Definición 1 (Espacio muestral). Consideremos un experimento aleatorio. El conjunto de posibles resultados de ese experimento se conoce como espacio muestral.

Definición 2 (Principio de conteo). Si Ω es un espacio muestral finito y $A \subseteq \Omega$, entonces

$$P(A) = \frac{\#\text{ de casos favorables }(A)}{\#\text{ de casos totales }(\Omega)}$$

Definición 3 (Variable Aleatoria). Es una función cuyo dominio es el espacio muestral y su imágen son los $\mathbb{R}$, es decir, $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ y satisface

$$\{w \in \Omega \mid X(w) \leq x\} \in \mathcal{F} \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

donde $\mathcal{F}$ es una familia de eventos $(A, B, C, \ldots)$.

Definición 4 (Función de densidad). Una variable aleatoria es llamada absolutamente continua si para cada $x \in \mathbb{R}$ existe una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+$ tal que, para toda $x \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$

$$P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(x)\ dx.$$

A la función f se le llamará función de densidad de la varaible aleatoria X.

Definición 5 (Función de distribución). La función de distribución o función de distribución acumulativa $F : \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$ de una variable aleatoria X se define por

$$F(x) = P[X \leq x], \quad \text{ para toda } x \in \mathbb{R}.$$

Definición 6 (Ensayo Bernoulli). Es un experimento aleatorio en el cual se admiten dos posibles resultados. A estos resultados usualmente se les denomina éxito y fracaso. Una variable aleatoria Bernoulli es de la forma

$$X(w) = \begin{cases} 1, & \text{si } w = \text{exito} \\ 0, & \text{si } w = \text{fracaso} \end{cases}$$

Haciendo $P(X = 1) = P(\text{exito}) = p$ y $P(X = 0) = P(\text{fracaso}) = 1 - p$. Decimos que $X \sim \text{Bernoulli}(p)$ si su función de densidad es

$$f_X(k) = P(X = k) = p^k (1 - p)^{1-k}; \quad k = 0, 1$$

Ejemplo: El lanzamiento de una moneda, asociando el resultado de una de las caras como éxito y a la otra como fracaso.

Definición 7 (Distribución Binomial). Consideremos n ensayos Bernoulli independientes; definimos X como el número de éxitos en los n ensayos. Decimos que $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ si su función de densidad es

$$f_X(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

donde p es la probabilidad de éxito en cada ensayo.

Definición 8 (Esperanza). Sea X una variable aleatoria discreta con función de probabilidad $f(x) = P(X = x)$. La esperanza o valor esperado de X se define como

$$\mathbb{E}(X) = \sum_x x \mathbb{P}(X = x)$$

Definición 9 (Varianza). La varianza de una variable aleatoria X, denotada por $\mathrm{Var}(X)$, se define como

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}\Big([X - E(X)]^2\Big)$$

cuando esta esperanza existe.