

Курсовая работа по дисциплине «Дискретная математика».

Синтез комбинационных схем.

Номер варианта	Условия, при которых $f=1$	Условия, при которых $f=d$
17.	$(x_2x_3+x_1)>x_4x_5$	$(x_2x_4x_5)=3$

Построить комбинационные схемы в различных базисах, реализующие не полностью определенную булеву функцию $f(X) = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, которая принимает значение 1 при условии: $(x_2x_3+x_1)>x_4x_5$ и неопределенное значение на наборах, для которых $(x_2x_4x_5)=3$. Необходимо выполнить следующие этапы:

1. Составить таблицу истинности заданной булевой функции.
2. Представить булеву функцию в аналитическом виде с помощью КДНФ и ККНФ.
3. Найти МДНФ и/или МКНФ методом Квайна – Мак-Класки.
4. Найти МДНФ и МКНФ на картах Карно.
5. Преобразовать МДНФ и МКНФ к форме, обеспечивающей минимум цены схемы.
6. По полученной форме построить комбинационную схему в булевом базисе. Определить задержку схемы.
7. Построить схемы с минимальной ценой в универсальных базисах и сокращенных булевых базисах. Определить задержку каждой из схем.
8. Построить схему в базисе Жегалкина. Определить цену и задержку.
9. Построить схему в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам. Определить цену и задержку схемы.
10. Выполнить анализ построенных схем, определив их реакцию на заданные комбинации входных сигналов.

1. Таблица истинности.

№	$X_1X_2X_3X_4X_5$	X_2X_3	$(X_2X_3)_{10}$	X_4X_5	$(X_4X_5)_{10}$	$X_2X_4X_5$	$(X_2X_4X_5)_{10}$	$\begin{array}{c} \text{---} \\ \end{array}$	f
0	00000	00	0	00	0	000	0	0	0
1	00001	00	0	01	1	001	1	1	0
2	00010	00	0	10	2	010	2	2	0
3	00011	00	0	11	3	011	3	3	d
4	00100	01	1	00	0	000	0	1	1
5	00101	01	1	01	1	001	1	0	0
6	00110	01	1	10	2	010	2	1	0
7	00111	01	1	11	3	011	3	2	d
8	01000	10	2	00	0	100	4	2	1
9	01001	10	2	01	1	101	5	1	1
10	01010	10	2	10	2	110	6	0	0
11	01011	10	2	11	3	111	7	1	0
12	01100	11	3	00	0	100	4	3	0
13	01101	11	3	01	1	101	5	2	1
14	01110	11	3	10	2	110	6	1	1
15	01111	11	3	11	3	111	7	0	0
16	10000	00	0	00	0	000	0	0	1
17	10001	00	0	01	1	001	1	1	0
18	10010	00	0	10	2	010	2	2	0
19	10011	00	0	11	3	011	3	3	d
20	10100	01	1	00	0	000	0	1	1
21	10101	01	1	01	1	001	1	0	1
22	10110	01	1	10	2	010	2	1	0
23	10111	01	1	11	3	011	3	2	d
24	11000	10	2	00	0	100	4	2	1
25	11001	10	2	01	1	101	5	1	1
26	11010	10	2	10	2	110	6	0	1
27	11011	10	2	11	3	111	7	1	0
28	11100	11	3	00	0	100	4	3	1
29	11101	11	3	01	1	101	5	2	1
30	11110	11	3	10	2	110	6	1	1
31	11111	11	3	11	3	111	7	0	1

2. Представление булевой функции в аналитическом виде.

КДНФ: $f =$

$$\begin{aligned} & \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_1 \vee X_2 X_3 \bar{X}_4 X_5 \vee \bar{X}_1 X_2 X_3 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \\ & \vee \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 X_5 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 X_5 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_3 \bar{X}_4 X_5 \\ & \vee X_1 X_2 X_3 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ККНФ: } f = & (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee X_5) (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (X_1 \vee X_2 \vee \\ & \bar{X}_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5) \\ & (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) \\ & (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5) \end{aligned}$$

3. Минимизация булевой функции методом Квайна – Мак – Класки.

Нахождение простых импликант (максимальных кубов):

№	$K^0(f) \cup N(f)$		$K^1(f)$			$K^2(f)$		$z(f)$
1	00011	\vee	00X11	\vee	1-3	X0X11	1-13	X0100
2	00100	\vee	X0011	\vee	1-9	X100X	5-19	X1110
3	00111	\vee	X0100		2-10	X1X01	7-22	X0X11
4	01000	\vee	X0111	\vee	3-12	1XX00	11-21	X100X
5	01001	\vee	0100X	\vee	4-5	1X10X	14-24	X1X01
6	01101	\vee	X1000	\vee	4-13	1X1X1	16-26	1XX00
7	01110	\vee	01X01	\vee	5-6	11X0X	19-24	1X10X
8	10000	\vee	X1001	\vee	5-14	11XX0	20-25	1X1X1
9	10011	\vee	X1101	\vee	6-17	111XX	24-27	11X0X
10	10100	\vee	X1110		7-18			11XX0
11	10101	\vee	10X00	\vee	8-10			111XX
12	10111	\vee	1X000	\vee	8-13			
13	11000	\vee	10X11	\vee	9-12			
14	11001	\vee	1010X	\vee	10-11			
15	11010	\vee	1X100	\vee	10-16			
16	11100	\vee	101X1	\vee	11-12			
17	11101	\vee	1X101	\vee	11-17			
18	11110	\vee	1X111	\vee	12-19			
19	11111	\vee	1100X	\vee	13-14			
20			110X0	\vee	13-15			
21			11X00	\vee	13-16			
22			11X01	\vee	14-17			
23			11X10	\vee	15-18			
24			1110X	\vee	16-17			
25			111X0	\vee	16-18			
26			111X1	\vee	17-19			
27			1111X	\vee	18-19			
28								
29								
30								
31								

Импликантная таблица.

Простые импликаны (максималь ные кубы)		0 0 1 0 0	0 1 0 0 0	0 1 0 0 1	0 1 1 0 1	0 1 1 0 0	1 0 0 0 0	1 0 1 0 0	1 0 1 0 1	1 1 0 0 0	1 1 0 0 1	1 1 0 1 0	1 1 1 0 0	1 1 1 0 1	1 1 1 1 0	1 1 1 1 1
	№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X0100	1	(*)						*								
X1110	2					(*)									*	
X0X11	3															
X100X	4		(*)	*						*	*					
X1X01	5			*	(*)						*			*		
1XX00	6						(*)	*		*			*			
1X10X	7							*	*				*	*		
1X1X1	8								*					*		*
11X0X	9									*	*		*	*		
11XX0	10									*		(*)	*		*	
111XX	11												*	*	*	*

Существенные импликаны. $T = \begin{cases} X0100 \\ X100X \\ X1X01 \\ X1110 \\ 1XX00 \\ 11XX0 \end{cases}$

Приведенная импликантная таблица:

		10101	11111	
	№	a	b	
1X10X	A	*		
1X1X1	B	*	*	
111XX	C		*	

4. Минимизация булевой функции на картах Карно.

Определение МДНФ

Для $x=0$; $x=1$

X4X5

		00	01	11	10
	00			d	
X2X3	01	1		d	
	11		1		1
	10	1	1		

X4X5

		00	01	11	10
	00	1		d	
X2X3	01	1	1	d	
	11	1	1	1	1
	10	1	1		1

$$C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} X1110 \\ X0100 \\ X100X \\ X1X01 \\ 1XX00 \\ 1X1X1 \\ 11X10 \end{array} \right\} \quad S^a = 24 \quad S^b = 31$$

$$\text{МДНФ} = X_2 X_3 X_4 \bar{X}_5 \vee \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \vee X_2 \bar{X}_4 X_5 \vee x_1 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_3 X_5 \vee X_1 X_2 X_3 \vee X_1 X_2 X_4 \bar{X}_5$$

Определение МКНФ

Для $x=0$; $x=1$

X4X5

		00	01	11	10
	00	0	0	d	0
X2X3	01		0	d	0
	11	0		0	
	10			0	0

X4X5

		00	01	11	10
	00		0	d	0
X2X3	01			d	0
	11				
	10			0	

$$C_{min}(\bar{f}) = \left\{ \begin{array}{l} XX011 \\ X00X1 \\ X0X1X \\ 000XX \\ 0XX11 \\ 01100 \\ 0X01X \\ 00XX1 \end{array} \right\} \quad S^a = 25 \quad S^b = 33$$

$$\text{МКНФ} = (X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee X_3)(X_1 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee X_5) \\ (X_1 \vee X_3 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_5)$$

5. Преобразование минимальных форм булевых функций.

Факторизация МДНФ:

$$\text{МДНФ} = X_2 X_3 X_4 \bar{X}_5 \vee \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \vee X_2 \bar{X}_4 X_5 \vee x_1 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_3 X_5 \vee X_1 X_2 X_4 \bar{X}_5$$

$$S_q = 27$$

Факторизация:

$$f = X_2 X_3 X_4 \bar{X}_5 \vee \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \vee X_2 \bar{X}_4 X_5 \vee x_1 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_3 X_5 \vee X_1 X_2 X_4 \bar{X}_5 = \\ X_2 X_4 \bar{X}_5 (X_3 \vee X_1) \vee X_3 (\bar{X}_2 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_5) \vee X_2 \bar{X}_4 (\bar{X}_3 \vee X_5)$$

$$S_q = 23$$

Факторизация МКНФ:

$$\text{МКНФ} = (X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee X_3)(X_1 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee X_5) \\ (X_1 \vee X_3 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_5)$$

$$S_q = 32$$

Факторизация:

$$f = (X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_5)(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee X_3)(X_1 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5)(X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee X_5) \\ * (X_1 \vee X_3 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_5) \\ = (\bar{X}_5 \vee (X_3 \vee X_2 \bar{X}_4)(X_1 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2))(X_2 \vee \bar{X}_4) \left(X_1 \vee (X_3 \vee (X_2 \bar{X}_4)) \right) (X_1 \vee \bar{X}_3 \vee X_5 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) =$$

$$S_q = 26$$

$$\varphi = \bar{X}_2 \vee X_4 \quad \bar{\varphi} = X_2 \bar{X}_4$$

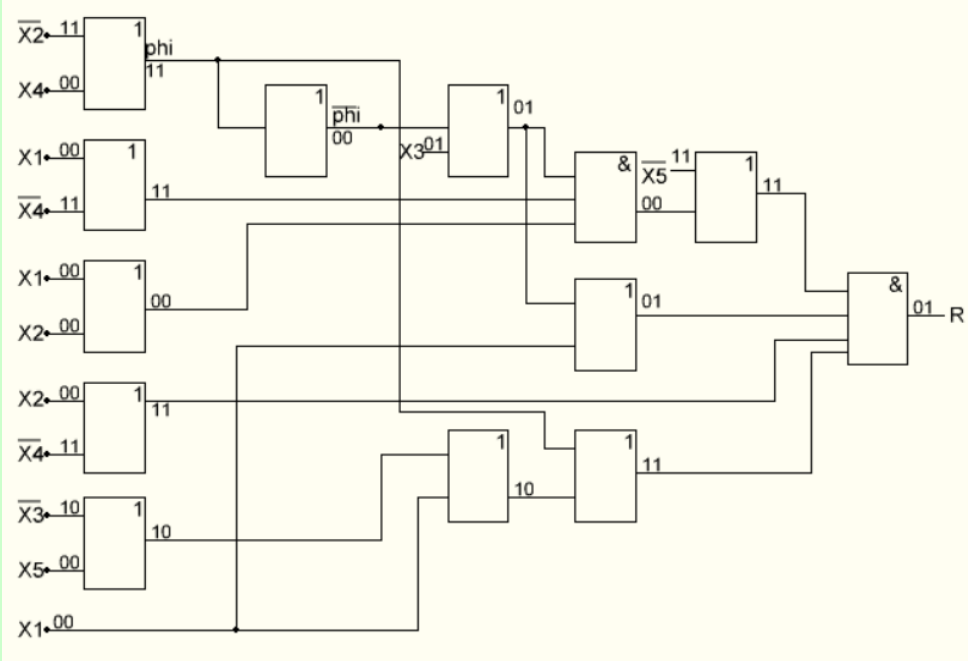
Выражение после декомпозиции:

$$\varphi = \bar{X}_2 \vee X_4, f = (\bar{X}_5 \vee (X_3 \vee \bar{\varphi}))(X_1 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2)(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_3 \vee \bar{\varphi})(X_1 \vee \bar{X}_3 \vee X_5 \vee \varphi)$$

$$S_q = 21$$

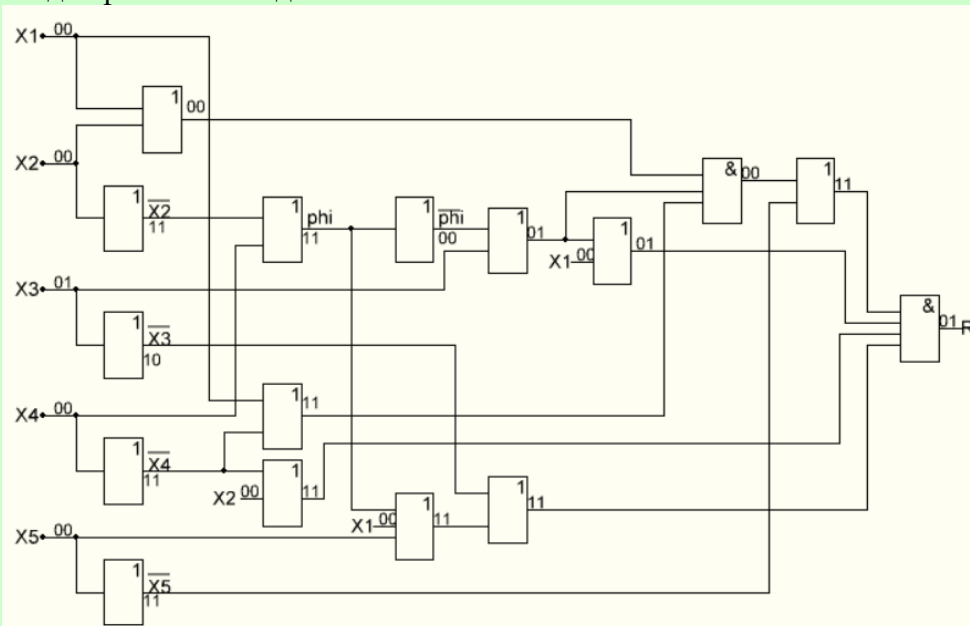
6. Синтез комбинационных схем в булевом базисе

С парафазными входами:



Задержка схемы с парафазными входами $T = 5\tau$, цена схемы $S_q = 21$

С однофазными входами:



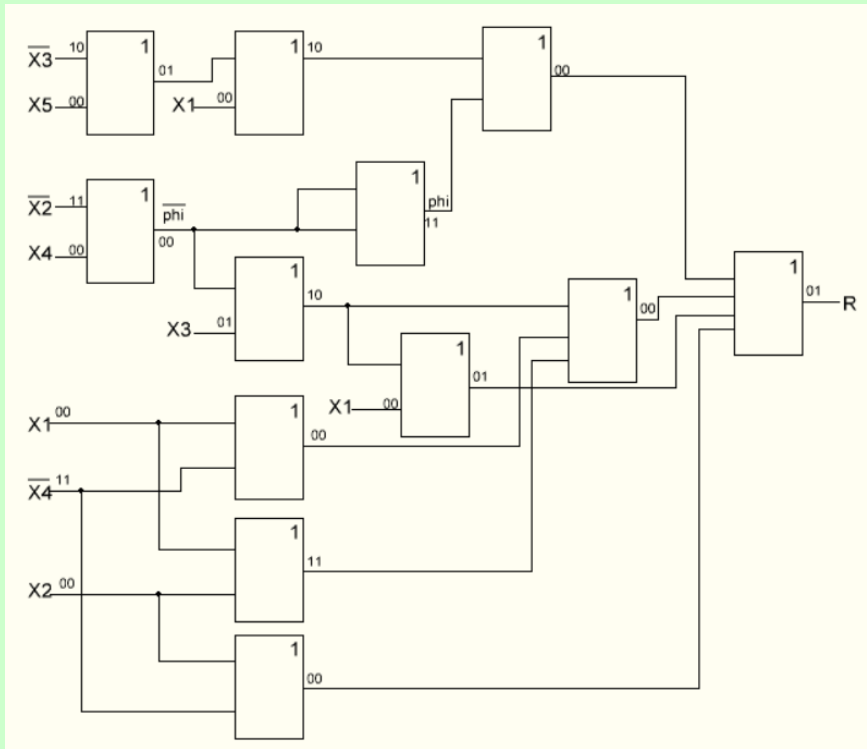
Задержка схемы с однофазными входами $T = 7\tau$, цена схемы $S_q = 36$

Базис ИЛИ – НЕ:

$$\bar{\varphi} = \bar{X}_2 \downarrow X_4$$

$$f = (\bar{X}_5 \vee (X_3 \vee \bar{\varphi})(X_1 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2))(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_3 \vee \bar{\varphi})(X_1 \vee \bar{X}_3 \vee X_5 \vee \varphi) =$$

$$(\bar{X}_5 \downarrow ((X_3 \downarrow \bar{\varphi}) \downarrow (X_1 \downarrow \bar{X}_4) \downarrow (X_1 \downarrow X_2))) \downarrow (X_2 \downarrow \bar{X}_4) \downarrow (X_1 \downarrow X_3 \downarrow \bar{\varphi}) \downarrow (X_1 \downarrow \bar{X}_3 \downarrow X_5 \downarrow \varphi)$$



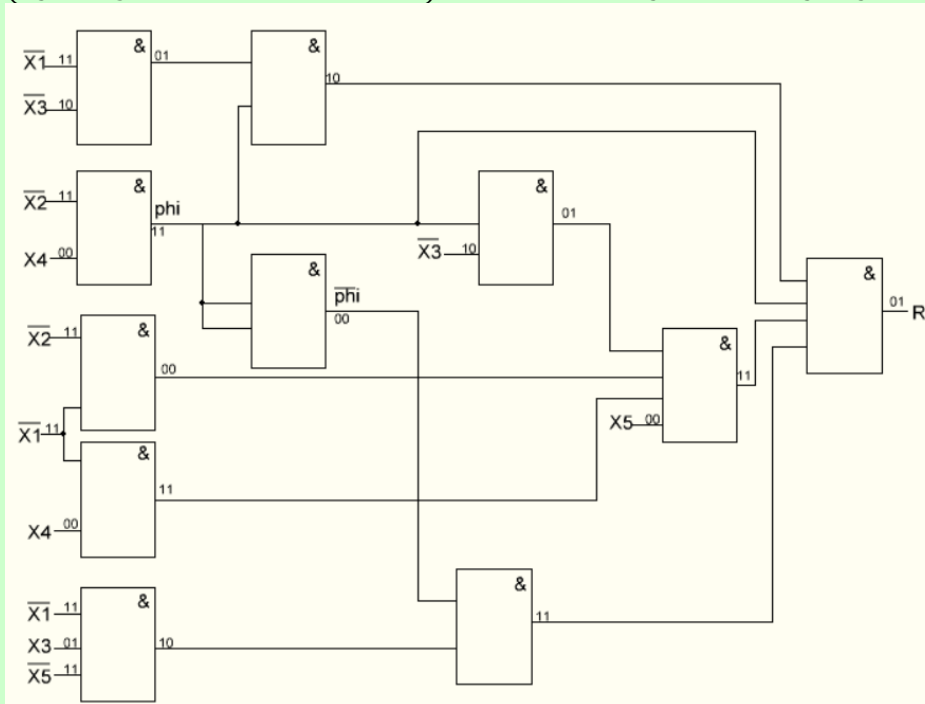
Задержка схемы $T = 4\tau$, цена $S_q = 27$

Базис И – НЕ:

$$\varphi = \bar{X}_2 | X_4$$

$$f = (\bar{X}_5 \vee (X_3 \vee \bar{\varphi})(X_1 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_2))(X_2 \vee \bar{X}_4)(X_1 \vee X_3 \vee \bar{\varphi})(X_1 \vee \bar{X}_3 \vee X_5 \vee \varphi) =$$

$$(X_5 | (\bar{X}_3 | \varphi)) | (\bar{X}_1 | X_4) | (\bar{X}_1 | \bar{X}_2) | (\bar{X}_2 | X_4) | (\bar{X}_1 | \bar{X}_3 | \varphi) | (\bar{X}_1 | X_3 | \bar{X}_5 | \bar{\varphi})$$



Задержка схемы $T = 4\tau$, цена $S_q = 27$

Анализ построенных схем:

На наборе 00000 функция принимает значение 0, а на наборе 00100 – значение 1. На всех схемах указана их реакция на эти наборы.