



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH **ústav automatizace**  
TECHNOLOGIÍ **a měřicí techniky**

## LABORATORNÍ ÚLOHA

# Měření ionizujícího záření

AUTOR 1:	Václav Horáček (256296)
AUTOR 2:	Jan Holík (256295)
ROČNÍK:	3
PŘEDMĚT:	Snímače
DATUM:	14.10.2025
MĚŘÍCÍ PODMÍNKY:	$T = 21.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , $p = 992.0\text{ hPa}$ , $\phi = 37.3\text{ }%$

## OBSAH

<b>Zadání</b>	<b>4</b>
<b>Úkol 1 - Základní dozimetrická měření</b>	<b>5</b>
Teoretický rozbor . . . . .	5
Postup měření . . . . .	5
Naměřené hodnoty . . . . .	5
Zpracované výsledky měření . . . . .	6
Závěr . . . . .	6
<b>Úkol 2 - Impulzová charakteristika GM trubice</b>	<b>7</b>
Teoretický rozbor . . . . .	7
Postup měření . . . . .	7
Naměřené hodnoty . . . . .	7
Zpracované výsledky měření . . . . .	8
Závěr . . . . .	8
<b>Úkol 3 - Mrtvá doba GM trubice</b>	<b>9</b>
Teoretický rozbor . . . . .	9
Postup měření . . . . .	9
Naměřené hodnoty . . . . .	9
Zpracované výsledky měření . . . . .	10
Závěr . . . . .	10
<b>Úkol 4 - Vliv stínící přepážky</b>	<b>11</b>
Teoretický rozbor . . . . .	11
Postup měření . . . . .	11
Naměřené hodnoty . . . . .	11
Zpracované výsledky měření . . . . .	11
Závěr . . . . .	13
<b>Úkol 5 - Hmotnostní koeficient útlumu</b>	<b>14</b>
Teoretický rozbor . . . . .	14
Postup měření . . . . .	15
Naměřené hodnoty . . . . .	15
Zpracované výsledky měření . . . . .	15
Závěr . . . . .	17
<b>Úkol 6 - Nejistota určení hustoty</b>	<b>18</b>
Teoretický rozbor . . . . .	18

Postup měření . . . . .	18
Naměřené hodnoty . . . . .	19
Zpracované výsledky měření . . . . .	19
Závěr . . . . .	21
<b>Úkol 7 - Závislost počtu pulzů na hustotě Cs-137</b>	<b>22</b>
Teoretický rozbor . . . . .	22
Postup měření . . . . .	22
Naměřené hodnoty . . . . .	22
Zpracované výsledky měření . . . . .	22
Závěr . . . . .	23
<b>Závěr</b>	<b>24</b>
<b>Seznam použitých přístrojů</b>	<b>25</b>

## Zadání

1. Body zadání 1.-6. realizujte s  $\beta$ -zářiči Sr-90. Proveďte základní dozimetrická měření:
  - (a) Změřte hodnotu přirozeného pozadí ionizujícího záření pomocí dozimetru Gamma-Scout.
  - (b) Zvýšené hodnoty záření způsobené  $\beta$ -zářičem během laboratorního cvičení pomocí dozimetru Gamma-Scout.
  - (c) V tabulce přehledně porovnejte hodnoty naměřené dozimetrem s hodnotami odpovídajícími hygienickým limitům.
2. Proměřte impulzovou charakteristiku GM trubice, určete délku „plateau“ a jeho strmost.
3. Určete mrtvou dobu GM trubice, napájecí napětí volte ze středu plateau, porovnejte výsledky získané metodou dvou zářičů a přímým měřením na osciloskopu.
4. Určete vliv stínící přepážky při měření závislosti  $I = f(d)$ , kde  $d$  je tloušťka materiálu. Závislost vynesete do grafu. Určete součinitel zeslabení  $\mu$  a polotloušťku  $d_{1/2}$ .
5. Určete hmotnostní koeficient útlu  $\mu_m$  charakterizující útlum ionizujícího záření v předložených materiálech, porovnejte hodnotu získanou výpočtem pro každý materiál s hodnotou stanovenou z grafu závislosti funkce intenzity plošné hustotě.
6. Stanovte nejistotu určení hustoty pro jeden materiál.
7. S  $\gamma$ -zářičem Cs-137 změřte četnost impulzů pro sadu vzorků s různou hustotou a porovnejte závislost počtu pulzů na hustotě s měřením s  $\beta$ -zářičem z bodu 5.

## Úkol 1 - Základní dozimetrická měření

Kapitola vychází ze zdroje [1] a [4].

### Teoretický rozbor

Nuklidy jsou atomy u nichž není podstatný elektronový obal. Počet neutronů v jádře rozhoduje o stabilitě nuklidu. Buď je stabilní, a nebo tzv. radionuklid. Nuklidy se stejným počtem protonů, ale rozdílným počtem neutronů se nazývají izotopy.

Druhy ionizujícího záření [1]:

1.  $\alpha$ -záření - Tvořené jádru helia. Při průchodu prostředím ztrácí velmi rychle energii, proto urazí jen několik milimetrů.
2.  $\beta$ -záření - Tvořené elektrony nebo pozitrony. Při průchodu prostředím ztrácí energii pomaleji než  $\alpha$ -částice, proto urazí větší vzdálenost (několik metrů).
3.  $\gamma$ -záření - Nenese náboj. Nejpronikavější druh záření (způsobuje popáleniny, rakovinu,...). Ke stínění se používá olovo.

Systém limitů pro omezování ozáření [4]:

- Obecné limity radiační ochrany - 1 mSv za rok
- Limity pro radiační pracovníky - 50 mSv za rok
- Limity pro učně a studenty - 6 mSv za rok

### Postup měření

1. Pomocí dozimetru Gamma-Scout bylo změřeno přirozené pozadí ionizujícího záření.
2. Následně byly změřeny zvýšené hodnoty záření způsobené  $\beta$ -zářičem Sr-90 v laboratorním přípravku.

### Naměřené hodnoty

Tabulka 1: Naměřené hodnoty ionizujícího záření pomocí dozimetru Gamma-Scout

Umístění zářiče	Olověný kryt	Laboratorní přípravek
Dose Rate[ $\mu$ Sv/h]	0.160	44.6

## Zpracované výsledky měření

$t$  - doba expozice = 3 h

$$H_{T_{vyp}} = \text{Dose Rate}_{\text{přip}} \cdot t = 44.6 \cdot 3 = 133.8 \mu\text{Sv} \quad (1)$$

Tabulka 2: Porovnání naměřených hodnot s limitními

	Obecné lim.	Radiační prac.	Učni studenti
$H_{Tlim}[\text{mSv}]$	1	50	6
$H_{T_{vyp}}[\text{mSv}]$	0.134	0.134	0.134

## Závěr

Byla změřena hodnota ionizujícího záření při umístění zářiče v olověném krytu 0,160  $\mu\text{Sv}$  a v laboratorním přípravku 44,6  $\mu\text{Sv}$ . Z toho je jasně patrné, že olověný kryt velmi účinně stíní ionizující záření. Dále jsme spočítali hodnotu záření, kterému jsme byli vystaveni za dobu měření (3 hodiny), která činí 133,8  $\mu\text{Sv}$ . Tato hodnota je výrazně nižší než obecný limit radiační ochrany (1 mSv za rok), limit pro radiační pracovníky (50 mSv za rok) a limit pro učně a studenty (6 mSv za rok). Z toho vyplývá, že měření bylo provedeno v bezpečných podmínkách a nedošlo k překročení stanovených limitů.

## Úkol 2 - Impulzová charakteristika GM trubice

Kapitola vychází ze zdroje [1].

### Teoretický rozbor

Geiger-Müllerova (GM) trubice je zařízení používané k detekci ionizujícího záření. Levná a jednoduchá. Impulsní charakteristika G-M čítače je závislost počtu detekovaných impulsů na napětí přiváděném k trubici.  $U_P$  - napětí u něhož je počet pulzů téměř nezávislý na napětí.  $U_k$  - koncové napětí. Mezi  $U_P$  a  $U_k$  je oblast zvaná plateau, kde je počet pulzů téměř konstantní. Strmost stoupání a délka plateau určují kvalitu GM trubice[1].

### Postup měření

1. Nejprve bylo zapnuto napájení přípravku.
2. Následně pomocí stínících fólií byla nastavena četnost impulsů na 180-220 za minutu při napětí 600 V.
3. Bylo zjištěno napětí  $U_S$
4. V rozsahu od  $U_S$  do 750 V byla měřena četnost impulsů po dobu 1 minuty.

### Naměřené hodnoty

$$U_S = 405 \text{ V}$$

Tabulka 3: Naměřené hodnoty impulsové charakteristiky GM trubice

U[V]	410	430	450	470
N[pulzů/min]	45	486	1296	4780
U[V]	490	510	560	610
N[pulzů/min]	10354	10955	11292	11379
U[V]	660	710	760	X
N[pulzů/min]	11622	12117	13458	X

## Zpracované výsledky měření

Z grafu jsme určili  $U_p$  a  $U_k$ :

$$U_p = 510 \text{ V}$$

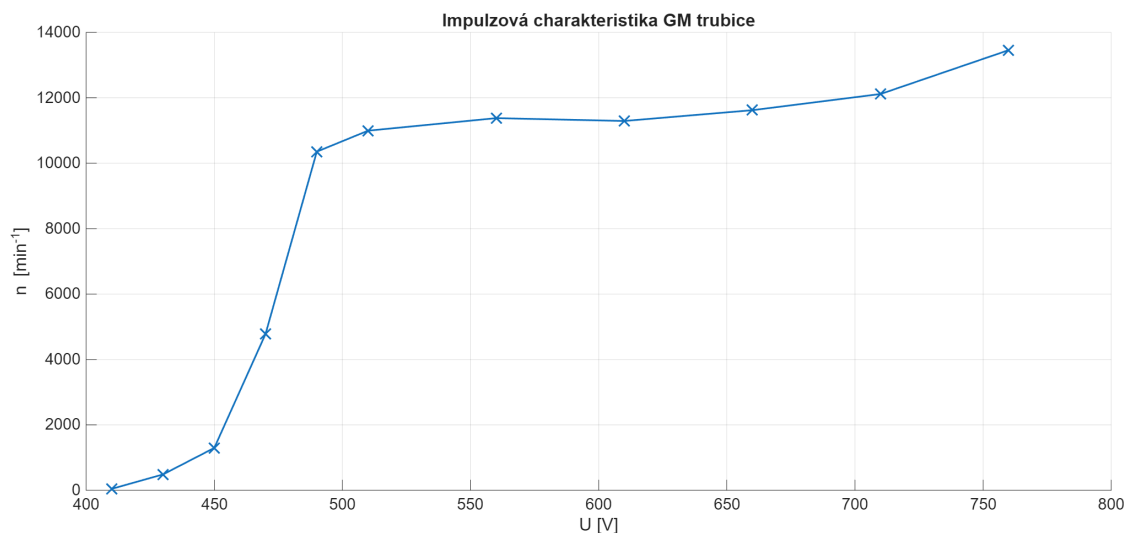
$$U_k = 710 \text{ V}$$

Délka plateau:

$$U_{\text{plateau}} = U_k - U_p = 710 - 510 = 200 \text{ V} \quad (2)$$

Strmost plateau:

$$S = \frac{N_2 - N_1}{(N_2 + N_1)/2} \cdot 100 = \frac{12117 - 10955}{(12117 + 10955)/2} \cdot 100 = 0.05\%/V \quad (3)$$



Obrázek 1: Impulzová charakteristika GM trubice

## Závěr

Z naměřených hodnot byl vytvořen graf impulsové charakteristiky GM trubice. Z grafu byla určena napětí  $U_p = 510 \text{ V}$  a  $U_k = 710 \text{ V}$ . Dále byla spočtena délka plateau, která činí 200 V, a strmost plateau, která je 0,05 %/V. Tyto hodnoty nám poskytují informace o kvalitě GM trubice a její schopnosti detekovat ionizující záření v daném napětovém rozsahu.



## Úkol 3 - Mrtvá doba GM trubice

Kapitola vychází ze zdroje [1].

### Teoretický rozbor

Mrtvá doba  $t_u$  je časový úsek, ve kterém detektor není schopen registrovat záření. Obvykle 100-500  $\mu$ s. Pokud  $t_u \ll$  platí [1]:

$$t_u = \frac{N_1 + N_2 - N_{12}}{2N_1N_2} \text{ [s]} \quad (4)$$

### Postup měření

1. Jeden  $\beta$ -zářič byl umístěn do laboratorního přípravku a byla provedena 3 nezávislá měření impulzů.
2. Následně k němu byl přidán druhý  $\beta$ -zářič a provedena 3 nezávislá měření impulzů.
3. Nakonec byl odebrán první  $\beta$ -zářič a provedena 3 nezávislá měření impulzů druhého  $\beta$ -zářiče.

### Naměřené hodnoty

Tabulka 4: Měření metodou dvou zářičů

Měření	1	2	3
$N_1$ [pulzů/min]	21397	21635	21651
$N_{12}$ [pulzů/min]	42056	42328	42309
$N_2$ [pulzů/min]	24503	24439	24434

## Zpracované výsledky měření

Měření bylo prováděno při napájecím napětí 600 V.

$$\overline{N}_1 = \frac{N_{1,1} + N_{1,2} + N_{1,3}}{3} = \frac{21397 + 21635 + 21651}{3} = 21561 \text{ pulzů/min} \quad (5)$$

Pro přepočet na pulzy za sekundu podělíme 60:

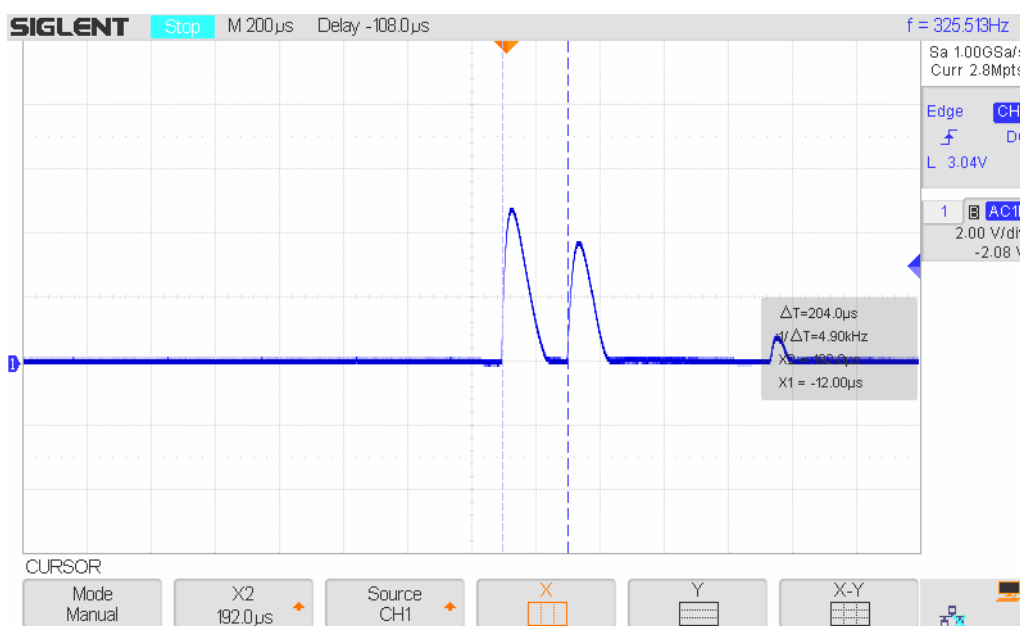
$$\overline{N}_1 = 359.35 \text{ pulzů/s}$$

$$\overline{N}_{12} = 703.85 \text{ pulzů/s}$$

$$\overline{N}_2 = 407.64 \text{ pulzů/s}$$

Mrtvá doba:

$$t_{uvyp} = \frac{\overline{N}_1 + \overline{N}_2 - \overline{N}_{12}}{2\overline{N}_1\overline{N}_2} = \frac{359.35 + 407.64 - 703.85}{2 \cdot 359.35 \cdot 407.64} = 226.5 \text{ } \mu\text{s} \quad (6)$$



Obrázek 2: Mrtvá doba změřená na osciloskopu

$$t_{umer} = 204 \text{ } \mu\text{s}$$

## Závěr

Metodou dvou zářičů byla změřena mrtvá doba GM trubice, která činí 226,5  $\mu\text{s}$ . Pro porovnání byla také změřena mrtvá doba přímo na osciloskopu, která je 204  $\mu\text{s}$ . Naměřené hodnoty jsou si velmi podobné. Rozdíl mezi vypočtenou a naměřenou hodnotou může být způsoben nepřesností metody a tolerancemi přístrojů.

## Úkol 4 - Vliv stínící přepážky

Kapitola vychází ze zdroje [1].

### Teoretický rozbor

Absorpce u  $\beta$ -záření i u  $\gamma$ -záření je popsána vztahem:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad [s^{-1} \cdot m^{-2}] \quad (7)$$

Součinitel zeslabení  $\mu$  je popsán vztahem:

$$\mu = \mu_m \cdot \rho \quad [m^{-1}; m^2 \cdot kg^{-1}, kg \cdot m^{-3}] \quad (8)$$

$\gamma$ -záření narozdíl od  $\beta$ -záření klesá asymptoticky k nule. K charakterizování záření slouží polotloušťka  $d_{1/2}$ . Ta je definována jako tloušťka materiálu, při které intenzita klesne na polovinu původní hodnoty. Polotloušťka je dána vztahem[1]:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad [m; m^{-1}] \quad (9)$$

### Postup měření

1. Zářič byl ponechán v laboratorním přípravku a změřila se četnost impulzů bez stínící přepážky.
2. Následně byla přidána jedna stínící přepážka a změřila se četnost impulzů.
3. Tento postup byl opakován až do přidání 10 stínících přepážek.

### Naměřené hodnoty

Tloušťka jedné stínící přepážky  $d = 0.2 \text{ mm} = 0.0002 \text{ m}$

### Zpracované výsledky měření

Z rovnice proložené funkce lze určit součinitel zeslabení  $\mu = 1035 \text{ m}^{-1}$ .

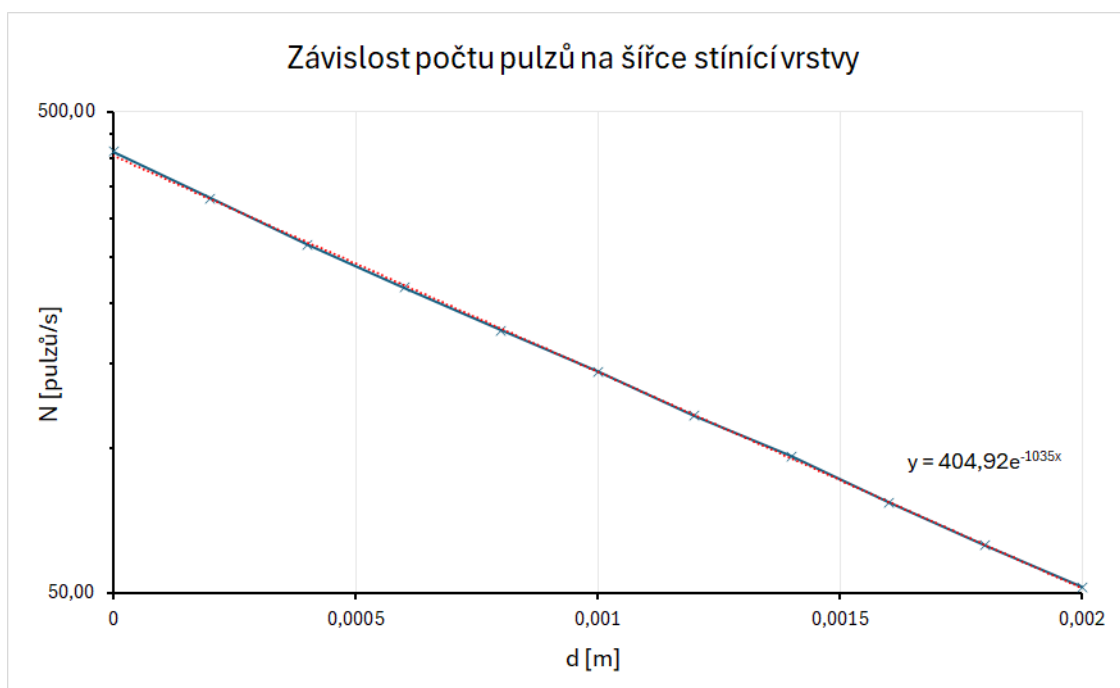
Z toho jsme schopni vypočítat polotloušťku:

Tabulka 5: Naměřené hodnoty závislosti impulzů na počtu stínících přepážek

Počet vzorků	0	1	2	3
N[pulzů/min]	24785	19798	15853	12912
Počet vzorků	4	5	6	7
N[pulzů/min]	10535	8636	6994	5765
Počet vzorků	8	9	10	X
N[pulzů/min]	4624	3771	3089	X

Tabulka 6: Přepočtené hodnoty závislosti impulzů na šířce stínící přepážky

d[m]	0	0.0002	0.0004	0.0006
N[pulzů/s]	413.08	329.97	264.22	215.20
d[m]	0.0008	0.0010	0.0012	0.0014
N[pulzů/s]	175.58	143.93	116.57	96.08
d[m]	0.0016	0.0018	0.0020	X
N[pulzů/s]	77.07	62.85	51.48	X



Obrázek 3: Závislost počtu pulzů na šířce stínící vrstvy

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{1035} = 6.7 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (10)$$

**Závěr**

V této úloze byla změřena závislost počtu pulzů na šířce stínící přepážky. Z naměřených hodnot byl vytvořen graf, ze kterého byl určen součinitel zeslabení  $\mu$ , který činí  $1035 \text{ m}^{-1}$ . Dále byla spočtena polotloušťka  $d_{1/2}$ , která vyšla  $6.7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ .

## Úkol 5 - Hmotnostní koeficient útlumu

Kapitola čerpá ze zdroje [1].

### Teoretický rozbor

Při měření ionizujícího záření je možné pozorovat následující exponenciální závislost:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot h} \quad [\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (11)$$

$I$  – hustota částic dopadajících kolmo na danou vrstvu  $[\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$

$I_0$  – počáteční hustota částic

$\mu$  – lineární součinitel zeslabení

$h$  – tloušťka vrstvy

Tato rovnice vyjadřuje závislost hustoty částic na tloušce vrstvy násobeným lineárním součinitelem zeslabení  $\mu$ . Tato konstanta určuje velikost útlumu, který působí na záření po průchodu absorbní vrstvou.

Tento parametr se dá měřit pomocí měření četnosti pulzů GM trubice v závislosti na měnící se tloušce vrstvy jako v přechozím úkolu, nicméně se rovnice dá upravit i na tento tvar:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot h} = I_0 \cdot e^{-\mu_m \cdot \rho \cdot h} = I_0 \cdot e^{-\mu_m \cdot \sigma} \quad [\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (12)$$

Nyní je nezávislá proměnná plošná hustota  $\sigma$ , která je násobená konstantou  $\mu_m$ , což je hmotnostní koeficient útlumu, který je v našem případě konstanta závislá na objemové hustotě materiálu  $\rho$  a součiniteli zeslabení  $\mu$ . Z úpravy rovnic lze pozorovat vztah:

$$\mu = \mu_m \cdot \rho \quad [\text{m}^{-1}; \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}, \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (13)$$

Pro určení hmotnostního koeficientu útlumu je nutné určit rozměry, hmotnost a pulzy GM trubice za minutu.

## Postup měření

1. Vložení  $\beta$  zářiče do měřicí polohy.
2. Změření rozměrů vzorků pomocí posuvného měřítka.
3. Změření hmotnosti každého vzorku pomocí precizní váhy.
4. Vložení vzorku do mezi zářič a GM trubici.
5. Změření počtu pulzů za minutu pro jednotlivé vzorky.
6. Zpracování dat a výpočet žádaných veličin.

## Naměřené hodnoty

Tabulka 7: Naměřené rozměry, hmotnosti a počty pulzů za minutu pro uvedené vzorky

Vzorek	$a[\text{mm}]$	$b[\text{mm}]$	$h[\text{mm}]$	$m[\text{g}]$	$n[\text{min}^{-1}]$
1	128.6	98.10	0.2000	3.130	19560
2	149.9	100.0	2.500	49.52	1840
3	119.4	99.90	1.000	20.00	7139
4	150.4	100.3	1.150	39.98	3442
5	101.2	100.4	3.500	34.36	1801
6	98.60	101.1	11.30	69.11	90
7	117.0	116.9	38.73	15.12	13300

## Zpracované výsledky měření

Pro nalezení  $\mu_m$  je možné nahradit rovnici[11] pomocí vztahu:

$$n = f(\sigma) = n_0 \cdot e^{-\mu \cdot h} = n_0 \cdot e^{-\mu_m \cdot \sigma} \quad (14)$$

Nyní je nutné sestavit závislost pulzů GM trubice za sekundu  $n$  na plošné hustotě  $\sigma$  a získat rovnici exponenciálního proložení, kde v exponentu bude figurovat hmotnostní koeficient útluhu  $\mu_m$ .

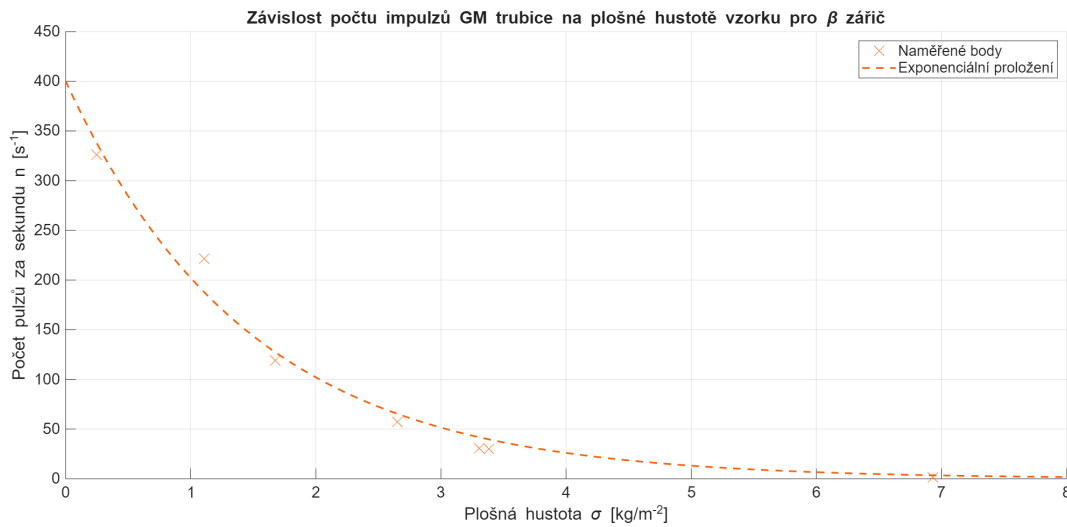
Ukázka výpočtu plošné hustoty pro vzorek č. 4:

$$V = a \cdot b \cdot c = 0.1504 \cdot 0.1003 \cdot 0.00115 = 1.734 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.03998}{1.734 \cdot 10^{-5}} = 2.306 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\sigma = \rho \cdot h = 2.306 \cdot 10^3 \cdot 0.00115 = 2.652 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

Po určení bodů charakteristiky byla pomocí programu MATLAB vynešena následující závislost:



Obrázek 4: Graf závislosti pulzů za sekundu na plošné hustotě pro  $\beta$  zářič

Pro aproximaci exponenciální funkce byla použita funkce `fit()` z toolboxu *Curve fitting toolbox*. Funkce z bodů určila aproximaci, ze které lze přibližně určit hmotnostní koeficient útlumu  $\mu_m$ :

$$n = 400.3 \cdot e^{-0.6836 \cdot \sigma} \rightarrow \boxed{\mu_m = 0.6836 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Pokud máme k dispozici aproximaci  $\mu_m$ , tak je možné aproximovat i linární součinitel zeslabení  $\mu$  pro jiné materiály:

$$\mu = \mu_m \cdot \rho = 0.6836 \cdot 2.306 \cdot 10^3 = 1.576 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$



Tabulka 8: Vypočtené objemy, plošné a objemové hustoty pro uvedené vzorky

Vzorek	1	2	3	4
$V[\text{m}^3]$	$2.522 \cdot 10^{-6}$	$3.738 \cdot 10^{-5}$	$1.193 \cdot 10^{-5}$	$1.734 \cdot 10^{-5}$
$\rho[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	$1.241 \cdot 10^{-3}$	$1.321 \cdot 10^3$	$1.677 \cdot 10^3$	$2.306 \cdot 10^3$
$\sigma[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}]$	0.2482	3.304	1.677	2.652
$n[\text{s}^{-1}]$	326.3	30.67	119.0	57.37
$\mu[\text{m}^{-1}]$	848.4	903.3	1146	1576
Vzorek	5	6	7	X
$V[\text{m}^3]$	$3.556 \cdot 10^{-5}$	$1.126 \cdot 10^{-4}$	$5.297 \cdot 10^{-4}$	X
$\rho[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	$9.662 \cdot 10^2$	$6.135 \cdot 10^2$	$2.854 \cdot 10^1$	X
$\sigma[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}]$	3.382	6.933	1.106	X
$n[\text{s}^{-1}]$	30.02	1.500	221.7	X
$\mu[\text{m}^{-1}]$	660.5	419.4	19.51	X

## Závěr

V tomto úkolu byl měřen koeficient hmotnostního útlumu pomocí exponenciální aproximace závislosti měřených pulzů za sekundu na plošné hustotě vzorku. Výsledná hodnota aproximace koeficientu je  $\mu_m = 0.6836 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Vhodné je také poznamenat rozdíl měřených koeficientů útlumu mezi měřením v úkolu 4 a úkolu 5. V úkolu 4 vyšel činitel pro vícero vzorků č. 1  $\mu = 1035 \text{ m}^{-1}$ , kdežto v úkolu 5 vyšla jeho aproximace  $\mu = 848.4 \text{ m}^{-1}$ . Možné příčiny rozdílu jsou vzduchové mezery mezi vzorky při měření 4. úkolu a volená měřicí metoda.

## Úkol 6 - Nejistota určení hustoty

V kapitole se vychází ze zdrojů [2], [3] a [5].

### Teoretický rozbor

Určení nejistoty objemové hustoty je určení nejistoty nepřímého měření, kdy je nejdříve nutné spočítat nejistoty měření objemu a hmotnosti vzorku.

Pro výpočet nejistoty byl vybrán vzorek č.4.



Obrázek 5: Vzorek č.4

Je nutné si určit koeficienty pro přepočet na Gaussovo rozdělení  $\chi$ . Koeficient pro převod měření pomocí bimodálního rozdělení měření posuvným měřítkem je  $\chi = \sqrt{2}$  a pro rovnoměrné rozdělení váhy je  $\chi = \sqrt{3}$ [2].

### Postup měření

1. Změření rozměrů vzorku pomocí posuvného měřítka.
2. Změření hmotnosti vzorku pomocí precizní váhy. Měření bylo opakováno desetkrát.
3. Určení váhovacích koeficientů pro vybrané měřicí metody.
4. Výpočet nejistoty přímých měření(rozměry, hmotnost).
5. Výpočet nejistoty nepřímých měření(objem, objemová hustota).

**Naměřené hodnoty**

Tabulka 9: Naměřené rozměry vzorku 4

a(délka)[mm]	b(šířka)[mm]	h(tloušťka)[mm]
150.4	100.3	1.150

Tabulka 10: Naměřené hmotnosti vzorku 5 pro vyhodnocení nejistoty typu A

Měření[-]	1	2	3	4	5
$m[g]$	39.18	39.19	39.16	39.16	39.17
Měření[-]	6	7	8	9	10
$m[g]$	39.17	39.15	39.16	39.20	39.17

**Zpracované výsledky měření**

Pro určení nejistoty objemu je nutné určit nejistoty měření rozměrů posuvným měřítkem. Výrobce udává maximální chybu  $\Delta_a = 5 \cdot 10^{-5}$  m.

$$u_B[a] = \frac{\Delta_a}{\chi} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{2}} = 7.212 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$u_B[b] = \frac{\Delta_b}{\chi} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{2}} = 7.212 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$u_B[h] = \frac{\Delta_h}{\chi} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{2}} = 7.212 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Jelikož se při měření rozměrů posuvným měřítkem neprojeví stochastické jevy, tak je možné usoudit, že:  $u_A \approx 0$ . Tudíž  $u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \approx u_C = u_B$ .

Nejistota objemu vzorku je tedy:

$$u_C[V] = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial a} \cdot u_C(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial b} \cdot u_C(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} \cdot u_C(h)\right)^2}$$

$$u_C[V] = \sqrt{(b \cdot h \cdot u_C(a))^2 + (a \cdot h \cdot u_C(b))^2 + (a \cdot b \cdot u_C(h))^2}$$

$$u_C[V] = \sqrt{(1.159 \cdot 10^{-4} \cdot 7.212 \cdot 10^{-2})^2 + (1.730 \cdot 10^{-4} \cdot 7.212 \cdot 10^{-2})^2 + \dots}$$

$$\frac{(1.510 \cdot 10^{-2} \cdot 7.212 \cdot 10^{-2})^2}{}$$

$$u_C[V] = \sqrt{(4.076 \cdot 10^{-7})^2 + (6.115 \cdot 10^{-7})^2 + (6.115 \cdot 10^{-9})^2}$$

$$u_C[V] = 5.331 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

Tabulka 11: Uncertainty budget pro určení objemu vzorku 5

Veličina	Hodnota	$\Delta_{MAX}$	$\chi$
$a[m]$	0.1504	$5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$\sqrt{2}$
$b[m]$	0.1003	$5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$\sqrt{2}$
$h[m]$	0.00115	$5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$\sqrt{2}$
Veličina	$u_A$	$\frac{\partial \rho}{\partial x_i}$	$u_c$
$a[m]$	0	$1.153 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$4.076 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$
$b[m]$	0	$1.730 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$6.115 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$
$h[m]$	0	$1.510 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$5.331 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$
$V = 1.734 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$		$u_C = 5.331 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$	

Aby bylo možné určit nejistotu objemové hustoty, tak je potřebné určit i nejistotu hmotnosti.

Pro nejistotu typu A je nutné spočítat průměrnou hmotnost.

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n m_i = \frac{1}{10} (0.03918 + \dots + 0.03917) = 0.03917 \text{ kg}$$

Výpočet nejistoty typu A[5]:

$$u_A[m] = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=0}^n (m_i - \bar{m})^2}$$

$$u_A[m] = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} ((0.03918 - 0.03917)^2 + \dots + (0.03917 - 0.03917)^2)}$$

$$u_A[m] = 4.819 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

Výpočet nejistoty typu B[2]:

$$u_B[m] = \frac{\Delta_m}{\chi} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 5.774 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

Výpočet nejistoty typu C[2]:

$$u_C[m] = \sqrt{u_A[m]^2 + u_B[m]^2} = \sqrt{(4.819 \cdot 10^{-6})^2 + (5.774 \cdot 10^{-6})^2} = 7.520 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

Po určení nejistot potřebných pro výpočet můžeme určit nejistotu měření objemové hustoty  $\rho$ [5]:

$$u_C[\rho] = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial V} \cdot u_C(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \cdot u_C(m)\right)^2}$$

$$u_C[\rho] = \sqrt{\left(\frac{-m}{V^2} \cdot u_C(V)\right)^2 + \left(\frac{1}{V} \cdot u_C(m)\right)^2}$$

$$u_C[\rho] = \sqrt{(-1.303 \cdot 10^8 \cdot 5.331 \cdot 10^{-7})^2 + (5.767 \cdot 10^4 \cdot 7.520 \cdot 10^{-6})^2}$$

$$u_C[\rho] = \sqrt{(-69.46)^2 + (0.4337)^2} = 69.46 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$$

Aby bylo možné uvádět výsledek s nejistotou, tak je nutné nejistotu vynásobit koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ [2].

$$U[\rho] = k_r \cdot u_C[\rho] = 2 \cdot 69.46 = 138.9 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$$

Nyní je nutné výsledek s nejistotou zaokrouhlit[3]:

$$\rho = \rho \pm U[\rho] = (2259 \pm 138.9) \text{ kg}\cdot\text{m}^3 \rightarrow \boxed{\rho = (2260 \pm 140) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}}$$

Tabulka 12: Uncertainty budget pro určení objemové hustoty vzorku 5

Veličina	Hodnota	$\Delta_{MAX}$	$\chi$
$V[\text{m}^3]$	$3.556 \cdot 10^{-5}$	X	X
$m[\text{kg}]$	$3.917 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$	$\sqrt{3}$
Veličina	$u_A$	$\frac{\partial \rho}{\partial x_i}$	$u_c$
$V[\text{m}^3]$	0	$-1.303 \cdot 10^8 \text{ kg}$	$-69.46 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$m[\text{kg}]$	$4.819 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$	$5.767 \cdot 10^4 \text{ m}^3$	$0.4337 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\rho = 2259 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$		$u_C = 69.46 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	

## Závěr

Po vypočtení nejistoty je zřejmé, že je měření značně nepřesné a výsledek je po zaokrouhlení nutné uvádět jako  $(2260 \pm 140) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Z velké části je nejistota tvořená nejistotou měření tloušťky vzorku pomocí posuvného měřítka, jelikož chyba měřidla přímo řádově zasahuje do měřené hodnoty. Pro přesnější měření je tedy nutné měřit rozměry přesnější metodou.

## Úkol 7 - Závislost počtu pulzů na hustotě Cs-137

Kapitola vychází ze zdroje [1].

### Teoretický rozbor

V přechozích měření byl využit  $\beta$  zářič, který vyzařuje elektronové záření.

Pro následující měření byl využit  $\gamma$  zářič, který vyzařuje  $\gamma$  záření, které je podstatně pronikavější a škodlivější[1].

Pokud je možné změřit četnost pulzů za minutu pro zadané vzorku, tak je podobně jako v úkolu 5 možné změřit hmotnostní koeficient útluhu  $\mu_m$ .

### Postup měření

1. Vložení  $\gamma$  zářiče do měřicí polohy.
2. Změření rozměrů vzorků pomocí posuvného měřítka.
3. Změření hmotnosti každého vzorků pomocí precizní váhy.
4. Vložení vzorku do mezi zářič a GM trubici.
5. Změření počtu pulzů za minutu pro jednotlivé vzorky.
6. Zpracování dat a výpočet žádaných veličin.

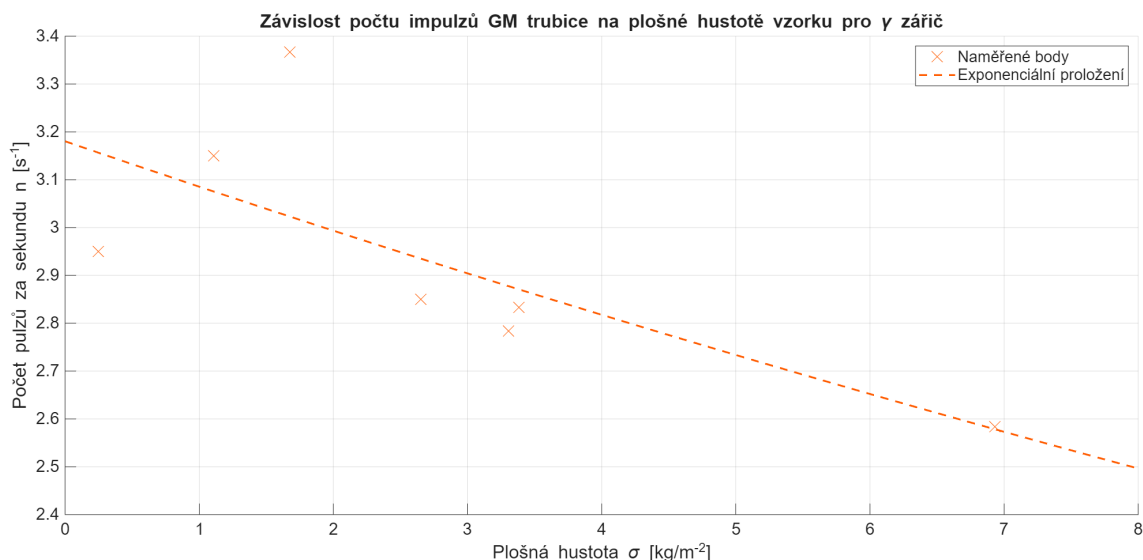
### Naměřené hodnoty

Tabulka 13: Naměřené počty pulzů za minutu při použití gamma zářiče pro určené vzorky

Vzorek	1	2	3	4	5	6	7
$n[\text{min}^{-1}]$	177	167	202	171	170	155	189

### Zpracované výsledky měření

Veškeré hodnoty objemů, objemových hustot a plošných hustot byly převzaty z úkolu 5. Po určení bodů charakteristiky byla pomocí programu MATLAB vynešena následující závislost:

Obrázek 6: Graf závislosti pulzů za sekundu na plošné hustotě pro  $\gamma$  zářič

Exponenciální aproximace:

$$n = 3.180 \cdot e^{-0.03027 \cdot \sigma} \rightarrow \boxed{\mu_m = 0.03027 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Tabulka 14: Vypočtené objemy, plošné a objemové hustoty pro uvedené vzorky

Vzorek	1	2	3	4
$V[\text{m}^3]$	$2.522 \cdot 10^{-6}$	$3.738 \cdot 10^{-5}$	$1.193 \cdot 10^{-5}$	$1.734 \cdot 10^{-5}$
$\rho[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	$1.241 \cdot 10^{-3}$	$1.321 \cdot 10^3$	$1.677 \cdot 10^3$	$2.306 \cdot 10^3$
$\sigma[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}]$	0.2482	3.304	1.677	2.652
$n[\text{s}^{-1}]$	2.950	2.783	3.367	2.850

Vzorek	5	6	7	X
$V[\text{m}^3]$	$3.556 \cdot 10^{-5}$	$1.126 \cdot 10^{-4}$	$5.297 \cdot 10^{-4}$	X
$\rho[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	$9.662 \cdot 10^2$	$6.135 \cdot 10^2$	$2.854 \cdot 10^1$	X
$\sigma[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}]$	3.382	6.933	1.106	X
$n[\text{s}^{-1}]$	2.833	2.583	3.150	X

## Závěr

Oproti  $\beta$  zářiči byl  $\gamma$  zářič méně aktivní, co se počtu pulzů GM trubice týče, nicméně  $\gamma$  bylo mnohem méně tlumeno vzorky a počet impulzů byl pro všechny vzorky řádově stejný.

Tuto skutečnost potvrzuje i hodnota hmotnostního koeficientu útlumu, která vyšla  $\mu_m = 0.03027 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## Závěr

V úkolu č. 1 byla měřená hodnota ionizujícího záření v okolí bez a v přítomnosti  $\beta$  zářiče. Hodnota záření, které jsme byli za měření vystaveni je  $0.134 \mu\text{Sv}$ , což je za 3 hodiny, které měření trvalo bezpečné, nicméně je třeba vyhýbat se delšímu vystavení.

Pro úkol č. 2 byla měřena impulzová charakteristika GM trubice, kdy se pro různá napájecí napětí měřil počet pulzů GM trubice buzených  $\beta$  zářičem. Délka plateau vycházela přibližně 200 V a její strmost 0.05%.

Určení mrtvé doby GM trubice vyšlo podobně pro metodu dvou zářičů i přímé změření osciloskopem, v obou případech přibližně 200  $\mu\text{s}$ .

V úkolu 4 byl z proložení závislosti tloušťky stínící přepážky odečten součinitel zeslabení  $\mu = 1035 \text{ m}^{-1}$  a byla spočtena polotloušťka  $6.7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ .

Hmotnostní koeficient útlumu  $\mu_m$  v úkolu číslo 5 vyšel  $\mu_m = 0.6836 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ . Součinitel zeslabení v tomto úkolu vyšel menší, konkrétně  $\mu = 848.4 \text{ m}^{-1}$ . Příčina rozdílu je pravděpodobně volba různých metod měření.

Rozšířená zaokrouhlená nejistota objemu pro vzorek č. 4 vyšla  $\pm 140 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , což je přibližně 5% vypočtené hustoty vzorku. Největší přínos do nejistoty je měření tenkého vzorku posuvným měřítkem.

Při měření hmotnostního koeficientu pro  $\gamma$  zářič vycházely počty pulzů GM trubice výrazně menší, ale díky průbojnosti záření bylo možné pozorovat podobný počet měřených impulzů na většině vzorků. Hmotnostní koeficient útlumu vyšel  $\mu_m = 0.03027 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ , což je podstatně menší než pro  $\beta$  zářič.



## Seznam použitých přístrojů

Tabulka 15: Seznam použitých přístrojů

Přístroj	Typ	Inventární číslo
Gamma Scout	Dozimetr	081149
Posuvné měřítko	Posuvné měřítko	COXT710416
Siglent SDS 1102X+	Digitální osciloskop	SDS1XECQ2R0903
EKS-4040-SL	Precizní váha	2021404009
Přípravky se snímači	Přípravky	X

## Reference

- [1] BENEŠ, P. A. K. *Návod k úloze 6 - Měření ionizujícího záření*. Ústav automatizace a měřicí techniky, Fakulta elektrotechniky a komunikační techniky, VUT, Brno, 2025. [cit. 25-10-2025].
- [2] PIKULA, S., AND MÁLEK, P. *Nejistoty měření*. Ústav automatizace a měřicí techniky, Fakulta elektrotechniky a komunikační techniky, VUT, Brno, 2025. [cit. 27-10-2025].
- [3] PIKULA, S., AND MÁLEK, P. *Uvádění nejistot a zaokrouhlování*. Ústav automatizace a měřicí techniky, Fakulta elektrotechniky a komunikační techniky, VUT, Brno, 2025. [cit. 27-10-2025].
- [4] SBÍRKA PŘEDPISŮ ČR. *Vyhláška Státního úřadu pro jadernou bezpečnost o radiční ochraně*. citace 307/2002 Sb.
- [5] ČEJKA, M. *Stručný úvod do problematiky nejistot měření*. Ústav automatizace a měřicí techniky, Fakulta elektrotechniky a komunikační techniky, VUT, Brno, 2024. [cit. 27-10-2025].