## Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий Механики и Оптики

# Курсовая работа по дискретной математике «Синтез комбинационных схем»

Выполнил:

обучающийся Р3110

Бавыкин Роман

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

Вариант 4

Санкт-Петербург

2020 г.

Условия, при которых f=1	Условия, при которых f=d
$2 \le  x_1x_2x_5-x_3x_4  \le 4$	$ x_1x_2x_5-x_3x_4 =5$

### Составление таблицы истинности

N	$X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$	$X_1X_2X_5$	$(X_1X_2X_5)_{10}$	$X_3X_4$	$(X_3X_4)_{10}$	-	f
0	0 0 0 0 0	0 0 0	0	0 0	0	0	0
1	0 0 0 0 1	0 0 1	1	0 0	0	1	0
2	00010	0 0 0	0	0 1	1	1	0
3	00011	0 0 1	1	0 1	1	0	0
4	0 0 1 0 0	0 0 0	0	1 0	2	2	1
5	0 0 1 0 1	0 0 1	1	1 0	2	1	0
6	0 0 1 1 0	0 0 0	0	1 1	3	3	1
7	0 0 1 1 1	0 0 1	1	1 1	3	2	1
8	0 1 0 0 0	0 1 0	2	0 0	0	2	1
9	0 1 0 0 1	0 1 1	3	0 0	0	3	1
10	0 1 0 1 0	0 1 0	2	0 1	1	1	0
11	0 1 0 1 1	0 1 1	3	0 1	1	2	1
12	0 1 1 0 0	010	2	1 0	2	0	0
13	0 1 1 0 1	0 1 1	3	1 0	2	1	0
14	0 1 1 1 0	010	2	1 1	3	1	0
15	0 1 1 1 1	0 1 1	3	1 1	3	0	0
16	10000	100	4	0 0	0	4	1
17	1 0 0 0 1	1 0 1	5	0 0	0	5	d
18	10010	100	4	0 1	1	3	1
19	1 0 0 1 1	101	5	0 1	1	4	1
20	10100	100	4	10	2	2	1
21	10101	1 0 1	5	10	2	3	1
22	10110	100	4	1 1	3	1	0
23	10111	1 0 1	5	1 1	3	2	1
24	1 1 0 0 0	110	6	0 0	0	6	0
25	1 1 0 0 1	111	7	0 0	0	7	0
26	1 1 0 1 0	110	6	0 1	1	5	d
27	1 1 0 1 1	111	7	0 1	1	6	0
28	1 1 1 0 0	110	6	1 0	2	4	1
29	1 1 1 0 1	111	7	1 0	2	5	d
30	11110	110	6	1 1	3	3	1
31	11111	1 1 1	7	1 1	3	4	1

# Представить булевую функцию в аналитическом виде с помощью КДН $\Phi$ и ККН $\Phi$

#### КДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5}$$

#### ККНФ:

$$f = (x_1 \lor x_2 \lor x_3 \lor x_4 \lor x_5)(x_1 \lor x_2 \lor x_3 \lor x_4 \lor \overline{x}_5)(x_1 \lor x_2 \lor x_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)(x_1 \lor x_2 \lor x_3 \lor \overline{x}_4 \lor \overline{x}_5)$$

$$(x_1 \lor x_2 \lor \overline{x}_3 \lor x_4 \lor \overline{x}_5)(x_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)(x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3 \lor x_4 \lor x_5)(x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3 \lor x_4 \lor x_5)$$

$$(x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)(x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3 \lor \overline{x}_4 \lor \overline{x}_5)(\overline{x}_1 \lor x_2 \lor \overline{x}_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)(\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3 \lor x_4 \lor x_5)$$

$$(\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3 \lor x_4 \lor \overline{x}_5)(\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3 \lor \overline{x}_4 \lor \overline{x}_5)$$

# Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки Нахождение простых импликант (максимальных кубов):

$K^0 \cup N(f)$		K <sup>1</sup> (f)			<b>K</b> <sup>2</sup> ( <b>f</b> )			Z(f)
1. 00100	V	1. 001X0		1-4	1. 100XX	4-11	5-9	1. 100XX
2. 01000	V	2. X0100		1-8	2. 10X0X	4-13	6-10	2. 10X0X
3. 10000	V	3. 0100X		2-5	3. 10XX1	9-17	10-16	3. 10XX1
4. 00110	V	4. 1000X	v	3-6	4. 1X10X	13-20	14-18	4. 1X10X
5. 01001	$\mathbf{V}$	5. 100X0	v	3-7	5. 1X1X1	17-23	18-22	5. 1X1X1
6. 10001	V	6. 10X00	v	3-8	6. 111XX	20-24	21-23	6. 111XX
7. 10010	V	7. 0011X		4-9				7. 001X0
8. 10100	$\mathbf{V}$	8. 010X1		5-10				8. X0100
9. 00111	v	9. 100X1	v	6-11				9. 0100X
10. 01011	V	10. 10X01	v	6-12	$\mathbf{K}^{3}(\mathbf{f}) = \emptyset$			10. 0011X
11. 10011	$\mathbf{V}$	11. 1001X	v	7-11				11. 010X1
12. 10101	$\mathbf{V}$	12. 1X010		7-13				12. 1X010
13. 11010	V	13. 1010X	v	8-12				13. X0111
14. 11100	v	14. 1X100	v	8-14				14. 11X10
15. 10111	V	15. X0111		9-15				
16. 11101	V	16. 10X11	v	11-15				
17. 11110	v	17. 101X1	v	12-15				
18. 11111	V	18. 1X101	v	12-16				
		19. 11X10		13-17				
		20. 1110X	v	14-16				
		21. 111X0	V	14-17				
		22. 1X111	v	15-18				
		23. 111X1	v	16-18				
		24. 1111X	V	17-18				

### Импликантная таблица:

T.I.VI	импликантная гаолица.															
		0-кубы														
Простые		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	импликанты	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
(1	максимальные	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
кубы)		0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
		0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	100XX							*	*	*						
2	10X0X										*	*				
3	10XX1									*		*	*			
4	1X10X										*	*				
5	1X1X1											*	*			*
6	111XX													*	*	*
7	001X0	*	*													
8	X0100	*									*					
9	0100X				*	*										
10	0011X		*	*												
11	010X1					*	*									
12	1X010								*							
13	X0111			*									*			
14	11X10														*	

Импликанты 1, 6, 9 и 11 — существенные. 
$$T = \begin{cases} 100XX \\ 111XX \\ 0100X \\ 010X1 \end{cases}$$

Приведенная импликантная таблица:

о с									
		0-кубы							
Просты	ıe	0	0	0	1	1	1		
импликан	0	0	0	0	0	0			
(максимал		1	1	1	1	1	1		
кубы)	кубы)			1	0	0	1		
	0	0	1	0	1	1			
	a	b	c	d	e	f			
10X0X	A				*	*			
10XX1	В					*	*		
1X10X	С				*	*			
1X1X1	D					*	*		
001X0	Е	*	*						
X0100	F	*			*				
0011X	G		*	*					
1X010	Н								
X0111	I			*			*		
11X10 J									

#### Определение минимального покрытия. Метод Петрика:

Выпишем булево выражение Y, определяющие условие покрытия всех 0-кубов, не покрываемых сущевственными импликантами.

 $Y = (E \lor F)(E \lor G)(G \lor I)(A \lor C \lor F)(A \lor B \lor C \lor D)(B \lor D \lor I) =$   $= ABEG \lor ADEG \lor BCEG \lor CDEG \lor AEI \lor CEI \lor BEFI \lor DEFI \lor AFGI \lor CFGI \lor BFG \lor DFG$ 

#### Возможны следующие варианты покрытия:

$$C_{1} = \begin{cases} T \\ A \\ B \\ E \\ G \end{cases}; \qquad C_{2} = \begin{cases} T \\ A \\ D \\ E \\ G \end{cases}; \qquad C_{3} = \begin{cases} T \\ B \\ C \\ E \\ G \end{cases}; \qquad C_{4} = \begin{cases} T \\ C \\ D \\ E \\ G \end{cases}; \qquad C_{5} = \begin{cases} T \\ A \\ E \\ I \end{cases}; \qquad C_{6} = \begin{cases} T \\ C \\ E \\ I \end{cases}; \\ S_{1}^{a} = 28 \qquad S_{2}^{a} = 28 \qquad S_{3}^{a} = 28 \qquad S_{4}^{a} = 28 \qquad S_{5}^{a} = 25 \qquad S_{6}^{a} = 25 \\ S_{1}^{b} \qquad S_{2}^{b} = 36 \qquad S_{3}^{b} = 36 \qquad S_{4}^{b} = 36 \qquad S_{5}^{b} = 32 \qquad S_{6}^{b} = 32 \end{cases}$$

Минимальные покрытия:

$$C_{1min}(f) = \begin{cases} 100XX \\ 111XX \\ 0100X \\ 010X1 \\ 10X0X \\ 001X0 \\ X0111 \end{cases} C_{2min}(f) = \begin{cases} 100XX \\ 111XX \\ 0100X \\ 010X1 \\ 1X10X \\ 001X0 \\ X0111 \end{cases} C_{3min}(f) = \begin{cases} 100XX \\ 111XX \\ 0100X \\ 010X1 \\ 100XX \\ 100X1 \\ 100XX \\ 100X1 \\ 100XX \\ 100X1 \\ 100XX \\ 100X \\ 010X1 \\ 100XX \\ 100X1 \\ 100XX \\ 100XX \\ 100X1 \\ 100XX \\ 100XX$$

#### Этим покрытиям соответствуют МДНФ следующего вида:

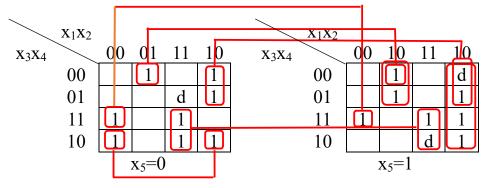
$$f_{1} = x_{1}\overline{x_{2}}\overline{x_{3}} \lor x_{1}x_{2}x_{3} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}x_{5} \lor x_{1}\overline{x_{2}}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}\overline{x_{2}}x_{3}\overline{x_{5}} \lor \overline{x_{2}}x_{3}x_{4}x_{5}$$

$$f_{2} = x_{1}\overline{x_{2}}\overline{x_{3}} \lor x_{1}x_{2}x_{3} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}x_{5} \lor x_{1}x_{3}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}\overline{x_{2}}x_{3}\overline{x_{5}} \lor \overline{x_{2}}x_{3}x_{4}x_{5}$$

$$f_{3} = x_{1}\overline{x_{2}}\overline{x_{3}} \lor x_{1}x_{2}x_{3} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}x_{5} \lor x_{1}\overline{x_{2}}x_{5} \lor \overline{x_{2}}x_{3}\overline{x_{4}}\overline{x_{5}} \lor \overline{x_{1}}\overline{x_{2}}x_{3}x_{4}$$

$$f_{4} = x_{1}\overline{x_{2}}\overline{x_{3}} \lor x_{1}x_{2}x_{3} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}\overline{x_{4}} \lor \overline{x_{1}}x_{2}\overline{x_{3}}x_{5} \lor x_{1}x_{3}x_{5} \lor \overline{x_{2}}x_{3}\overline{x_{4}}\overline{x_{5}} \lor \overline{x_{1}}\overline{x_{2}}x_{3}x_{4}$$

#### Минимизация булевой функции на картах Карно. Определение МДНФ

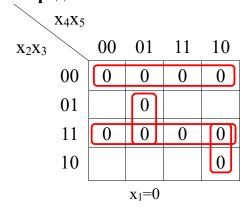


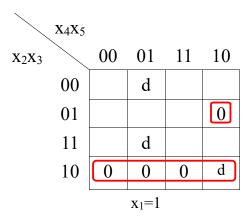
ПолучаемС
$$_{min}(f)=egin{cases} 100XX\\10XX1\\111XX\\010X1\\0011X\\0100X\\X0100 \end{pmatrix} egin{cases} 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7 \end{pmatrix} S^a=25, S^b=32$$

#### МДНФ имеет следующий вид:

$$f = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee x_1 \overline{x}_2 x_5 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 x_5 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_2 x_3 x_4 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4 \vee \overline{x}_2 x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5$$

#### Определение МКНФ:





Получаем 
$$C_{min}(\bar{f})=egin{pmatrix} 000XX\\011XX\\110XX\\0X101\\01X10\\10110 \end{pmatrix} egin{pmatrix} 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{pmatrix} S^a=22, S^b=28$$

#### МКНФ имеет следующий вид:

$$f = (x_1 \lor x_2 \lor x_3) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3) \cdot (\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_3 \lor x_4 \lor \overline{x}_5) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)$$

$$\cdot (\overline{x}_1 \lor x_2 \lor \overline{x}_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)$$

#### Преобразование минимальных форм булевой функции.

#### Факторное преобразование для МДНФ:

$$f = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee x_1 \overline{x}_2 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 x_5 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_2 x_3 x_4 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4 \vee \overline{x}_2 x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5$$

$$S_0 = 32$$

$$f = x_1(\overline{x}_2(\overline{x}_3 \lor x_5) \lor x_2x_3) \lor \overline{x}_1(x_2\overline{x}_3(x_5 \lor \overline{x}_4) \lor \overline{x}_2x_3x_4) \lor \overline{x}_2x_3\overline{x}_4\overline{x}_5$$
  
S<sub>O</sub>=29

Декомпозиция: введем вспомогательную функцию

$$\varphi = \overline{\mathbf{x}}_3 \vee x_5 \ \overline{\varphi} = x_3 \overline{\mathbf{x}}_5$$

$$f = x_1(\overline{x}_2 \varphi \vee x_2 x_3) \vee \overline{x}_1(x_2 \overline{x}_3(x_5 \vee \overline{x}_4) \vee \overline{x}_2 x_3 x_4) \vee \overline{x}_2 \overline{x}_4 \overline{\varphi}$$

#### Факторное преобразование для МКНФ:

$$f = (x_1 \lor x_2 \lor x_3) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3) \cdot (\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor x_3) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_3 \lor x_4 \lor \overline{x}_5) \cdot (x_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_4 \lor x_5) \cdot (\overline{x}_1 \lor x_2 \lor \overline{x}_3 \lor \overline{x}_4 \lor x_5)$$

$$S_0 = 28$$

$$f = (x_1 \vee \overline{x}_3 \vee \overline{x}_2(x_4 \vee \overline{x}_5))(x_1\overline{x}_2 \vee \overline{x}_1x_2 \vee x_3)(\overline{x}_4 \vee x_5 \vee (x_1 \vee \overline{x}_2)(\overline{x}_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3))$$

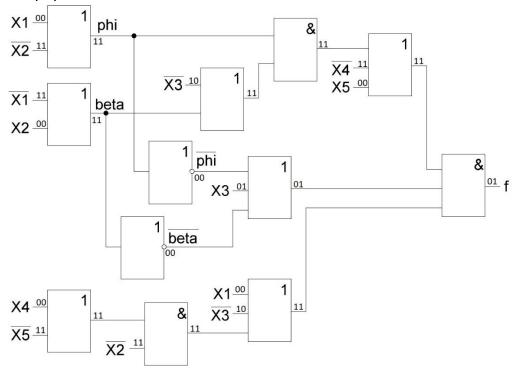
$$S_0 = 27$$

Декомпозиция: введём вспомогательные функции

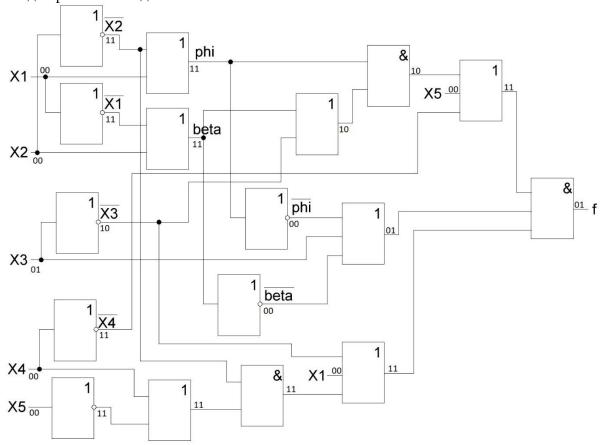
$$\phi = x_1 \vee \overline{x}_2 \quad \overline{\phi} = \overline{x}_1 x_2 \quad \beta = \overline{x}_1 \vee x_2 \quad \overline{\beta} = x_1 \overline{x}_2 
f = (x_1 \vee \overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 (x_4 \vee \overline{x}_5)) (\overline{\beta} \vee \overline{\phi} \vee x_3) (\overline{x}_4 \vee x_5 \vee \phi(\beta \vee \overline{x}_3)) 
S_O = 26$$

#### Синтез комбинационных схем в булевом базисе

С парафазными входами:



Задержка схемы с парафазными входами  $T=5\tau,$  цена схемы  $S_Q=26$  С однофазными входами:



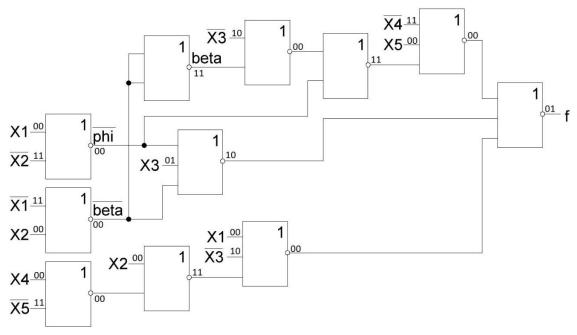
Задержка схемы с однофазными входами  $T=6\tau$ , цена схемы  $S_Q=\ 31$ 

#### Синтез комбинационных схем в универсальных базисах

Базис ИЛИ-НЕ:

$$\overline{\varphi} = x_1 \downarrow \overline{x_2} \quad \overline{\beta} = \overline{x_1} \downarrow x_2$$

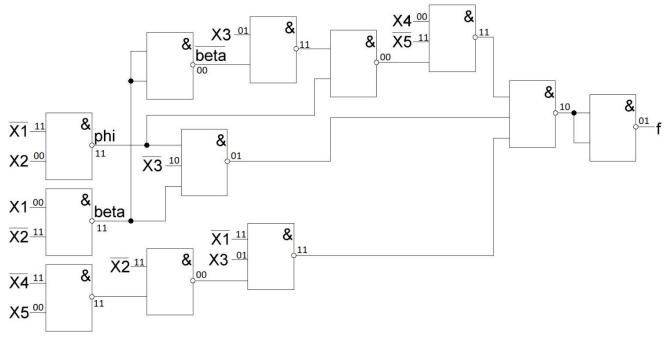
$$f = \left( x_1 \downarrow \overline{x_3} \downarrow (x_2 \downarrow (x_4 \downarrow \overline{x_5})) \right) \downarrow \left( \overline{\beta} \downarrow \overline{\varphi} \downarrow x_3 \right) \downarrow \left( \overline{x_4} \downarrow x_5 \downarrow (\overline{\varphi} \downarrow (\beta \downarrow \overline{x_3})) \right)$$



Задержка схемы  $T=6\tau$ , цена  $S_Q=26$ 

Базис И-НЕ:

$$\begin{split} \phi &= \underline{\overline{x_1}} \mid x_2 \quad \beta = x_1 \mid \overline{x_2} \\ f &= \overline{\left(\overline{x_1} | \overline{x_3} | \left(\overline{x_2} | (\overline{x_4} | x_5)\right)\right) \mid (\beta | \phi | \overline{x_3}) \mid \left(x_4 | \overline{x_5} | \left(\phi | \left(\overline{\beta} | x_3\right)\right)\right)} \end{split}$$

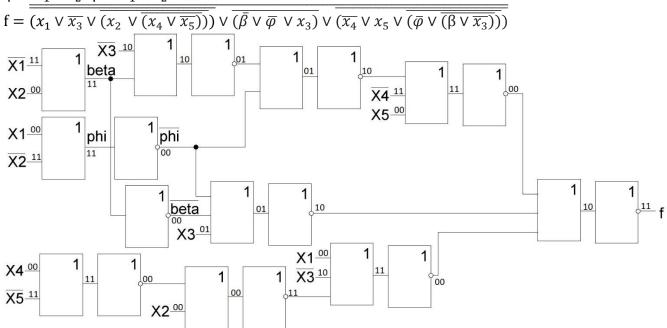


Задержка схемы  $T = 7\tau$ , цена  $S_Q = 28$ 

#### Построение схемы в сокращенных булевых базисах

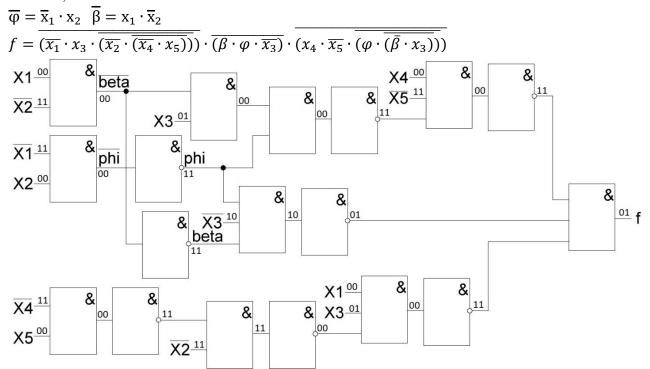
Базис ИЛИ, НЕ:

$$\varphi = \underline{x_1 \vee \overline{x}_2} \quad \beta = \overline{x}_1 \vee x_2$$



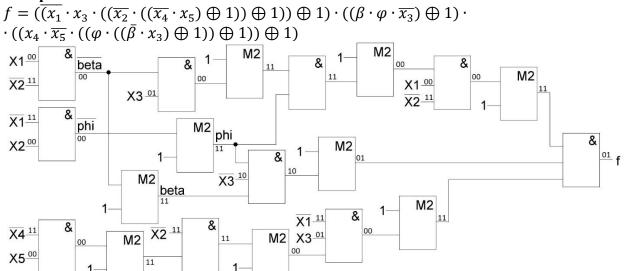
Задержка схемы  $T=9\tau$ , цена  $S_Q=33$ 

Базис И, НЕ:



Задержка схемы  $T = 7\tau$ , цена  $S_Q = 32$ 

#### Построение схемы в базисе Жегалкина:



Задержка схемы  $T = 8\tau$ , цена  $S_Q = 42$ 

#### Построение схемы в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам

Преобразуем выражение в булевом базисе так, чтобы каждая операция была с двумя входами  $f = \left( \left( (x_1 \vee \overline{x}_3) \vee \overline{x}_2 (x_4 \vee \overline{x}_5) \right) \left( \overline{\beta} \vee (\overline{\phi} \vee x_3) \right) \right) \left( (\overline{x}_4 \vee x_5) \vee \phi(\beta \vee \overline{x}_3) \right)$ 

Преобразуем полученное выражение к базису ИЛИ-НЕ

Преобразуем полученное выражение к базису ИЛИ-НЕ 
$$f = \left( \left( \overline{(x_1 \downarrow \overline{x_3})} \downarrow (x_2 \downarrow (x_4 \downarrow \overline{x_5})) \right) \downarrow \left( \overline{\beta} \downarrow \overline{(\overline{\varphi} \downarrow x_3)} \right) \right) \downarrow \left( \overline{(\overline{x_4} \downarrow x_5)} \downarrow \left( \overline{\varphi} \downarrow (\beta \downarrow \overline{x_3}) \right) \right)$$

$$\overline{\varphi} = x_1 \downarrow \overline{x_2} \quad \overline{\beta} = \overline{x_1} \downarrow x_2$$

$$\overline{x_1} \stackrel{\text{11}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{beta}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{12}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{13}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{14}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{15}}{\cancel{1}} \stackrel{\text{15}}{\cancel$$

Задержка схемы  $T = 7\tau$ , цена  $S_Q = 38$ 

X3<sub>10</sub>

10

**Анализ построенных схем:** На наборе функция принимает значение 0, а на наборе 00100 — значение 1. На всех схемах указана их реакция на эти наборы