UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Proyecto Final

Análisis visual e interactivo: Una apuesta a la enseñanza

Presenta:

Aarón Aldair García Miranda

Profesores:

Tania Azucena Chicalote Jiménez

Emma Itzhel López Mata

Josué Trinidad Juárez

Introducción

Este documento busca analizar las problemáticas subyacentes en la enseñanza de las matemáticas y proponer estrategias innovadoras para abordarlas, con un énfasis en la integración de tecnologías modernas y metodologías didácticas efectivas. A lo largo de la lectura, se pretende proporcionar una visión integral que permita mejorar la enseñanza y en consecuencia, mejores resultados académicos.

En el primer capítulo, se examinarán las causas del desinterés y el miedo hacia las matemáticas, enfocándose en la falta de integración significativa de esta disciplina con otras áreas del conocimiento y la insuficiente visualización geométrica en la enseñanza. Se discutirán estudios y teorías que respaldan estas observaciones, haciendo mención en cómo la educación matemática actual difícilmente se ajusta a la velocidad con la que el mundo avanza gracias a la tecnología.

El segundo capítulo explorará la metodología de resolución de problemas como una herramienta pedagógica poderosa, enfatizando el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TICs). La resolución de problemas, apoyada por las TICs no solo facilita una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos en un mundo laboral cada vez más digitalizado. Se propondrán algunas de las herramientas más comunes y demandadas por el mercado, serán presentadas como recursos valiosos que pueden transformar la forma en que se enseña y se aprende matemáticas.

Finalmente, en el tercer capítulo, se presentará una propuesta concreta de trabajo basada en la resolución de problemas y el uso de TICs. Se incluirán ejemplos prácticos y secuencias didácticas que demuestran cómo estas metodologías pueden ser implementadas en el aula. El objetivo es mostrar que, mediante una correcta integración de estas herramientas, se puede fomentar un aprendizaje más activo, significativo y alineado con las demandas del siglo XXI.

Capítulo I: La enseñanza de las matemáticas

Entre los intereses de los alumnos de educación básica, no es un secreto que el menos importante es la disciplina matemática; con justa razón, lo que genera el sistema educativo a través de los docentes no es persuación, más bien, miedo por parte del alumnado hacia las matemáticas. Y existen distintas problemáticas dentro de este sistema que, con el debido tiempo y dedicación a la materia, traen como consecuencia los resultados en las pruebas PISA, en donde en 2018, solamente un 44% del alumnado obtuvo un nivel mínimo de competencias en matemáticas (Gil, 2019).

Englobar cada problemática que causa este índice tan lamentable en las pruebas PISA nos llevaría más de unas cuantas cuartillas, por ello, sólo mencionaré un par de esas problemáticas que van bien ligadas a la enseñanza de una matemática que no se sostiene ni se ajusta a la velocidad con la que el mundo actual va avanzando gracias la tecnología.

La primera de ellas es que las matemáticas hoy en día, más que una necesidad, se están convirtiendo en una unificación entre múltiples áreas. El problema aquí es que esa unificación no se ve reflejada si no hasta que se tiene la oportunidad de llegar a un ambiente laboral en donde se requieran de esos conocimientos, y la pregunta que puede surgir ahora es ¿cuántos logran tener esa oportunidad y qué los condiciona a no llegar a ella?. Pues fijando nuestra atención a «La nueva familia de Libros de Texto Gratuitos» proporcionados por la SEP (Secretaría de Educación Pública, 2024), podemos darnos cuenta que el intento de «unificación» no es más que el simple revoltijo de temas ya planteados en anteriores sexenios, ¿por qué enseñar primero los números naturales, pero en seguida un tema de evolución y tencologías verdes?, si lo que se quiere evitar, como decía Morris Kline en su libro «El fracaso de la matemática moderna» (Kline, 1998) es una saturación de información y conceptos, considero que además de que esto contribuye a la antítesis propuesta por Kline, es aún peor mezclar dos cosas que son completamente distintas.

Otra de las dificultades que considero, es de alta prioridad atender, es la falta de visualización geométrica en la matemática; según un estudio realizado por la Universidad Técnica de Manabí (Carlos Alberto Aray Andrade, 2019), señala que:

> *«La problemática en la enseñanza de la geometría plantea un desafío a todos los involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas para hallar alternativas de solución, pues la enseñanza de la geometría se puede desvirtuar y se han dejado de lado procesos de razonamiento, argumentación y **visualización**, los cuales son trascendentales para el aprendizaje.»*
>
> *p.(22).*

Lo cual puede traer como repercusión una falta de entendimiento respecto a las materias como cáluclo integral y diferencial y geometría analítica, pues es en estas materias en donde la visualización de las funciones y figuras forma parte indispensable tanto de los cálculos como para el análisis dentro de la resolución de problemas.

En un primer ensayo argumentativo, destaqué la importancia de no remover la teoría de conjuntos y la lógica para los alumnos de educación básica. Se planteó la necesidad de considerar estas ramas de estudio en ese nivel para una preparación encaminada al uso de Excel, que se ha convertido en un programa demandado por los empleadores y su funcionamiento está basado en funciones, conjuntos y lógica. Ahora, a manera de conectar la visualización geométrica con el uso de software, haré énfasis en los recursos tecnológicos con los que contamos hoy en día, los cuales nos pueden ayudar a no dejar de lado las problemáticas antes mencionadas.

Capítulo II: La Resolución de Problemas como metodología de enseñanza y el uso de tecnologías

Cuando se publicaron los problemarios a resolver por el alumnado durante el seminario, llegamos a concluir que la manera de abordar uno de los ejercicios es distinta para cada persona y lo que influye más al momento de tomar un camino para la resolución, es el entendimiento del ejercicio en sí. Sin embargo, gracias a las heurísticas propuestas por Polya en su libro «Cómo plantear y resolver problemas» (Polya, 1989), se logró establecer una serie de consideraciones antes, durante y después de la solución. En particular los estudiantes se centraron en los cuatro pilares que se necesitan según Polya, para resolver un problema, los cuales fueron: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida. Posteriormente durante la exposición de algunas soluciones, se destacó la importancia de la visualización y el uso de las heurísticas para su conclusión. A continuación, durante este capítulo y el siguiente, veremos como puede esto relacionarse con el uso de las TICs en la resolución de problemas.

Hasta antes de la accesibilidad económica para tener un computador en casa, era necesario hacer todo en papel, con cuentas tediosas y visualizaciones de gráficas poco precisas. Hoy en día, además de que es más accesible esta tecnología, se cuenta con arquitecturas para uso remoto como:

- Google Colab: Es un servicio alojado de Jupyter Notebook que no requiere configuración y que ofrece acceso gratuito a recursos de computación, como tarjetas gráficas y unidades de procesamiento tensorial. Es una solución especialmente adecuada para el aprendizaje automático, la ciencia de datos y la educación.
- Programiz: Es un sitio web que cuenta con ejercicios y tutoriales para aprender a programar en Phyton, R, Java y otros lenguajes.

- Mathematica: software orientado a la computación de problemas en las áreas científicas, de ingeniería, matemáticas y computacionales. No solo es un sistema de álgebra computacional, sino también un potente lenguaje de programación de propósito general.

Se hace mención de estas herramientas para dar a conocer la capacidad de cómputo que posee cada una, pero también para familiarizar al lector con ellas, pues pueden ser mencionadas de ahora en adelante.

Consideremos que en el ensayo anterior, titulado «Metodología inmarcesible», se hizo incapié en el uso de Manim para visualizaciones de construcciones matemáticas, pero a fecha de publicación de este ensayo, no existen estudios acerca del apoyo que ha dado Manim a estudiantes de matemáticas, consecuentemente no es posible formar una argumentación sostenible sobre el uso de esta herramienta, sin embargo podemos plantear un análisis casi análogo.

Notemos que las TICs en educación son las Tecnologías de la Información y la Comunicación que se emplean como recursos y herramientas para el aprendizaje y que almacenan, procesan y transmiten información digital. Por poner un ejemplo, (Grisales-Aguirre, 2018) argumenta que un caso particular que permite una evidencia de trascendencia luego de hacer uso del software Mathematica 10, permitió a los estudiantes universitarios de precálculo un aprendizaje más sencillo gracias a una serie de herramientas desarrolladas en el software. Además, se declara que el punto de partida de esa investigación fue el hecho de que el modelo de aprendizaje tradicional no ofrece una experiencia que genere una comprensión sobre los temas, pues no se permite una interacción con el objeto de conocimiento en cuestión.

La idea de que la tecnología como la conocemos hoy sea un puente para conectar objetos matemáticos con propiedades, haciendo uso de conceptos manipulables dentro de los programas en lugar de objetos abstractos, está bien sustentada en el artículo de (Vega, 2015). De donde parte un argumento más general a la hora de proponer que los límites y las funciones junto con sus operaciones ayuden no solamente a visualizar, si no también a manipular los valores de estos y consecuentemente, intuir un cambio gráfico y analítico como se menciona en «Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica 10» (Ramírez, 2015).

De este modo se puede ver que Manim, como lo define el autor, «es un motor de animación para videos **explicativos** de matemáticas. Se utiliza para crear animaciones precisas mediante programación en Python», es una TIC per se, con el apoyo de grandes Sponsors y una comunidad en línea (Manim Community, 2024). Y pese a no tener estudios de ventajas y crecimiento intelectual así como un ahorro en el tiempo de aprendizaje, su uso sí se ve reflejado por importantes universidades como la Universidad de Alcalá: Escuela Politécnica Superior (Mesón, 2023), y también por grandes divulgadores de las matemáticas, por mencionar algunos: Mates Mike, BlueDot, 3Blue1Brown, que sin duda al observar el crecimiento obtenido video a video, junto con los excelentes comentarios de los usuarios, es claro que nuestro argumento general del párrafo anterior, conserva su esencia al estar haciendo uso de esta paquetería de Python.

Una vez comprendido nuestro panorama y visión del futuro de la enseñanza de las matemáticas, estamos seguros para proponer una metodología que encamine a los estudiantes a usar estas herramientas no sólo para la resolución y exposición de problemas, también para un sencillo entendimiento ante las soluciones propuestas por otros compañeros.

Capítulo III: Propuesta de trabajo de la Resolución de Problemas

Un pequeño ejemplo que aborda las dificultades mencionadas en el primer capítulo, está contenido en la materia de cálculo integral a nivel bachillerato. Primero se nos es presentada una motivación llevada por la necesidad de calcular áreas debajo de curvas, para esto se pide considerar alguna función conocida $f(x)$, posteriormente se nos invita a pensar en la “mejor” figura para aproximar el área debajo de f y después de algunas propuestas, llegamos a que el rectángulo es la mejor de ellas, haciendo que el área bajo f sea representada como

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta_x = \sum_{i=1}^{n} A_i$$

donde A_i es el área de cada rectángulo y n es el número total de rectángulos. Seguido de esto y con ayuda del cálculo diferencial, se nos invita a pensar en

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} A_i$$

Que, usando la notación de Leibniz eso es igual a

$$\int_a^b f(x)dx$$

Siendo esta la noción de comparar sumas finitas con sumas infinitas en términos de áreas bajo curvas.

De aquí podemos identificar una de las problemáticas y es la forma de graficar esta comparación, pues para simular una aproximación en clase, comúnmente se hace uso del pizarrón, dibujando rectángulo a rectángulo la cantidad que convenga, pero lo que sucede es que se pierde tiempo al momento de querer dibujar hasta 20 rectángulos pequeños (recordemos que la idea es llevarlos hasta infinitos rectángulos), más aún es complicada la práctica de manejar y/o comunicar iteraciones en funciones sin ayuda de software. Además de que se puede limitar a un solo ejemplo de este tema tan importante.

Y es aquí donde presento como propuesta didáctica el uso de Manim para visualizar las iteraciones hasta (aparentemente) n rectángulos. Veamos que el código puede ser proporcionado por ChatGPT ejecutando un prompt como:

> Genera una animación en manim que pueda ser usada como ejemplo de visualización para el entendimiento de sumas finitas y sumas infinitas respecto a áreas bajo la curva, es decir, hablamos de una función que en un principio, su área bajo la curva se pueda aproximar mediante rectángulos y después iterar la cantidad hasta que sean, aparentemente n rectángulos.

Y obtenemos un código extremadamente óptimo que bien puede ser usado para exponer:

```python
from manim import *

class SumasFinitasEInfinitas(Scene):
    def construct(self):
        # Ejes y función
        axes = Axes(x_range=[0, PI],
                    y_range=[0, 1, 0.2],
                    axis_config={"color": BLUE})
        func = lambda x: np.sin(x)
        graph = axes.plot(func, color=WHITE)

        # Título
        title = Text("Sumas Finitas e Infinitas", font_size=36).to_edge(UP)
        self.play(Write(title))

        # Mostrar los ejes y la gráfica
        self.play(Create(axes), Create(graph))
        self.wait(1)

        # Aproximación con rectángulos
        rects_group = VGroup()
        for n in [4, 8, 16, 32]:
```

```
            rects = axes.get_riemann_rectangles(graph,
                                                x_range=[0, PI],
                                                dx=PI/n,
                                                stroke_width=0.5,
                                                stroke_color=WHITE,
                                                fill_opacity=0.5)
            rects_group.add(rects)

        # Mostrar las diferentes aproximaciones
        for i, rects in enumerate(rects_group):
            if i == 0:
                self.play(Create(rects))
            else:
                self.play(Transform(rects_group[i-1], rects))
            self.wait(1)

        # Transformación final a una "suma infinita"
        final_rects = axes.get_riemann_rectangles(graph,
                                                  x_range=[0, PI],
                                                  dx=PI/1000,
                                                  stroke_width=0.5,
                                                  stroke_color=WHITE,
                                                  fill_opacity=0.5)
        self.play(Transform(rects_group[-1], final_rects))
        self.wait(2)

        # Fin de la animación
        self.play(FadeOut(rects_group),
                  FadeOut(graph),
                  FadeOut(axes),
                  FadeOut(title))
        self.wait(1)
```

Y obtenemos como output un video del restultado óptimo para la visualización que se necesitaba, el cual puede ser consultado en youtube.com/output. O bien si no se desea depender tanto de la IA podemos construir nuestro propio código:

```python
from manim import *
```

```python

class Area(Scene):
    def construct(self):
        # Configuración de los ejes
        ax = Axes(
            x_range=[0, 5, 1],
            y_range=[0, 6, 1],
            axis_config={"include_numbers": True},
        )

        # Función a graficar
        def func(x):
            return 1 + x ** 2 * np.exp(-0.15 * x ** 2)

        graph = ax.plot(func, color=BLUE)

        # Texto de introducción
        int_area_sym = MathTex(r"\int_{a}^b f(x)dx").shift(2 * UP)
        area_mean_text = MathTex("""
                        \\text{Aproximaremos el área bajo la curva de}
                        \\hspace{.3cm} f(x) \\hspace{.3cm}
                        \\text{en la región} \\hspace{.3cm}
                       1 \leq x \leq 4""").scale(0.6).next_to(int_area_sym,
                        DOWN)

        opening_text = VGroup(int_area_sym, area_mean_text)
        self.play(Write(opening_text), run_time=4)
        self.wait(2)
        self.play(FadeOut(opening_text))

        # Añadir ejes y graficar la función
        self.play(Create(ax), Create(graph))
        func_text = MathTex(r"y = f(x)").next_to(graph, UP)
        self.play(Write(func_text))
        self.wait(2)

        # Límites verticales y etiquetas
        min_lim = ax.get_vertical_line(ax.input_to_graph_point(1, graph),
                                       color=YELLOW)
```

```
        max_lim = ax.get_vertical_line(ax.input_to_graph_point(4, graph),
                                       color=YELLOW)
        self.play(Create(min_lim), Create(max_lim), run_time=0.5)
        self.wait(2)

        # Aproximación del área con rectángulos de Riemann
        approx_text = Text("""El área puede ser aproximada con \n
          sumas de rectángulos pequeños""").scale(0.5).next_to(graph,
                                                                4 * UP)
        self.play(Write(approx_text))
        self.wait(2)

        rects_initial = ax.get_riemann_rectangles(graph,
                                                  x_range=[1, 4],
                                                  dx=0.5,
                                                  stroke_width=0.1)
        self.play(Create(rects_initial), run_time=2)
        self.wait(2)
        self.play(FadeOut(rects_initial), run_time=1)

        rects_initial = ax.get_riemann_rectangles(graph,
                                                  x_range=[1, 4],
                                                  dx=0.1,
                                                  stroke_width=0.1)
        self.play(Create(rects_initial), run_time=2)
        self.wait(2)
        self.play(FadeOut(rects_initial), run_time=1)

        rects_initial = ax.get_riemann_rectangles(graph, x_range=[1, 4],
                                                  dx=0.01,
                                                  stroke_width=0.01)
        self.play(Create(rects_initial), run_time=2)
        self.wait(2)

        conclude_text = Text("""Haciendo esto
        infinitamente, tenemos""").scale(0.5).next_to(graph, 4 * UP)
        self.play(Transform(approx_text, conclude_text))
        self.wait(3)

```

```
        int_area_sym.next_to(graph, IN)
        self.play(Create(int_area_sym), run_time=1)
        self.wait(2)

        # Haciendo los rectángulos más finos
        rects_finer = ax.get_riemann_rectangles(graph,
                                                x_range=[1, 4],
                                                dx=0.001,
                                                stroke_width=0.001)
        self.play(Transform(rects_initial, rects_finer), run_time=2)

        self.wait(3)
```

En donde solamente hay una diferencia de 30 líneas, líneas que bien fueron agregadas para pulir detalles, pero el resultado es todavía mejor para comunicarlo (youtube.com/output2).

Previamente en el seminario, se presentó una secuencia que tenía por título "La distribución binomial, su esperanza y varianza". Y si bien no se introdujo una animación en Manim para la visualización de la solución, sí se mostró la gráfica que representaba la función de densidad vinculada con el problema, construida en Python. A continuación se expone la planeación de la secuencia junto con el problema propuesto y el desarrollo de este.

La distribución binomial, su esperanza y varianza

Expositores:

- Eduardo Tonathiu López Morales
- Cristobal Rafael Molina Flores
- Aarón Aldair García Miranda

Nivel y grado educativo de destino: Nivel medio superior para la materia Estadística y Probabilidad II del sexto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades.

Tiempo total de secuencia: Una sesión de 50 minutos.

Justificación de propuesta didáctica: La misión de los CCH es que los alumnos se desarrollen como personas con sensibilidades e intereses científicos y humanísticos, y el estudio de la probabilidad es el cruce de ambos. En particular, el estudio de la distribución binomial es útil como primer acercamiento a análisis de fenómenos aleatorios en poblaciones.

Descripción de las actividades:

- Material necesario: Tablet o tableta digitalizadora, laptop para transmisión.
- Objetivos generales:
  - Que el alumno comprenda la importancia de la probabilidad para su aplicación en problemas de la vida real.
  - Que el alumno tome en cuenta las alternativas que se pueden tener entre el uso de GeoGebra y de Python para construcciones gráficas.
- Objetivos de aprendizaje:
  - Que el alumno conecte ideas y conceptos de la probabilidad de una manera constructiva.
  - Que el alumno capte la noción gráfica de una función de densidad en un problema de aplicación y no rutinario, interactuando con una simulación desarrollada en GeoGebra.

- Heurísticas a trabajar:
  - Notación
  - Analogía
  - Generalización
  - Elementos auxiliares

Fase	Desarrollo de actividades	Tiempo
Apertura	El profesor inicia la clase con la construcción de la variable aleatoria de la distribución Binomial mediante un ejemplo estructurado para la participación de los alumnos, considerando el archivo de preliminares compartido previamente.	10 minutos
	El profesor da la noción gráfica de la esperanza, varianza y desviación estándar de la variable aleatoria binomial.	5 minutos
Desarrollo	El profesor presenta el siguiente problema en pantalla: “Durante la pandemia del 2019, se construyó un software para los hospitales que asignaba una habitación al azar a los pacientes para mantenerlos en cuarentena. En uno de esos hospitales con seis habitaciones, se presentó la situación de que a dos pacientes se les asignó la misma habitación. Se tuvo qué reiniciar el sorteo cuatro veces más para por fin asignarles una habitación distinta. ¿Qué tan común es que suceda esta cantidad de iguales asignaciones? ¿Cómo podría visualizarse qué tan común es?.”	3 minutos
	El profesor presenta un simulador de asignación del software realizado en GeoGebra y da espacio a que los alumnos interactúen con el applet.	2 minutos
	El profesor invita al alumnado a pensar en una posible respuesta a las preguntas planteadas en el problema presentado en pantalla, con la ayuda del applet, los preliminares y las construcciones desarrolladas en clase. Intentando contestar a las siguientes preguntas:	10 minutos

Fase	Desarrollo de actividades	Tiempo
	• ¿Notas una secuencia con los datos obtenidos durante la visualización del applet? • ¿Encuentras una relación entre los datos obtenidos durante tu interacción con el applet y las construcciones de esperanza y varianza desarrolladas en clase? • ¿De qué manera podrías inferir una probabilidad con tus respuestas anteriores en relación a las preguntas iniciales del problema?	
Cierre	El profesor interactúa con las respuestas de los alumnos, haciendo observaciones y proponiendo algunas alternativas para llegar a la solución propuesta.	5 minutos
	El profesor desarrolla la solución en el pizarrón o tableta, tomando en cuenta alguna propuesta del alumnado si es que la hubo.	10 minutos
	Finalmente, el profesor presenta una gráfica de la visualización del problema desarrollada en Python, junto con el código y la explicación de este, el cual contiene todo lo desarrollado durante la clase.	5 minutos
		Tiempo total: 50 minutos

Propuesta de solución:

Notemos que sólo se puede empatar o desempatar, entonces lo que estamos considerando son cuatro ensayos de Bernoulli independientes, así que se trata de un problema con distribución binomial, donde el espacio muestral denotado por S son cuatro sorteos consecutivos de dos personas y la variable aleatoria X es el número de empates en cada $s \in S$.

Hay 36 formas posibles de asignar las dos habitaciones, de las cuales sólo hay 6 formas de asignar la misma, entonces hay una probabilidad $p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ de quedar en una misma habitación y $1 - p = \frac{5}{6}$ de probabilidad de no quedar en la misma habitación.

Así, la probabilidad que de 4 reinicios en el software, los 4 reinicios asignen la misma habitación es

$$P(X = 4) = \binom{4}{4} p^4 (1-p)^0 = \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296}$$

Para saber qué tan común es este suceso, usaremos su esperanza y veremos que tan alejado está con la desviación estándar. Se tiene que

$$\mathbb{E}[X] = np = 4\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{4\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ahora, veamos a cuántas «sigmas» se encuentra el evento:

$$\mathbb{E}[X] + k\sigma = 4$$

$$\iff k = \frac{4 - \mathbb{E}[X]}{\sigma}$$

$$\iff k = \frac{4 - \frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$\iff k = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$\approx 4.47$$

El evento se encuentra aproximadamente a 4.5σ, es decir, es bastante raro. Metiendo los datos a Python, podemos mostrar la siguiente gráfica:

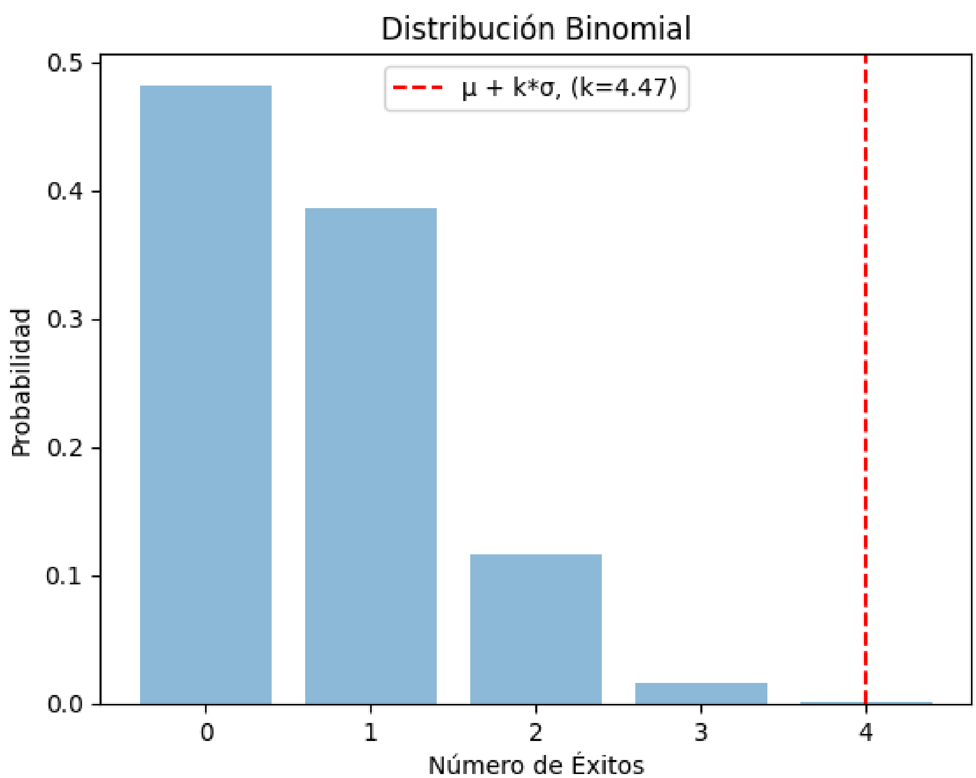

Figura 1: Visualización del problema.

Código:

```python
#Importar paqueterías
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import binom

# Parámetros
n = 4  # ensayos
p = 1/6  # éxito
mu = n * p  # media
sigma = np.sqrt(mu * (1 - p))  # varianza

# Valor objetivo
target = 4

# Calcular k
k = (target - mu) / sigma

```

```python
# x (números de éxitos)
x = np.arange(0, 5)

# Probabilidad para cada valor x
probabilidades = binom.pmf(x, n, p)

# Graficar
plt.bar(x, probabilidades, align='center', alpha=0.5)
plt.title('Distribución Binomial')
plt.xlabel('Número de Éxitos')
plt.ylabel('Probabilidad')

# Graficar línea vertical en k*sigma desde la media
k_sigma_value = mu + k * sigma
plt.axvline(x=k_sigma_value, color='red', linestyle='--', label=f'μ + k*σ, (k={k:.2f})')
plt.legend()
plt.show()

# Imprimir valores
print(f"El valor de σ es: {sigma}")
print(f"El valor de k es: {k}")
print(f"El valor de kσ es: {k*sigma}")
print(f"El valor de μ + kσ es: {mu + k*sigma}")
```

Como se pude notar, existe una pequeña barrera entre la comunicación visual desarrollada en Manim y una construcción gráfica a través de python; por un lado se puede obtener un video y por el otro una simple imagen. Sin embargo el objetivo explicativo se mantiene en cada caso.

Y aunque esto no se observó en la clase muestra debido a falta de tiempo y organización, la idea es que con la corrección se logre mantener la relación visual interactiva de GeoGebra con la relación visual explicativa de Python; los alumnos podrían deducir una probabilidad mediante los conceptos y el registro de sus datos obtenidos en el applet, más aún, llevar estos datos a un programa escrito en algún lenguaje de programación.

Carta a la enseñanza

Hasta antes de entrar a la carrera de matemáticas, no tuve noción acerca de la creatividad que es requerida para hacer matemáticas, lo que ocasionó un deterioro en mi desempeño durante el primer semestre. Cuando comencé a dar clases, en un principio creía tener cierta responsabilidad para que mis alumnos no tuvieran el mismo problema que yo al ingresar a la licenciatura y comencé a presentar problemas que requerían cierto nivel de paciencia y creatividad.

Después de este seminario me doy cuenta de que la responsabilidad es parte de todos, pues seas profesor o no, siempre habrá el curioso que indague acerca de lo que haces o de lo que estudias. Y hoy más que nunca, se requiere de personas que posean habilidades matemáticas, lógicas y críticas para la creación, desarrollo y sobre todo mantenimiento de las nuevas tecnologías que se presentan día con día. Son aptitudes que necesitan ser entrenadas durante años, con muchos ejercicios y evitando la mecanicidad.

Este planteamiento nos lleva a dar sustento a que la resolución de problemas es una gran metodología para preparar a nuevas generaciones a interactuar con un mundo lleno de recursos tecnológicos. En particular los problemas vistos en el seminario pero sobre todo el tipo de análisis que se requirió para su solución (heurísticas) deberían formar parte de una estructura estricta en la educación. A esto sumado con el uso de las TICs (cuyo valor de aprendizaje ya se mencionó en el capítulo II), nos llevaría a una ventaja increíble frente a países desarrollados.

También se debe considerar el costo que tienen las TICs, pues aunque algunas son de uso libre, la infraestructura no es del todo accesible, por lo que un posible obstáculo puede ser el gasto económico que implica el uso de estas tecnologías desde casa para cada estudiante, lo cual impulsa la inversión del gobierno en la educación y el surgimiento de nuevas becas.

Se debe dar importancia a esta metodología y a lo que engloba, opino que bajo una correcta dirección de ella, el crecimiento intelectual puede dar mejores resultados para futuras competencias en PISA.

Autoevaluación

Creo que mi desempeño en el seminario fue “aceptable”; el tiempo que le dediqué fue suficiente para poder entregar la mayoría de los trabajos y participar durante clase, pero me habría gustado dar un poco más de esfuerzo. Sin lugar a duda mi percepción como aprendíz y también como expositor han cambiado, en gran parte fue gracias a los errores que cometí y a la retroalimentación recibida por los profesores.

Referencias

Carlos Alberto Aray Andrade, R. C. M., Orlando Francisco Párraga Quijano. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, *4*(1), 20-31.

Coneval. (2024). *Coneval.* https://www.coneval.org.mx/Medicion/Documents/Lineas_de_Pobreza_por_Ingresos/Lineas_de_Pobreza_por_Ingresos_ene_2024.pdf

Gil, J. A. C. (2019). *Situación de la educación en México.* https://www.iberofam.org/blog/situacion-de-la-educacion-en-mexico/

Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, *14*(2), 198-214. https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751

Kline, M. (1998). *El fracaso de la matemática moderna, Por qué Juanito no sabe sumar* (18a ed.). siglo veintiuno editores.

Manim Community. (2024). *Manim Community.* https://www.manim.community/

Mesón, Á. (2023). *Animaciones prográmicas con Manim como soporte a la docencia universitaria.* https://ebuah.uah.es/dspace/handle/10017/55831

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (15a ed.). Editorial Trillas.

Ramírez, C. A. (2015). Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica 10. *Revista Elementos*, *5*, 65-78. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5179413

Secretaría de Educación Pública. (2024). *Conoce tus libros.* https://conocetuslibros.sep.gob.mx/conoce

Vega, J. C. V. (2015). Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno e-Learning: un estudio de caso de la Universidad Manuela Beltrán Virtual. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, *79*, 172-185. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-81602015000200011