

**ĐỒ HỌA RASTER**

**CÁC THUẬT TOÁN**

**VẼ ĐƯỜNG THẲNG**

# Bài toán vẽ đường thẳng

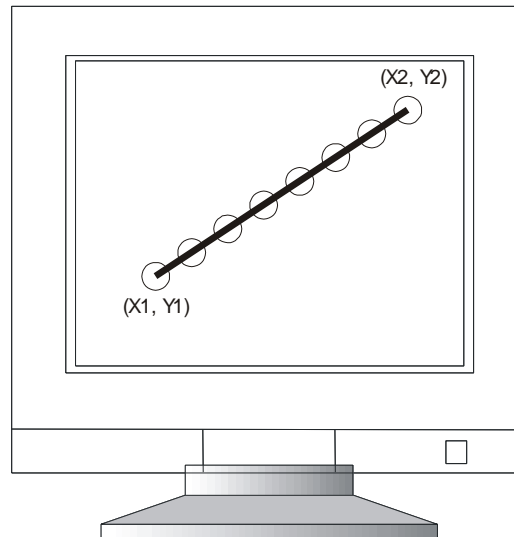
---

## Input

$(X_1, Y_1) (X_2, Y_2)$

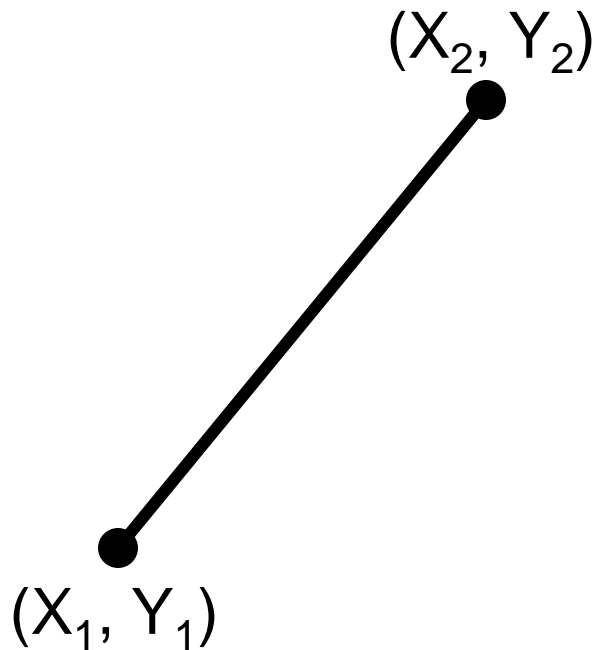
## Output

$\{(x_1, y_1) (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)\}$  là những điểm sáng “**nằm trên**” đường thẳng



# Một số công thức cơ bản của đường thẳng

---

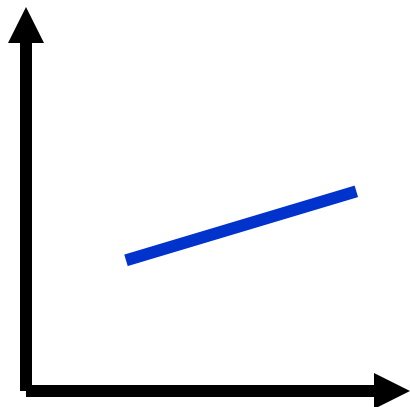


$$\begin{aligned}y &= mx + b \\x &= \frac{y - b}{m} \\m &= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \\b &= Y_1 - mX_1\end{aligned}$$

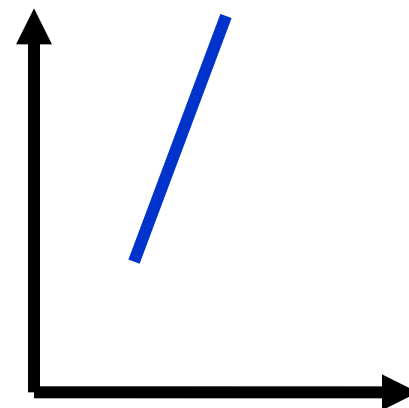
# Phân loại đoạn thẳng

---

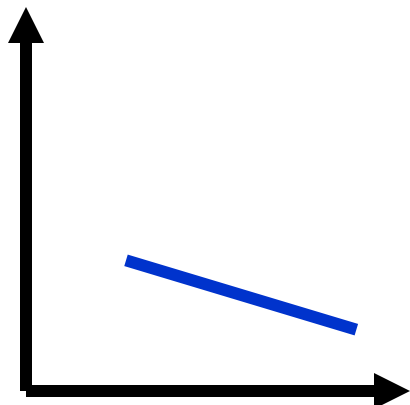
Tăng chậm



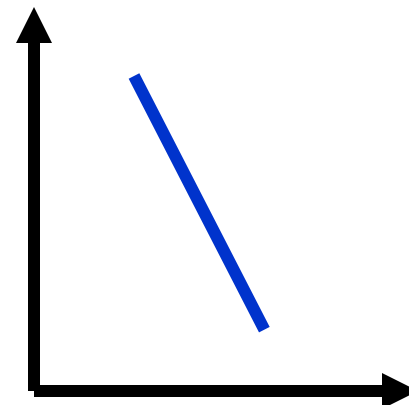
Tăng nhanh



Giảm chậm



Giảm nhanh



# Các phương pháp vẽ đường thẳng

---

Thuật toán DDA

Thuật toán Bresenham

# Thuật toán DDA

# Trường hợp 1

Đoạn thẳng **tăng chậm** và **điểm đầu nằm bên trái**

**Thuật toán**

nếu điểm đầu nằm bên phải thì đổi điểm đầu với điểm cuối

**Bước 1** Xác định điểm đầu tiên

1

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

**Bước 2** Xác định những điểm tiếp theo

2

3

...

n

Lặp  $x_i < X_2$

$$x_{i+1} = x_i + 1 \quad \text{tại sao cộng 1? vì những điểm ảnh là số nguyên}$$

$$y = mx_{i+1} + b$$

$$y_{i+1} = \text{Round}(y)$$

# Trường hợp 1

---

## Cải tiến tính y

Xét hai điểm sáng liên tiếp nhau


$$\textcircled{i} \quad (x_i, y_{\text{cũ}})$$

$$\textcircled{i+1} \quad (x_{i+1}, y_{\text{mới}})$$

## Công thức tính

$y_{\text{đầu}}$  là  $Y_1$

$$y_{\text{mới}} = y_{\text{cũ}} + m$$

 thế  $x_{i+1} = x_i + 1$  vào  $y = m \cdot x_{i+1} + b$   
$$y = m \cdot x_1 + b + m = y_{\text{old}} + b$$



# Trường hợp 2

---

Đoạn thẳng **tăng nhanh** và **điểm đầu nằm bên dưới**

## Thuật toán

**Bước 1** Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

**Bước 2** Xác định những điểm tiếp theo

Lặp  $y_i < Y_2$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$

$$x = y_{i+1}/m - b/m \quad \text{từ công thức } y_{i+1} = m \cdot x + b$$

$$x_{i+1} = \text{Round}(x)$$

# Trường hợp 2

---

## Cải tiến tính x

Xét hai điểm sáng liên tiếp nhau

$$\textcircled{i} \quad (x_{\text{cũ}}, y_i)$$

$$\textcircled{i+1} \quad (x_{\text{mới}}, y_{i+1})$$

Công thức tính

$$k = \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}$$

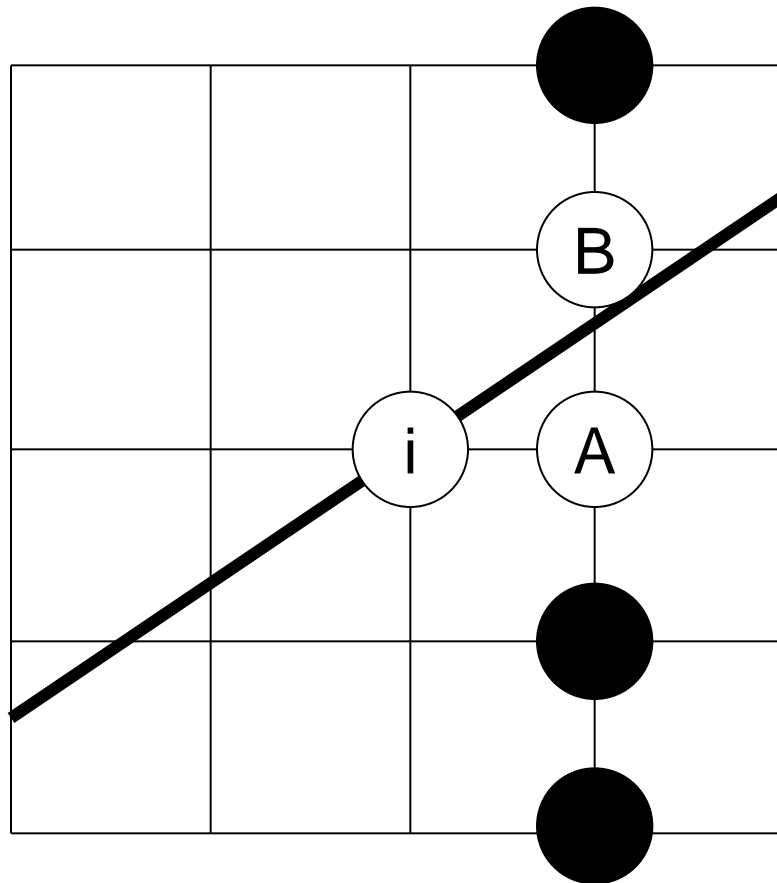
$$\begin{array}{l} x_{\text{đầu}} \text{ là } X_1 \\ x_{\text{mới}} = x_{\text{cũ}} + k \end{array} \quad k = 1/m$$

# Thuật toán Bresenham

# Trường hợp 1

---

Dự đoán điểm sáng thứ  $i+1$



# Trường hợp 1

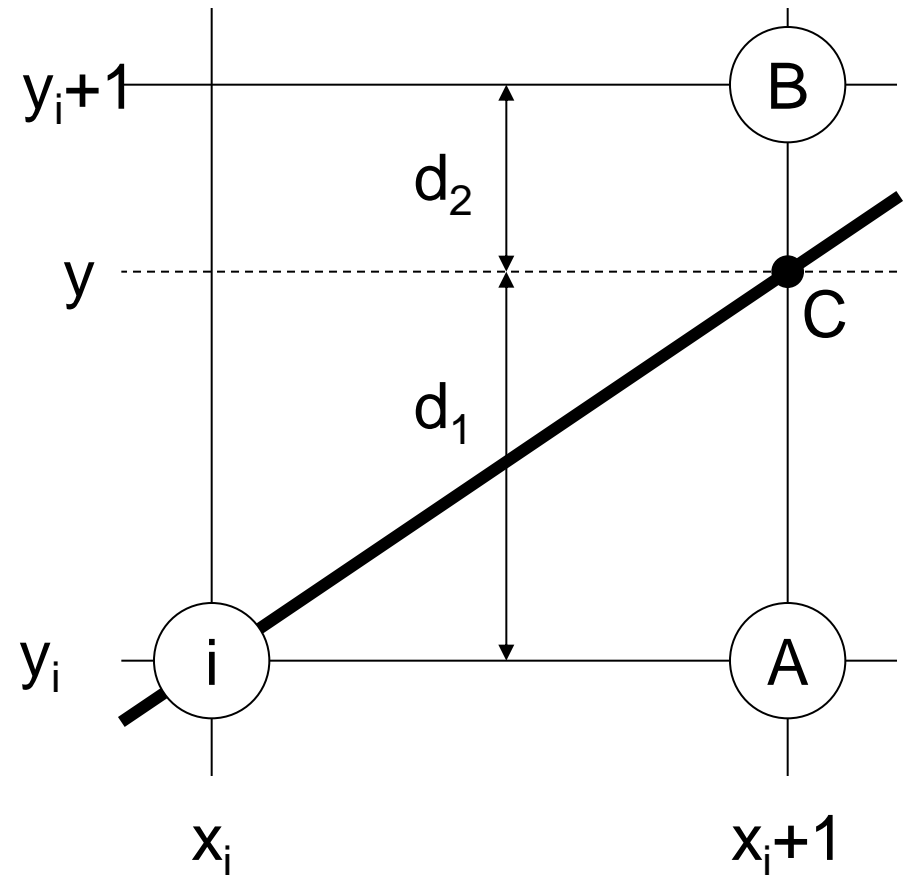
**Xây dựng** biến  $p_i$

$$y = m(x_i+1) + b$$

$$d_1 = y - y_i$$

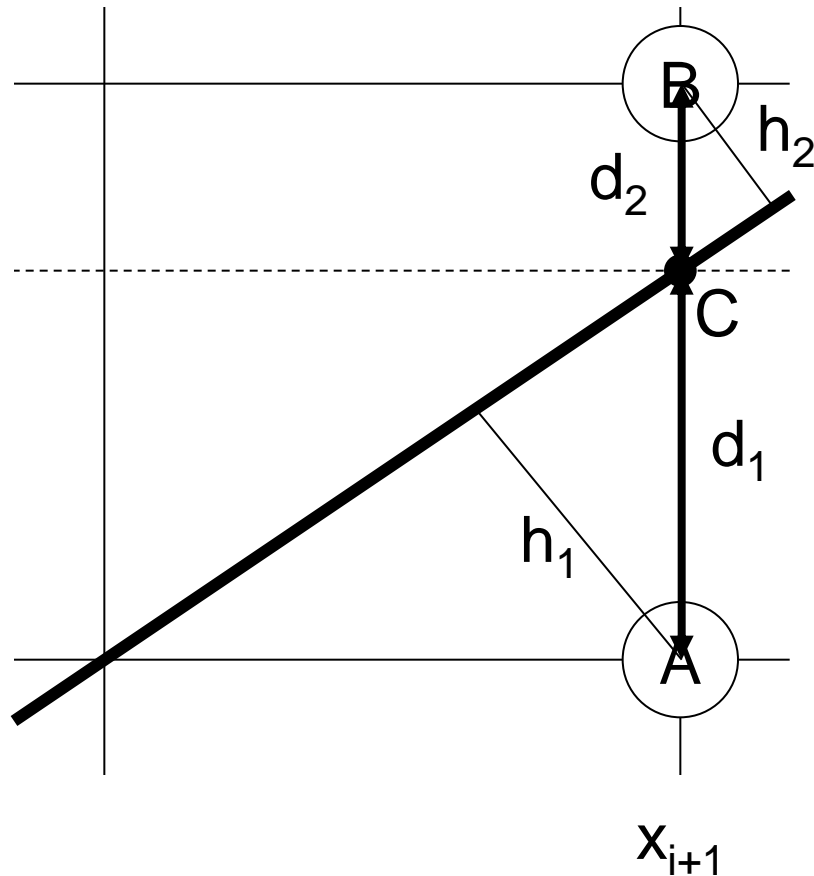
$$d_2 = y_i + 1 - y$$

$$p_i = \Delta x(d_1 - d_2)$$



# Trường hợp 1

Khoảng cách  $d_1$ ,  $d_2$  hay khoảng cách  $h_1$ ,  $h_2$  ?



# Trường hợp 1

---

Cách tính  $p_i$

$$p_i = 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + 2\Delta x Y_1 - 2\Delta y X_1 + 2\Delta y - \Delta x$$

# Trường hợp 1

---

Đoạn thẳng tăng chậm và điểm đầu nằm bên trái

## Thuật toán

**Bước 1** Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

**Bước 2** Xác định những điểm tiếp theo

Lặp  $x_i < X_2$

$$p_i = \dots$$

$$p_i < 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i$$

$$p_i \geq 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$



# Trường hợp 1

---

## Cách tính $p_i$ Cải tiến

$$p_1 = 2\Delta y - \Delta x$$

$$p_i < 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$$

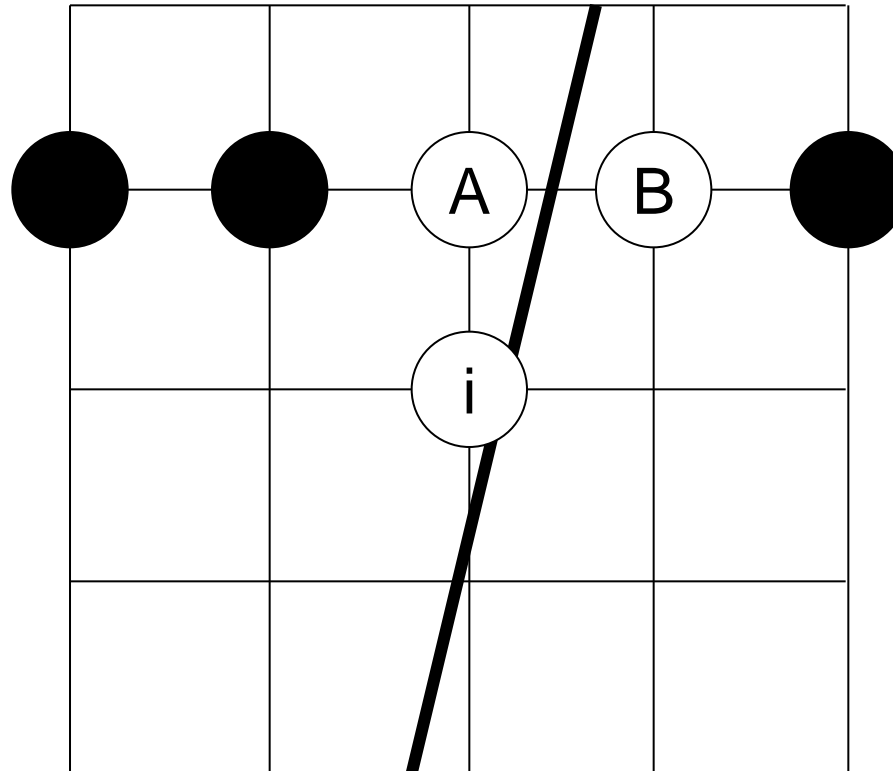
$$p_i \geq 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$$

# Trường hợp 2

---

Dự đoán điểm sáng thứ  $i+1$



## Trường hợp 2

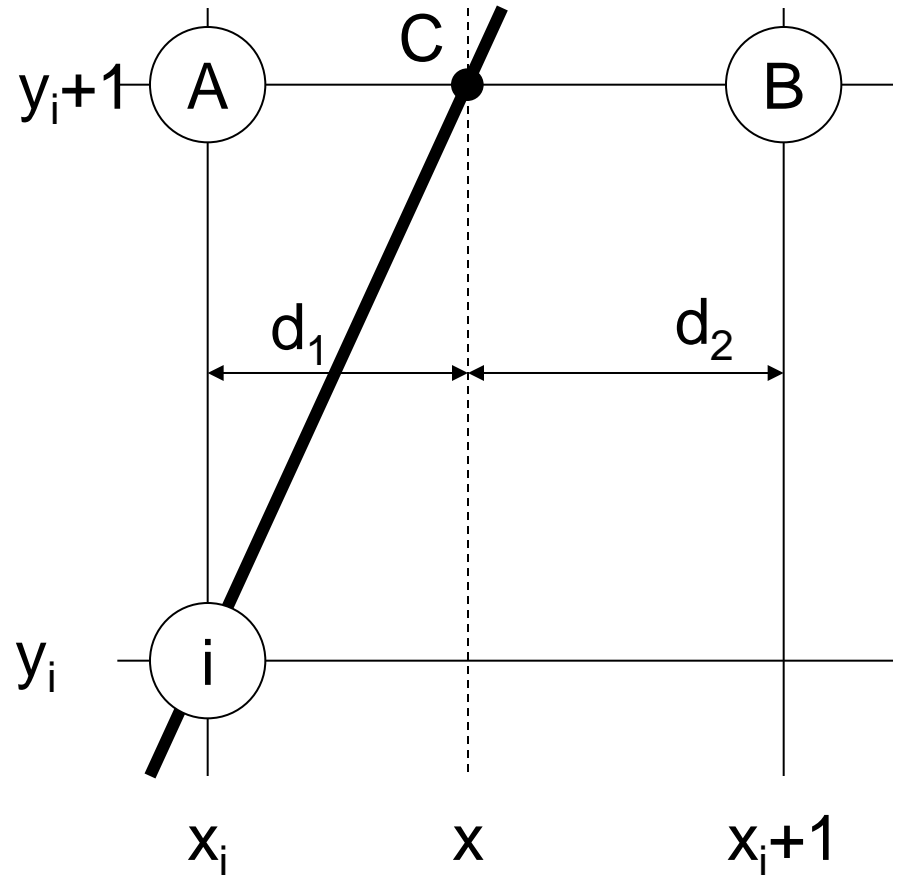
Xây dựng biến  $p_i$

$$x = \frac{y_i + 1}{m} - \frac{b}{m}$$

$$d_1 = x_i - x$$

$$d_2 = x_i + 1 - x$$

$$p_i = \Delta y(d_1 - d_2)$$



# Trường hợp 2

---

## Cách tính $p_i$

$$p_1 = 2\Delta x - \Delta y$$

$$p_i < 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta x$$

$$p_i \geq 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta x - 2\Delta y$$

# Trường hợp 2

---

Đoạn thẳng tăng nhanh và điểm đầu nằm bên dưới

## Thuật toán

**Bước 1** Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

**Bước 2** Xác định những điểm tiếp theo

Lặp  $y_i < Y_2$

$$p_i < 0$$

$$x_{i+1} = x_i$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$

$$p_i \geq 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$