneer wij bijvoorbeeld van plan zijn om te bluffen op de *river*, willen wij een goede inschatting hebben van de kans dat de tegenstander zal *folden* of *callen*.

De laatste jaren is er veel aandacht besteed aan dit aspect van poker, omdat de onderzoekswereld er van overtuigd is dat op dit gebied momenteel de meeste winst te behalen valt. In [3] worden een aantal verschillende methoden besproken die een pokerrobot kunnen ondersteunen in het modelleren van zijn tegenstanders. Het afstudeeronderzoek benadert de modellering vanuit de machine learning hoek en benadrukt dat het om verschillende redenen een zeer complex en uitdagend probleem is. Een succesvol model moet om kunnen gaan met ruis, onzekerheid, een onbekend aantal dimensies en moet in staat zijn om te kunnen generaliseren gebruik makend van slechts een klein aantal trainingsvoorbeelden. Daarnaast moet het vanwege de real-time aard van poker ook nog eens beslissen in een relatief kort tijdsbestek (een aantal seconden per beslissing). De volgende voorspellingsmethoden worden in de thesis onderscheiden:

4.1 Expertsystemen

De eerste manier van voorspellen is een hele globale manier om de tegenstander in te schatten. Op basis van de eigen gekozen inzetstrategie, uitgebreid met een verzameling expertregels, worden de acties van de tegenstander voorspeld. Het is een vrij onnauwkeurige manier van voorspellen en moet meer gezien worden als een basissysteem. De methode kan gebruikt worden wanneer er bijvoorbeeld voor het eerst tegen een bepaalde tegenstander gespeeld wordt.

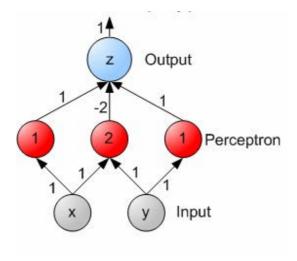
4.2 Statistiek

De tweede methode om het spel van de tegenstanders te voorspellen maakt gebruik van verzamelde statistieken, om hier vervolgens een verzameling voorwaardelijke kansen uit af te leiden. De methode is gebaseerd op de aanname dat een tegenstander ongeveer zal spelen zoals hij ook in het verleden gedaan heeft. Wanneer wij observeren dat een tegenstander bijvoorbeeld in 40% van de gevallen inzet (*bet*) op de *flop*, kunnen wij dit percentage gebruiken om een inschatting te maken van zijn actie wanneer de *flop* gedeeld wordt. De grootste uitdaging is het kiezen van de verzameling spelkarakteristieken, met de bijbehorende scenario's, die tijdens het spel bijgehouden moeten worden. Het betrekken van een te uitgebreide spelcontext heeft als gevolg dat het algoritme heel veel tijd (gespeelde handen) nodig heeft om genoeg voorbeelden te verzamelen voor de gekozen scenario's. Wanneer er gekozen wordt voor een te beperkt aantal karakteristieken en scenario's komt het onderscheidingsvermogen van het model in gevaar.

4.3 Neurale netwerken

Het trainen van een neuraal netwerk is een systematischere aanpak dan de vorige twee methoden om een model van een tegenstander te bouwen. Deze populaire datastructuur is afkomstig uit de machine learning en wordt voor uiteenlopende problemen gebruikt.

Een neuraal netwerk bestaat uit een willekeurig aantal lagen neuronen, een ingangslaag, een of meer tussenlagen en een uitgangslaag. Het aantal ingangsneuronen is gelijk aan het aantal ingangsvariabelen, het aantal uitgangsneuronen wordt bepaald door het aantal gewenste uitgangsposities.



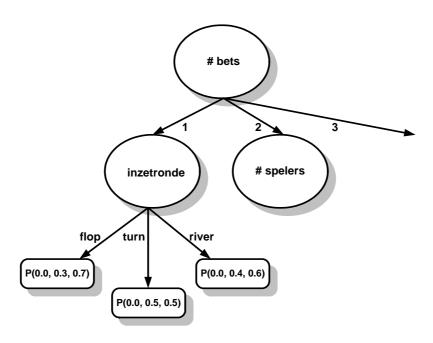
Figuur 3: Voorbeeld van een neuraal netwerk

De neuronen zijn verbonden met lijnen, elk met een bepaald gewicht. Het trainen van een neuraal netwerk komt neer op het bepalen van deze lijngewichten. Met elk trainingsvoorbeeld wordt de classificatiefout van het netwerk bepaald en vervolgens worden de lijngewichten aangepast (bijvoorbeeld met behulp van het backpropagation algoritme). Over het algemeen convergeert deze verzameling lijngewichten na een eindig aantal iteraties en kan het neurale netwerk gebruikt worden voor het classificeren van nieuwe voorbeelden.

In [3] wordt een neuraal netwerk beschreven dat getraind is op basis van verzamelde (online) pokersessies tegen menselijke tegenstanders.

4.4 Beslissingsbomen

Beslissingsbomen zijn een andere effectieve manier om een classificatieprobleem op te lossen. Een beslissingsboom wordt, net zoals een neuraal netwerk, gecreëerd met behulp van trainingsdata. De boom kan worden doorlopen door bij elke node een vraag te stellen, en afhankelijk van het antwoord de juiste tak te volgen. Eenmaal bij een blad aangekomen worden de frequenties van de gekozen acties in de verzameling trainingsvoorbeelden geteld die aan de juiste eigenschappen voldoen en vertaald naar een kansverdeling met de vorm {*P*(*fold*, *P*(*check*/*call*), *P*(*bet*/*raise*)}.



Figuur 4: Voorbeeld van een poker beslissingsboom

Het inzetten van beslissingsbomen om acties van tegenstanders te voorspellen heeft een aantal voordelen. De output komt in de vorm van een kansverdeling over de verschillende toegestane acties die een tegenstander kan nemen. Daarnaast is de beslissingsboom zelf gemakkelijk te interpreteren, waardoor er eenvoudig af te lezen is wat het algoritme precies geleerd heeft uit de beschikbare pokerdata. Door het inzetten van *pruning*, waarbij delen van de boom worden afgekapt, kan de classificatiemethode beter omgaan met ruis in de aangeleverde pokerdata.

4.5 Combinatiemethode

In de vorige paragrafen zijn vier verschillende methoden besproken om een inschatting te maken van de toekomstige acties van de tegenstanders. Elk van deze methoden heeft goede en minder goede eigenschappen. Het is gelukkig niet nodig om één definitieve methode te kiezen. Door de vier modellen te combineren tot een systeem, kan het aantal foute voorspellingen worden gereduceerd. Dit systeem is geïmplementeerd in de Poki pokerrobot, waarbij het succespercentage van elk van de verschillende methoden wordt bijgehouden over de laatste n handen (n gekozen tussen 25 en 100). Door de accuraatheid van de laatste n handen te gebruiken wordt er optimaal ingespeeld op het dynamische karakter van het spel.

Het succespercentage van de verschillende voorspellingsmethoden wordt bijgehouden in zogenaamde *confusion matrices*. Een dergelijke matrix houdt voor elke combinatie van de voorspelde en gerealiseerde actie een percentage bij, bijvoorbeeld het aantal procent van de gevallen waarin het neurale netwerk voorspelt dat de tegenstander zal *folden* terwijl deze in werkelijkheid *called*.

Elke methode voorspelt de komende actie, waarna elke voorspelling wordt gewogen aan de hand van het tot dan toe behaalde succespercentage. Wanneer een methode bijvoorbeeld een *fold* voorspelt, wordt de *confusion matrix* erbij gepakt om te kijken hoe accuraat de voorspeller is in het voorspellen van *folden*. Wanneer blijkt dat de methode er vaak naast zit, wordt deze voorspelling zo gewogen dat deze minder invloed krijgt op de definitieve voorspelling. Voor de m verschillende voorspellingsmethoden, wordt elke kansverdeling Φ_i vermenigvuldigd met de succespercentages a_i van de voorspellingsmethoden:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{m} \Phi_i \cdot a_i$$

Stel, $\Phi_i = [0.10, 0.85, 0.05]$ en $a_i = [0.9, 0.5, 0.4]$. Dit betekent dat er een kans is van 90% dat de 10% fold voorspelling correct is. Wanneer we het inproduct nemen van de twee vectoren komen we tot een gewogen kansverdeling van [0.09, 0.425, 0.02]. De som van

de gewogen kansverdelingen wordt vervolgens genormaliseerd tot een normale kansverdeling (die tot 1 sommeert.

De besproken combinatiemethode is in de meeste gevallen enkele procenten preciezer dan elk van de afzonderlijke voorspellingsmethoden. Deze winst lijkt marginaal, maar de methode heeft een aantal andere voordelen. Elke nieuw ontwikkelde voorspellingsmethode kan naadloos aan het systeem worden toegevoegd en de structuur zorgt ervoor dat het systeem zich voortdurend aanpast aan de omstandigheden van het huidige spel.

5 Conclusies

Het doel van dit literatuuronderzoek is het beantwoorden van de onderzoeksvraag uit de inleiding. Laten we deze er nog eens bijpakken:

Aan welke eisen moet een pokerrobot voldoen wil deze het op kunnen nemen tegen spelers van wereldniveau?

In paragraaf 2.3 hebben we een deel van deze vraag beantwoord door een aantal eigenschappen te identificeren waarin een speler moet uitblinken wil deze kunnen winnen van andere topspelers. We onderscheidden achtereenvolgens handevaluatie, bluffen, onvoorspelbaarheid en het modelleren van tegenstanders.

In hoofdstuk 3 hebben we een overzicht gegeven van de verschillende methoden die momenteel in pokerrobots gebruikt worden om tot een inzetstrategie te komen. We hebben gezien dat elk van deze methoden zijn voor- en nadelen heeft. De heuristische methode, de simulatie methode en de heuristische zoekmethode (tot op zekere hoogte) hebben als voordeel dat deze gebruikt kunnen worden voor poker met een willekeurig aantal spelers (meestal tussen de twee en tien). De speltheorie aanpak is op dit moment alleen nog maar bruikbaar voor *heads-up* Holdem, vanwege de complexiteit en de benodigde rekenkracht.

We concluderen, net zoals de ontwikkelaars van de verschillende methoden, dat de heuristische aanpak, die sterk leunt op de input van een expert pokerspeler, nooit de hoogste speelsterkte zal bereiken. Poker is een te complex spel om te kunnen vatten in een verzameling regels.

De simulatiemethode is daarentegen een zeer geschikte manier om tot een dynamische inzetstrategie te komen. De aanpak garandeert in ieder geval de realisatie van drie van de vier bovengenoemde eigenschappen, namelijk handevaluatie, bluffen en onvoorspelbaarheid. Het succes van de methode hangt echter ook nauw samen met het gebruikte tegenstandermodel. Omdat tijdens elke simulatie het toekomstige verloop van het spel gesimuleerd wordt, moet er tijdens elke run betrouwbare informatie over de kaarten en de strategie van de tegenstanders voorhanden zijn.

De speltheorie-aanpak leidt tot een pseudo-optimale oplossing, waarbij het succes van de oplossing nauw samenhangt met de kwaliteit van de gekozen benadering. Zolang de rekenkracht van de beschikbare computers nog niet toereikend is om de optimale oplossing te bepalen, kunnen de grote voordelen van deze methode niet gegarandeerd worden. Een ander nadeel van de methode is de defensieve insteek. Uiteindelijk wordt aan pokertafels het meeste geld gewonnen door spelers die in staat zijn om fouten van tegenstanders uit te buiten. De speltheorie-aanpak volgt een vaste strategie die gericht is

op het garanderen van minimaal een gelijkspel, in plaats van het maximaliseren van de winst. Dit betekent echter niet dat er in de ultieme pokerrobot geen plek is voor deze methode. Wanneer er nog geen goede informatie voorhanden is over tegenstanders of wanneer blijkt dat aanwezige spelers van hoog niveau zijn biedt de speltheorie-aanpak uitkomst.

De laatst behandelde methode is de heuristische zoekmethode. In principe is deze methode geschikt voor twee tot tien spelers, maar de implementaties zijn tot dusver allemaal gericht geweest op *heads-up* poker. Het is dus maar de vraag of de aanpak ook werkelijk geschikt is voor meer spelers, vooral met het oog op de benodigde zoek- en rekentijd. Een ander nadeel is het feit dat de combinatiemethode uit hoofdstuk 4 (nog) niet gecombineerd kan worden met de zoekmethode. In plaats daarvan moet er gebruikt gemaakt worden van een vrij simpel tegenstandermodel.

In hoofdstuk 4 hebben we een overzicht gegeven van de technieken die op dit moment aanwezig zijn in pokerrobots om tot een tegenstandermodel te komen. Ook elk van deze methoden heeft zijn voor- en nadelen, maar in tegenstelling tot bij de inzetstrategieën, kunnen de verschillende aanpakken gecombineerd worden. Het wegingssysteem zorgt ervoor dat de methoden met het hoge succespercentages zwaarder worden meegenomen in de definitieve voorspelling dan methoden die het op dat moment slechter doen. Door de accuraatheid van de laatste n handen te gebruiken wordt er daarbij ook optimaal ingespeeld op het dynamische karakter van het spel.

6 Literatuur

- [1] D. Billings, A. Davidson, J. Schaeffer, and D. Szafron. The challenge of poker. Artificial Intelligence, 134(1-2):201-240, 2002.
- [2] D. Billings, N. Burch, A. Davidson, R. Holte, J. Schaeffer, T. Schauenberg, and D. Szafron. Approximating game-theoretic optimal strategies for full-scale poker. In International Joint Conference on Artificial Intelligence, pages 661-675, 2003.
- [3] A. Davidson. Opponent modeling in poker: Learning and acting in a hostile and uncertain environment. Master's thesis, University of Alberta, 2002.
- [4] T.C. Schauenberg. Opponent Modelling and Search in Poker. Master's thesis, University of Alberta, 2006.
- [5] D. Sklansky. The Theory of Poker. Two Plus Two Publishing, 1992.
- [6] D. Sklansky and M. Malmuth. Hold'em Poker for Advanced Players. Two Plus Two Publishing, 2nd edition, 1994.

Webpagina's (augustus 2006)

- [7] http://www.learn-texas-holdem.com
- [8] http://www.partypoker.com
- [9] http://www.wikipedia.org

7 Bijlage

	Drobabilit
	Probability (%)
Pair preflop	6
Suited cards preflop	24
Suited Connectors (2/3, KQ,)	4
AA or KK preflop	0,9
AK preflop	1,2
AKs preflop	0,3
A in hand preflop	16
AA, KK, QQ, JJ	1.8
Flop being all one kind (JJJ or QQQ)	0,24
AA versus KK preflop (heads up)	0,004
AK dealt preflop and hitting an A or K by the river	50
QQ versus AK heads up till river	56
Two cards preflop that are Js or higher	9
Beer Hand (72off) preflop (or any other nonsuited two card combo)	0,9
Four flush completing (JsTs Flop Qs4sAd 6h Ks)	35
Open Ended Straight-Flush completing to flush or straight by river	54
Open Ended Straight completing (JT Flop Q94 86)	34
Two Pair on flop Improving to Full House	17
Three of a kind (set) on flop improving to Full House or Quads	37
Pocket pair improving to three of a kind on flop	12
No pair hand preflop improving to a pair on the flop (either card)	32
If you have suited cards, two will flop	11
One pair on flop improving to two pair or three of a kind by river	22
Pocket pair improving to three of a kind after flop	9
Two over cards improving to a pair by river	26
Two over cards and a gutshot improving to pair or straight	43
Gutshot straight draw hitting by river	17
Gutshot and pair improving to two pair or better	39
Backdoor Flush hitting (5s6s Flop 7sAh9c KsJs)	4
Runner Runner Straight (56 Flop 3TQ 47)	1,5
Backdoor Flush and One Over Card improving to that pair or flush	17
Catching Ace on turn or river (A4 Flop Q63 KA)	13
Backdoor Flush and Gutshot improving to one by river (Ac4c Flop 3s5cKs)	21
Backdoor Flush And Two Over Cards improving to pair or flush	30
5 players on flop, that someone has an A when one is on board	58
3 of one suit on board and another coming (QsTs2s) if you have one	39
5 players in with board paired, chance of one of them having it	43