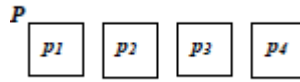
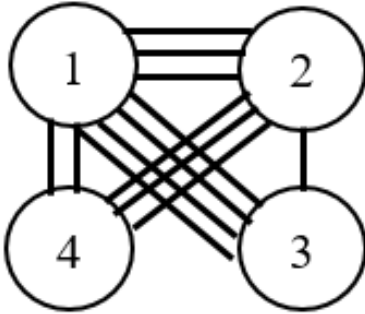


Метод Ветвей и Грани

16



Составим матрицы соединений R графа и расстояний D множества позиций.

$R=$

	x1	x2	x3	x4
x1	0	3	4	2
x2	3	0	1	3
x3	4	1	0	0
x4	2	3	0	0

$D=$

	p1	p2	p3	p4
p1	0	1	2	3
p2	1	0	1	2
p3	2	1	0	1
p4	3	2	1	0

Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных. Для этого упорядочим составляющие вектора r в невозрастающем порядке, а вектора d – в неубывающем.

$$r = \{4, 3, 3, 2, 1, 0\}$$

$$d = \{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$$

$$r \times d = 4 + 3 + 3 + 4 + 2 + 0 = 16$$

Значит, $F(P)$ не может быть меньше 16.

1. Помещаем $x1$ в позицию $p1$. Неразмещенные элементы $\{x2, x3, x4\}$, свободные позиции $\{p2, p3, p4\}$.

$$F(q) = 0$$

$$r_1 = \{4 \ 3 \ 2\} \ d_1 = \{1 \ 2 \ 3\} \rightarrow w(P) = r_1 \times d_1 = 4 + 6 + 6 = 16$$

$$r = \{3 \ 1 \ 0\} \ d = \{1 \ 1 \ 2\} \rightarrow v(P) = r \times d = 3 + 1 + 0 = 4$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 16 + 4 + 0 = 20$$

2. Помещаем $x1$ в позицию $p2$. Неразмещенные элементы $\{x2, x3, x4\}$, свободные позиции $\{p1, p3, p4\}$.

$$F(q) = 0$$

$$r_1 = \{4 \ 3 \ 2\} \ d_2 = \{1 \ 1 \ 2\} \rightarrow w(P) = r_1 \times d_2 = 4 + 3 + 4 = 11$$

$$r = \{3 \ 1 \ 0\} \ d = \{1 \ 2 \ 3\} \rightarrow v(P) = r \times d = 3 + 2 + 0 = 5$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 0 + 11 + 5 = 16$$

Ввиду симметричности позиций (p_1 и p_4) и (p_2 и p_3) будут получены те же результаты для симметричных позиций. **Назначаем элемент $x1$ в позицию $p2$.**

3. Помещаем $x2$ в позицию $p1$. Неразмещенные элементы $\{x3, x4\}$, свободные позиции $\{p3, p4\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{21} = 3$$

$$r_1 = \{4 \ 2\} \ d_2 = \{1 \ 2\} \rightarrow r_1 \times d_2 = 4 + 4 = 8$$

$$r_2 = \{3 \ 1\} \ d_1 = \{2 \ 3\} \rightarrow r_2 \times d_1 = 6 + 3 = 9$$

$$w(P) = 8 + 9 = 17$$

$$r = \{0\} \ d = \{1\} \rightarrow v(P) = r \times d = 0$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 17 + 3 + 0 = 20$$

4. Помещаем x_2 в позицию p_3 . Неразмещенные элементы $\{x_3, x_4\}$, свободные позиции $\{p_1, p_4\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{23} = 3$$

$$r_1 = \{4\ 2\} \ d_2 = \{1\ 2\} \rightarrow r_1 \times d_2 = 4 + 4 = 8$$

$$r_2 = \{3\ 1\} \ d_3 = \{1\ 2\} \rightarrow r_2 \times d_3 = 3 + 2 = 5$$

$$w(P) = 7 + 4 = 13$$

$$r = \{0\} \ d = \{3\} \rightarrow v(P) = r \times d = 0$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 13 + 3 + 0 = 16$$

5. Помещаем x_2 в позицию p_4 . Неразмещенные элементы $\{x_3, x_4\}$, свободные позиции $\{p_1, p_3\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{24} = 6$$

$$r_1 = \{4\ 2\} \ d_2 = \{1\ 1\} \rightarrow r_1 \times d_1 = 4 + 2 = 6$$

$$r_2 = \{3\ 1\} \ d_4 = \{1\ 3\} \rightarrow r_2 \times d_4 = 3 + 3 = 6$$

$$w(P) = 6 + 6 = 12$$

$$r = \{0\} \ d = \{2\} \rightarrow v(P) = r \times d = 0$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 12 + 6 + 0 = 18$$

Назначаем элемент x_2 в позицию p_3 .

6. Помещаем x_3 в позицию p_1 . Неразмещенный элемент $\{x_4\}$, свободная позиция $\{p_4\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{23} + r_{23}d_{31} + r_{13}d_{21} = 3 + 2 + 4 = 9$$

$$r_1 = \{2\} \ d_2 = \{3\} \rightarrow r_1 \times d_2 = 6$$

$$r_2 = \{3\} \ d_3 = \{1\} \rightarrow r_2 \times d_3 = 3$$

$$r_3 = \{0\} \ d_1 = \{3\} \rightarrow r_3 \times d_3 = 0$$

$$w(P) = 6 + 3 + 0 = 9$$

$$\text{Неразмещенный элемент один, } v(P) = 0$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 9 + 9 + 0 = 18$$

7. Помещаем x_3 в позицию p_4 . Неразмещенный элемент $\{x_4\}$, свободная позиция $\{p_1\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{23} + r_{23}d_{34} + r_{13}d_{24} = 3 + 1 + 8 = 12$$

$$r_1 = \{2\} \ d_2 = \{3\} \rightarrow r_1 \times d_1 = 6$$

$$r_2 = \{3\} \ d_3 = \{1\} \rightarrow r_2 \times d_2 = 3$$

$$r_3 = \{0\} \ d_4 = \{0\} \rightarrow r_3 \times d_4 = 0$$

$$w(P) = 6 + 0 + 0 = 6$$

$$\text{Неразмещенный элемент один, } v(P) = 0$$

$$\text{Таким образом } F(P) = 12 + 9 + 0 = 21$$

Назначаем элемент x_3 в позицию p_1 .

8. Помещаем x_4 в позицию p_4 . Неразмещенный элемент $\{x_4\}$, свободная позиция $\{p_4\}$.

$$F(q) = r_{12}d_{23} + r_{13}d_{21} + r_{14}d_{24} + r_{23}d_{31} + r_{24}d_{34} + r_{34}d_{14} = 3 + 4 + 4 + 2 + 3 + 0 = 16$$

$$w(P) = v(P) = 0. \quad F(p) = 20$$

Назначаем элемент x_4 в позицию p_4 .

Получено размещение элементов:

