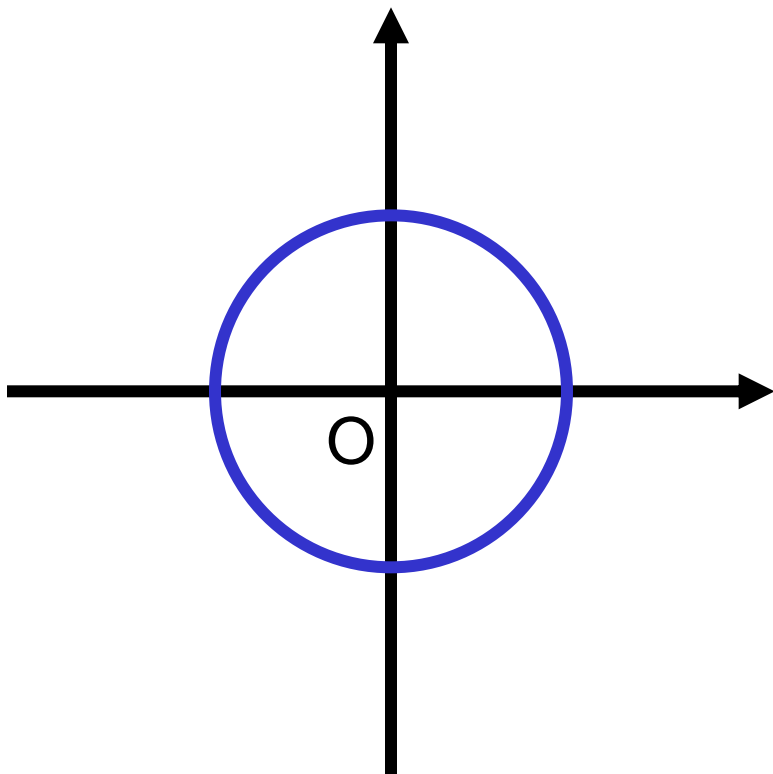


ĐỒ HỌA RASTER

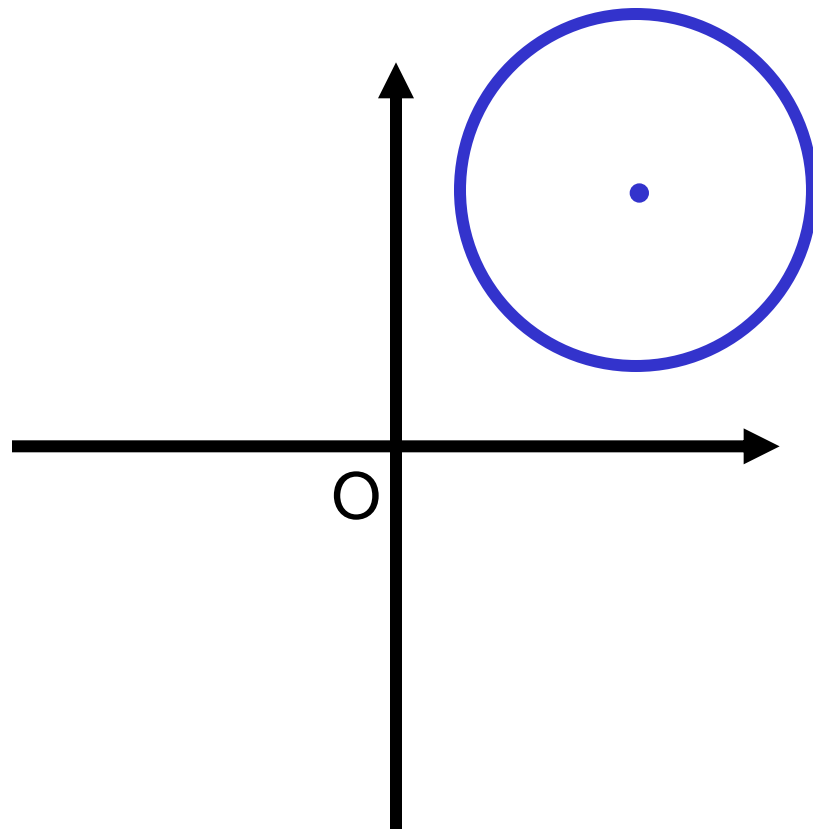
CÁC THUẬT TOÁN
VỀ ĐƯỜNG TRÒN

Phân loại đường tròn

đường tròn tâm O



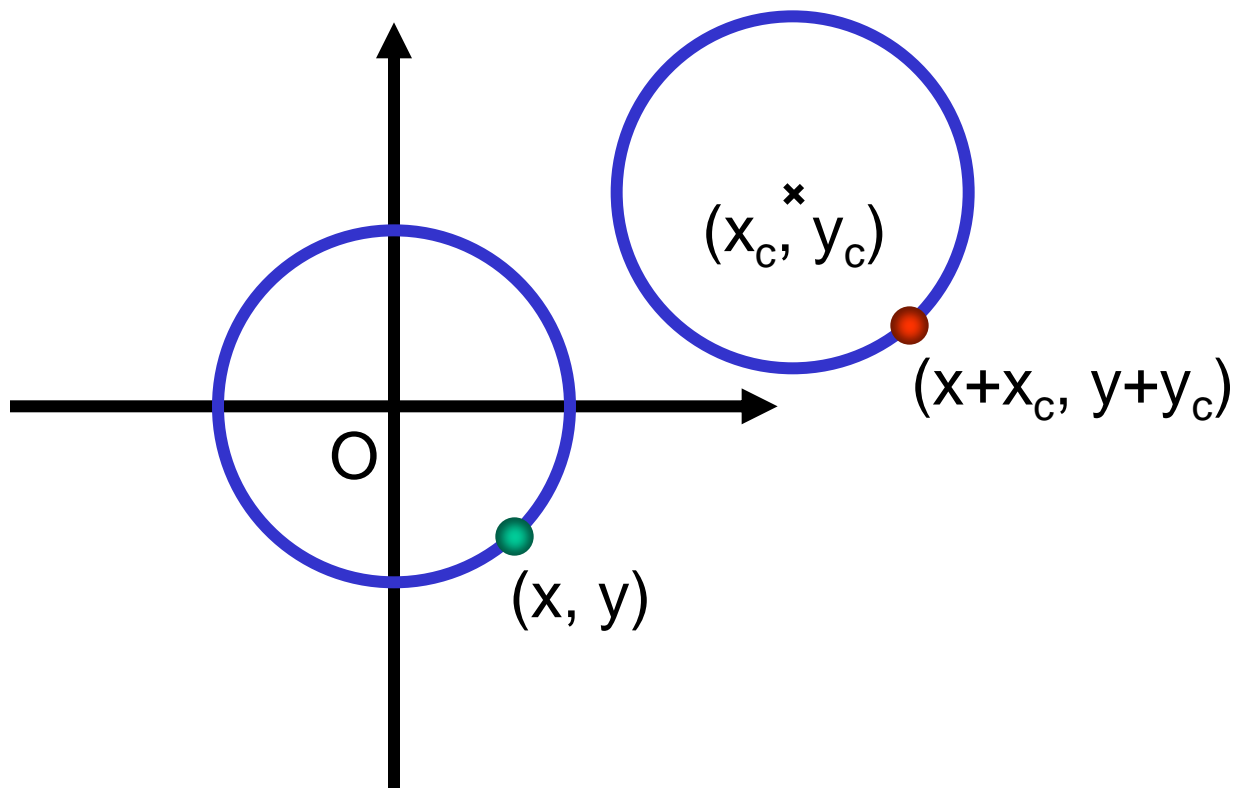
đường tròn tâm bất kỳ



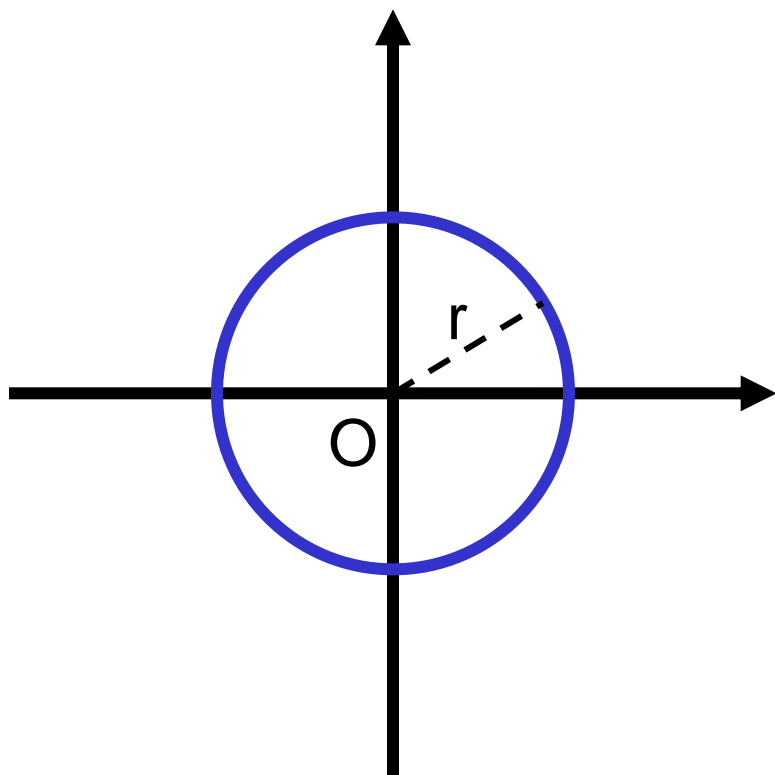
Ứng dụng phép tịnh tiến

Nếu (x, y) thuộc đường tròn tâm O

Thì $(x + x_c, y + y_c)$ thuộc đường tròn tâm (x_c, y_c)



Phương trình đường tròn

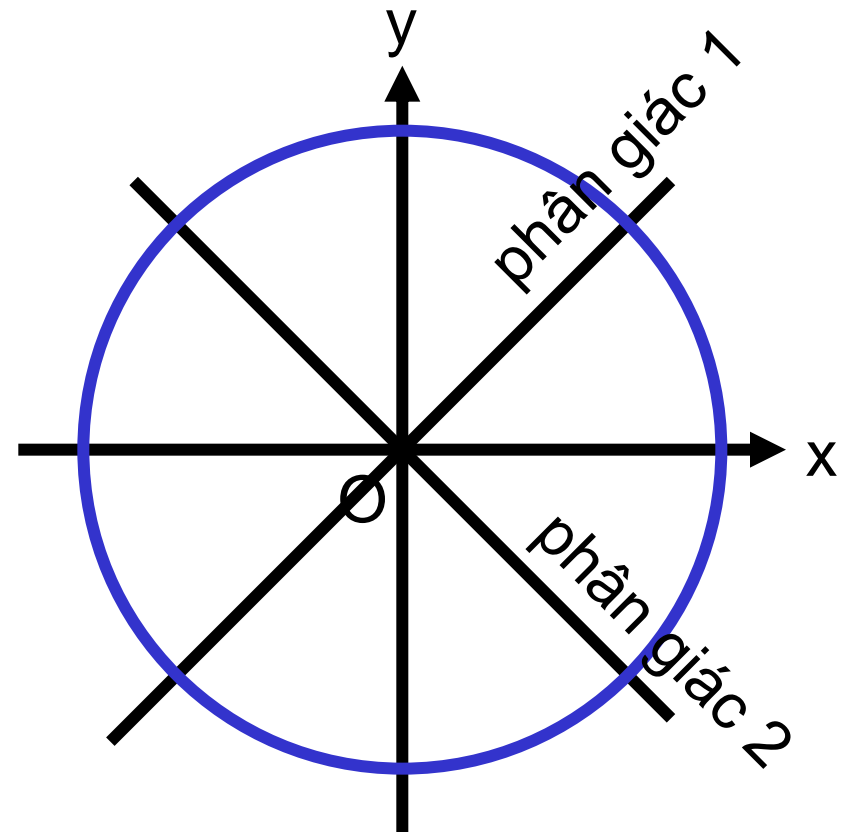


$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

Tính đối xứng

đường tròn có 4 trục đối xứng

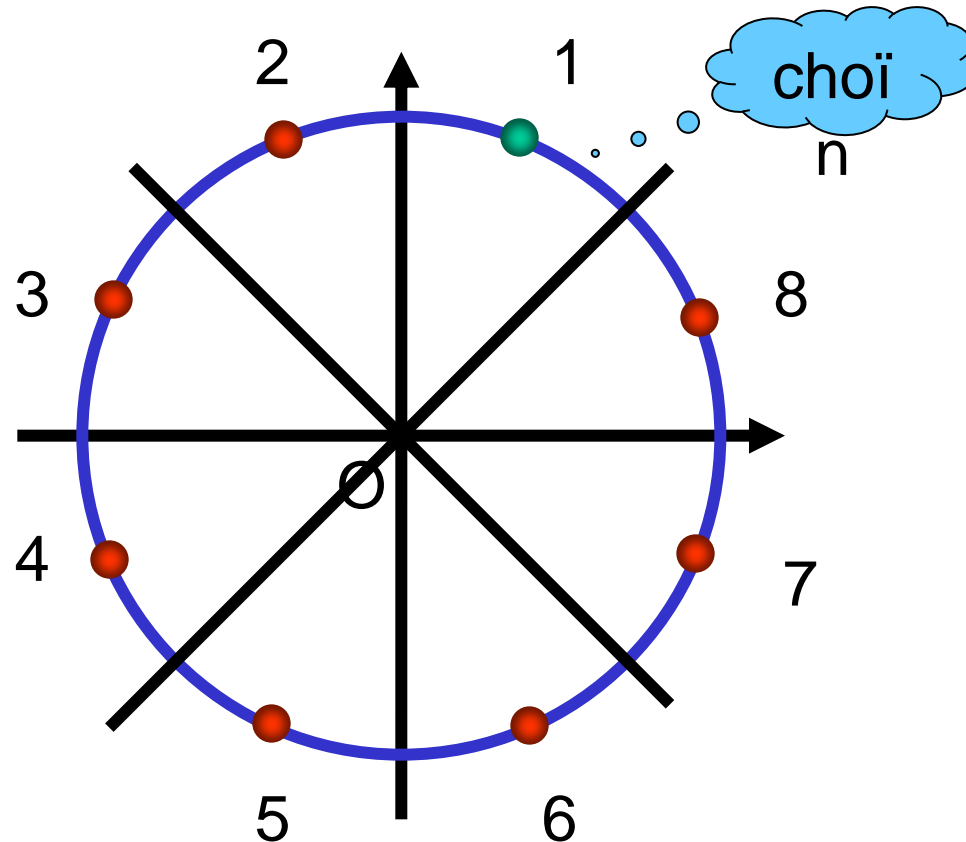
- Trục Ox
- Trục Oy
- Trục phân giác thứ nhất
- Trục phân giác thứ hai



Ứng dụng tính đối xứng

Nếu (x, y) thuộc đường tròn

Thì $(-x, y)$, $(x, -y)$, $(-x, -y)$, (y, x) , $(-y, x)$, $(y, -x)$ và $(-y, -x)$ thuộc đường tròn



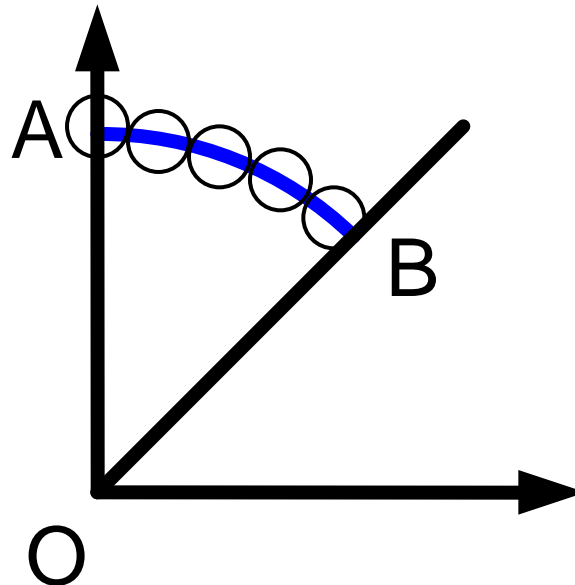
Cung một phần tám thứ nhất

Input

r bán kính

Output

$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)\}$ “thuộc” cung một phần tám thứ nhất



Khảo sát sự biến thiên

Mục tiêu khảo sát sự biến thiên của hoành độ và tung độ của cung tròn

Hàm $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ với $x \in [0, \frac{r}{\sqrt{2}}]$

$$y' = - \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$y'' = - \frac{r^2}{(r^2 - x^2)^{3/2}}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{r}{\sqrt{2}}$
y	r	$\frac{r}{\sqrt{2}}$
y'	0	-1
y''	-	-



Thuật toán trực tiếp

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = 0$$

$$y_1 = r$$

Bước 2 Xác định những điểm tiếp theo

Lặp $x_i < [\frac{r}{\sqrt{2}}]$

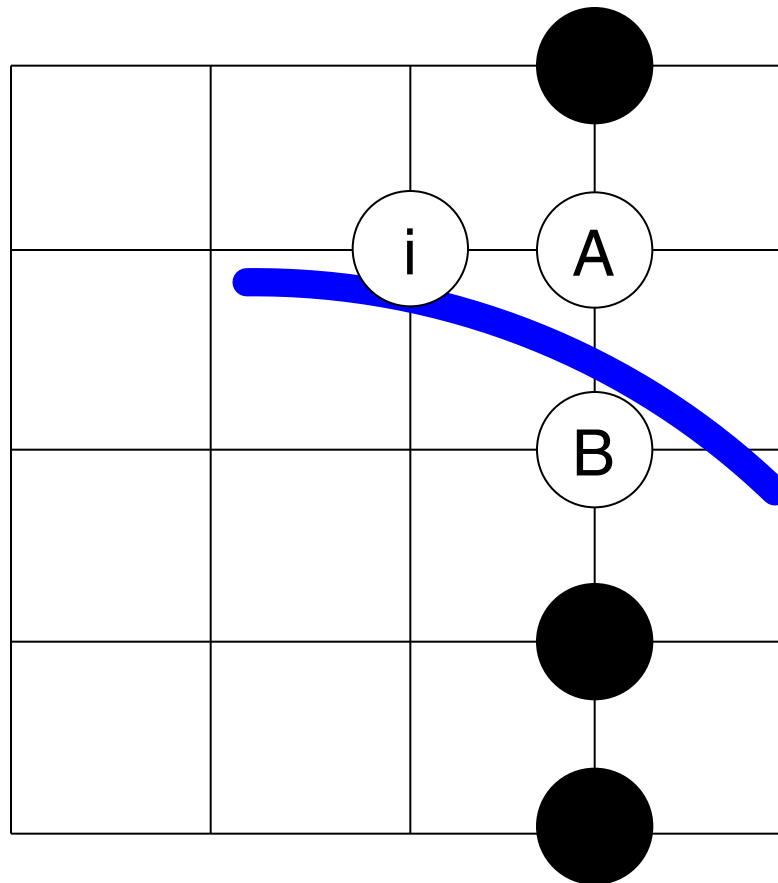
$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y = \sqrt{r^2 - x_{i+1}^2}$$

$$y_{i+1} = \text{Round}(y)$$

Thuật toán MidPoint

Dự đoán điểm sáng thứ $i+1$



Thuật toán MidPoint

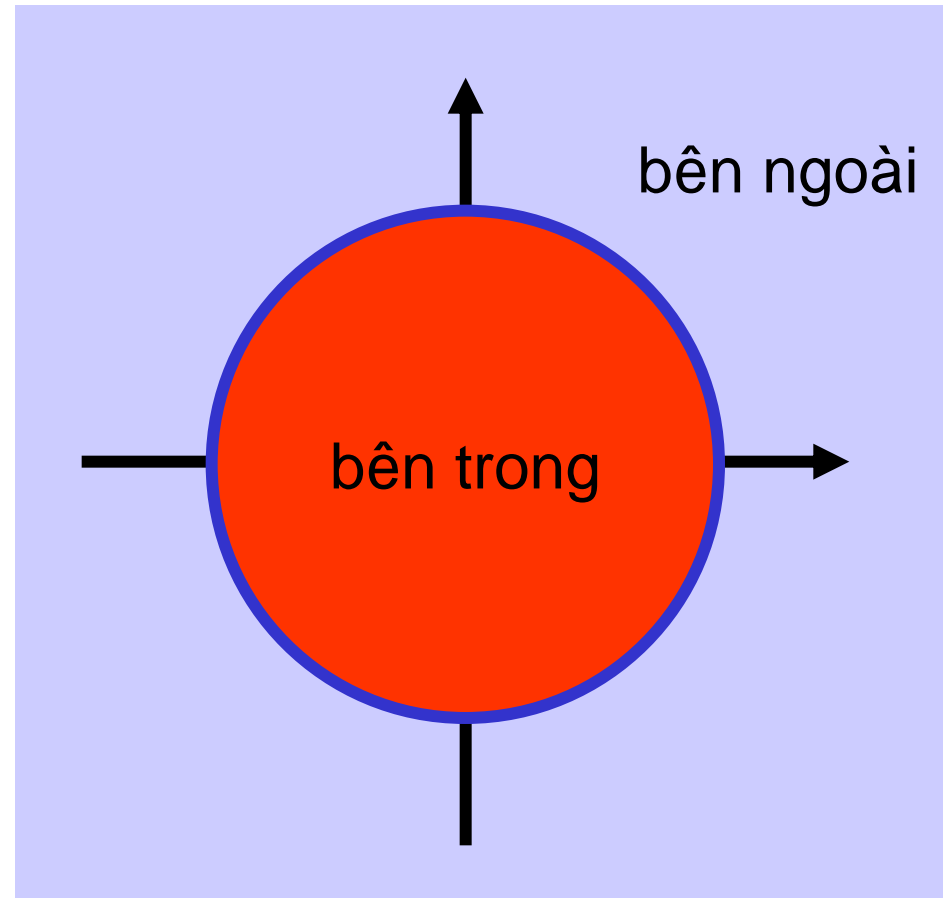
- Vùng bên trong / bên ngoài đường tròn

- Hàm kiểm tra một điểm bên trong / bên ngoài đường tròn

$$F(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$$

- Cách kiểm tra

P(x, y)	F(x, y)
bên trong	< 0
nằm trên	$= 0$
bên ngoài	> 0



Thuật toán MidPoint

Xây dựng biến f_i

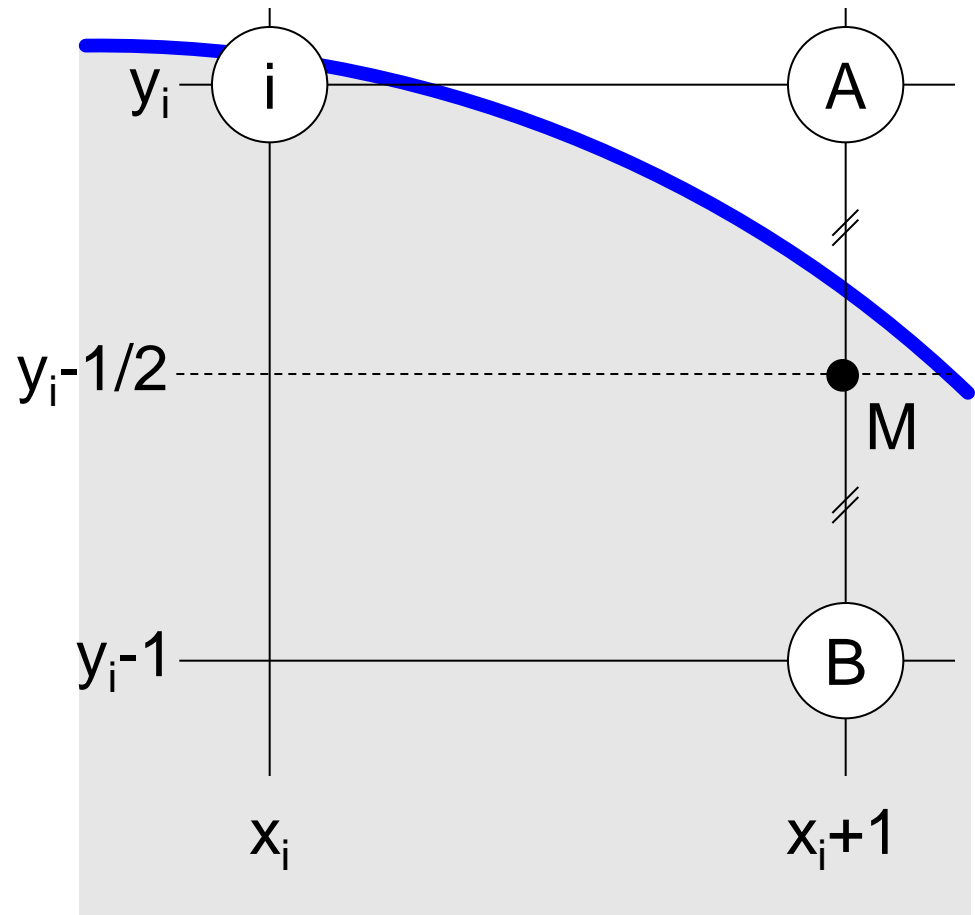
Trung điểm M của AB

$$M(x_i + 1, y_i - 1/2)$$

Biến f_i

$$f_i = F(M)$$

$$f_i = F(x_i + 1, y_i - 1/2)$$



Thuật toán MidPoint

Công thức tính f_i

$$f_i = x_i^2 + 2x_i + y_i^2 - y_i + 1 - r^2 + \frac{1}{4}$$

Công thức tính f_i **nguyên**

$$f_i = x_i^2 + 2x_i + y_i^2 - y_i + 1 - r^2$$

Khi f_i không nguyên !

Có hai cách giải quyết để f_i thành **nguyên**

Cách 1

$$f_i < 0 \Leftrightarrow kf_i < 0$$

$$f_i \geq 0 \Leftrightarrow kf_i \geq 0$$

Với $k > 0$

Cách 2

$$f_i < 0 \Leftrightarrow [f_i] < 0$$

$$f_i \geq 0 \Leftrightarrow [f_i] \geq 0$$

Thuật toán MidPoint

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = 0$$

$$y_1 = r$$

Bước 2 Xác định những điểm còn lại

Lặp $x_i < [\frac{r}{\sqrt{2}}]$

$$f_i = \dots$$

$$f_i < 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i$$

$$f_i \geq 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i - 1$$

Thuật toán MidPoint

Cách tính f_i cải tiến

$$f_1 = 1 - r$$

$$f_i < 0$$

$$f_{i+1} = f_i + 2x_i + 3$$

$$f_i \geq 0$$

$$f_{i+1} = f_i + 2x_i - 2y_i + 5$$