

Группа Р3110

К работе допущен

Студент: Лебедев Вадим

Работа выполнена

Преподаватель: М.П.Коробков

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04V**

«Исследование равноускоренного вращательного движения (маятник  
Обербека)»

---

### **1. Цель работы.**

- 1.1. Проверка основного закона динамики вращения.
- 1.2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы.**

- 2.1. Рассчитать ускорение груза, силу натяжения нити,  $\varepsilon$  крестовины для каждой комбинации груз и положения утяжелителей на крестовине.
- 2.2. Используя метод наименьших квадратов рассчитать  $I$  и  $M_{тр}$ .
- 2.3. Построить график зависимости  $M(\varepsilon)$ .
- 2.4. С помощью метода наименьших квадратов определить значения  $I_0$  и  $\Delta m_{ут}$ , а также их погрешности.
- 2.5. Построить график зависимости  $I(R^2)$ .

### **3. Объект исследования.**

Маятник Обербека.

### **4. Метод экспериментального исследования.**

Многократные косвенные и прямые измерения.

### **5. Рабочие формулы и исходные данные.**

$$M = M_{mp} + I_{\varepsilon}$$

$$R = l_l + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b$$

$$I = I_0 + 4m_{юз}R^2$$

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}$$

$$M = \frac{1}{2}dm(g - a)$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0-12(с)	0,005(с)
2	Линейка	Измерительный	0-700(мм)	0,5(мм)

7. Схема Установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

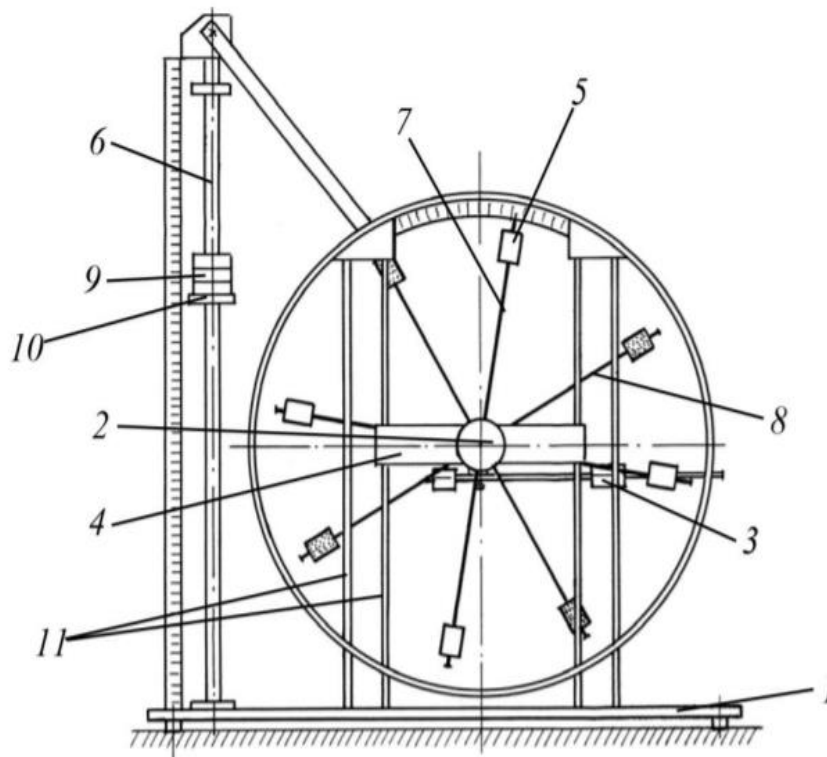


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Масса груза, кг	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
$m_1=0,1$	7,12	8,15	9,73	11,44	13,37	15,39
	7,13	8,16	9,72	11,44	13,36	15,40
	7,12	8,15	9,73	11,44	13,38	15,39
	7,12	8,15	9,73	11,44	13,37	15,39
$m_2=0,3$	3,34	3,82	4,55	5,35	6,25	7,20
	3,35	3,81	4,55	5,36	6,25	7,21
	3,35	3,80	4,56	5,36	6,25	7,22
	3,35	3,81	4,55	5,36	6,25	7,21
$m_3=0,5$	2,52	2,88	3,42	4,01	4,69	5,40
	2,53	2,88	3,42	4,02	4,68	5,41
	2,52	2,87	3,42	4,02	4,68	5,41
	2,52	2,88	3,42	4,02	4,68	5,41
$m_4=0,7$	2,11	2,40	2,86	3,36	3,91	4,51
	2,11	2,41	2,86	3,35	3,91	4,52
	2,11	2,40	2,85	3,36	3,91	4,51
	2,11	2,40	2,86	3,36	3,91	4,51

(P.S. я немного напутал с массами, но обнаружил это только в конце выполнения работы, так что  $m = 0,1; 0,2; 0,5; 0,7$ , а не  $0,25; 0,5; 0,75; 0,9$ )

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Вычислим ускорение груза, угловое ускорение и момент силы натяжения нити.

		$a$	$\epsilon$	$M$
$m_1$	$t_{cp}(1)$	0,197	8,565	0,0225
	$t_{cp}(2)$	0,172	7,478	0,0226
	$t_{cp}(3)$	0,144	6,261	0,0227
	$t_{cp}(4)$	0,122	5,304	0,0227
	$t_{cp}(5)$	0,105	4,565	0,0228
	$t_{cp}(6)$	0,091	3,957	0,0228
$m_2$	$t_{cp}(1)$	0,418	18,174	0,0661
	$t_{cp}(2)$	0,367	15,957	0,0665
	$t_{cp}(3)$	0,307	13,348	0,0669
	$t_{cp}(4)$	0,261	11,348	0,0672
	$t_{cp}(5)$	0,224	9,739	0,0675
	$t_{cp}(6)$	0,194	8,435	0,0677
$m_3$	$t_{cp}(1)$	0,555	24,13	0,1086
	$t_{cp}(2)$	0,487	21,174	0,1094
	$t_{cp}(3)$	0,409	17,783	0,1103
	$t_{cp}(4)$	0,349	15,174	0,111
	$t_{cp}(5)$	0,299	13	0,1116
	$t_{cp}(6)$	0,259	11,261	0,112
$m_4$	$t_{cp}(1)$	0,664	28,87	0,1503
	$t_{cp}(2)$	0,583	25,348	0,1516
	$t_{cp}(3)$	0,49	21,304	0,1531
	$t_{cp}(4)$	0,417	18,13	0,1543
	$t_{cp}(5)$	0,358	15,565	0,1552
	$t_{cp}(6)$	0,31	13,478	0,156

# 10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Погрешность среднего значения времени  $\Delta t$  для первого значения  $t_{cp}$ :

$$S_{t_{cp}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{cp} - t_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(7,12-7,12)^2 + (7,12-7,13)^2 + (7,12-7,12)^2}{6}} = 0,00757$$

$$t_{a,n} = 4,30$$

$$\Delta_{\bar{t}} = t_{a,n} * S_{t_{cp}} = 4,3 * 0,00757 = 0,0325$$

$$\Delta_t = \sqrt{\Delta_{\bar{t}}^2 + (\frac{2}{3} \Delta_{ит})^2} = 0,0327 \text{ (с)}$$

Погрешность измерений для ускорения груза, углового ускорения, силы натяжения нити (для первых значений):

$$\Delta_a = \sqrt{(\frac{df}{dt} \frac{2}{3} \Delta_{ит})^2 + (\frac{df}{dh} \frac{2}{3} \Delta_{иh})^2} = \sqrt{(-\frac{4h}{t^3} * 0,003)^2 + (\frac{2}{t^2} * 0,0003)^2} =$$

$$\sqrt{(-\frac{4*0,7}{7,12^3} * 0,003)^2 + (\frac{2}{7,12^2} * 0,0003)^2} = 6,5 * 10^{-5} \frac{м}{с^2}$$

$$\Delta_{\epsilon} = \sqrt{(\frac{df}{da} \frac{2}{3} \Delta_a)^2 + (\frac{df}{dd} \frac{2}{3} \Delta_{ид})^2} = \sqrt{(\frac{2}{d} * 6,5 * 10^{-5})^2 + (\frac{4a}{3d^2} * 0,0005)^2} =$$

$$\sqrt{(\frac{2}{0,046} * 6,5 * 10^{-5})^2 + (\frac{4*0,197}{3*0,046^2} * 0,0005)^2} = 0,0028 \frac{рад}{с^2}$$

$$\Delta_M = \sqrt{(\frac{df}{da} \frac{2}{3} \Delta_a)^2 + (\frac{df}{dm} \frac{2}{3} \Delta_{им})^2 + (\frac{df}{dd} \frac{2}{3} \Delta_{ид})^2} =$$

$$\sqrt{(\frac{md}{2} \Delta_a)^2 + (\frac{d}{2} (g - a) \frac{2}{3} \Delta_{им})^2 + (\frac{m}{2} (g - a) \frac{2}{3} \Delta_{ид})^2} =$$

$$\sqrt{(\frac{0,1*0,046}{2} * 6,5 * 10^{-5})^2 + (\frac{0,046}{2} (10 - 0,197) \frac{2}{3} * 0,0005)^2 + (\frac{0,1}{2} (10 - 0,197) \frac{2}{3} * 0,0005)^2}$$

$$= 0,17 * 10^{-3} \text{ Н*с}$$

# 11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
$\epsilon_{cp}$	19,935	17,489	14,674	12,489	10,717	9,283
$M_{cp}$	0,087	0,088	0,088	0,089	0,089	0,090
$I$	0,006	0,007	0,009	0,010	0,012	0,014
$M_{тр}$	0,032	0,034	0,044	0,037	0,035	0,039
$R$	0,051	0,076	0,101	0,126	0,151	0,176
$R^2$	0,0026	0,00578	0,010201	0,01588	0,0228	0,03098

Примеры расчетов для 1 риска:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{4} * (8,565 + 18,174 + 24,13 + 28,87) = 19,935$$

$$\bar{M} = \frac{1}{4} * (0,0225 + 0,0061 + 0,1086 + 0,1503) = 0,087$$

$$I = \frac{(8,565 - 19,935) * (0,0225 - 0,087) + (18,174 - 19,935) * (0,0661 - 0,087)}{(8,565 - 19,935)^2 + (18,174 - 19,935)^2 + (24,13 - 19,935)^2 + (24,13 - 19,935) * (0,1086 - 0,087) + (28,87 - 19,935) * (0,1503 - 0,087)} + \frac{(28,87 - 19,935)^2}{+ (28,87 - 19,935)^2} = 0,006 \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$M_{\text{тр}} = \bar{M} - I\bar{\varepsilon} = 0,087 - 0,006 * 19,935 = 0,032 \text{ Н} * \text{м}$$

Графики:

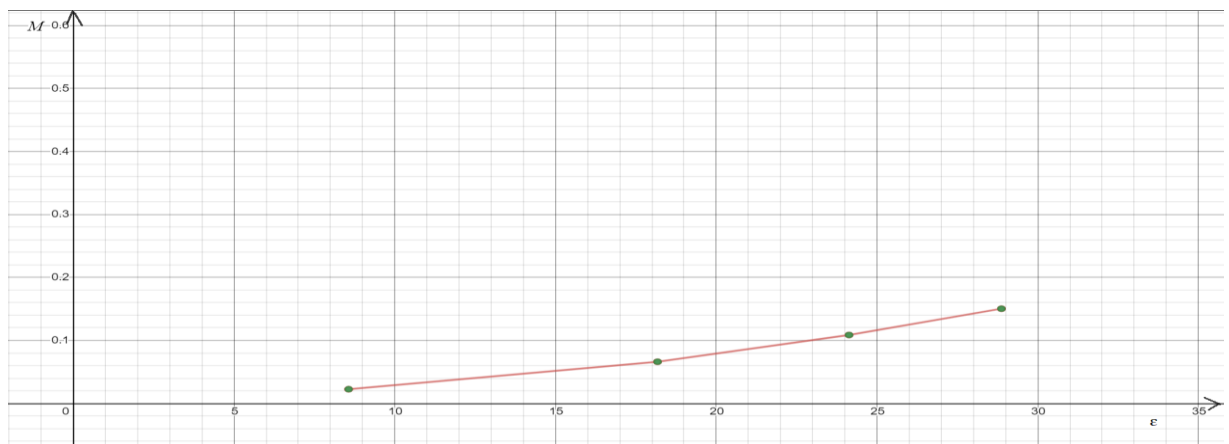


Рисунок 1 (1 риска)

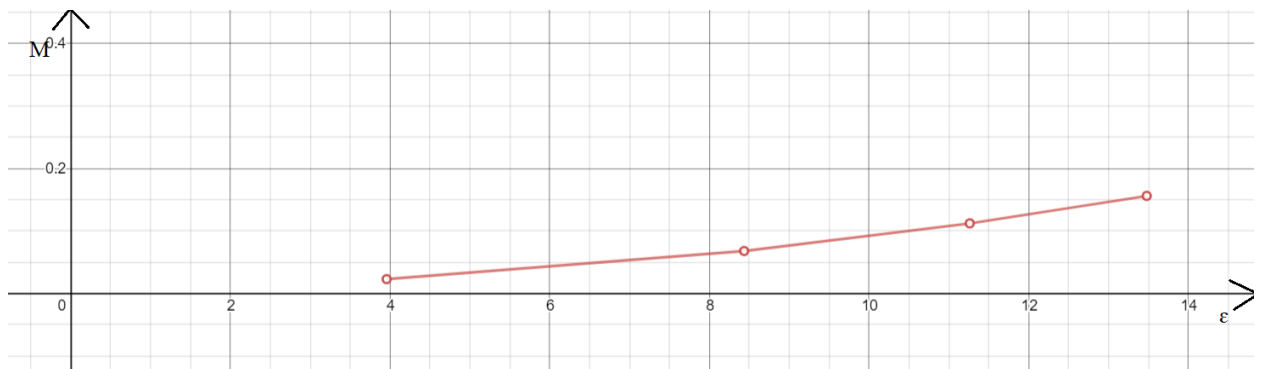


Рисунок 2 (2 риска)

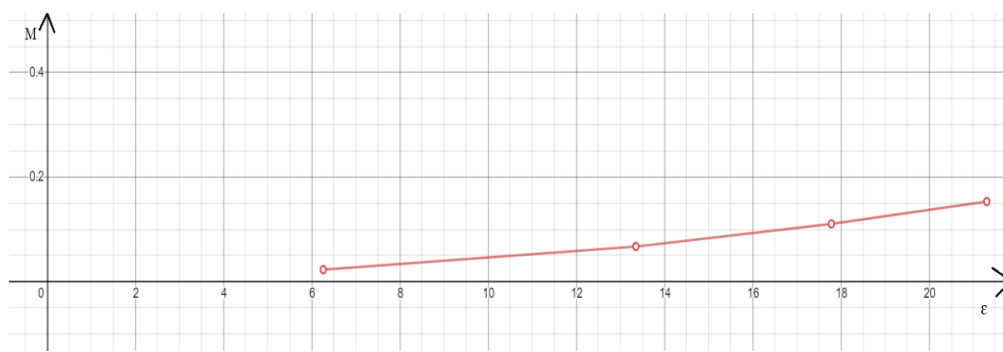


Рисунок 3 (3 риска)

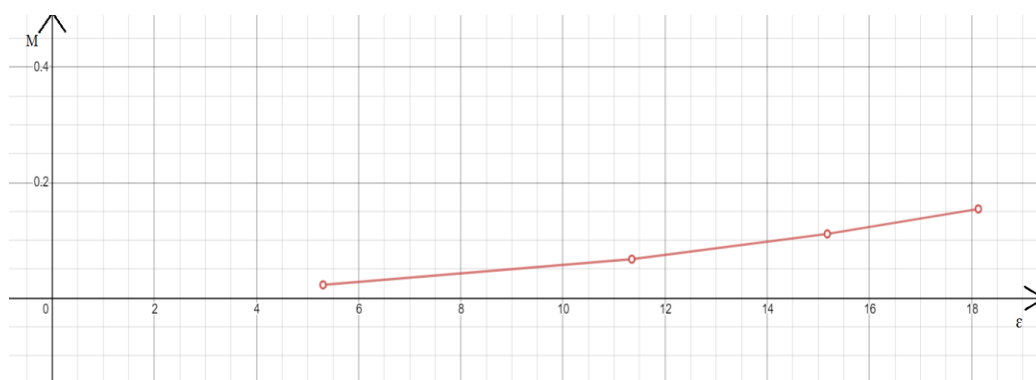


Рисунок 4 (4 риска)

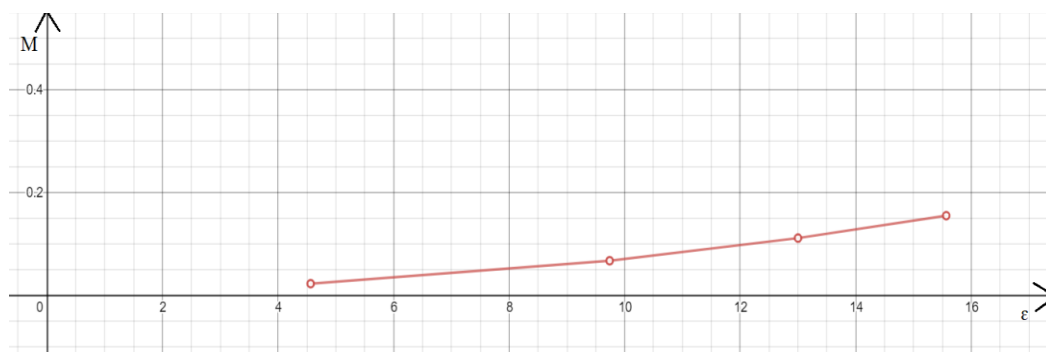


Рисунок 5 (5 риска)

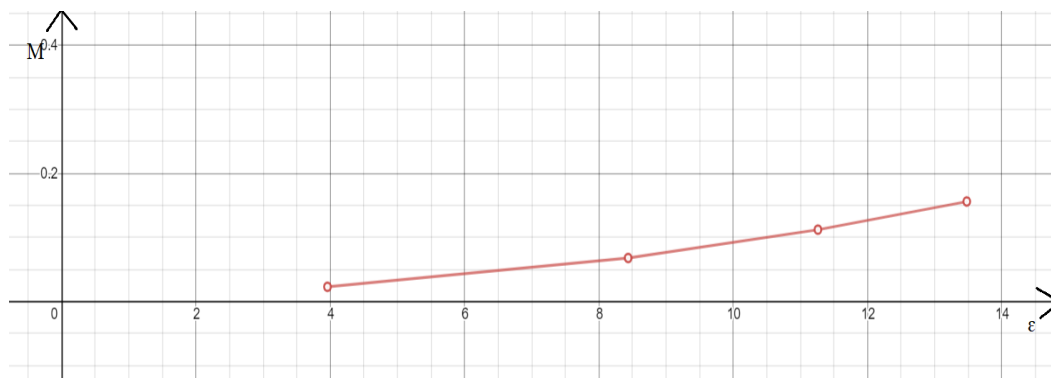


Рисунок 6 (6 риска)

$$\bar{R}^2 = \frac{1}{6}(0,0026 + 0,00578 + 0,010201 + 0,01588 + 0,0228 + 0,03098) = 0,01471$$

$$\bar{I} = \frac{1}{6}(0,006 + 0,007 + 0,009 + 0,010 + 0,012 + 0,014) = 0,010$$

$$4m_{yT} = \frac{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)(I_i - \bar{I})}{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)^2} = 0,2784 \text{ кг}$$

$$m_{ym} = 0,069$$

$$I_0 = 0,01 - 0,00409 = 0,00591 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Погрешности для  $I_0$  и  $m_{yT}$ :

$$S_{m_{yT}}^2 = \frac{1}{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)^2} * \frac{\sum(I_i - (I_0 + 4m_{yT}R_i^2))^2}{n - 2}$$

$$S_{I_0}^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{R}^2}{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)^2}\right) * \frac{\sum(I_i - (I_0 + 4m_{yT}R_i^2))^2}{n - 2}$$

$$\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)^2 = 0,00578$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum(I_i - (I_0 + 4m_{yT}R_i^2))^2}{n - 2} &= \\ &= \frac{(0,00000004 + 0,00000025 + 0,00000009 + 0,00000009 + 0,00000004 + 0,00000028)}{4} \\ &= 11,5 * 10^{-7} \end{aligned}$$

$$S_{m_{yT}}^2 = \frac{1}{0,0057} * 11,5 * 10^{-7} = 0,0002 \text{ кг}^2$$

$$S_{I_0}^2 = \left(\frac{1}{6} + \frac{0,01471^2}{0,0057}\right) * 11,5 * 10^{-7} = 2,35 * 10^{-7} \text{ кг}^2 \cdot \text{м}^4$$

$$\Delta m_{yT} = 2S_{m_{yT}} = 0,028 \text{ кг}^2$$

$$\Delta I_0 = 2S_{I_0} = 0,0009 \text{ кг}^2 \cdot \text{м}^4$$

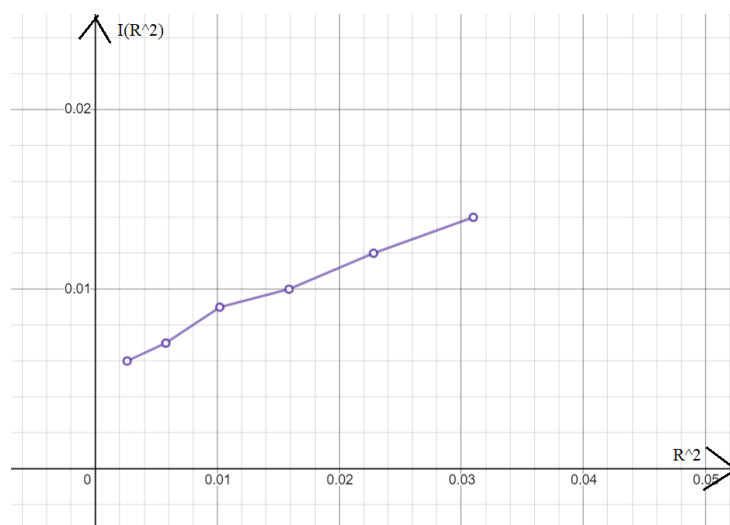


Рисунок 7(Зависимость  $I(R^2)$ )

**12. Результаты работы.**

$$\bar{I} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 (\text{расстояние от оси вращения до 1 риски})$$

$$I_0 = 0,00591 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 (\text{сумма моментов})$$

$$\overline{R^2} = 0,01471 \text{ м}^2 (\text{ср. значение расстояния между осью О вращения и центром С утяжелителя})$$

$$m_{\text{ут}} = 0,069 \text{ кг}$$

$$\Delta m_{\text{ут}} = 0,028 \text{ кг}^2$$

$$\Delta I_0 = 0,0009 \text{ кг}^2 \cdot \text{м}^4$$

**13. Выводы и анализ результатов работы.**

В ходе выполнения лабораторной работы мы подтвердили, что момент натяжения нити зависит от углового ускорения. Проверили зависимость момента инерции от положения грузов относительно оси вращения. Также проверили основной закон динамики вращения. Погрешности получились не особо большими, так как замеры проводились с помощью виртуальной установки, которая хоть и создавала погрешность при измерениях, но не особо большую, как в реальной жизни, что повлияло на дальнейшие вычисления.

**14. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).**