

Abbildungsverzeichnis

1	Schaltbild eines Durchlassfilters	3
2	Schaltbild eines Sperrfilters mit zusätzlichen Widerständen	5
3	Schaltbild eines Sperrfilters	5
4	Fotos der Versuchsaufbauten	6
5	Plot der Messdaten des Durchlassfilters	7

1 Vorwort

Macht Udo

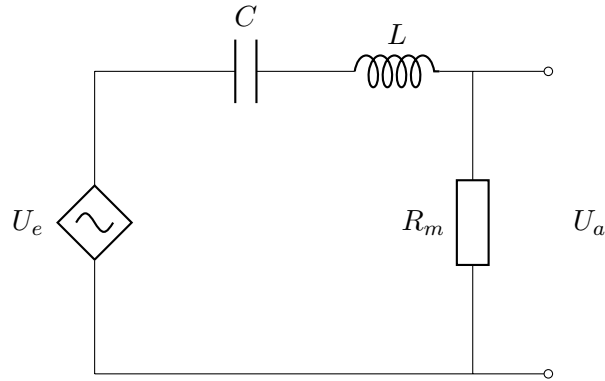


Abbildung 1: Schaltbild eines Durchlassfilters

2 Theoretische Betrachtung

2.1 Durchlassfilter

Ein Durchlassfilter ist eine Reihenschaltung aus Kondensator, Spule und Widerstand. (s. Abb. ??)

Mit den Kirchhoffschen Regeln und $U = Z \cdot I$ gilt:

$$U_a = \frac{R}{R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \cdot U_e \quad (1)$$

$$\Rightarrow |U_a| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cdot |U_e| \quad (2)$$

Bei der Frequenz

$$\omega = \omega_R = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (3)$$

wird $|U_a| = |U_e|$, d.h. die Wechselspannung $U_e(\omega_R)$ wird vollständig durchgelassen, während alle anderen Frequenzen abgeschwächt werden. Setzt man nun

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

und löst die quadratische Gleichung, ergibt sich die Bedingung

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_R^2} \quad (5)$$

Berechnet man nun die Frequenzbreite $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, ergibt sich

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \quad (6)$$

, d.h. bei kleineren Widerständen ergeben sich 'schärfere' Peaks.

Diese Betrachtung nimmt an, dass der Ohmsche Widerstand der Spule vernachlässigbar ist, was in der Praxis jedoch nicht immer der Fall ist. Wenn die Spule einen Widerstand R_L besitzt, ändert sich Gleichung (2) zu

$$\Rightarrow |U_a| = \frac{R}{\sqrt{(R + R_L)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot |U_e| \quad (7)$$

also wird die Wechselspannung U_e selbst bei der Resonanzfrequenz nicht vollständig durchgelassen.

2.2 Sperrfilter

Beim Sperrfilter werden die Spule und der Kondensator nun parallel geschaltet. (hier Schaltbild einfügen) Analog zum Durchlassfilter ergibt sich nun

$$U_a = \frac{R}{R - i\frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}}} \cdot U_e \quad (8)$$

$$\Rightarrow |U_a| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}} \cdot |U_e| \quad (9)$$

Bei der Resonanzfrequenz (3) geht nun $|U_a| \rightarrow 0$, d.h. die Frequenz ω_R wird blockiert, während andere Frequenzen durchgelassen werden.

Berechnet man hier die Frequenzbreite analog zu (4) und (5) ergibt sich:

$$\Delta\omega = \frac{1}{RC\sqrt{1 - (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})^2}} \quad (10)$$

Hier ergeben also größere Widerstände 'schärfere' Peaks.

Auch hier kann man der Spule einen Widerstand R_L zuweisen, außerdem wurde ein nicht weiter spezifizierter zusätzlicher Widerstand R_{zus} eingefügt. Siehe Abb. 2 auf Seite 5.

Der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung aus Spule und Kondensator ist dann:

$$Z_{SK} = \frac{1}{\frac{1}{R_L + i\omega L} + i\omega C} \quad (11)$$

Der Gesamtwiderstand der Schaltung kann nun geschrieben werden als

$$Z_{SK} + R_{zus} + R = \frac{\gamma R_L - i\omega\gamma[C\gamma - L]}{R_L^2 + \omega^2[C\gamma - L]^2} + R_{ges} \quad (12)$$

mit $\gamma = R_L^2 + \omega^2 L^2$ und $R_{ges} = R + R_{zus}$

Analoges Vorgehen zu (1) und (2) liefert schließlich:

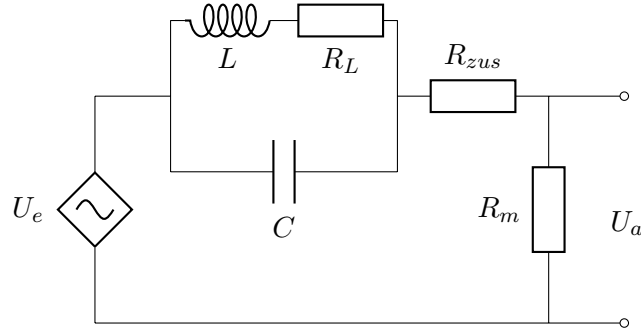


Abbildung 2: Schaltbild eines Sperrfilters mit zusätzlichen Widerständen

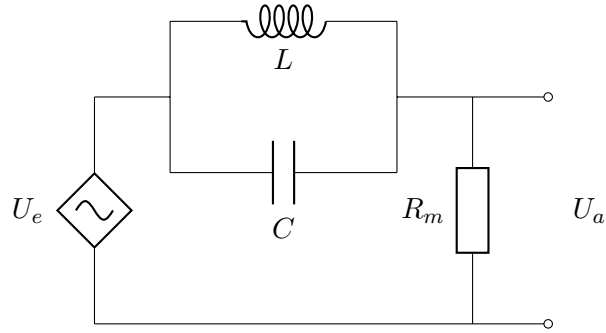


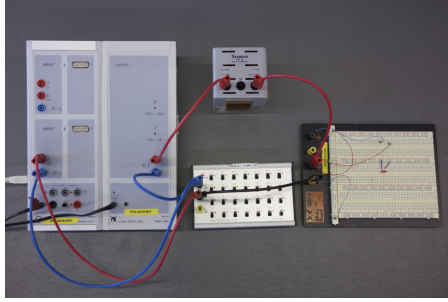
Abbildung 3: Schaltbild eines Sperrfilters

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{R\beta}{\sqrt{(\gamma R_L + R_{ges}\beta)^2 + \gamma^2 \epsilon^2}} \quad (13)$$

mit $\gamma = R_L^2 + \omega^2 L^2$, $\epsilon = \omega[C\gamma - L]$, $\beta = R_L^2 + \epsilon^2$

Einsetzen der Substitutionen und Ausschreiben liefert dann folgende Gleichung, die für die Theoriekurven in Abb. REFERENZ SPERRFILTER verwendet wurde.

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{R \left(R_L^2 + \omega^2 [C (R_L^2 + \omega^2 L^2) - L]^2 \right)}{\sqrt{(R_L^2 + \omega^2 L^2) R_L + R_{ges} \{ R_L^2 + \omega^2 [C (R_L^2 + \omega^2 L^2) - L]^2 \}^2 + (R_L^2 + \omega^2 L^2)^2 \omega^2 [C (R_L^2 + \omega^2 L^2) - L]}} \quad (14)$$



(a) Durchlassfilter



(b) Sperrfilter

Abbildung 4: Fotos der Versuchsaufbauten

3 Versuchsdurchführung

Nach einigen Messversuchen

Der Schaltkreis hat $2,7 \text{ Ohm} + \text{dem Messwiderstand}$.

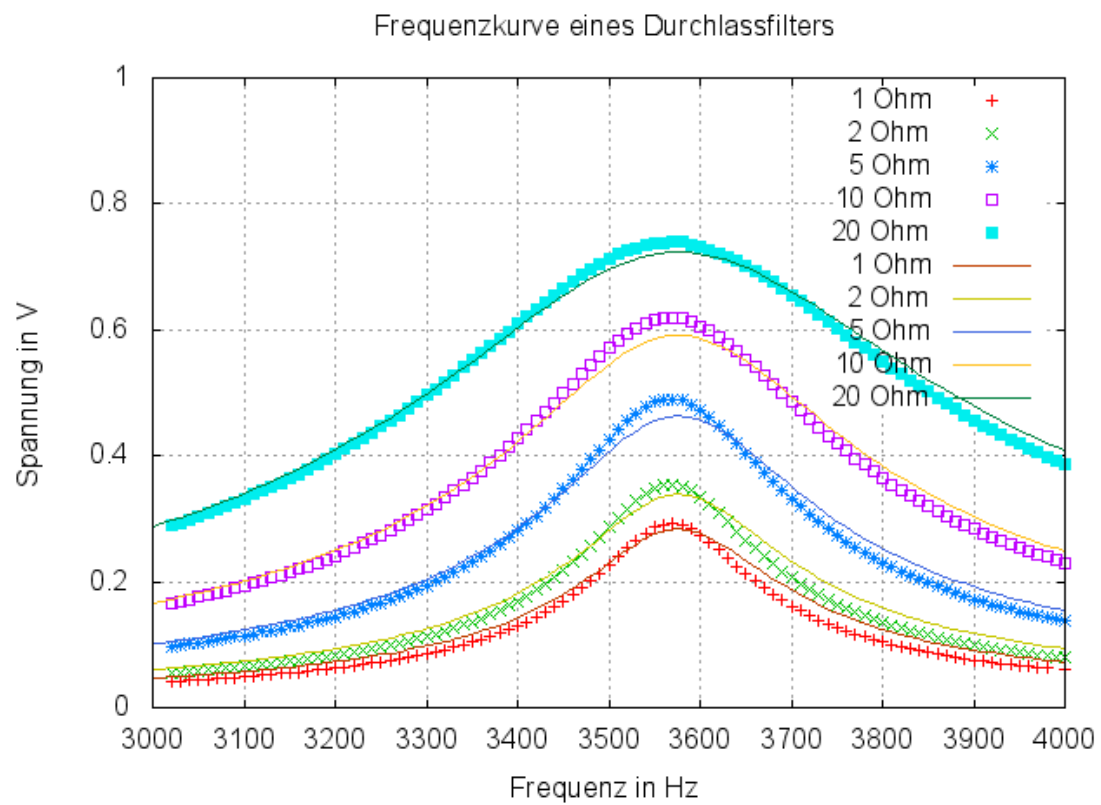


Abbildung 5: Plot der Messdaten des Durchlassfilters

4 Diskussion der Ergebnisse