

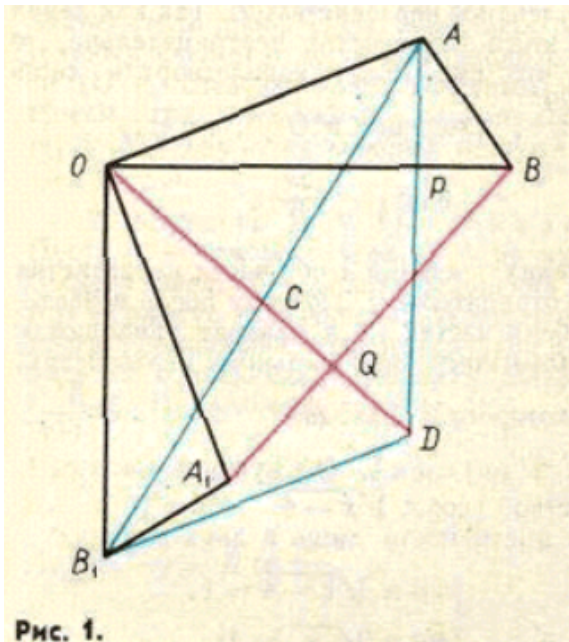
Университет ИТМО
Направление СППО

Лабораторная работа №7 по Информатике

Выполнил: Лебедев Вадим
Группа: Р3110
Вариант 16

Санкт-Петербург
2020

2. Р е ш е н и е. Пусть OC – медиана треугольника OAB_1 (рис 1.). На продолжении отрезка OC за точку C возьмем точку D так,



что $OC = OD$; тогда OB_1DA – параллелограмм. Поскольку $OA = OA_1$, $AD = OB_1 = OB$ и $\angle OAD = \angle A_1OB$ (как углы в соответственно перпендикулярными сторонами), то $\triangle AOD = \triangle A_1OB$. Далее, $\triangle OPA = \triangle OQA_1$, а $\angle APO = 90^\circ$ (ибо $AD \parallel OB_1$, а $OB_1 \perp OB$); поэтому $OC \perp A_1B$. Аналогично доказывается и второе утверждение задачи

3. $x_1 = 3$, $y_1 = (2k + 1)\pi$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $0 < x_2 < 1$, y_2 – любое вещественное число. **У к а з а н и е.** Пусть $z = \log_3 x$; тогда предложенное неравенство записывается в виде

$$z + \frac{1}{z} \ll -2 \cos y \quad (1)$$

Но при любом $z > 0$ имеем $z + \frac{1}{z} \geq 2$, а потому неравенство (1) может быть справедливым только для тех y , для которых $2 \ll -2 \cos y$, то есть при $\cos y = -1$. Далее, из (1) получаем $z = 1$. Если же $z < 0$, то $z + \frac{1}{z} \ll -2$, а $-2 \ll -2 \cos y$ при любом y , то есть неравенство (1) справедливо при всех $z < 0$

4. Решение существует, если $b < -1$, а α – любое действительное число, или если $b \geq -1$, а

$$\kappa\pi - \arcsin A + \phi \ll \alpha \ll \kappa\pi +$$

$$+ \arcsin A + \phi, \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2)$$

где A и ϕ определяются равенствами

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{b+1}{2}, A = \frac{|b-1|}{\sqrt{b^2 + 2b + 5}}. \quad (3)$$

У к а з а н и е. Так как $x \neq \frac{\pi}{2}(2\kappa + 1)$, $y \neq \frac{\pi}{2}(2\kappa + 1)$, то исходная система эквивалентна следующей (проверьте!):

$$\begin{cases} x + y = \alpha \\ 2 \sin(x + y) - (b - 1) \cos(x + y) = (b - 1) \cos(x - y) \end{cases}$$

Следовательно, исходная система имеет решение тогда и только тогда, когда

$$(b-1)\cos(x-y) = 2\sin\alpha - (b+1)\cos\alpha. \quad (4)$$

Если $b \neq 1$, то из (4) получаем, что параметры a и b должны удовлетворять условию

$$\left| \frac{2 \sin a - (b+1) \cos a}{b-1} \right| \ll 1.$$

Вводя ϕ и A по формулам (3), это условие представим в виде $|\sin \alpha - \phi| \ll A$. Таким образом, либо $A > 1$ (то есть $b < -1$) и α – любое действительное, либо $A \ll 1$ (то есть $b \geq -1$, $b \neq 1$), а для α получаются неравенства (2). В случае $b = 1$ соотношение (4) исследуется непосредственно.

Физический факультет

1. $\frac{q^{m,n}-1}{(q^n-1)q^{(m-1)n}}$. **У к а з а н и е.** Заметьте, что если v – средняя скорость на перегоне A_1A_2 после отправления, то на перегоне A_nA_1 , завершающем первый круг, средняя скорость равна $v^{(n-1)}$, а на перегоне A_1A_2 , открывающем второй круг, она равна v^n .

2. $r^2 \operatorname{cosec} \alpha \sin \beta \sin 2(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta)$. **У к а з а н и е.** Рассмотрим отдельно случаи, когда $\angle ODB > \angle MDB$, $\angle ODB < \angle MDB$, где O – центр круга.

3. $x > 2$.

4. $\frac{1}{12} \ll a \ll \frac{1}{2}$;

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{5\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha}}{2\alpha} + \kappa\pi, \\ \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В а р и а н т 1

1. 23. Р е ш е н и е. Искомое число запишем в виде $10x + y$, где x и y – целые числа, причем $1 \ll x \ll 9$, $0 \ll y \ll 9$. Так как по условию при делении двузначного числа на xy получили остаток, равный 5, то $xy \neq 0$; следовательно, $1 \ll y \ll 9$. Из условия задачи получим систему

$$\begin{cases} \frac{10x + y}{x + y} = 4 + \frac{3}{x + y}, \\ \frac{10x + y}{xy} = 3 + \frac{5}{xy}. \end{cases}$$

Подставляя $t = 37, 38, 39, 40, 41$ в формулы (*) получаем 5 вариантов:

батарей по 6 в	34	26	18	10	2
батарей по 16 в	1	4	7	10	13

б) Здесь дело водится к решению уравнения $6x + 15y = 220$. Однако НОД $(6, 15) = 3$, а 220 не делится на 3. Поэтому уравнение не имеет решений в целых числах.

19. Сумма четного числа нечетных чисел четна, поэтому 45 рублей нельзя разменять указанным способом.

20. Поскольку $a = bd$ и делится на c , а НОД $(b, c) = 1$, то по лемме 3 число d делится на c .

21. а), б) и г) верны; б) неверно.

22. $1971 = 3^3 \cdot 43$; $1972 = 4 \cdot 17 \cdot 29$; 1973 – простое.

23. а) если am делится на n и НОД $(m, n) = 1$, то $a = \kappa n$, поэтому $b = \kappa t$.

б) пусть в разложении x на простые множители некоторое простое p входит в степени α , а в разложении y – то же p в степени b . Тогда из теоремы о единственности разложения на простые множители $a = \kappa n$, $b = \kappa t$. В разложении t на простые множители включим p с показателем k , и так – для всех простых множителей чисел x и y .

непосредственным вычислением показать, что $AQ = \alpha$

5. $d\sqrt{\kappa}$. У к а з а н и е. Убедиться, что $\triangle MQE \sim \triangle PNE$, причем EM и EP – сходственные стороны.

Факультет психологии

1. 3.

2. Точка P должна совпадать либо с вершиной C , либо с вершиной C_1 .

3. $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$.

4. 11 деталей вида A , 9 деталей вида B .

5. $a = 1$.

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

1. За 30 дней.

2. $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_{34} = -1 \pm \sqrt{\frac{33}{2}}$.

3. $r = \frac{25}{4} \text{ см.}$